

## **TORNALAMADA ORTOGONAL KESME İÇİN TIRLAMA TİTREŞİMİ VE KARARLILIĞIN LİNEER ANALİZİ**

Sezan ORAK<sup>1</sup>, Erol TÜRKEŞ<sup>2</sup>

**ÖZET:** Takım tezgahlarında maksimum talaş kaldırma hızının artırılması, yüksek talaş genişliği ve işleme hızları gerektirmektedir. Bu gereksinimlerin aşırı zorlanması ise, kesme hızının değişimine neden olarak titreşim meydana getirir. Bu durum ise düşük parça işleme hassasiyeti, yüksek işleme kuvvetleri ve aşınma gibi bir çok problemlere sebep olmaktadır. Kesici takım ve iş parçası arasındaki dinamik etkileşimden dolayı kendi kendini besleyen tirlama titreşimi meydana gelmektedir. Bu çalışmada, tornalamada ortogonal kesme için tirlama tahmini yapılmıştır. Bir serbestlik dereceli kesme modelinin lineer analizi yapılarak kararlılığı analitik olarak incelenmiştir. Sistemin lineer analizi, yönlendirilmiş transfer fonksiyonu (OTF) ve  $\tau$  dekompozisyon formlarının Nyquist kriterine uygulanmasıyla yapılmıştır. Her iki yaklaşımdan elde edilen tirlama frekansı tahminleri, modal analizle elde edilen sonuçlarla ve kesme testleriyle karşılaştırılmıştır. Her iki form için gerekli bilgisayar programları MATLAB programlama diliyle yapılmıştır.

**ANAHTAR KELİMELEER:** Takım tezgahları, Tornalama, Tirlama, Kararlılık analizi.

## **LINEAR ANALYSIS OF CHATTER VIBRATION AND STABILITY FOR ORTHOGONAL CUTTING IN TURNING**

**ABSTRACT :** Increasing of the Maximum Metal Removal Rate (MMRR) in machine tools requires high metal removing widths and machining speeds. Rigorous forcing of these two conditions cause changes in the cutting speed which result in cutting tool vibrations. This phenomenon leads to such problems as detrimental effects on the machined surface finish, decreasing of the machining efficiency, adverse effects on the work surface finish, high machining forces, tool wear and, shortening of the tool life. Due to dynamic interactions between cutting tool and workpiece, self-excited chatter vibration occurs. In the current study, chatter prediction was made for orthogonal cutting in turning operations. A linear analysis of the Single Degree of Freedom (SDOF) model was performed by applying Oriented Transfer Function (OTF) and  $\tau$  decomposition forms to Nyquist criteria. Chatter frequency predictions obtained from both approaches were compared to the results obtained from modal analysis and cutting tests. The required computer programs were written by using MATLAB.

**KEYWORDS:** Machine tools, Turning, Chatter, Stability analysis.

---

<sup>1,2</sup> Eskişehir Osmangazi Üniversitesi, Mühendislik Mimarlık Fakültesi,  
Makina Mühendisliği Bölümü, Batı Meşelik Kampüsü ,26480 ESKİŞEHİR.

## ***I. GİRİŞ***

Talaş kaldırmada sürekli olarak, zorlanmış ve kendiliğinden oluşan olmak üzere iki türlü titreşim mevcuttur. Zorlanmış titreşim, takım tezgahının mekanik hareketlerinin toplam etkisinin sonucu ortaya çıkan titreşimdir. Kendiliğinden doğan titreşim ise talaş kaldırmadan dolayı, tezgahtan ve dış çevreden bağımsız olarak oluşur. Bu şekildeki titreşime tırlama titreşimi denilmektedir. Bu titreşim esas itibariyle kesme hızı artığında kesme kuvvetinin azalmasından meydana gelir. Kesme hızının değişimi, kayma açısının değişiminden kaynaklanmaktadır. Tırlama titreşimi, iş parçalarında, boyutsal tamlıkta azalma, düşük işleme hassasiyeti, kesici takım aşınmaları ve kırılmaları, takım tezgahının zarar görmesi gibi üretimi sınırlayan etkenlere sebep olur. Sistemin rijitliğine göre aşırı talaş genişliği gibi şartlar altında başlayarak çabucak gelişir ve büyük genliklere erişerek kesme kuvveti periyodik bir biçimde değişebilir. Talaş kalınlığı ve işlenmiş yüzeydeki dalgalanmalar gözle görülebilecek şekilde aşırı değişir. Tırlama, bu titreşimlerle birleşen ses ve işlenen yüzey üzerinde kesici takımın bıraktığı izler ile kolaylıkla görülebilir. Metal kesmede tırlamanın kendiliğinden oluşmasının iki kaynağı vardır. Bunlar, mod çiftinin oluşumu ve işlenen yüzeyde oluşan dalgaların tekrarlı bir şekilde üretilmesidir[1,2]. İşlenen yüzeyin kalitesi özellikle savunma, uzay, hava ve kalıpcılık sanayinde ve de alüminyum gibi kesilmesi en kolay metallerin işlenmesinde oldukça önem taşımaktadır [3-6].

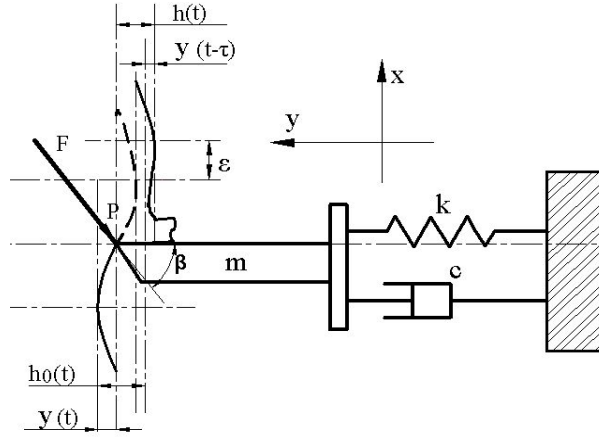
Tırlama titreşiminin tahmini için günümüze kadar birçok araştırmacı çeşitli modellemelerle analiz ve kontrol teknikleri ortaya koymuştur. Ancak kesme mekanizmasının ve dinamik davranışının şimdiye kadar iyi bir şekilde ortaya konamamasından dolayı talaş kaldırma dinamiğini tam olarak ifade edebilen bir model hala mevcut değildir[7]. Tırlama titreşiminin analizi, lineer ve nonlineer kuvvet prosesleriyle yapılır. Tüm analiz teknikleri, işleme kuvvet prosesinin ve takım-iş parçası yapısının modellenmesiyle başlar. İşleme operasyonu bir kapalı-çevrim formunda ele alınır. Tırlama titreşiminin önlenmesi için kritik hız ve kesme derinliklerinin belirlenmesinde sistemin karakteristik denkleminin harmonik çözümlerinden stabilite lob diyagramları (SLD) çizilir. Bunun için iki tür model mevcuttur. Bunlar, Nyquist kriteri tekniği ve zaman domenli

simülasyon (TDS) teknikleridir. Bunlarla, kesme prosesinin analitik ve nümerik çözümleri yapılabilmektedir. Analitik çözümde, bazı basitleştirmeler yapılmaktadır. Bunlar, kesme kuvvetinin iş parçası yüzeyine sabit bir açıda etki ettiği, kuvvetin kaldırılan talaş alanı ile doğru orantılı olduğu, takım tezgahının rijitliğinin ve sönümlemesinin lineer olduğu kabulleridir. Nümerik modelle ise, tirlama sisteminin lineer bir yaklaşımıyla analitik modelin bazı eksiklikleri giderilebilmektedir[7-13]. Nyquist kriteri, kesme şartlarının kararlılığının araştırılması için uygulanır. Stabil kesme şartını sağlayan kritik kesme derinliği belirlenene kadar bu prosedür sürdürülür. Zaman domenli simülasyon tekniğinde ise, kesme operasyonunun kapalı çevrimli dinamik modeli kesme şartlarının belirli durumları için simüle edilir. Takımın iş parçasına göre yer değişimi ve kesme kuvveti sinyalleri sistem kararlılığının belirlenmesi için araştırılır. Kararlı kesmeyi sağlayan optimum kesme derinliği bulunmaya çalışılır. TDS' nin en önemli üstünlüklerinden biri tirlama analizindeki nonlineer karakteristikleri de içine almasıdır. Dezavantajı ise, çok simülasyon yapılmasından kaynaklanan hesap zorluğu ve hatta aşırı zaman kaybıdır. TDS'nin bu dezavantajlarından dolayı SLD'nın çizilmesinde analitik yöntemlerin geliştirilmesi bazı araştırmacılar tarafından hala sürdürülmektedir ve yeni analitik analiz teknikleri geliştirilmektedir[14-17]. Bu çalışmada tirlama titreşiminin analitik olarak tahmininde, ortogonal kesme yapan bir serbestlik dereceli bir tornalama modeli ele alınmıştır. İlk olarak kesme prosesinin modellenmesi, OTF ve  $\tau$  dekompozisyon teknikleriyle yapılmıştır. Daha sonra çalışmanın üçüncü bölümünde sistemin kararlılığı, OTF ve  $\tau$  dekompozisyon tekniğinin Nyquist kriterine uygulanması şeklinde araştırılmıştır. Dördüncü bölümde, her iki hesap yönteminden elde edilen sonuçlar, modal test ve kesme testiyle elde edilen sonuçlarla karşılaştırılmıştır.

## ***II. KESMENİN MODELLENMESİ***

Tirlama tahmini ve kararlılık analizi, bir serbestlik dereceli tornalama prosesi için analitik olarak OTF ve  $\tau$  dekompozisyonu formunun Nyquist kriterine uygulanması şeklinde karşılaştırmalı olarak yapılmıştır. Dinamik kesme işleminin çok karmaşık olmasından dolayı bu çalışmada incelenecek olan

tornalama sistemi Şekil 1' de görüldüğü gibi kütle-yay-sönümleyici ile modellenmiştir.



Şekil 1. Tornalamada bir serbestlik dereceli sistemin modellenmesi.

Sistemin hareket denklemleri ilerleme ( $y$ ) yönünde aşağıdaki gibi oluşturulur;

$$m \ddot{y}(t) + c \dot{y}(t) + k y(t) = F_y(t) \quad (1)$$

burada  $F_y(t)$ ,  $F_y(t) = -F(t) \cos \beta$  haliyle kesme kuvveti cinsinden yazılabilir ve bu kuvvetin değeri;

$$F_y(t) = w C h(t) \quad (2)$$

şeklinde ( $w$ ), talaş genişliği (mm);  $C$ , malzemenin spesifik kesme enerjisi ( $N/m^2$ ) ve  $h(t)$ , ani talaş kalınlığı ile ifade edilebilir. Ani talaş kalınlığı ise;

$$h(t) = h_0 - y(t) + y(t - \tau) \quad (3)$$

denklemleriyle Şekil 1' deki geometriye göre açık bir biçimde yazılabilir. Burada  $[y(t) - y(t - \tau)]$  takımın P uç noktasının bir önceki devirdeki konumuna göre zamanla yer değişimidir ve titreşimi oluşturan dinamik talaş yükü veya dinamik talaş kalınlığı diye adlandırılır. Bu denklemler yardımıyla sistemin tırlama tahmini sırasıyla OTF ve  $\tau$  dekompozisyonu ile analitik olarak incelenmiştir.

### II.1. Yönlendirilmiş Transfer Fonksiyonu

Şekil 1' deki bir serbestlik dereceli sistemin yönlendirilmiş transfer fonksiyonu (1), (2) ve (3) denklemlerinden elde edilir[1]. (1) ve (2) denklemlerinden sistemin hareket denklemi,

$$m \ddot{y}(t) + c \dot{y}(t) + k y(t) = F_y(t) = w C h(t) \quad (4)$$

olarak yazılabilir. Sistemin şu anda kesilmekte olan talaş derinliği  $y(t)$  ve besleme yönündeki kuvvet  $F(t)$  arasındaki OTF'nin yazılabilmesi için (4) hareket denkleminin Laplace dönüşümü alınırsa,

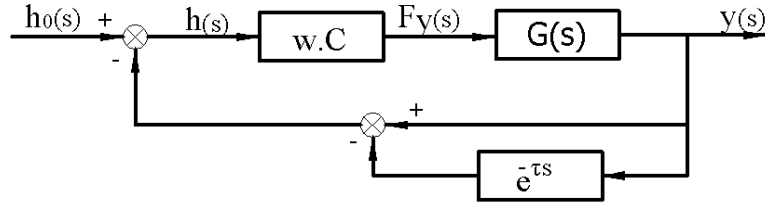
$$m s^2 y(s) + c s y(s) + k y(s) = F_y(s) \quad (5)$$

bulunur. Buradan Şekil 2' den de görüldüğü gibi  $y(s)$  ve  $F_y(s)$  arasındaki açık çevrimin transfer fonksiyonu,

$$G(s) = \frac{y(s)}{F(s)} = \frac{1}{m s^2 + c s + k} \quad (6)$$

şeklinde yazılabilir. Dinamik ve referans talaş yükleri arasındaki kapalı çevrim transfer fonksiyonu ise (3) denkleminin Laplace dönüşümü alınıp  $h(s)$ ' yi veren ifade de  $y(s)=G(s) F_y(s)$ ' nin yerine koyulmasıyla,

$$\frac{h(s)}{h_0(s)} = \frac{1}{1 + C w G(s)(1 - e^{-\tau s})} \quad (7)$$



Şekil 2. Bir serbestlik dereceli tornalama sisteminde kesme derinliği blok diyagramı.

$y(s)$  ve  $h_0(s)$  arasındaki kapalı çevrimin transfer fonksiyonu ise (4) denklemini,

$$m \ddot{y}(t) + c \dot{y}(t) + k y(t) = w C [h_0 - y(t) + y(t - \tau)] \quad (8)$$

şeklinde yazılıp denklemin her iki tarafına da Laplace dönüşümü uygulayarak;

$$\frac{y(s)}{h_0(s)} = \frac{C w G(s)}{1 + C w G(s)(1 - e^{-\tau s})} \quad (9)$$

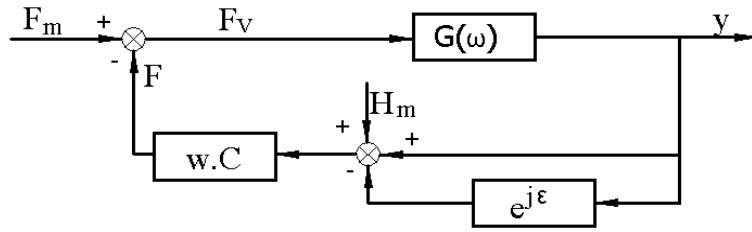
denklemleriyle elde edilir. (7) ve (9) denklemlerinin paydaları sistemin karakteristik denklemdir.

### II.2. $\tau$ -Dekompozisyon Formu

Kesme kuvvetinin zamanla değişiminin yüzeyden kaldırılan talaş kesit alanıyla orantılı olarak alınması lineer modellemenin genel bir kabulüdür. Bundan dolayı kesme kuvvetinin sürekli sabit bileşeni ihmal edilerek dinamik talaş yükünün meydana getirdiği değişken bileşeni hesaba katılmaktadır. Buna göre değişken kuvvet,

$$F_v(t) = C w [y(t) - y(t - \tau)] \quad (10)$$

biçiminde yazılır. Bu durum Şekil 3' deki blok diyagramında gösterilmiştir.



Şekil 3. Bir serbestlik dereceli tornalama sisteminin kuvvet blok diyagramı.

Diyagramdaki  $F_m$ , ortalama kesme kuvveti,  $H_m$ , ortalama talaş yüküdür. Buradan, (1) denklemi,

$$m \ddot{y}(t) + c \dot{y}(t) + k y(t) = -F(t) \cos \beta \quad (11)$$

şeklinde yazılabilir.  $\tau$  dekompozisyon formu için denklem zamandan bağımsız olarak takım ucunun iş parçasına göre relatif hareketi ile almış olduğu yol ( $l$ ) türünden yazılırsa,

$$l = V t + x \quad (12)$$

burada  $V$ , iş parçasının dönme yönündeki lineer çizgisel hızıdır (m/s),  $x$ , kesme sırasında takım ucunun iş parçasından bağımsız olarak  $x$  eksenindeki yer değişimidir (m). (10) denkleminin zamana göre türevi alındığında,

$$\frac{dl}{dt} = V + \dot{x} \approx V \quad (13)$$

burada, lineer modelleme için ( $\dot{x}$ ) lineer hıza göre küçük bir değerde olacağından ihmal edilmiştir. Buna göre (11) denklemindeki,

$$\dot{y}(t) = \frac{dy}{dt} = \frac{dy}{dl} \frac{dl}{dt} = (V + \dot{x}) \frac{dy}{dl} \approx V \frac{dy}{dl} \rightarrow y' = \frac{dy}{dl}$$

$$\ddot{y}(t) = \frac{d^2y}{dt^2} = \frac{d}{dt} \left[ (V + \dot{x}) \frac{dy}{dl} \right] = \ddot{x} \frac{dy}{dl} + (V + \dot{x}) \frac{d^2y}{dl^2} \frac{dl}{dt} \approx V^2 \frac{d^2y}{dl^2} \rightarrow y'' = \frac{d^2y}{dl^2}$$

bu basitleştirmelerle,

$$mV^2 y'' + cV y' + k y = -wC[y(l) - y(l - \pi l)] \cos \beta \quad (14)$$

elde edilir. Böylece zamana bağımlı  $\tau$  yerine zamandan bağımsız sabit ( $l$ ), ye göre hareket denklemleri düzenlenmiş olur. Yine bir basitleştirme için (14) denkleminin her iki tarafı  $mV^2$  ile sadeleştirilirse,

$$c_1 = \frac{c}{mV} \quad k_1 = \frac{k}{mV^2} \quad F_1 = \frac{-wC \cos \beta}{mV^2}$$

bu değerler yerine konulup denklemin bir tarafı sıfır olacak biçimde yazılırsa ve Laplace dönüşümü alınır, sistemin karakteristik denklemleri,

$$s^2 + c_1 s + (k_1 - F_1) + F_1 e^{-sd\pi} = 0 \quad (15)$$

olarak elde edilir. Buradan,

$$a_2 = \frac{1}{F_1} \quad a_1 = \frac{c_1}{F_1} \quad a_0 = \frac{(k_1 - F_1)}{F_1}$$

sadeleştirmeleri ile,

$$e^{sd\pi} = \frac{-1}{a_2 s^2 + a_1 s + a_0} \quad (16)$$

denklemleri elde edilir. Nyquist kriterine göre bu denklemin sağ kısmı  $U_2(s)$  Nyquist yer eğrisini ve sol kısmı  $U_1(s)$  da kritik yörüngeleri ifade eder. Denklemde  $s=j\omega$  alınır, karakteristik denklemin kökleri (16) denkleminin sağ kısmının mutlak değerinin 1'e eşitlenmesiyle bulunur,

$$\frac{1}{\left|(-a_2 \omega^2 + a_0) + j a_1 \omega\right|} = 1$$

$$\left(-a_2 \omega^2 + a_0\right)^2 + \left(a_1 \omega\right)^2 = 1$$

$$a_2^2 \omega^4 + \left(-2 a_2 a_0 + a_1^2\right) \omega^2 + a_0^2 - 1 = 0 \quad (17)$$

böylece sistemin kesme frekansını bu denklemin pozitif reel kökleri verir.

### ***III. SİSTEMİN KARARLILIĞININ ARAŞTIRILMASI***

Tırlamasız mil hızı ya da mil/takım tutucu/kesici takım sisteminin kararlı bölgelerin deneysel olarak belirlenmesi için iki yaklaşım kullanılabilir. Birincisi, bir etki çekici ve akselometre kullanılıp titreşimlerin ölçülmesiyle sistemin doğal frekansının ve mod şekillerinin belirlenmesidir. Bu belirleme ile performansın analitik hesabı yapılır. İkinci metot ise kesme testlerinin yapılmasıdır. Bu yaklaşım, mil/kesici takım kesme kabiliyetini daha iyi bir tamlıkta verir fakat çok sayıda testin yapılmasını gerektirir. İlk geliştirilen analiz tekniklerinden biri Merritt (1965) tarafından ortaya konulmuştur[8]. Bu tekniğin temeli sistemin karakteristik denkleminin çözümünden sistemin eksenel kesme derinliği ve mil hızı gibi kritik parametrelerine bağlı olarak kararlılığın incelenmesi ve SLD'nin çizilmesidir. SLD'lerin çizilmesinde iki tırlama analiz tekniği kullanılabilir. Bunlardan ilki, şimdiye kadar bir çok araştırmacının kullanmış olduğu Nyquist tekniğidir. Bu tekniğe göre, sistemin karakteristik denklemini oluşturularak baz alınan kesme şartlarına göre (örneğin, kesme derinliği ve mil hızı) sistemin kararlılığı araştırılır ve kararlılığı sağlayan kritik değer belirlenene kadar işlemler tekrar edilir. İkinci teknik ise, kesme operasyonunun kapalı çevrim dinamik modelinin kesme şartlarının seçilen bir grubu için simüle edildiği TDS tekniğidir. Bu teknikte, düzenli olarak değişen takım/iş parçası yer değişimi ve işleme kuvveti sinyalleri seçilen bir kritik parametreye (örneğin, kesme derinliği) göre marjinal kararlılık sağlanana kadar incelenir. Bu analiz tekniği, kesme operasyonunun nonlineer karakteristikleri gibi en üstün yönleri içine aldığından daha etkindir. Fakat daha önce de bahsedilen dezavantajlara sahiptir. Bunun yanında, SLD çizimlerinde şimdiye



kadar yapılan çalışmalarda analitik tahmin ve TDS teknikleri arasında çok az bir farklılık görülmektedir[1,12]. Analitik tahmin zaman değişimli kuvvet katsayılarının Fourier serisi açılımına uygulanması şeklinde kurulan matematiksel modelin iteratif analitik çözümüyle yapılır. Bu analizde kuvvet prosesinin ilerleme ve derinliğe göre lineer olduğu ve kesme hızına belirgin olarak bağlı olmadığı kabulü yapılabilmektedir. Son zamanlarda bunlara ilaveten tırlama titreşimi bastırımı için takım tezgahının takım/takım tutucu sistemine göre tasarlanmış sensör/aktuatör' ün kullanımıyla tırlamanın adaptive olarak kontrol edilmesi çalışmaları yapılmaktadır[13, 18, 19]. Bu bölümde, çalışmada ele alınan kesme prosesinde tırlamasız kesme için kararlı ve kararsız kesme bölgelerini veren SLD' ları, kesme derinliği ve mil hızına bağlı olarak bir önceki bölümde açıklanan iki farklı forma göre çizilecektir.

### **III.1. Yönlendirilmiş Transfer Fonksiyonuna Göre SLD Çizimi**

Burada sistemin karakteristik denklemi olarak denklem (7)' deki transfer fonksiyonunun paydası alınıp sifıra eşitlenirse,

$$1 + C w_{lim} G(s)(1 - e^{-s\tau}) = 0 \quad (18)$$

bulunur. Burada  $w_{lim}$ , işleme sırasında tırlama titreşimsiz maksimum kesme derinliğini ifade eder. Bu karakteristik denklemin kökleri  $s = \sigma + j\omega$  biçiminde sistemin tırlama frekansını verecektir. Köklerin reel kısmı sıfır olduğunda ( $s = j\omega$ ), sistem kritik olarak kararlı olacaktır. Bu durumda iş parçası ( $\omega$ ) gibi bir tırlama frekansında sabit bir titreşim genliği ile salınacağından, kritik kararlılık analizi için karakteristik denklemde  $s = j\omega$  yerine koyulursa (18) denklemi,

$$1 + C w_{lim} G(j\omega)(1 - e^{-j\omega\tau}) = 0 \quad (19)$$

şeklinde yazılabilir.  $G(j\omega) = \text{Re} + j \text{Im}$  şeklinde reel ve imajiner kısımlara ayrılıp (19) denkleminde yerine koyulduğunda, karakteristik denklem

$\{1 + C w_{lim} [\text{Re}(1 - \cos \omega\tau) - \text{Im} \sin \omega\tau]\} + j\{C w_{lim} [\text{Re} \sin \omega\tau + \text{Im}(1 - \cos \omega\tau)]\} = 0$  biçiminde reel ve imajiner kısımlar halinde yazılır. Kararlılık durumu için denklemin reel ve imajiner kısımlarının her ikisi de sıfır olmalıdır. İmajiner

kısım sıfıra eşitlenirse,  $\text{Re} \sin \omega\tau + \text{Im} (1 - \cos \omega\tau) = 0$  olur. Buradan imajiner ve reel kısımların oranı kökün Nyquist diyagramı üzerindeki faz açısını ( $\psi$ ) verir:

$$\tan \psi = \frac{\text{Im}(\omega)}{\text{Re}(\omega)} = \frac{\sin \omega\tau}{\cos \omega\tau - 1} \quad (20)$$

Bu değer aynı zamanda sistemin transfer fonksiyonunun faz gecikmesidir. Denklemi trigonometriadaki yarım açı formülleri uygulanırsa[1],

$$\omega\tau = 3\pi + 2\psi \quad (21)$$

elde edilir. Buradan hareketle, tekrarlı üretimli tırlama titreşimindeki faz etkisi şu şekilde yazılabilir:

$$n + \frac{\varepsilon}{2\pi} = \frac{f}{\Omega} = f\tau \quad (22)$$

Burada  $f$ , kesici takımın frekansı (Hz);  $\Omega$ , milin hızı (1/s);  $\varepsilon/2\pi$  ise yüzeyde oluşan dalga sayısıdır. Buradan iç ve dış dalgalar arasındaki faz gecikmesinin  $\varepsilon = 3\pi + 2\psi$  olduğu görülebilir. Mil periyoduna (zaman gecikmesine) bağlı olarak da kararlı kesmenin oluşacağı maksimum mil hızı bulunabilir,

$$\tau = \frac{2n\pi + \varepsilon}{2\pi f} \rightarrow N = \frac{60}{\tau} \quad n=0,1,2,3,\dots \quad (23)$$

Kararlı kesmenin olacağı aksenal kesme derinliği de karakteristik denklemin reel kısmının sıfıra eşitlenmesiyle  $1 + C w_{lim} [\text{Re}(1 - \cos \omega\tau) - \text{Im} \sin \omega\tau] = 0$  bulunabilir. Buradan,

$$w_{lim} = \frac{-1}{C \text{Re}[(1 - \cos \omega\tau) - (\text{Im}/\text{Re})\sin \omega\tau]} \rightarrow \frac{\text{Im}(\omega)}{\text{Re}(\omega)} = \frac{\sin \omega\tau}{\cos \omega\tau - 1} \text{ ise,}$$

$$w_{lim} = \frac{-1}{2C \text{Re}(\omega)} \quad (24)$$

şeklinde hesaplanabilir.

### III.2. $\tau$ -Dekompozisyon Formuna Göre SLD Çizimi

$\tau$ - dekompozisyon formuna göre sistemin karakteristik denklemi (15) denklemiyle elde edilmiş idi. Bu denklemin kökleri (17) denkleminin çözümüyle elde edilebilir. Elde edilen köklerin pozitif reel olanları ( $\omega_i(j\omega)$ ) şeklinde (16) denkleminin sağ kısmında yerine koyularak faz açısı,

$$\psi_i = \tan^{-1} \frac{\text{Im}(U_2(j\omega_i))}{\text{Re}(U_2(j\omega_i))} \quad (25)$$

şeklinde bulunabilir. Zaman gecikme değerleri ise, (22) denklemine göre,

$$\tau_i = \frac{\psi_i + 2\pi n}{\omega_i} \quad n=0,1,2,3,\dots \quad (26)$$

olarak bulunur. Buna bağlı olarak da kararlı kesmenin olacağı maksimum mil hızı (23) denklemindeki gibi bulunur. Kararlı kesme sınırları için gerekli olan aksenal kesme derinliğinin bulunması (11) denkleminin Şekil 3' de görüldüğü biçimde ele alınmasıyla ve Nyquist kriterine göre,

$$wCG(s)(1 - e^{-s\tau}) = (-1,0j) \quad (27)$$

şeklinde birim çemberin (-1,0j) noktasına göre durumu incelenerek bulunabilir.

Denklem  $s=j\omega$  olacak şekilde düzenlenirse,

$$wCG(\omega)(1 - e^{-j\omega\tau}) = -1 \quad (28)$$

olur. Böylece de, (28) denkleminde verilen mil hızlarına karşılık gelen kararlı aksenal kesme sınırları;

$$w_{lim} = \frac{1}{CG(1 - e^{-j\epsilon})} \quad (29)$$

ifadesiyle hesaplanabilir. Burada C, reel bir değer olduğundan  $G(1 - e^{-j\epsilon})$ 'nin reel değerleri işleme katılır ve denklem,

$$w_{lim} = \frac{1}{2C \text{Re}(G(j\omega))} \quad (30)$$

haline gelir.

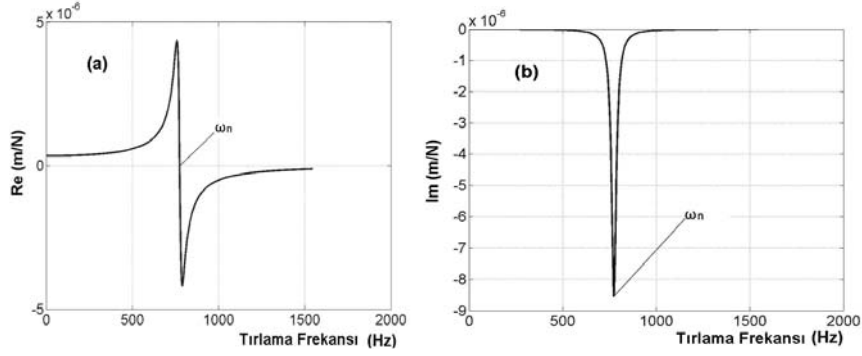
#### **IV. NÜMERİK HESAPLARIN VE DENEY SONUÇLARININ KARŞILAŞTIRILMASI**

Çalışmada tornalama ile AISI-1040 malzemesine sahip  $d=64,9$  mm iş parçası TOS SN50C tipli üniversal torna tezgahına bağlanmış  $(b \times h \times l) = (25 \times 25 \times 110)$  mm ebatlarına sahip Kennametal (SDJR-2525M11 NA3) tipi takım tutucu ile işlenmek istenmektedir. Hesaplama için gerekli veriler, kesme parametreleri ve bir darbe testi ile yapılan modal analiz sonucunda belirlenen dinamik parametreler Tablo1' de verilmiştir. Dinamik parametreleri belirlemek için modal test, CutPro® MalTF software ve CutPro® Modal software ile yapılmıştır.

**Tablo 1.** Kesme ve Modal analiz parametreleri datası.

Kesme Datası		Modal Analiz Datası	
N (dev/dak)	1000	C (N/m <sup>2</sup> )	1,67×10 <sup>9</sup>
s (mm/rev)	0,12	k (N/m)	1×10 <sup>6</sup>
w (mm)	1,2	$\omega_n$ (Hz)	773
$\alpha$ (°)	+6	$\xi$ (%)	2
$\beta$ (°)	70	c (kg/s)	51,746

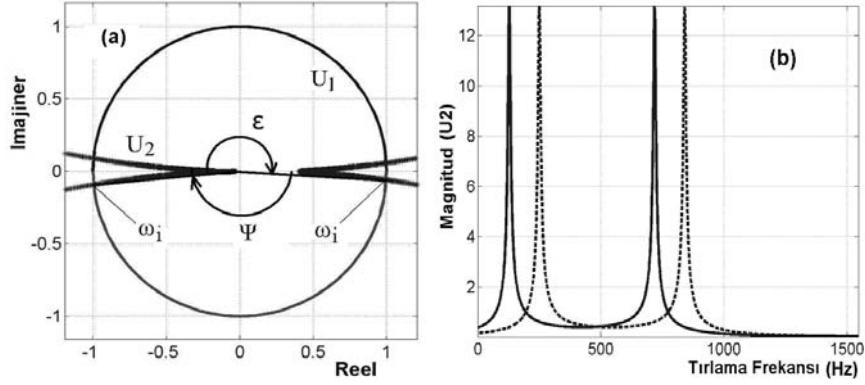
Kullanışlı bir sistem modeli elde etmek için yukarıdaki II.2 bölümünde yapılan bazı basitleştirmelerin sonuçlar üzerinde etkili olduğu görülmüştür. Bir serbestlik dereceli sistemin transfer fonksiyonunun reel ve imajiner kısımlarının eğrileri Şekil 4’ de verilmiştir. Simülasyonda tırlama frekansı, doğal frekansa yakın seçilen bir frekans aralığında artırılmıştır. Böylece, transfer fonksiyonunun minimum negatif reel kısmının karşılık geldiği frekans, tırlama frekansı olarak tahmin edilebilir[2]. Buradaki hesaplama formuna göre bu değer 789 Hz olarak tahmin edilmiştir.

**Şekil 4.** SDOF sistemin Transfer fonksiyonunun (a) reel and (b) imajiner kısımları.

Daha sonra sistemin hareket denklemleri  $\tau$ - dekompozisyonu formunda düzenlenmiştir. Bunun için denklemler zaman yerine takımın iş parçası üzerindeki relatif yer değişimi ( $l$ ) türünden ifade edilmişlerdir. Sistemin kararlılığı, Nyquist kriterine göre ele alınmıştır. (16) denklemi yardımıyla kritik yörünge eğrisi (birim çember)  $s=j\omega_i$  olacak biçimde,  $U_1(s) = e^{sd\pi}$  ve

Nyquist yer eğrisi  $U_2(s) = \frac{-1}{a_2 s^2 + a_1 s + a_0}$  Şekil 5 (a)' da görüldüğü gibi

çizilmiştir. Burada alt indis (i), sistemin karakteristik denkleminin (Denklemin (17)) pozitif reel köklerinin sayısıdır ( $i=1, 2$ ).

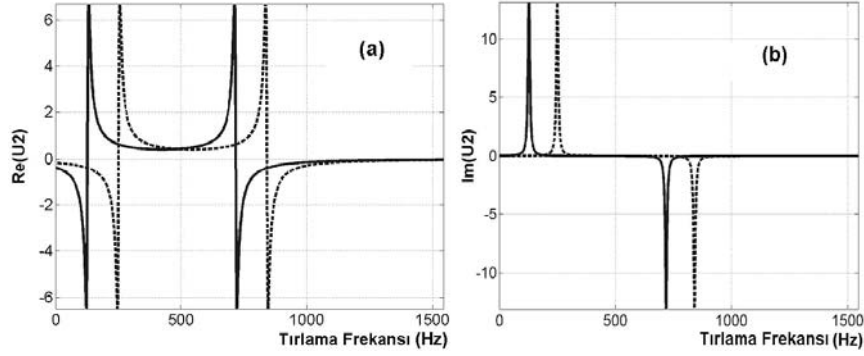


Şekil 5. (a)  $U_1$ , birim çemberi ve kompleks düzlemdeki kökler (b)  $(U_2)$  büyüklüğünün çizilmesi.

Bu eğri, sistemin karakteristik denkleminin (17)' nin pozitif reel köklerinin birim çembere girecek ve çıkacak biçimde artırılıp azaltılmasıyla çizdirilmiştir. Sistem sadece bu kök değerlerinin sıfır olduğu aralıklarda kararlıdır. Simülasyonda yine tüm frekans aralıklarını taramak için köklerin artırımı doğal frekans civarında olacak şekilde yapılmıştır. Böylece  $U_2(j\omega_i)$  eğrisi bir kök değeri artırımı için  $U_1(j\omega)$  birim çemberine girerken diğer kök değerinin artırılması birim çemberden çıkacaktır.  $U_2(j\omega_i)$  eğrisinin  $U_1(j\omega)$  birim çemberini kestiği noktadaki frekans değeri, doğal frekans ( $\omega_n$ ) değeridir. Bu noktalar birim çemberin sırasıyla, 3. ve 4. bölgelerindedir. Bu durum, Şekil 5(b)' de görülen her iki kök değeri artırımı için çizilmiş olan  $|U_2(j\omega_i)|$  büyüklük grafiklerinden de görülebilir. Burada her iki grafiğin çakışma noktasındaki frekans değeri yine, sistemin doğal frekansına karşılık gelir. Bu durum doğaldır; çünkü bu çakışma noktasında, (16) denkleminde ve şekilden de görüleceği gibi,  $|U_1(j\omega)| = |U_2(j\omega_i)| = 1$  dir. Şekil 5(b)' deki ve bu metotla çizdirilmiş olan tüm grafiklerdeki sürekli ve kesikli çizgiler sırasıyla, kompleks düzlemin 3. ve 4.

bölgerinde  $U_1$  birim çemberiyle çakışan her bir kök değeri için  $U_2$  eğrisinin ilgili artırımlarını temsil eder. Şekil 6' da  $U_2(j\omega)$  ifadesinin reel ve imajiner grafikleri verilmiştir. Bu metotta tırlama frekansının tahmini Nyquist kriterine göre yapılmıştır[2]. Buna göre (29) denklemindeki C teriminin reel seçilmesinden ve  $w_{im}$ ' in reel bulunmasından dolayı,  $G(1 - e^{-j\varepsilon})$  teriminin de reel değeri sağlanması gerekir. Buradan, Şekil 5(a)' daki  $|U_2(j\omega_i)| = |U_2(j\omega_i)e^{-j\varepsilon}|$  olmalıdır.

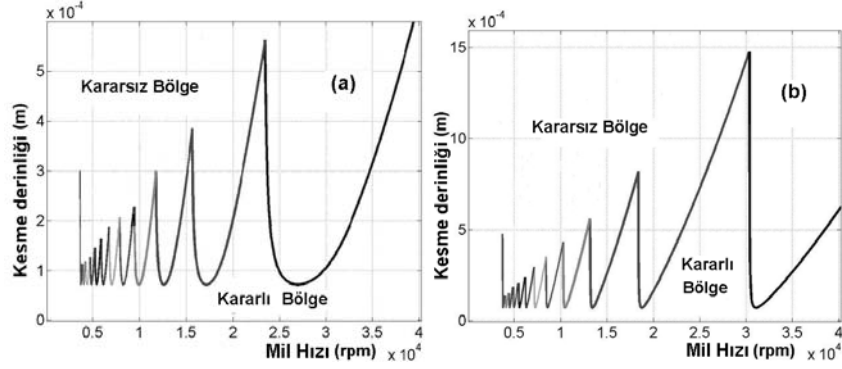
Böylece,  $(U_2(j\omega_i) - U_2(j\omega_i)e^{-j\varepsilon})$  diyagramda reel eksene paralel olur ve  $U_2(j\omega_i) - U_2(j\omega_i)e^{-j\varepsilon} = 2Re(U_2(j\omega_i))$  ifadesi elde edilebilir. Tüm bu anlatılanlara göre, Nyquist diyagramı üzerindeki artırılan her kök değeri için  $U_2(j\omega_i)$  eğrisinin imajiner değerlerinin eşit olduğu noktaya karşılık gelen frekans değeri, Şekil 6(b)' den de görüleceği gibi tahmini tırlama frekans değeri olarak alınabilir. Buradaki hesaplama formuna göre bu değer 779,5 Hz olarak tahmin edilmiştir.



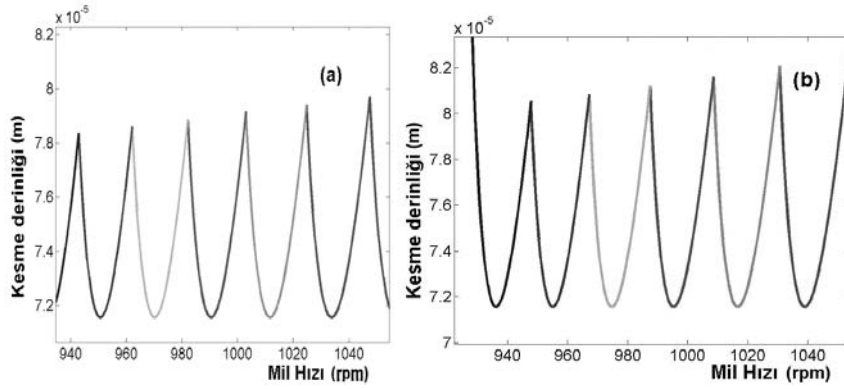
Şekil 6.  $U_2$ ' nin , (a) reel ve (b) imajiner kısımlarının çizimi.

Bu çalışmada ele alınan her iki forma göre kesme derinliği ve mil hızına bağlı olarak çizdirilmiş SLD ler Şekil 7' de verilmiştir. OTF ve  $\tau$ -dekompozisyonuna göre SLD çizimleri bu çalışmanın 3. bölümünde anlatıldığı şekilde yapılmıştır. Şekilden de görüleceği gibi, her iki form arasındaki bazı hesapsal farklılıklardan dolayı yüksek kesme hızlarında stabil kesme derinliği sınırları farklılık göstermektedir. Stabil kesme derinliği sınırları arasındaki bu fark genelde çalışmaya elverişli olan kesme hızlarında gittikçe kapanmaktadır. Bu durum

Şekil 8' de gösterilmiştir. Hatta çalışılmakta olan  $N=1000$  dev/dak'lık mil hızı için OTF ve  $\tau$ -dekompozisyon formlarına göre stabil kesme derinlikleri sırasıyla,  $7,6 \times 10^{-5}$  m ve  $7,3 \times 10^{-5}$  m olarak saptanmıştır.



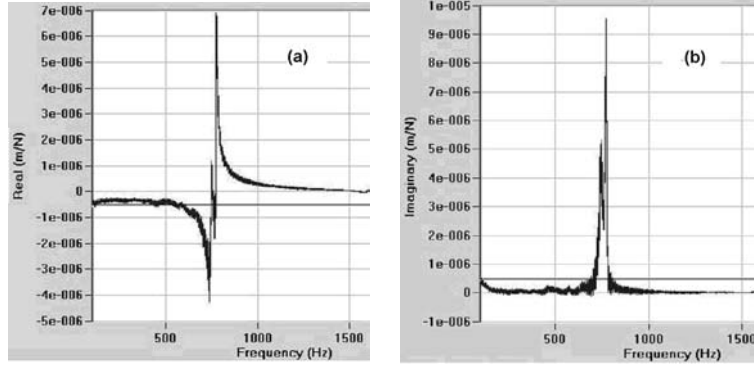
Şekil 7. (a) OTF ve (b)  $\tau$  - Dekompozisyon Form'unda SLD'lerin çizimi.



Şekil 8. 1000 dev/dak civarındaki (a) OTF ve (b)  $\tau$  - Dekompozisyon Form'unda SLD'lerin çizimi.

Bir serbestlik dereceli sistemin modal analiz testi, takım tutucunun ilerme yönündeki yüzeyine  $10,43$  mV/g'lık hassasiyete sahip bir ivme ölçer yerleştirilip yine aynı yöndeki uygun bir noktadan bir darbe çekici ile küçük darbelerin uygulanmasıyla yapılmıştır. İvme ölçerin zaman cevabı ölçülüp, elde edilen veriler frekans domenine dönüştürülmüştür. Zaman verilerinin bu dönüşümü için Fast Fourier Transformu (FFT) kullanılmıştır. Modal analizin tüm adımlarında verilerin toplanması, modal parametrelerin hesaplanması ve sonuçların gösterilmesi için bir notebook bilgisayar kullanılmıştır. Burada tüm data CutPro®MaTF yazılımı tarafından toplanıp ve modal analiz CutPro®Modal

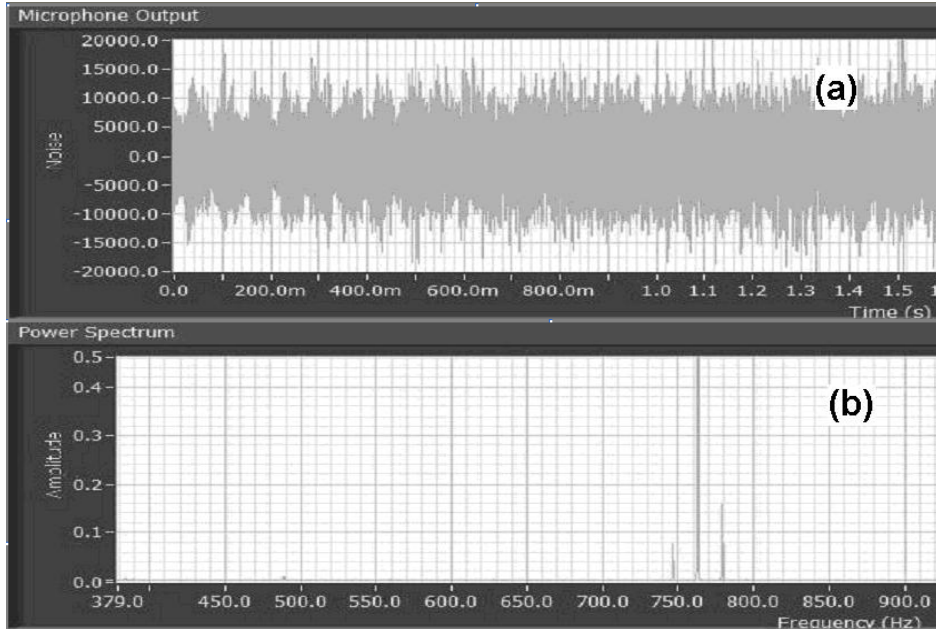
yazılımı ile yapılmıştır[1]. Sistemin modal analiz testi sonucunda elde edilen transfer fonksiyonunun reel ve imajiner grafikleri Şekil 8’ de, modal parametre değerleri de çalışmanın bu bölümündeki Tablo 1’ de verilmiştir.



Şekil 9. SDOF sistemin modal analizi ile elde edilen (a) Reel ve (b) İmajiner grafikleri.

Buradaki bir serbestlik dereceli sistem için kesme testi, yukarıdaki Tablo 1’ de verilen kesme şartları altında ve soğutma sıvısı kullanılmadan yapılmıştır. Kesme testi datası, aynı notebook bilgisayara yüklenmiş LabVIEW 7 yazılımı tarafından işlenmiştir. Bu işlem, kesme sırasında oluşan takım titreşiminin çıkarmış olduğu sesin bir güç kaynağına bağlı bir mikrofon tarafından alınmasıyla yapılmıştır. Alınan ses verileri, LabVIEW 7 yazılımı tarafından Şekil 9’ da görüldüğü gibi zaman domeninde kaydedilmiştir. Daha sonra bu ses yazılım tarafından frekans domenine dönüştürülerek güç spektrumu grafiği oluşturulmuştur. Güç spektrumu grafiğindeki en büyük genliğe karşılık gelen frekans, bu şartlar altında kesme yapan takımın gerçek tırlama frekansı olarak belirlenir. Buradan saptanan tırlama frekansı ise 763 Hz değerindedir.





**Şekil 10.** Bir serbestlik dereceli sistemin (a) mikrofon çıktısı ve (b) Güç spektrumu grafikleri.

## V. SONUÇLAR

Bu çalışmada ortogonal kesme prosesinde bir serbestlik dereceli bir tornalama sistemi ele alınmıştır. Sistemin tırlama frekansının tahmini ve kararlılığının araştırılması yönlendirilmiş transfer fonksiyonu (OTF) ve geliştirilen  $\tau$  dekompozisyon formunun Nyquist kriterine uygulanması şeklinde iki ayrı formda yapılmıştır. Her iki formdan elde edilen sonuçlar yapılan modal analiz ve kesme testi sonuçlarıyla karşılaştırılmıştır. Bu çalışmada açıklanan her iki hesaplama formunda tahmini tırlama frekansı beklendiği gibi [1,2] sistemin modal analizi sonucunda bulunan doğal frekanstan büyük çıkmıştır. Ancak kesme testi sonucuna göre gerçekte bu frekans değerinin sistemin doğal frekansının altında olduğu saptanmıştır. Hesaplama formlarının her ikisinin de lineer bir yapıya sahip olması, bu sonuçları etkileyen bir faktör olarak gösterilebilir. Hatta ilave olarak tırlama frekansının tahmininde, sistemde takım tutucunun bağlanma durumu oldukça önemlidir. Yapılan çeşitli modal analizler sırasında takım tutucu bağlanmasının tam rijit olmadığı durumlarda reel ve imajiner grafiklerde ikinci bir modun ortaya çıktığı da görülmüştür. Bu sonuçları

etkileyen bir başka faktör ise proses sönümlenmesi ve kesme prosesi sönümlenmesinin hesaba katılmamasıdır. Sistemin kararlılığı, takım ucunun burun yarı çapı, takım ucunun keskinliği veya körleşmesi, işlenen parçanın ısınmasından dolayı takım ucuna çapak yapışması gibi dinamik faktörler tarafından etkilenmektedir. Literatürde, bu faktörlerin sistemin kararlılığı üzerine nasıl bir etki yaptıkları mevcut ise de, tüm bu faktörleri göz önüne alan tam bir model hala mevcut değildir. Tüm bu etkilerin burada hesaba alınmamasına rağmen tırlama frekansı tahmininde gerçek tırlama frekansına göre, OTF formunda %3,3 ve  $\tau$ -dekompozisyon formunda ise %2,12 'lik bir hesap hatası görülmüştür. Geçerli çalışma şartları altında her iki hesaplama formuna göre sistemin kararlı kesme sınırının tahmininde ise yine sonuçlar birbirine oldukça yakın çıkmıştır. Yüksek kesme hızlarında ise aradaki bu farkın arttığı görülmüştür.

### **KAYNAKLAR**

- [1] Altıntaş, Y., *Manufacturing Automation; Metal Cutting Mechanics, Machine Tool Vibrations and CNC Design*, Cambridge University Press, 2000.
- [2] Tlustý, G., *“Manufacturing Processes and Equipment”*, Prentice Hall, New Jersey, 2000.
- [3] Leigh, E., Tlustý, J., Schueller, J., “Applying High-Speed Machining Techniques on Rotor Grip Configurations, American Helicopter Society 55th Annual Forum”, 25-27 May 1999, Canada.
- [4] Badrawy, S., “Cutting Dynamics of High Speed Machining”, *Wolf Tracks*, Vol. 8, Issue 1, 2001.
- [5] Davies, M.A., Burns, T.J., Schmitz, T.L., “High-Speed Machining Processes: Dynamics on Multiple Scales”. Dynamics and Control of Mechanical Processing Proceedings of the Workshop Organized by Working Group 2 "Nonlinear Dynamics and Control" in COST Action P4, Budapest, 1999, Technical University of Budapest, pp. 7-19.
- [6] Koelsch, J.,R., “High-Speed Machining: A Strategic Weapon”, *Machine Shop Guide Web Archive*, November 2001.

- [7] Taşkesen, A., Ercan, Y., “Dik Kesme İşlemi sırasında Takım Tezgahtı Titreşimlerinin ve Kararlılığının Bir Serbestlik Dereceli Kesme Modeli ile Nonlinear Analizi ve Tırlamanın Tahmini”, 11. Ulusal Makina Teorisi Sempozyumu, 4-6 Eylül 2003.
- [8] Landers, R.G., Ulsoy, A.G., “Chatter Analysis of Machining Systems with Nonlinear Force Processes”, ASME International Mechanical Engineering Congress and Exposition, 17-22 November 1996, Atlanta, Georgia, DSC Vol. 58, pp.183-190.
- [9] Nosyreva, E.P., Molinari, A., “Nonlinear Analysis of Chatter in Orthogonal Cutting”, *Dynamics of rigid or flexible systems*, C.R. Acad. Sci.t. 325, Serie II b, pp. 435-442, Paris, 1997.
- [10] Landers, R.G., Lu, Y–W., “Stability Analysis of Nonlinear Machining Force Controllers”, American Control Conference, 2-4 June 1999, San Diego, California, pp.678–683.
- [11] Xiao, M., Karube, S., at all, “Analysis of Chatter Suppression in Vibration Cutting”, *International Journal of Machine Tools & Manufacture*, Vol. 42, pp.1677–1685, 2002.
- [12] O’Reilly, T., “The Effect of Variable Delay Length on Stability in Ortogonal Cutting”, Machine Dynamics Research Lab., Master of Science, The Pennsylvania State University, Mechanical Engineering, May 1998.
- [13] Lagö, T.L., Sven Olsson, S., at all., “Performance of A Chatter Control System for Turning and Boring Applications”, 4 th GRACM Congress on Computational Mechanics, 27-29 June 2002, Patras.
- [14] Altintas, Y. and Budak, E., “Analytical Prediction of Stability Lobes in Milling”, *Annals of the CIRP*, Vol. 44/1, pp.357- 362, 1995.
- [15] Olgac, N., Hosek, M., “A New Perspective and Analysis for Regenerative Machine Tool Chatter”, *International Journal of Machine Tools & Manufacture*, Vol. 38, pp.783–798, 1998.
- [16] Budak, E., “An Analytical Design Method for Milling Cutters with Nonconstant Pitch to Increase Stability, Part I: Theory”, *Journal of Manufacturing Science and Engineering, Transactions of the ASME*, Vol. 125, pp.29-34, 2003.
- [17] Budak, E., “An Analytical Design Method for Milling Cutters with

Nonconstant Pitch to Increase Stability, Part II: Application”, *Journal of Manufacturing Science and Engineering, Transactions of the ASME*, Vol. 125, pp.35-38, 2003.

- [18] Pan, J., Su, C-Y., “Chatter Suppression with Adaptive Control in Turning Metal Via Application of Piezoactuator”, Proceedings of The 40th IEEE Conference on Decision and Control, December 2001, Orlando, Florida USA.
- [19] Dohner, J.L., Lauffer, J.P., at all., “Mitigation of Chatter Instabilities in Milling by Active Structural Control”, *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 269, pp.197-211, 2003.

### **SEMBOLLER**

C: Kesme sabiti ( $N/m^2$ )	s: İlerleme oranı (m/dev)
c: Eşdeğer sönümlenme (kg/s)	V: Lineer kesme hızı (m/dak).
d: İş parçası çapı (m);	w: kesme derinliği (m)
F: Bileşke kesme kuvveti (N)	y(t): İşlenen yüzeyin iç modülasyonu (m)
h(t): Dinamik talaş kalınlığı (m)	y(t- $\tau$ ): İşlenen yüzeyin dış modülasyonu (m)
h <sub>0</sub> : Başlangıçtaki talaş kalınlığı (m)	$\alpha$ : Takım talaş açısı ( $^{\circ}$ )
k: Eşdeğer rijitlik (N/m)	$\beta$ : Kesme kuvveti açısı ( $^{\circ}$ )
m: Eşdeğer kütle (kg).	$\varepsilon$ : Faz farkı.
N: Mil hızı (rpm)	$\zeta$ : Sönümlenme oranı (%)
n: Yüzeyde oluşan tam dalga sayısı.	$\tau$ : İki kesme arasındaki periyot (s)