



# Euler Lagrange sistemlerinin uyarlamalı sinir ağları tabanlı çıkış geri beslemeli denetiminde konum sinyalinin sınırlandırılması

## Limitation of position signal in output feedback control based on adaptive neural networks of Euler Lagrange systems

Bayram Melih Yılmaz<sup>1,\*</sup> 

<sup>1</sup>Sivas Bilim ve Teknoloji Üniversitesi, Bilgisayar Mühendisliği Bölümü, 58010, Sivas, Türkiye

### Öz

Bu çalışmada, dinamik belirsizliklere sahip Euler Lagrange (EL) sistemlerinin konum takip problemine odaklanılmıştır. Özellikle, konum bilgisi elde edilirken hız bilgisinin kullanılmadığı ya da kullanılmadığı durum incelenmiştir. İkincil bir amaç olarak, her girişin takip hatasının önceden sınırlandırılması hedeflenmiştir. Konum takip hatasının önceden belirlenen bir bölgede olacak şekilde başlatılıp bu bölgede kalacağı kısıtları altında hedeflenen konumun takip edilmesi motivasyonu ile bir denetleyici tasarlanmıştır. EL sistemlerinin modelindeki belirsizliklerin bir kısmı gürbüz bileşenlerle bastırılarak telafi edilmiş, bir kısmı ise yenilikçi güncelleme kuralları kullanılarak yapay sinir ağları yaklaşımıyla kestirilip denetim yapısında kullanılmıştır. Hız ölçümlerinin mevcut olmaması durumunu telafi etmek için filtre temelli yöntemler kullanılmıştır. Konum sinyalinin sınırlı olması koşulu altında uyarlamalı sinir ağları tabanlı çıkış geri beslemeli yenilikçi bir denetleyici tasarlanmış, kapalı çevrim denetim sisteminin kararlılığı Lyapunov tabanlı metotlarla analiz edilmiştir. Tasarlanan denetleyicinin performansının değerlendirilmesi için iki serbestlik derecesine sahip düzlemsel robot modeli kullanılarak karşılaştırmalı benzetim çalışmaları gerçekleştirilmiştir.

**Anahtar kelimeler:** Çıkış geri beslemeli kontrol, Yapay sinir ağları, Lyapunov yöntemleri

### 1 Giriş

Endüstride mekatronik sistemlere olan gereksinimin artması bilimsel yazında da bu tarz sistemlerin denetlenmesi odaklı çalışmalara olan ilgiyi arttırmıştır [1, 2]. EL sistemlerinin denetiminde önemli durumlardan biri konum seviyesindeki ölçümler yapılırken hız seviyesindeki ölçümlerin maliyetin azaltılması, sistemin karmaşıklığının azaltılması ya da sensörün konumlandırılacağı yerin uygun olmaması gibi durumlardan kaynaklı yapılmaması ya da yapılamamasıdır. Sistemin denetlenebilmesi için gereken hız bilgisinin mevcut olmadığı durumlarda hız bilgisi gözlemleyiciler tarafından konum bilgisi kullanılarak çeşitli hesaplama yöntemleri yardımıyla elde edilip, denetleyici tasarımında kullanılmaktadır. Gözlemleyicilerin bir kısmı hız bilgisinin kestirilebilmesi için model bilgisine ihtiyaç duyar. Model belirsizlikleri içeren sistemlerde bu tarz

### Abstract

In this study, the position tracking problem of Euler-Lagrange (EL) systems with dynamic uncertainties is addressed. Specifically, the case where velocity information is not utilized while obtaining position information is investigated. As a secondary objective, the aim is to pre-bound the tracking error of each input. A controller has been designed with the motivation of tracking the desired position within a predetermined region, initiated with the position tracking error being confined to this region. In the model of EL systems, some of the uncertainties have been suppressed and compensated using robust components, while the remaining uncertainties have been estimated using an artificial neural network approach with innovative update rules and incorporated into the control structure. An innovative controller with output feedback based on adaptive neural networks was designed under the condition of limited position signal, and the stability of the closed-loop control system was analyzed by Lyapunov-based methods. Comparative simulation studies have been conducted to evaluate the performance of the designed controller using a two-degree-of-freedom planar robot model.

**Keywords:** Output feedback control, Artificial neural network, Lyapunov methods

yöntemlerin kullanılması mümkün olmayabilmektedir. Bilimsel yazında var olan bu kapsamdaki çalışmalardan bazıları [3-5]'te sunulmuştur. Gözlemleyicilerin diğer kısmı ise modelin tamamına ihtiyaç duymamalarının yanında model ile ilgili bazı üst sınırlara ihtiyaç duyarlar. Bu tarz gözlemleyicilere [6, 7]'deki çalışmalar örnek olarak verilebilir. Model bilgisi gerektiren gözlemleyiciler kabaca iki grupta incelenebilir. İlk grup işaret fonksiyonu ya da işaret fonksiyonu yerine kullanılabilen fonksiyonlardan oluşan gözlemleyicilerdir. Bu gözlemleyicilere örnek olarak [8, 9]'daki çalışmalar verilebilir. Diğer grup ise kazançları yüksek olarak seçilerek tasarlanan gözlemleyicilerdir (örneğin yüksek kazançlı gözlemleyiciler). Bu tarz yöntemler için bilimsel yazında var olan çalışmalardan bazıları [10, 11]'de verilmiştir. Hız ölçümlerinin olmaması durumunda denetleyici tasarlanırken kullanılan diğer bir

\* Sorumlu yazar / Corresponding author, e-posta / e-mail: melih@sivas.edu.tr (B.M. Yılmaz)

Geliş / Received: 12.07.2023 Kabul / Accepted: 01.11.2023 Yayınlanma / Published: 15.01.2024

doi: 10.28948/ngumuh.1326508

yöntem ise filtreleme tabanlı yöntemlerdir. Bu tarz yöntemlerde sistemin denetlenebilmesi için hız bilgisinin ölçülmesine ya da kestirilmesine gerek duyulmamaktadır. Bunun yerine hız bilgisinin eksikliği filtre tabanlı yöntemlerle telafi edilmektedir. Filtreleme yöntemiyle tasarlanan denetleyici için yapılan araştırmalardan bazıları [12, 13]'deki çalışmalarda verilmiştir. Sistemlerdeki model belirsizliklerinin bir kısmının kestirilerek, modeli tam ve eksiksiz olarak bilinen bir sisteme yaklaştırılması için kullanılan yöntemlerden biri uyarlamalı sinir ağları yöntemidir. Bu yöntemin avantajı her döngüde kapalı çevrim sistemin hata yapısı yardımıyla güncellenen kuralların kullanılmasıdır. Kararlılık analizine dahil edilen bu yapı sinir ağlarının mekanik sistemlerde kullanılmasına olanak sağlamaktadır. Bu durumun bir sonucu olarak tasarlanan güncelleme kuralları hem kapalı çevrim sistemin kararlı olması açısından hem de başarımın artırılması yönüyle önem taşımaktadır. Bu yöneme [14, 15]'te sunulan çalışmalar örnek olarak verilebilir. Yukarıda verilen çalışmalarda kararlılık Lyapunov tabanlı yöntemlerle sağlanmıştır. Lyapunov tabanlı yöntemlerin bir eksiği sistemin aşma sınırının olmamasıdır. Pozisyon işaretinin sınırlı kalması gereken sistemler düşünüldüğünde aşımın en aza indirilmesi önem taşımaktadır. Sistemin aşımı için teorik bir yöntem olmaması durumunda deneme yanılma yoluyla sistemin aşımının en aza indirildiği kazançları ayarlanarak sağlanmaktadır. Bu probleme çözüm olarak sunulan yöntemlerden biri Lyapunov bariyer fonksiyonu tabanlı denetleyicilerdir [16, 17]. Bu yöntemle her bir sistem durumu önsel olarak sınırlandırılabilir. Lyapunov bariyer fonksiyonu kullanılarak denetlenen sistemler için yapılmış çalışmaların bazıları [18, 19]'da verilmiştir. Çıkış geri beslemeli, Lyapunov bariyer fonksiyonu tabanlı olarak yapılmış olan az sayıdaki çalışmadan bir tanesi [20]'de verilen uyarlamalı denetim tabanlı çalışmadır. Uyarlamalı denetim regresör matrisine duyulan ihtiyaçtan dolayı modeli farklı sistemler için yeniden oluşturulmalıdır. Serbestlik derecesi yüksek olan sistemler için uyarlamalı denetimin uygulanması zorlaşmaktadır.

Bu çalışmada model bilgisinde belirsizlikler olan sistemlerin hız ölçümlerinin mevcut olmadığı kısıtları altında takip problemi ele alınmıştır. İkincil görev olarak her giriş için takip hatasının önsel olarak sınırlandırılması amaçlanmıştır. Regresör matrisinin bulunmasının zor olmasından dolayı elde edilmesi zor olan hız ölçümlerinin eksikliğini telafi etmek için filtre tabanlı yöntemlerden yararlanılmaktadır. Model belirsizlikleri için uyarlamalı sinir ağları yapısından yararlanılmıştır. Konum takip hatasını kısıtlamak için denetleyicinin bir parçası olarak takip hatasını çarpan, takip hatasına bağlı bir kazanç matrisinden yararlanılmıştır. En iyi bilimiz dâhilinde EL sistemleri için yapay sinir ağları yardımıyla konum sınırlı, filtre tabanlı-çıkış geri beslemeli olarak tasarlanan ilk çalışmadır.

## 2 Denetleyici tasarımı ve hata sisteminin oluşturulması

Doğrudan tahrikli, n serbestlik dereceli bir Euler Lagrange sistemi matematiksel olarak aşağıdaki şekilde ifade edilebilir [1].

$$M(\theta)\ddot{\theta} + C_m(\theta, \dot{\theta})\dot{\theta} + G(\theta) + F_d\dot{\theta} = \tau \quad (1)$$

$\theta(t), \dot{\theta}(t), \ddot{\theta}(t) \in \mathbb{R}^n$  sırasıyla, konum, hız ve ivme vektörlerini,  $M(q) \in \mathbb{R}^{n \times n}$  pozitif tanımlı, simetrik eylemsizlik matrisini,  $C_m(\theta, \dot{\theta}) \in \mathbb{R}^{n \times n}$  merkezci koryolis matrisini,  $G(\theta) \in \mathbb{R}^n$  yerçekimi vektörünü,  $F_d \in \mathbb{R}^{n \times n}$  sabit, köşegensel ve pozitif tanımlı viskoz sürtünme matrisini ve  $\tau(t) \in \mathbb{R}^n$  tork giriş vektörünü göstermektedir. Çalışmanın devamındaki analizler için Denklem (1)'deki ifadenin sol tarafının birinci dereceden türevlenebilir olduğu varsayılmaktadır.

Tasarlanacak denetim sisteminin temel amacı, Denklem (1)'de dinamik modeli verilen EL sisteminin konum ölçümlerinin olup hız ölçümlerinin olmaması durumunda konum sinyalinin hedeflenen konum sinyalini takip etmesidir. Denetim hedefine ek olarak, konumların hedeflenen konumlara göre önsel olarak tanımlanan  $\Delta_i$  bandında kalması gerekmektedir. Burada  $\Delta_i > 0$   $i \in \{1, \dots, n\}$  konumların içinde kalması gereken ve önsel olarak tanımlanan sınırlardır.

Denetim hedefinin ölçülebilmesi için konum takip hatası  $e(t) \in \mathbb{R}^n$  aşağıdaki şekilde tanımlanmaktadır

$$e \triangleq \theta_d - \theta \quad (2)$$

burada  $\theta_d(t) \in \mathbb{R}^n$  hedeflenen eklem konumlarını ifade etmektedir. Yukarıda tanımlanan hata işaretinden yararlanılarak ikincil denetim hedefi aşağıdaki şekilde verilebilir

$$|e_i(t)| < \Delta_i \quad \forall t > 0, i \in \{1, \dots, n\}. \quad (3)$$

Eklem hızlarının ölçülmemesi durumunu telafi etmek için filtreleme yönteminden yararlanılmaktadır. Hız ölçümleri yerine aşağıdaki şekilde tanımlanan  $\eta_f(t) \in \mathbb{R}^n$  yardımcı işaretinden yararlanılacaktır

$$\eta_f \triangleq L - ke \quad (4)$$

burada  $k \in \mathbb{R}$  sabit, pozitif denetim kazancıdır,  $L(t) \in \mathbb{R}^n$  ifadesi ise yardımcı değişkendir ve zamana göre türevi aşağıdaki şekilde tanımlanmaktadır

$$\dot{L} \triangleq -(k+1)\eta_f - ke + K_e e \quad (5)$$

burada  $L(0) = ke(0)$ ,  $K_e \in \mathbb{R}^{n \times n}$  hata işaretine bağlı kazanç matrisidir ve aşağıdaki şekilde tasarlanır [20, 21]

$$K_e = \text{diag}\left\{\frac{K_i}{\Delta_i^2 - e_i^2}\right\} \quad (6)$$

burada  $K_i$   $i \in \{1, \dots, n\}$  pozitif kazançları ifade etmektedir. Denklem (4)'ün türevi alınıp Denklem (5) yerine yazıldığında aşağıdaki ifadeye ulaşılır

$$\dot{\eta}_f = -\eta_f - kz + K_e e. \quad (7)$$

Diğer bir filtre terimi olan  $z(t) \in \mathbb{R}^n$  aşağıdaki şekilde tanımlanır

$$z \triangleq \dot{e} + e + \eta_f. \quad (8)$$

Denklem (8)'in türevi alınıp sol taraftan eylemsizlik matrisiyle çarpıldıktan sonra Denklem (1)'den yararlanılarak aşağıdaki ifadeye ulaşılır

$$M(\theta)\dot{z} = M(\theta)(\ddot{\theta}_d + \dot{e} + \dot{\eta}_f) + C_m(\theta, \dot{\theta})\dot{\theta} + G(\theta) + F_d\dot{\theta} - \tau. \quad (9)$$

Denklem (9)'daki ifade aşağıdaki şekilde tekrar yazılabilir

$$M(\theta)\dot{z} = N - C_m(\theta, \dot{\theta})z - kM(\theta)z - \tau \quad (10)$$

burada  $N(\theta, \dot{\theta}, \theta_d, \dot{\theta}_d, \ddot{\theta}_d)$  aşağıdaki şekilde tanımlanır

$$N \triangleq M(\theta) \left( \ddot{\theta}_d + z - 2\eta_f + K_e e - e \right) + C_m(\theta, \dot{\theta}) \left( \dot{\theta}_d + \eta_f + e \right) + G(\theta) + F_d\dot{\theta}. \quad (11)$$

$N$  fonksiyonunun hedeflenen formda yazılmış hali olan  $N_d(x_d) \in \mathbb{R}^n$ ,  $\theta \rightarrow \theta_d$ ,  $\dot{\theta} \rightarrow \dot{\theta}_d$  olacak şekilde ayarlanarak aşağıdaki şekilde ifade edilir

$$N_d \triangleq M(\theta_d)(\ddot{\theta}_d) + C_m(\theta_d, \dot{\theta}_d)(\dot{\theta}_d) + G(\theta) + F_d\dot{\theta}_d \quad (12)$$

burada  $x_d(t) \triangleq [\theta_d^T, \dot{\theta}_d^T, \ddot{\theta}_d^T]^T \in \mathbb{R}^{3n}$  olarak tanımlanır.  $N$  ile hedeflenen formda yazılmış hali olan  $N_d$  ifadelerinin farkı aşağıdaki şekilde tanımlanır

$$\tilde{N} \triangleq N - N_d. \quad (13)$$

Özellik 1: Eylemsizlik, merkezci koryolis matrislerinin ve yerçekimi vektörünün normları aşağıdaki gibi üstten sınırlandırılabilir [18]

$$\begin{aligned} \|M(\xi) - M(v)\|_{i\infty} &\leq \mu_{m1} \|\xi - v\| \\ \|M^{-1}(\xi) - M^{-1}(v)\|_{i\infty} &\leq \mu_{m2} \|\xi - v\| \\ \|C_m(\xi, \eta) - C_m(v, \eta)\|_{i\infty} &\leq \mu_{c2} \|\eta\| \|\xi - v\| \\ \|G(\xi) - G(v)\| &\leq \mu_g \|\xi - v\| \forall \xi, v, \eta \in \mathbb{R}^n \end{aligned} \quad (14)$$

burada  $\mu_{m1}$ ,  $\mu_{m2}$ ,  $\mu_{c2}$  ve  $\mu_g \in \mathbb{R}$  bilinen artı sınırlandırıcı sabitleridir.

Özellik 2: Merkezci koryolis ve viskoz sürtünme matrislerinin normları aşağıdaki gibi üstten sınırlandırılabilir [1].

$$\begin{aligned} \|C_m(\theta, \xi)\|_{i\infty} &\leq \mu_{v1} \|\xi\|, \\ \|F_d\|_{i\infty} &\leq \mu_f \forall \xi \in \mathbb{R}^n \end{aligned} \quad (15)$$

burada  $\mu_{v1}$  ve  $\mu_f$  artı sabitlerdir ve  $\|\cdot\|_{i\infty}$  matrisin indirgenmiş sonsuz normunu göstermektedir.

Denklem (13)'te verilen ifade için Özellik 1 ve Özellik 2'den yararlanılarak ortalama değer teoremine göre aşağıdaki ifade yazılabilir [22].

$$\|\tilde{N}\| \leq \rho(\|x\|)\|x\| \quad (16)$$

burada  $x(t) \triangleq [e^T, \eta_f^T, z^T]^T \in \mathbb{R}^{3n}$  şeklinde tanımlanır ve  $\rho(\|x\|) \in \mathbb{R}$  bilinen pozitif tanımlı bir fonksiyonu ifade eder.

Önerme 1: Yapay sinir ağları yönteminin evrensel yaklaşım özelliği kullanılarak Denklem (12)'de verilen hedeflenen yürünge formatındaki ifade aşağıdaki şekilde tanımlanabilir [23].

$$N_d \triangleq w^T \sigma + \varepsilon \quad (17)$$

burada  $w(t) \in \mathbb{R}^{3n \times n}$  ifadesi sabit ağırlık matrisini temsil ederken  $\sigma(x_d) \in \mathbb{R}^{3n}$  ifadesi aktivasyon fonksiyonunu ve  $\varepsilon(x_d) \in \mathbb{R}^n$  fonksiyonel yaklaşım hatasını ifade etmektedir.  $\bar{\varepsilon}$  ise  $\|\varepsilon(x_d)\| < \bar{\varepsilon}$  koşulunu sağlayan pozitif bir sabittir. Denklem (11), (13) ve (17) ifadelerinden yararlanılarak Denklem (10)'daki ifade aşağıdaki şekilde tekrar yazılabilir

$$M\dot{z} = w^T \sigma + \varepsilon + \tilde{N} - \tau - kMz - C_m z. \quad (18)$$

Çalışmanın devamındaki analizlerden yararlanılarak denetim tork girişi aşağıdaki şekilde tasarlanmıştır

$$\tau = \hat{w}^T \sigma + K_e e - k\eta_f \quad (19)$$

burada  $\hat{w}(t) \in \mathbb{R}^{3n \times n}$  ifadesi kestirilen ağırlık matrisini temsil etmekte ve aşağıdaki kurala göre güncellenmektedir

$$\dot{\hat{w}} = \text{Proj}\{\Gamma_{nn} \sigma z^T - k_w \|z\| \Gamma_{nn} \hat{w}\} \quad (20)$$

burada  $\text{Proj}\{\cdot\}$  projeksiyon operatörünü ifade etmektedir ve güncellenen ağırlık matrisinin sınırlı kalması için kullanılmaktadır [23].  $\Gamma_{nn} \in \mathbb{R}^{3n \times 3n}$  ifadesi pozitif tanımlı, simetrik adaptasyon kazancı,  $k_w \in \mathbb{R}$  pozitif adaptasyon kazancıdır. Denklem (19)'da verilen ifade Denklem (18)'de yerine yazıldığında aşağıdaki kapalı çevrim hata dinamiklerine ulaşılır

$$M\dot{z} = w^T \sigma - \hat{w}^T \sigma + \tilde{N} - K_e e + k\eta_f + \varepsilon - kMz - C_m z. \quad (21)$$

## 2.1 Kararlılık analizi

Bu bölümde model belirsizliklerine sahip EL sistemi için uyarlamalı sinir ağları tabanlı çıkış geri beslemeli denetimin kapalı çevrim sistem altındaki kararlılığı Lyapunov tabanlı yöntemler yardımıyla araştırılacaktır.

Teorem: Denklem (19)'da tasarlanan denetim tork girişi ve uyarlamalı sinir ağlarının ağırlık matrisinin güncellenmesini sağlayan Denklem (20)'de verilen güncelleme kuralı kullanılarak  $\min\{K_i\} \geq \max\{\Delta_i^2\}$  koşulu altında kapalı çevrim sistemin sınırlılığı ve eklem konumlarının hedeflenen eklem konumlarını takip etmesi garanti edilir.

İspat: Teoremi doğrulamak için aşağıdaki Lyapunov aday fonksiyonu  $V(t) \in \mathbb{R}$  tanımlanır

$$V \triangleq \frac{1}{2} \eta_f^T \eta_f + \frac{1}{2} z^T M z + \sum_{i=1}^n \frac{K_i}{2} \ln \left( \frac{\Delta_i^2}{\Delta_i^2 - e_i^2} \right) + \frac{1}{2} \text{tr} \{ \tilde{w}^T \Gamma_w^{-1} \tilde{w} \} \quad (22)$$

burada  $\text{tr}\{\cdot\}$  iz operatörünü ifade etmektedir.  $\tilde{w} \in \mathbb{R}^{3n \times n}$  ifadesi ağırlık matrisi ile kestirilen ağırlık matrisi değerinin farkını göstermekte ve aşağıdaki şekilde ifade edilmektedir

$$\tilde{w} \triangleq w - \hat{w}. \quad (23)$$

Projeksiyon yöntemi yardımıyla  $\|\tilde{w}\|_{i\infty} \leq \bar{w}$  ifadesinin sınırlı olduğu garanti edilir. Burada  $\bar{w} \in \mathbb{R}$  pozitif sabiti ifade etmektedir.

Özellik 3: Eylemsizlik matrisi, alttan ve üstten aşağıdaki şekilde sınırlandırılabilir [1].

$$m_1 \|\xi\|^2 \leq \xi^T M \xi \leq m_2 \|\xi\|^2 \quad \forall \xi \in \mathbb{R}^n \quad (24)$$

burada  $m_1$  ve  $m_2$  pozitif sabitlerdir.

Özellik 3 kullanılarak Denklem (22)'de tanımlanan Lyapunov aday fonksiyonu alttan ve üstten aşağıda verilen şekilde sınırlandırılabilir

$$V \leq \frac{1}{2} \max \left\{ 1, m_2, \max \{ K_e \} \right\} \|x\|^2 + \frac{\bar{w}^2 \lambda_{\max} \{ \Gamma_{nn}^{-1} \}}{2} \|x\|^2 \leq \frac{1}{2} \min \left\{ 1, m_1, \frac{\min \{ K_i \}}{\min \{ \Delta_i^2 \}} \right\} \|x\|^2 \quad (25)$$

burada  $\lambda_{\max}\{\cdot\}$  ilgili matrisin en büyük özdeğerini ifade etmektedir.

Özellik 4: Eylemsizlik ve merkezci koryolis matrisleri aşağıdaki ters simetrik özelliğini sağlarlar [24]

$$\xi^T (\dot{M} - 2V_m) \xi = 0 \quad \forall \xi \in \mathbb{R}^n \quad (26)$$

burada  $\dot{M}(\theta)$  eylemsizlik matrisinin zamana göre türevini göstermektedir.

Başlangıçtaki konum hataları  $|e_i(0)| < \Delta_i$  sağlandığında  $V(t)$  fonksiyonu pozitif tanımlı ve radyal olarak sınırsızdır bu nedenle bariyer Lyapunov fonksiyonunu ifade etmektedir. Denklem (22)'de tanımlanan ifadenin türevi alınıp, Özellik 4, Denklem (7) ve (21)'den yararlanılarak oluşturulan ifade sadeleştirildiğinde aşağıdaki ifadeye ulaşılır

$$\dot{V} = -e^T K_e e - \eta_f^T \eta_f + z^T (w^T \sigma - \hat{w}^T \sigma) + z^T \tilde{N} - k z^T M z - \text{tr} \{ \tilde{w}^T \Gamma_{nn}^{-1} \dot{\hat{w}} \} + z^T \varepsilon \quad (27)$$

burada Denklem (6)'dan yararlanılarak oluşturulan  $\sum_{i=1}^n \frac{e_i K_i \dot{e}_i}{\Delta_i^2 - e_i^2} = e^T K_e \dot{e}$  ifadesinden yararlanılmıştır. Gerekli sadeleştirmeler yapılarak Denklem (27) aşağıdaki şekilde tekrar yazılabilir

$$\dot{V} = -e^T K_e e - \eta_f^T \eta_f + z^T \tilde{N} - k z^T M z + z^T \varepsilon + k_w \|z\| \text{tr} \{ \tilde{w}^T \hat{w} \} \quad (28)$$

burada  $\text{tr} \{ \tilde{w}^T \Gamma_{nn}^{-1} \dot{\hat{w}} \} = \text{tr} \{ \tilde{w}^T \sigma z^T \} = z^T \tilde{w}^T \sigma$  eşitliğinden yararlanılmıştır. Özellik 3'ten yararlanılarak aşağıdaki ifade yazılabilir

$$-k z^T M z \leq -k m_1 \|z\|^2. \quad (29)$$

Denklem (29)'dan yararlanılarak Denklem (27)'deki ifade için aşağıdaki şekilde bir üst sınır yazılabilir.

$$\dot{V} \leq -\|e\|^2 - \|\eta_f\|^2 - m_1 k \|z\|^2 + z^T \tilde{N} + z^T \varepsilon + k_w \|z\| \text{tr} \{ \tilde{w}^T \hat{w} \} \quad (30)$$

burada  $\min \{ K_i \} \geq \max \{ \Delta_i^2 \}$  eşitsizliğini sağlayan  $-e^T K_e e \leq -\frac{\min \{ K_i \}}{\max \{ \Delta_i^2 \}} \|e\|^2 \leq -\|e\|^2$  üst sınırdan yararlanılmıştır.  $k = \frac{1}{m_1} (1 + \bar{k} + \delta)$  olarak seçildikten sonra Denklem (30) aşağıdaki şekilde tekrar yazılabilir

$$\dot{V} \leq -\|e\|^2 - \|\eta_f\|^2 - \|z\|^2 + \rho \|x\| \|z\| + z^T \varepsilon - \bar{k} \|z\|^2 - \delta \|z\|^2 + k_w \|z\| \text{tr} \{ \tilde{w}^T \hat{w} \} \quad (31)$$

burada  $\bar{k}, \delta \in \mathbb{R}$  pozitif kazançları ifade etmektedir. [22]'de verilen, doğrusal olmayan sönümleme bileşeninden yararlanılarak aşağıdaki ifadeye ulaşılır

$$\rho \|x\| \|z\| - \bar{k} \|z\|^2 \leq \frac{\rho^2}{4\bar{k}} \|x\|^2 \quad (32)$$

Denklem (32) yardımıyla Denklem (31) için aşağıdaki şekilde yeni bir üst sınır yazılır

$$\dot{V} \leq -\|x\|^2 + \frac{\rho^2}{4\bar{k}} \|x\|^2 + \varepsilon \|z\| - \delta \|z\|^2 + k_w \bar{w} \|z\| \|\tilde{w}\|_{i\infty} - k_w \|z\| \|\tilde{w}\|_{i\infty}^2 \quad (33)$$

$\|\tilde{w}\|_{i\infty} \leq \bar{w}$  ifadesinden yararlanılarak Denklem (33) için aşağıdaki şekilde bir üst sınır yazılabilir

$$\dot{V} \leq -\left( 1 - \frac{\rho^2}{4\bar{k}} \right) \|x\|^2 - \|z\| \left[ \delta \|z\| - \left( \varepsilon + \frac{\bar{w}^2}{4k_w} \right) \right] \quad (34)$$

burada  $\bar{w} \in \mathbb{R}$  pozitif sabit üst sınırı ifade etmektedir. Kazançlar  $1 \geq \frac{\rho^2}{4\bar{k}}$  ve  $\|z\| \geq \frac{1}{\delta} \left( \varepsilon + \frac{\bar{w}^2}{4k_w} \right)$  eşitsizliklerini sağlayacak şekilde seçildiğinde  $\dot{V} \leq 0$  eşitsizliği sağlanır. Denklem (25) ve (34) yapılarından yararlanılarak,  $V(t) \in \mathcal{L}_\infty$  gösterilebilir ve böylece  $e(t)$  ve  $z(t)$ 'nin sınırlı olduğu kanıtlanabilir. Standart sinyal takip argümanları kullanılarak kapalı döngü kontrol sistemi altında tüm işaretlerin sınırlı olduğu gösterilebilir.  $e(t)$  ve  $z(t)$  işaretleri kontrol kazançları ile büyüklüğü ayarlanabilen bir bant ile sınırlı olduğu

gösterilebilir. Denklem (25) ve (34) ifadelerinin sağ tarafındaki sabit sınırlara bağlı olarak tek biçimli yarı küresel nihai bir bandın içinde kalacağı garanti edilir.

### 3 Benzetim sonuçları

Sunulan pozisyon sınırlı, çıkış geri beslemeli denetleyicinin performansının gösterilebilmesi için [1]'de verilen iki serbestlik dereceli düzlemsel robot modeli aşağıda verilen şekilde kullanılarak benzetim çalışmaları oluşturulmuştur.

$$M = \begin{bmatrix} p_1 + 2p_3c_2 & p_2 + p_3c_2 \\ p_2 + p_3c_2 & p_2 \end{bmatrix} \quad (35)$$

$$V_m = \begin{bmatrix} -p_3s_2\dot{q}_2 & -p_3s_2(\dot{q}_1 + \dot{q}_2) \\ -p_3s_2\dot{q}_1 & 0 \end{bmatrix} \quad (36)$$

$$F_d = \begin{bmatrix} p_4 & 0 \\ 0 & p_5 \end{bmatrix} \quad (37)$$

burada  $s_2 = \sin(q_2)$ ,  $c_2 = \cos(q_2)$ ,  $c_{12} = \cos(q_1 + q_2)$ ,  $p_1 = 3.473$ ,  $p_2 = 0.193$ ,  $p_3 = 0.242$ ,  $p_4 = 5.3$ ,  $p_5 = 1.1$  olarak alınmıştır. Sayısal benzetim çalışmaları gerçekleştirilirken önceki analizlerle orantılı olarak, model parametrelerinin belirsiz olduğu kabul edilir ve bu nedenle kontrol tasarımında kullanılmamışlardır. Hedeflenen eklem pozisyon vektörü aşağıdaki şekilde seçilmiştir

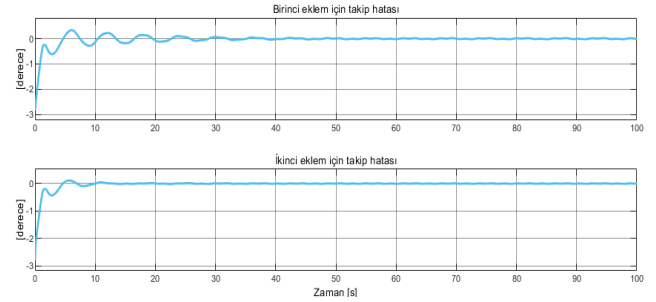
$$\theta_d = \begin{bmatrix} 0.7 \sin(t)(1 - \exp(-0.3t^3)) \\ 1.2 \sin(t)(1 - \exp(-0.3t^3)) \end{bmatrix} [rad]. \quad (38)$$

Deneme yanılma yoluyla belirlenen kontrol kazançları  $k = \text{diag}\{480,300\}$ ,  $K_i = \text{diag}\{2,2\}$  olarak ayarlanmıştır. Aktivasyon fonksiyonu olarak  $\tanh(\cdot)$  fonksiyonu kullanılmış,  $\Gamma_{mn} = \text{diag}\{35,250,310,80,420,210\}$  ve  $k_w = 1$  olarak seçilmiştir. Robot manipülatörünün başlangıçta hareketsiz durumdaki konumu iki eklem için de 2.8 derece olarak ayarlanmıştır.  $\Delta_i \in \{1,2\}$  sırasıyla 3, 5 ve 10 olarak ayarlanıp benzetim çalışmaları yapılmış ve sonuçları kıyaslanmıştır.  $\Delta_i = 3$  için benzetim sonuçları Şekil 1, 2'de sunulmuştur. Şekil 1'de eklem pozisyonlarının takip hataları verilirken Şekil 2'de kontrol giriş torkları sunulmuştur.  $\Delta_i = 5$  için benzetim sonuçları Şekil 3, 4'te sunulmuştur. Şekil 3'te eklem pozisyonlarının takip hataları verilirken Şekil 4'te kontrol giriş torkları verilmiştir.  $\Delta_i = 10$  için benzetim sonuçları Şekil 5, 6'da sunulmuştur. Şekil 5'te eklem pozisyonlarının takip hataları verilirken Şekil 6'da kontrol giriş torkları verilmiştir. Şekil 1, 3 ve 5'teki eklem takip hatalarına bakıldığında hedeflenen yörüngeye pratik takibinin sağlandığı görülmektedir. Eklem pozisyonu takip hataları ve eklemlerin tork girişleri şekillerde birbirine yakın olduğundan dolayı karşılaştırmanın kolaylaştırılması için toplam hata ve toplam tork miktarları şeklinde Tablo 1'de verilmiştir. Üç farklı  $\Delta_i$  değeri için hata değerlerinin ve tork değerlerinin normlarının karelerinin integralleri Tablo 1'de verilmiştir.  $\Delta_i = 3, 5, 10$  değerleri için başlangıç koşulları 0.5, 1 ve 2 olacak şekilde benzetim sonuçları oluşturulmuş sırasıyla Tablo 2, 3, ve 4'te sunulmuştur. Radyan olarak oluşan eklem pozisyonu takip hataları ve başlangıç koşulları

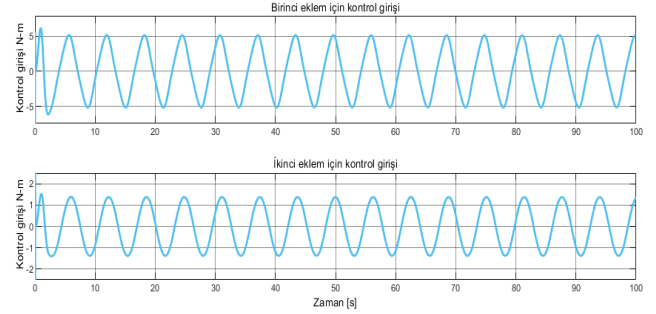
sonuçların kıyaslanmasını kolaylaştırmak için derece birimine dönüştürülerek sunulmuştur.

**Tablo 1.** Farklı  $\Delta_i$  değerleri için sonuçlar

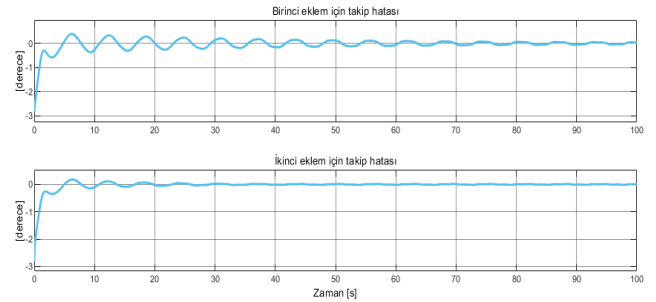
$\Delta_i$ değerleri	$\int \ e(\vartheta)\ ^2 d\vartheta$	$\int \ \tau(\vartheta)\ ^2 d\vartheta$
3	0.1295	$3.468 \times 10^5$
5	0.1528	$3.464 \times 10^5$
10	0.1878	$3.463 \times 10^5$



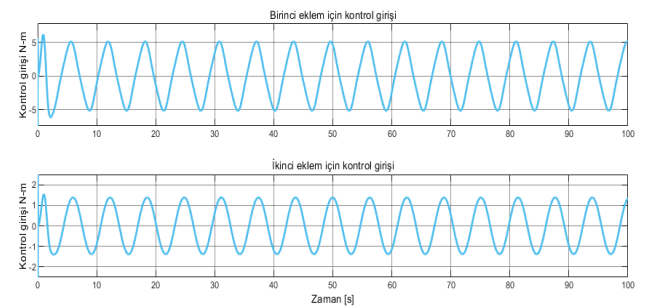
**Şekil 1.** Eklem pozisyonu takip hatası. ( $\Delta_i = 3$ )



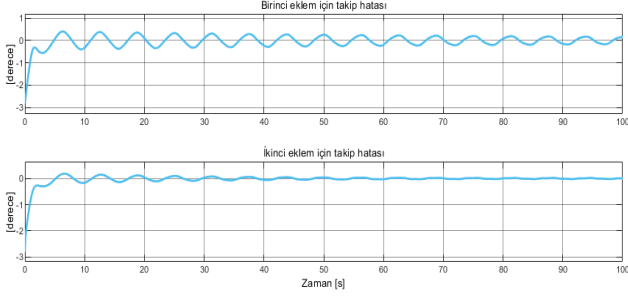
**Şekil 2.** Eklemlerin tork giriş değerleri. ( $\Delta_i = 3$ )



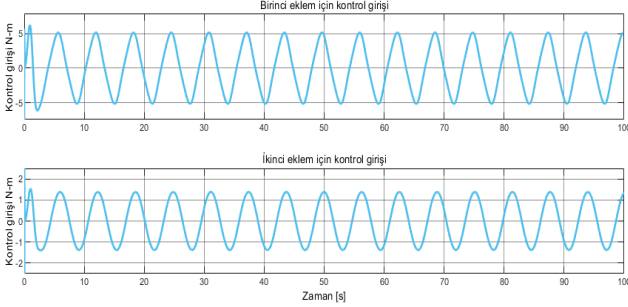
**Şekil 3.** Eklem pozisyonu takip hatası. ( $\Delta_i = 5$ )



**Şekil 4.** Eklemlerin tork giriş değerleri. ( $\Delta_i = 5$ )



Şekil 5. Eklem pozisyonu takip hatası. ( $\Delta_i = 10$ )



Şekil 6. Eklemlerin tork giriş değerleri. ( $\Delta_i = 10$ )

Tablo 2. Farklı başlangıç koşulu değerleri için sonuçlar ( $\Delta_i = 3$ )

Başlangıç koşulu Değerleri (derece)	$\int \ e(\vartheta)\ ^2 d\vartheta$	$\int \ \tau(\vartheta)\ ^2 d\vartheta$
0.5	0.0147	$6.726 \times 10^4$
1	0.0251	$1.090 \times 10^5$
2	0.0705	$2.246 \times 10^5$

Tablo 3. Farklı başlangıç koşulu değerleri için sonuçlar ( $\Delta_i = 5$ )

Başlangıç koşulu Değerleri (derece)	$\int \ e(\vartheta)\ ^2 d\vartheta$	$\int \ \tau(\vartheta)\ ^2 d\vartheta$
0.5	0.0347	$6.724 \times 10^4$
1	0.0451	$1.089 \times 10^5$
2	0.0917	$2.244 \times 10^5$

Tablo 4. Farklı başlangıç koşulu değerleri için sonuçlar ( $\Delta_i = 10$ )

Başlangıç koşulu Değerleri (derece)	$\int \ e(\vartheta)\ ^2 d\vartheta$	$\int \ \tau(\vartheta)\ ^2 d\vartheta$
0.5	0.0690	$6.723 \times 10^4$
1	0.0800	$1.088 \times 10^5$
2	0.1262	$2.243 \times 10^5$

Tablo 5'te ise sinir ağı yapısının kullanılmadığı durum için çıkış geri beslemeli, pozisyon sinyali sınırlı olarak tasarlanan kontrolör ( $\tau = K_e e - k\eta_f$ ) ile (19)'da tasarlanan

kontrolörün toplam hata miktarları eşitlenerek toplam tork miktarları kıyaslanmıştır. ( $\Delta_i = 3$ )

Tablo 5. Farklı  $\Delta_i$  değerleri için sonuçlar

Kontrolör	$\int \ e(\vartheta)\ ^2 d\vartheta$	$\int \ \tau(\vartheta)\ ^2 d\vartheta$
$\tau = K_e e - k\eta_f$	0.1295	$1.167 \times 10^7$
$\tau = \hat{w}^T \sigma + K_e e - k\eta_f$	0.1295	$6.723 \times 10^4$

Bilimsel yazında uyarlamalı kontrol tabanlı olarak oluşturulan, çıkış geri beslemeli olarak tasarlanmış [20, 21]'deki çalışmaların sonuçları tasarlanan kontrolör ile benzer sonuçlar üretmiş olmasına rağmen uyarlamalı kontrolörde regresör matrisine ihtiyaç duyulmasından dolayı özellikle de yüksek serbestlik dereceli sistemler düşünüldüğünde uygulanmasının zorlaşmasından dolayı bu tarz pozisyon sınırlı görevler için (19)'da tasarlanan kontrolörün seçilmesi uygun olabilir. Tablo 2, 3 ve 4'e bakıldığında başlangıç koşulunun büyütülmesi durumunda hem toplam hata miktarının hem de toplam tork miktarının arttığı görülmektedir. Tablo 5'te ise sinir ağı yapısının kullanılmadığı durumda toplam tork miktarında artış olduğu görülmektedir.

#### 4 Sonuçlar

Bu çalışmada, modeli tam ve eksiksiz olarak bilinmeyen robot manipulatörlerinin pozisyon ölçümlerinin olup hız ölçümlerinin olmadığı kısıt altında hedeflenen pozisyonun takip edilmesi problemine odaklanılmıştır. Sunulan kontrolör hız ölçümleri olmamasına rağmen pozisyon hatalarının önceden tanımlanan sınırlar içinde kalmasını garanti edecek şekilde tasarlanmıştır. Model belirsizlikleri için ise uyarlamalı sinir ağı yapısından yararlanılmıştır. Uyarlamalı sinir ağı yöntemi kullanılarak, pozisyon sınırlı ve filtreleme yöntemi tabanlı-çıkış geri beslemeli olarak yapılan ilk tasarımıdır. Sunulan kapalı çevrim kontrol sistemi için kararlılık analizi Bariyer Lyapunov fonksiyonu tabanlı yöntemlerle yapılmıştır. İki serbestlik dereceli düzlemsel robot modeli kullanılarak, önceden tanımlanan farklı  $\Delta_i$  sınırları için benzetim çalışmaları yapılmıştır. Tablo 1'de sunulan karşılaştırmalı sonuçlara bakıldığında  $\Delta_i$  sınırı arttırıldığında kontrol giriş torklarının normlarının karelerinin integralleri azalırken hataların normlarının karelerinin integrallerinin arttığı görülmektedir. Gelecek çalışmalarda performansı önceden belirlenmiş derin öğrenme tabanlı sistemlere odaklanması planlanmaktadır.

#### Çıkar çatışması

Yazarlar çıkar çatışması olmadığını beyan etmektedir.

#### Benzerlik oranı (iThenticate): % 6

#### Kaynaklar

- [1] F.L. Lewis, D.M. Dawson and C.T. Abdallah, Robot Manipulator Control: Theory and Practice. CRC Press, Basel, 2003.
- [2] G. Yüksel, T. Yiğit ve H Çelik, DA motor tahrikli dört serbestlik dereceli bir robot kolun 2-DOF PID ile

- kontrolü. 19. Otomatik Kontrol Türk Millî Komitesi Ulusal Toplantısı, sayfa 410-415, İstanbul, Türkiye, 2018.
- [3] H. Berghuis and H. Nijmeijer, A passivity approach to controller-observer design for robots, *IEEE Transactions on Robotics and Automation*, 9 (6), 740-754, 1993. <https://doi.org/10.1109/70.265918>.
- [4] R.O. Astolfi, and A. Venkatraman, A globally exponentially convergent immersion and invariance speed observer for mechanical systems with non-holonomic constraints. *Automatica*, 46 (5), 182–189, 2010. <https://doi.org/10.1016/j.automatica.2009.10.027>.
- [5] M. Namvar, A class of globally convergent velocity observers for robotic manipulators. *IEEE Transactions Automatic Control*. 54 (8), 1956–1961, 2009. <https://doi.org/10.1109/tac.2009.2023960>.
- [6] C. D. Wit and J. Slotine, Sliding observers for robot manipulators. *Automatica*, 27 (5), 859–864, 1991. <https://doi.org/10.1016/b978-0-08-037022-4.50071-5>.
- [7] A. Abdessameud and M. F. Khelifi, A variable structure observer for the control of robot manipulators. *International Journal of Applied Mathematics and Computer Science*, 16 (2), 189–196, 2006. <https://rb.gy/iyfqtb>.
- [8] Y. Xiong and M. Saif, Sliding mode observer for nonlinear uncertain systems. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 46 (12), 2012–2017, 2001. <https://doi.org/10.1109/9.975511>.
- [9] M. Dawson, Z. Qu, and J. C. Carroll, On the state observation and output feedback problems for nonlinear uncertain dynamic systems. *Systems and Control Letters*. 18, 2, 217–222, 1992. <https://doi.org/10.1109/secon.1992.202244>.
- [10] A. Teel and L. Praly, Global stabilizability and observability imply semi global stabilizability by output feedback. *Systems and Control Letters*, 22 (2), 313–325, 1994. [https://doi.org/10.1016/0167-6911\(94\)90029-9](https://doi.org/10.1016/0167-6911(94)90029-9).
- [11] N. Atassi and H. K. Khalil, A separation principle for the stabilization of a class of nonlinear systems. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 44 (9), 1672–1687, 1999. <https://doi.org/10.23919/ecc.1997.7082714>.
- [12] Y. Yuan and Y. Stepanenko, Robust control of robotic manipulators without velocity feedback. *International Journal of Robust and Nonlinear Control*, 1 (3), 203-213, 1991. <https://doi.org/10.1002/rnc.4590010306>.
- [13] E. Zergeroglu, W. Dixon, D. Haste ve Dawson D, A composite adaptive output feedback tracking controller for robotic manipulators. *Robotica*, 17 (6), 591-600, 1999. <https://doi.org/10.1109/acc.1999.782314>.
- [14] Y. H. Kim, F. Lewis and D.M. Dawson, Intelligent optimal control of robotic manipulators using neural networks. *Automatica*, 36 (9), 1355-1364, 2000. [https://doi.org/10.1016/s0005-1098\(00\)00045-5](https://doi.org/10.1016/s0005-1098(00)00045-5).
- [15] N. Cobanoglu, B.M. Yılmaz, E. Tatlicioglu ve E. Zergeroglu, Repetitive control of robotic manipulators in operational space: A neural network-based approach. *International Journal of Robotics and Automation*, 37 (3), 2022. <https://doi.org/10.2316/j.2021.206-0654>.
- [16] K. B. Ngo, R. Mahony, and Z. P. Jiang, Integrator backstepping using barrier functions for systems with multiple state constraints, *Proceedings of the 44th Conference Decision and Control*, pp. 8306–8312, Seville, Spain, 2005.
- [17] K. P. Tee, S.S. Ge, ve E. H. Tay, Barrier Lyapunov functions for the control of output-constrained nonlinear systems, *Automatica*, 45 (4), 918–927, 2009. <https://doi.org/10.1016/j.sysconle.2013.07.003>.
- [18] Y. Karayiannidis and Z. Doulgeri, Model-free robot joint position regulation and tracking with prescribed performance guarantees. *Robotics and Autonomous Systems*, 60 (2), 214–226, 2012. <https://doi.org/10.1016/j.robot.2011.10.007>.
- [19] Y. Karayiannidis, D. Papageorgiou, and Z. Doulgeri, A model-free controller for guaranteed prescribed performance tracking of both robot joint positions and velocities. *IEEE Robotics and Automation Letters*, 1 (1), 267–273, 2016. <https://doi.org/10.1109/lra.2016.2516245>.
- [20] S. Gul, E. Zergeroglu, and E. Tatlicioglu, Position Constrained, Adaptive Control of Robotic Manipulators without Velocity Measurements. *arXiv preprint arXiv:2107.03056*, 2021.
- [21] S. Gul, E. Zergeroglu, E. Tatlicioglu, and M.V. Kilinc, Desired model compensation-based position constrained control of robotic manipulators. *Robotica*, 40 (2), 279-293, 2022. <https://doi.org/10.1017/s0263574721000527>.
- [22] H. K. Khalil, *Nonlinear Systems*, Prentice Hall, Upper Saddle River, NJ, 2002.
- [23] F. Lewis, S. Jagannathan and A. Yesildirek, *Neural Network Control of Robot Manipulators and Nonlinear Systems*. Taylor-Francis, London, 2020.
- [24] P. Tomei, Adaptive PD controller for robot manipulators, *IEEE Trans. Robotic and Automation*, 7, 4, 565–570, 1991. <https://doi.org/10.1109/70.86088>.

