



Preschool Teachers' Pedagogical Content Knowledge Regarding the Concept of Numbers*

Nurcan SATAN ^{a**} (ORCID ID - 0000-0002-9910-9481)

Kübra AKSAKAL ^b (ORCID ID - 0000-0001-9410-8511)

Ayşe BAĞDAT ^c (ORCID ID - 0000-0003-0022-9393)

Mesture KAYHAN ALTAY ^d (ORCID ID - 0000-0002-1917-2430)

^aMinistry of National Education, Ankara/Türkiye

^bMinistry of National Education, Ankara/Türkiye

^cMinistry of National Education, Eskişehir/Türkiye

^d Hacettepe University, Faculty of Education, Ankara/Türkiye



Article Info

DOI: 10.14812/cuefd.1326946

Article history:

Received 13.07.2023

Revised 14.04.2024

Accepted 29.04.2024

Keywords:

Preschool Teacher,
Pedagogical Content Knowledge,
Counting Principles,
Part-Whole Relation,
Subitizing.

Research Article

Abstract

The current study examines preschool teachers' pedagogical content knowledge of number concepts (counting principles) and relationships between numbers (part-whole relation and subitizing) from the perspectives of knowledge of student, knowledge of teaching, and knowledge of curriculum. The study makes use of qualitative research method, for which data were gathered through semi-structured interviews with nine preschool teachers with varying years of experience in the field. The data were analysed using a content analysis method, and the results were divided into three categories: student knowledge, pedagogical knowledge, and curriculum knowledge. The results showed that preschool teachers valued counting principles in mathematics classes and frequently incorporated game-integrated activities into their lessons to help students with counting. The most emphasized student errors by preschool teachers were one-to-one correspondence and the principle of cardinality. The results further suggested that teachers lacked pedagogical content knowledge of the part-whole relationship because they could only connect it to addition and skip counting. They interpreted the part-to-whole relationship of numbers as equal sharing, it was further discovered. It was worthy of note that the participants did not mention subitizing, or conceptual and perceptual subitizing, but managed to list the features of subitizing accurately while talking about the examples given. In order to improve teachers' pedagogical content knowledge, in-service seminars or trainings can be organized that emphasize the relationships between numbers (part-whole relationship, subitizing, etc.).

Okul Öncesi Öğretmenlerinin Sayı Kavramına İlişkin Pedagojik Alan Bilgileri

Makale Bilgisi

DOI: 10.14812/cuefd.1326946

Makale Geçmişi:

Geliş 13.07.2023

Düzeltilme 14.04.2024

Kabul 29.04.2024

Öz

Bu çalışmanın amacı, okul öncesi öğretmenlerinin sayı kavramlarına (sayma ilkeleri) ve sayılar arasındaki ilişkilere (parça-bütün ilişkisi ve şipşak sayma) yönelik pedagojik alan bilgilerini öğrenci bilgisi, öğretim bilgisi ve öğretim programı bilgisi bileşenleri çerçevesinde incelemektir. Çalışmada nitel araştırma yöntemi benimsenmiştir. Veriler, farklı mesleki deneyim yıllarına sahip dokuz okul öncesi öğretmeniyle yapılan yarı yapılandırılmış görüşmeler aracılığıyla toplanmıştır. Verilerin analizinde içerik analiz yöntemi kullanılmıştır. Çalışmada elde edilen bulgular öğrenci bilgisi, öğretim bilgisi ve öğretim programı bilgisi olmak üzere üç başlık altında sınıflandırılmıştır. Çalışmanın

*This study was presented as an "oral presentation" at the Conference 5th International Symposium on Turkish Computer And Mathematics Education (Turcomat-5), Alanya University between 28th-30th October 2021.

**Corresponding Author: nurcan0503@hotmail.com

Anahtar Kelimeler:
Okul Öncesi Öğretmeni,
Pedagojik Alan Bilgisi,
Sayma İlkeleri,
Parça-Bütün İlişkisi,
Şipşak Sayma.

Araştırma Makalesi

sonuçları, okul öncesi öğretmenlerinin matematik sınıflarında sayma ilkelerini önemsedikleri ve derslerinde ağırlıklı olarak oyun içine entegreli sayma ilkelerini geliştirici etkinlikler kullandıklarını göstermektedir. Okul öncesi öğretmenlerinin en çok vurguladıkları öğrenci hataları bire bir eşleme ve kardinal değer ilkesi olmuştur. Çalışmada öğretmenlerin parça bütün ilişkisi ile ilgili pedagojik alan bilgisi eksiklerinin olduğu, parça bütün ilişkisini toplama işlemi ve ritmik sayma ile ilişkilendirebildikleri görülmüştür. Ayrıca sayıların parça-bütün ilişkisini eş paylaşırma olarak algıladıkları belirlenmiştir. Okul öncesi öğretmenlerinin şipşak sayma, kavramsal ve algısal şipşak sayma kavramlarını ifade etmedikleri fakat görüşme sorularında verilen örnek durumlarda kavramlarla ilgili özelliklerden doğru bir şekilde bahsettikleri görülmüştür. Öğretmenlerin pedagojik alan bilgilerini geliştirmek amacıyla sayılar arasındaki ilişkilere (parça-bütün ilişkisi, şipşak sayma gibi) vurgu yapan hizmet içi seminerler veya eğitimler düzenlenebilir.

Introduction

The foundation for future mathematics education is laid by early mathematics instruction acquired during those years. (Clements & Sarama, 2011; Dursun, 2009; Polignano, 2014). Without a doubt, preschool teachers have the biggest impact on developing engaging and productive learning environments in the early years. Teachers need adequate pedagogical content knowledge because they are responsible for organizing, planning, and carrying out the education and training process. This refers to their capacity to share with their students the knowledge they have about particular disciplines (Shulman, 1986). The first studies on preschool teachers' mathematical pedagogical content knowledge define this type of knowledge as information on how to teach the target concept or knowledge to children (Lee, 2010; Smith, 2000). Mathematical pedagogical content knowledge is the knowledge about how to analyze and develop children's mathematical skills and how to support this development in formal and informal environments (Blömeke et al., 2015). In the conceptual frame created by Ball, Thames and Phelps (2008) based on Shulman's (1986) model of teacher knowledge, the knowledge required by teachers to teach mathematics is divided into two main categories, namely content knowledge and pedagogical content knowledge. Pedagogical content knowledge is divided into three categories: knowledge of content and students, knowledge of content and teaching and knowledge of content and curriculum. In this study, pedagogical content knowledge; It was examined under three components: student knowledge, teaching knowledge and curriculum knowledge. The three components of this study's review of pedagogical content knowledge are knowledge of students, knowledge of teaching, and knowledge of curriculum. Knowledge of content and students refers to the combined knowledge related to mathematics and students. Accordingly, teachers know how students think, choose activities and exercises, which is the definition of knowledge of students (Ball et al., 2008). Knowledge of content and teaching is defined as the knowledge one needs to prepare a mathematics class (Ball et al., 2008). Finally, knowledge of content and curriculum refers to the knowledge of mathematics, the knowledge and use of the available materials, and knowledge of horizontal and vertical curricula.

Studies have highlighted the significance of preschool teachers' pedagogical content knowledge for students' acquisition of mathematics (Gasteiger & Benz, 2018; Ginsburg, 2016; Lee, 2017; McCray & Chen, 2012; Tian & Huang, 2019). It is thought that this situation will have an impact on preschool teachers' practices for teaching mathematics, so it is thought necessary to look into their knowledge of pedagogical content. Preschool teachers in this paper refer to instructors of kindergarten, pre-kindergarten, or preschool. This study examined the preschool teachers' pedagogical content knowledge with regard to counting principles, the part-whole relationship between numbers, and subitizing. The one-to-one principle, stable-order principle, cardinal principle, abstraction principle, and order-irrelevance principle are the five counting principles (Gelman & Gallistel, 1986). The stable-order principle follows the same order in every count, whereas the one-to-one principle refers specifically to each object in a group being counted once (Gelman & Gallistel, 1986). According to the cardinal principle, the number name assigned to the final item in a collection of objects serves as a proxy for the total number of items in the collection (Sarnecka & Carey, 2008). Children occasionally forget that the last number they said represented the number of objects in the group, even though they may have counted correctly. According to Gelman and Gallistel (1986), this principle is connected to the one-to-one and order-irrelevant principles. Children will

be able to comprehend the abstraction principle once they are aware that all objects, including toys, things, pens, and other items, can be counted (Gelman & Gallistel, 1986). Children understand that objects do not have to be the same when counting using this principle, in other words (Sperry-Smith, 2016). Finally, if you count from the beginning, middle, or end, the outcome will remain the same according to the order-irrelevance principle. Children may find it difficult to understand this concept, so teachers must explain to them that it doesn't matter where they begin counting because the outcome won't change (Güven, 2005). Children who struggle with these concepts may not be able to fully comprehend what numbers are, understand how to perform numerical comparisons, or comprehend the concepts that are important in the elementary school mathematics curriculum (Sarnecka & Wright, 2013).

Another important skill that needs to be learned in the early years is the part-whole relationship, which refers to the capability of realizing that numbers are made up of two or more parts. Understanding the relationship between parts and wholes of numbers enables one to comprehend the relationship between the commutative property, addition, and subtraction, as well as mathematical concepts like equality (Clements & Sarama, 2009), as well as the number combinations that make up the whole (Baroody, 2016; Schmittau, 2004). While some researchers believe that children's counting skills are the foundation of the part-whole relationship, others believe that children's counting skills must first be improved in order to understand the part-whole relationship (Davydov, 1982; Neuman, 1987; Schmittau, 2004). The relationship between a set and its subset, which are represented by numbers, is implied by the terms "part" and "whole" (Fisher, 1990). For instance, the number 10 is made up of the combinations (3, 7), (4, 6), (2, 3, 5), and (1, 3, 6). While making these combinations, children come to notice the commutative property (Ekdahl, 2021); in other words, they understand that the whole is stable even if the numbers in combination change places. When studying topics like geometry, fractions, algebra, and equations in advanced level classes, children frequently refer to the part-whole relationship. When considered from this point of view, learning the part-whole relationship in early childhood in a meaningful manner may have a positive impact on advanced arithmetical skills. What's more, considering the materials, practices and activities used in children of the part-whole relationship different representations, concrete materials, stories, games, and fingers are observed to be used in general (Ekdahl, 2021; Hunting, 2003; Sinnakaudan et al., 2016).

Another significant skill, subitizing, refers to the ability to identify the number of elements in a set in an instant, without counting (Clements, 1999), which some researchers believe is a more basic skill than counting (Klahr & Wallace, 1976; Schaeffer et al., 1974). Subitizing is analyzed under two categories: conceptual subitizing and perceptual subitizing. Accordingly, perceptual subitizing is a more primitive skill, defined as the ability to recognize any number under 5 without drawing upon any learned mathematical knowledge; while conceptual subitizing, on the other hand, is interpreted as the ability to recognize a number as a combination of others or as a whole number, making use of numerical patterns (Clements, 1999; Olkun & Özdem, 2015). Dices, dominoes and dot cards are used in subitizing activities (Bobis, 2008). In subitizing activities where participants are shown dot cards and asked the number of dots, the perceptual subitizing of children may differ depending on the gaps between, directions and colors of the dots. It has been observed during activities that children come up with such ideas as the smaller the gaps perceived, the greater the number of dots (MacDonald, 2013, 2015). It has further been observed during studies that subitizing skills can be improved through the use of proper materials and activities, aiding children in combining and divide numbers mentally (Bobis, 2008).

Studies on counting principles, part-whole and instant counting concepts show how important the development of number sense (Bobis, 2008; Clements, 1999) and teaching the concept of number in the preschool period (Aumann et al., 2024; Björklund et al., 2020; McCray & Chen, 2012; Tian & Huang, 2019) reveal. It is stated that focusing on the pedagogical content knowledge of preschool teachers is a turning point to promote the professional development of teachers and the quality of early childhood education (Gasteiger & Benz, 2018; Ginsburg, 2016; Kutluca, 2021; Lee, 2017; McCray & Chen, 2012; Smith, 2000; Tian & Huang, 2019). It is also emphasized that mathematics teaching and learning is important in early childhood education (Aumann et al., 2024; Björklund, 2014; Björklund & Barendregt, 2016; Björklund et al., 2020; Clements & Sarama, 2011; Dursun, 2009; Hachey, 2013; Polignano, 2014; Torbeyns et al., 2024).

In line with this importance, this study aims to examine the pedagogical content knowledge of preschool teachers regarding the concept of number and the relationships between numbers. The research question of the study is “What pedagogical content knowledge do preschool teachers have of counting principles, the part-whole relationship and subitizing?” The sub-problems, on the other hand, can be listed as follows:

- What student knowledge do preschool teachers have regarding counting principles, the part-whole relationship and subitizing?
- What teaching knowledge do preschool teachers have regarding the teaching of such concepts as counting principles, the part-whole relationship and subitizing?
- What curriculum knowledge do preschool teachers have regarding counting principles, the part-whole relationship and subitizing?

Method

Research Model

Since it was aimed to examine the perceptions of preschool teachers about the concept of number and the relationships between numbers through interviews, the use of phenomenology design, one of the qualitative research methods, was deemed appropriate. Phenomenological design is expressed as making meaningful the experiences of a group about a phenomenon or a situation (Creswell, 2007). It is aimed to focus on phenomena that are aware but do not have a deep and detailed understanding (Yıldırım & Şimşek, 2018). What is meant by facts here are events, experiences, tendencies, perceptions, concepts and situations. The phenomenological design creates a suitable research basis for studies that aim to investigate phenomena encountered in daily life but whose full meaning cannot be understood (Yıldırım & Şimşek, 2018). In this context, the use of this design was deemed appropriate since the aim of the research was to investigate how the concept of number, which is a well-known situation, and the relationships between numbers are perceived by the participants.

Study Group

Participants in the study were nine preschool teachers with various years of experience employed in public schools in different provinces in Turkey. It was deemed appropriate to use easily accessible and criterion sampling methods, which are among the purposive sampling methods, together in determining the participants of the study (Patton, 2005). The criteria in the study were determined as follows: The participants were pre-school teachers working in a public school and had different years of professional experience. By selecting people with different professional seniority, data sources were diversified. This situation was deemed important in terms of reaching multiple realities by revealing different perceptions, experiences and perspectives. In our country, early childhood education is given to children aged 36-72 months (MoNE, 2013). The curriculum is designed with a holistic approach, and the child's social, emotional, motor, cognitive, language development areas, etc. combine their skills. On the other hand, teacher characteristics are seen as one of the main determinants that affect the quality of early childhood education and the development of the child (MoNE, 2013). The participating teachers enrolled voluntarily and were ranked in descending order based on their years of experience, without using their names. The participants of the study are given in Table 1.

Table 1*Distribution of Participants Based on their Education Levels and Years of Experience*

Education Level	Years of Experience	Pre-school Teachers
Bachelor's Degree – Early Childhood Education	1 year	Teacher 8, Teacher 9
Master's Degree	5 years	Teacher 6, Teacher 7
Bachelor's Degree - Early Childhood Education	6 years	Teacher 5
Bachelor's Degree- Early Childhood Education	9 years	Teacher 4
Bachelor's Degree- Early Childhood Education	11 years	Teacher 3
Bachelor's Degree- Early Childhood Education	13 years	Teacher 2
Bachelor's Degree- Early Childhood Education	16 years	Teacher 1

As can be seen in Table 1, two of the teachers had a non-thesis master's degree, while the others had bachelor's degrees. Of the sample, the most experience (16 years) was reported by one of the respondents, while two of the respondents reported the shortest experience of 1 year.

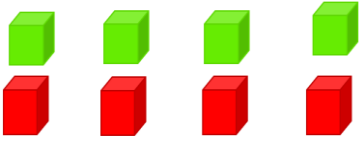
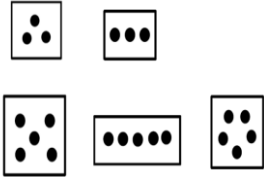
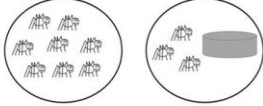
Data Collection Tools

Semi-structured interviews were conducted with the preschool teachers to gain a deep understanding of their pedagogical content knowledge related to counting principles, the part-whole relationship and subitizing. Semi-structured interview questions were created by the researchers using the relevant literature (Macdonald, 2013; MacDonald & Shumway, 2016; Sinnakaudan, et al., 2016). While preparing the interview questions, the importance of using teaching scenarios in the literature was taken into consideration and questions were prepared (Lee, 2017; McCray & Chen, 2012) accordingly. The first three tasks (1, 2 and 3) related to the mathematics education in the early years, the following two (4 and 5) related to counting principles, after which three tasks (6, 7, and 8) were about subitizing and the final three tasks (9, 10, and 11) were about the part-whole relationship. The subitizing tasks were created by using the studies of Macdonald (2013), and MacDonald and Shumway (2016). The tasks about the part-whole relationship, on the other hand, were adapted from the tasks put forward in the study by Sinnakaudan, Kuldass, Hashim and Ghazali (2016). The other three tasks were created by the researchers themselves based on a literature review. Such questions and sub-questions as *“What do preschoolers learn about mathematics?”* and *“What kind of activities do you do with preschoolers to teach them numbers and to help them acquire counting skills?”* were asked to investigate the mathematics learned by preschoolers. The objective was to reveal the knowledge of the students and pedagogy through sample cases, considering counting principles, and the objective was similar for the concepts of subitizing and the part-whole relationship. The participants were expected to think about their class environments, and to interpret the sample cases based on their own students.

For the content validity of the prepared interview form, the expert opinions of two mathematics educators from different universities who work in the field of preschool were consulted and their opinions were received as to whether the form was suitable for the research problem. According to expert opinions, some questions were edited, or some questions were removed from the interview form. When the interview form was finalized, a pilot study was conducted with a preschool teacher who had similar qualifications to the participants. The purpose of the pilot study is to understand whether the designed interview questions are understandable by the participants, to determine the necessary corrections accordingly, and to test whether the questions to be asked are capable of revealing the participants' thoughts. At the end of the pilot study, corrections were made to some questions that were not clear or understandable. The first version of the interview form was designed as 15 questions, but the number of

questions was reduced to 11 by taking into account the opinions of experts and the results of the pilot study. Figure 1 presents some of the semi-structured interview tasks (4, 7 and 9).

Figure 1
Semi-Structured Interview Question Examples.

Task 4) Example of a question on the knowledge of students, with regards to counting principles	Task 7) Example of a question on the knowledge of students, with regards to subitizing	Task 9) Example of a question on the knowledge of students and pedagogy, with regards to part-whole relationship
<p>Task 4)</p> <p>(Presented in green)</p>  <p>(Presented in red)</p> <p>Above are 10 cubes. If you ask your students to count the cubes here, what kind of solutions can come? If you ask how many cubes there are in total, what are the possible answers that children can give to this question?</p>	<p>Task 7)</p>  <p>The images above are shown to the students one by one. Then they are expected to remember the number of dots on the cards. Which image is easier for them to say/remember, in terms of the number of dots? Why?</p>	<p>Task 9)</p>  <p>1st case 2nd case</p> <p>“Asmin gathered 8 spiders for her experiment (1st case). When she starts the experiment, she realizes that some of the spiders are missing. Some of Asmin’s spiders are hidden under the lid of the jar on the table (2nd case). How many spiders are hidden under the jar lid?”</p> <p>→ How do you think children will solve this problem?</p> <p>→ How would you explain this problem to children?</p>

Data Collection Process

Before the data collection process began, the Ethics Committee Permission Certificate (Hacettepe University Ethics Commission, 22.02.2022, E-35853172-600-00002061287) required for the application was obtained. The interviews were held in one session (40 minutes) via the Zoom platform and were video recorded. Permission was obtained from the participants for video recording. The interviews were based on voluntary participation and all interviews were conducted by the same person (the first author) in order to reduce the interviewer effect. In order for the participants to answer the questions carefully and sincerely, they were informed about the purpose and importance of the study before the interview and the questions from the participants were answered.

Data Analysis

Due to the nature of qualitative research, the data obtained in the study were used for assessment purposes rather than for generalizations (Fraenkel et al., 2012). The data obtained in this research was used for evaluation purposes. The data obtained through the interviews with teachers were analyzed using qualitative techniques. The audio recordings obtained from the interviews were listened to and converted into written text format. Content analysis was used to analyze the data. An attempt was made to determine codes and themes from the data obtained from interviews with teachers. For the reliability of data analysis, the data were clearly and precisely defined by each researcher in the form of separate codes and themes. The coding made by the coders independently were compared, and for the coding that were different, the researchers came together, discussed these codes, and reached a consensus. Thus, the validity and consistency of the analysis is increased. The coding was tested on a sample data set and the entire data was encoded with revised codes. Finally, it was calculated how often certain opinions or units of analysis of the participants were repeated under each theme or code. The data obtained from the interviews with the teachers were discussed under three headings student knowledge teaching knowledge and curriculum knowledge. The codes and themes determined by the researchers, taking into

account the answers and examples given by the teachers during the interviews, are presented in the findings section by making direct quotations from the teachers' answers. Thus, the validity and reliability of the research was increased with direct quotations and detailed explanations. For transferability, which is another condition that ensures the validity of the research; In order to ensure the transferability of the results of the research to a new participant population in different situations, detailed information about the participant characteristics and the process is provided. At the same time, the scope and limitations of the research are clearly stated and the scope and context in which the research results can be discussed and evaluated are explained. The dialogues of the participants are presented without modification in accordance with the original.

Findings

In this section, the findings related to pedagogical content knowledge of preschool teachers are presented on the basis of sub-problems.

1. Findings Related to Knowledge of Students

The preschool teachers' remarks about the counting principles, subitizing and the part-whole relationship within the scope of knowledge of their students were categorized under three themes, namely student strategies, student mistakes and student characteristics, are presented in Table 2. As can be understood from Table 2, most teachers focus on student strategies.

Table 2
Codes and Themes Related to the Knowledge of Students

Themes	Relevant concepts	Codes	Participants
Student Strategy	Counting principles	Counting from the start	T 1,2,3,4,5,7,8,9
		Counting all	2,4, 3, 5,6,7,9
		Paying attention to the characteristics of objects	1,2, 3, 5,6, 8
		Classifying according to color and counting	1,2,5,6,8
		Starting in the middle, starting from the edge, counting randomly	2, 3, 6,7,9
	Subitizing	Emphasizing different objects	2, 6, 8
		Counting separately	2, 7
		Associating the sequencing of the dots on subitizing cards with geometrical shapes	1,2,3,4,5,6,7,8,9
		Remembering three dots side by side	1,2, 3, 5,6, 9
		Mentioning five or three dots	1,3, 4, 5,7, 9
Part-whole	Counting silently	2, 3, 4, 5,8, 9	
	Not being able to identify more than 4 items	2, 6, 8	
	Adding or subtracting	1,2, 3, 4, 7, 8, 6	
	Trying to equalize	2, 7, 8, 6	
	Matching with the other set (group)	2, 3, 5, 6	
	Counting non-visible (hidden) objects by imagining	2, 4, 8	
	Counting on	4, 5,8	
Realizing number combinations	2, 5		
Student Mistakes	Counting principles	Re-counting objects	1,6, 3,4,7,8,9
		Not being able to tell the total number (cardinal value)	3, 6
	Not being able to make one-to-one correspondence	2, 3	

Subitizing	Making a mistake when the number of dots increases	6, 4
	Spatial sequence	5,6
Part-whole	Difficulty in subtraction	2, 5
	Under-counting or over-counting	1
	Experiencing difficulties with non-visible objects	3
Student	Individual difference	1, 6, 7, 9
Characte	Gender difference	1,6, 7
ristics	Age difference	1,3,6
	Readiness	2

T represent teachers

In general, the emphasis of the teachers was on student strategies within the scope of the knowledge of students. In terms of counting principles, the student strategies emphasized most by the teachers were counting from the start and counting all regardless of colors. Most respondents commented on counting from the start as follows: *"They would start in the top left, finish the greens and then start the reds. We have to try it with children, though. But I think they will count like that."* (T5). Here, T5 expressed her/his views on students' approach to counting the unit cubes presented in the fourth task. In this task, children's counting strategies were examined while they were given with four cubes in two different colors. The point they described as top left is the starting point of the cubes.

In the task about subitizing (task 7), the different student strategies they mentioned included associating the sequencing of dots on subitizing cards with geometrical sequences, remembering three dots easier when presented in linear and trying to count. One of the responders made the following comment regarding the children's association of geometrical sequences with the dot-sequencing on subitizing cards: *"We use the circle sequences a lot with children, like in the form of a ball, circle, etc. I think they use those sequences and then remember them."* (T1) The student preference for dot patterns in the shape of geometric sequences, such as circles, and the task of which sequences or dot pattern was remembered faster when students were shown subitizing cards led to T1's remark.

In the part-whole relationship tasks (task 9 and 10), most of the participants mentioned adding or subtracting and attempting to equalize strategies. When asked about adding or subtracting, one of the respondents said:

"I think I can help students to gain subtracting skills by covering it (spiders) with their hands, or with an object. I think, by using the technique I thought, they can solve the question by covering it with their hands." (T7, for task 9)

Responding to a task about the number of spiders under a jar lid, T7 said that children would answer the task by subtracting.

The list of student mistakes included counting items more than once, making mistakes as the number of dots increased, and having trouble with subtraction. Participants must be conscious of children errors. One of the respondents mentioned the topic of counting items more than once:

"...Well, I mean if there are many objects, and I want them to count, and the objects are not placed in a sequence, I ask them to put a small marker to avoid confusion. I tell them to draw a dot or a small line so that they know those objects have been counted, as sometimes children turn back and re-count them. To avoid re-counting, I ask them to draw a small mark. Some of them start counting from the middle and then move to the edges, some start from the far edge and count until the end, and others start from the other end." (T6)

The teacher mentioned that when children count objects, situations such as counting the counted object again may occur. This shows that teachers are aware of student mistakes. Under the student

characteristics theme, such codes as individual differences, gender difference, age and readiness were obtained, although these characteristics were mentioned by very few of the respondents.

2. Findings Related to Knowledge of Teaching

Table 3 shows the codes and themes related to the knowledge of teaching under the topics “methods and techniques used by teachers” and “teaching strategy for mathematical concepts.”

Table 3
Codes and Themes Related to Teaching Knowledge

Themes	Codes	Participants
Methods and Techniques Used by the Teacher	Playing games	T1, 2, 3,4,5, 6, 7
	Using concrete materials	2, 3, 6, 8, 9
	Repetition	1, 2, 3, 4
	Using geometric arrays	1, 2, 4
	Association activities	3, 6
	Giving lots of homework	1, 2
Teaching Strategies for Mathematical Concepts used by the Teacher	Conducting group activities	8
	Equal-sharing	5, 6, 7, 8
	Doing number exercises, sequential counting	1, 2, 3, 6
	making numerical comparisons	3, 8
	Paying attention to different and similar concepts while counting objects	3
	Performing simple additions	1, 6
	Classification, sorting, one-to-one correspondence	6
	Performing grouping exercises	3

In Table 3, listing the methods and techniques used by the teacher, it can be seen that most of the respondents mentioned playing games, the use of concrete materials (beans, beads, sticks, pencils, etc.), and repetition, while group activities were mentioned only by T8. Giving lots of homework, on the other hand, was mentioned by two participants. The views of some of the respondents regarding playing games and the use of concrete materials, as the most common themes within the methods and techniques used by the teachers, are presented below:

“For example, within the scope of knowledge of numbers and counting skills, they love playing with racetrack. We write numbers on glasses. When children pass the racetrack they reach a glass, and if it says one on it, they put one pom-pom in it, if it says two, then they put two, or if it says three, they put in three pom-poms. We have glasses numbered up to five, and the first student to place the correct number of pom-poms in all five glasses wins the game.” (T5)

What the respondent emphasizes here is that children unconsciously acquire counting skills while playing. This is a desirable situation as stated in early childhood education curriculum. As can be seen in the quote above, preschool teachers stated that they use games based on cardinal values, which is a number principle.

“Children learn that there are different sequences of numbers along the way. They learn that the total amount will be the same, regardless of how you place the objects. For example, three on this side and seven on that side, or four on this side and six on that side, they learn in time that when they add them up, the total number will be the same. They will say they are the same only if the visual and the sequence are the same. They need to practice to understand that the number is the same regardless of the sequence. We count beans, sticks. We do number exercises. We count while playing.” (T2)

As can be seen in the quote above, preschool teachers emphasize the spatial relations of numbers, and say that they use concrete materials to help children understand different sequences. T7 and T6 both commented on the use of geometric sequences and association activities:

"I mean it might be a square, triangle, circle. I do not know with what object they associate them. Actually, I also do association activities, but we don't generally do them using the dots. We use the number itself. Like for example I ask them what 1 looks like, or what 2 looks like. There is this book (El Ele) for pre-schoolers issued by the Ministry of National Education. That book has similar exercises in it. We try to do these exercises in the classroom environment, but we do not work with dots. My students would probably associate it with only one object." (T6)

In this section, the participants shared their views on which dots on subitizing cards would be remembered by children. T6 stated clearly that they did not conduct exercises with dots. Within the scope of the codes defined for strategies for the mathematical concepts used by the teacher, it was observed that equal-sharing and sequential counting were mentioned most rather than number combinations. Having said that, only one respondent (T8) mentioned such concepts as classification, sorting, one-to-one matching and numerical comparisons. A participant's opinion regarding the idea of equal-sharing is given below:

"I would like what they share to be equal, if possible. I wouldn't work with an odd number. I would give the fifth one to the one who did the sharing, for helping me ... As the children would know who did the sharing, they would understand equal sharing. I think those five marbles or objects should be shared equally among the children..." (T8)

As stated by respondent T8 above, odd numbers should not be given in equal sharing and numbers should be shared equally. It creates a disadvantageous situation for children in terms of seeing different combinations of these numbers. Below are examples of the participant approaches to number and grouping exercises, i.e. the least commonly mentioned exercises.

"They start counting, e.g. one, two, etc., and continue up to five. Even though it was the beginning of the year, I had them counting objects, for example. Most of them have counting skills. I guess families teach them at home. They can count comfortably. They can easily count to 3 or 2, especially when the number of objects is low. I wonder if they can count separately, like for example one car etc. Some people may do it that way. For example, a student might say "Teacher, there is one guitar, there is one car, there is one ball," etc. Some of them count in order, like 1, 2, 3, and say 5 at the end. They rarely count one by one, like one guitar, one car, etc." (T2)

As can be seen from the example above, some children are unaware of the abstraction principle, i.e. one of the number principles. As a matter of fact, they emphasize that the child cannot consider objects independent of properties.

"We do grouping exercises. For example, we give them the number five, and ask them to count five, ten, eleven. We have them group the objects. For example, we ask them to match the number five with five balls. We say, "Let's draw five lines under the number five". We teach them the number five like this, by linking the figure to the number." (T3)

As can be understood from the statement of T3, teachers use grouping exercises to improve the one-to-one correspondence and cardinal value principles, both of which are number principles. Furthermore, the participants stated that children paid attention to the concepts of "different" and "the same" when counting objects.

3. Findings Related to Knowledge of Curriculum

Finally, in Table 4, the codes and themes related to teachers' curriculum knowledge under mathematical concepts and developmental characteristics are presented below.

Table 4
Codes and Themes Related to Knowledge of Curriculum

Themes	Codes	Participants
	Addition and subtraction	T 1, 2, 4, 5, 6, 7, 8, 9
Mathematical Concepts	Recognizing numbers	1, 2, 4, 5, 6, 7, 8
	Skip counting (forward, backward)	2, 3, 4, 5, 6, 7, 9
	Matching a specified number of objects	2, 3, 5,
	Geometric shapes	4, 5, 7
	Creating a pattern	3, 4
	Grouping	3, 5
	The concepts of large, small and opposite	3
Developmental Characteristics	Age-month variances of children	1, 2, 3, 6, 7
	Age-month diversity of children	3, 6, 7
	Cognitive education, Motor development	2, 3, 7,9

As can be seen in Table 4, most of the participants mentioned addition and subtraction, recognizing numbers and skip counting under the theme of mathematical concepts, while the concepts of large, small and opposite, grouping, and creating patterns were mentioned by only a few participants. The views of T7 can be given as an example:

“Regarding mathematics, the plan involves recognizing the numbers from 1 to 10. However, depending on the level of the class, we do other exercises, including addition and subtraction, counting backwards, counting to 10, skip counting to 100, recognizing numbers and writing numbers correctly.” (T7).

From the viewpoint of developmental characteristics, such points as age-month variances and diversity of children, cognitive education and motor development were highlighted by the respondents. One respondent commented on age and qualifications:

“Learning is not the same for every age group. If we are dealing with young children aged of three or four, we do not even start addition exercises. If they are five years old and will start primary school the following year, they might develop those skills, especially if they are equipped.” (T3)

In general, it was found that preschool teachers were aware of some of these ideas even though they did not use them, such as part-whole relationships, counting principles, or subitizing. When asked directly about these concepts, participants primarily responded that they were unfamiliar with them or had only recently learned about them; however, as the conversation went on, it became clear that some of the teachers had implemented activities to teach these concepts in their classes. This shows that although the participants do not use the concepts, they do activities related to these concepts in their classes.

Discussion & Conclusion

The understanding of counting concepts, part-whole relationships, and subitizing are essential abilities acquired during early mathematics education. It is beneficial to examine preschool teachers' pedagogical content knowledge of these important ideas because it will provide insight into how they teach. The study's conclusions show that preschool teachers are concerned about the teaching of early mathematics. The majority of those who participated in the interviews said that early mathematical knowledge and skills are crucial for children's future success in mathematics.

The teachers discussed the counting errors made by young children when they were matching objects one to one using counting principles and claimed that the order-irrelevance principle was no different. For instance, during the interviews, some of the teachers mentioned that if children begin counting from the middle of neatly organized items, they may count the same object twice. It is also noteworthy that teachers also talk about the mistakes children made regarding the principle of cardinality. While talking about the cardinality principle, teachers stated that when the question asked about the total number of cubes, the children did not say that the last number said at the end of counting represented the number of elements of the set, and they tended to count by going back to the beginning. Such mistakes are known to be common until children develop counting skills (Gelman & Gallistel, 1986). Similarly, in Li's (2021) study preschool teachers stated student errors under the headings of one-to-one correspondence error and cardinality principle errors.

Within the scope of curriculum knowledge, teachers were asked to evaluate the preschool curriculum in the context of mathematics achievements. In the interviews, the teachers described their expectations for elementary school readiness, including teaching children to recognize and write numbers, perform addition and subtraction operations, recognize plus and minus signs, and learn forward and backward skip counting. However, it was observed that teachers focused more on procedural knowledge such as recognizing symbols, addition and subtraction, talked about these concepts independently of each other without establishing a relationship between them, and did not emphasize the relationships between numbers. Teachers' inability to make connections may be linked to the limitations of the achievements, relevant explanations, and activities in the preschool curriculum. At the time the research was conducted, the 2013 pre-school education program was being implemented in our country. When this program is examined, even though there are some objectives pertaining to the concept of number, number principles, and counting abilities, a review of the preschool curriculum currently being used in Turkey revealed that there are no objectives emphasizing the relationships between numbers and number sense. (MoNE, 2013). It is important to note that Singapore, a nation that frequently places first in international exams, produced a national preschool curriculum booklet with a focus on number sense, the exact opposite of Turkey's curriculum. Number sense concepts like "part-whole relationship" and "subitizing" are listed in Singapore's curriculum, and examples of activities are provided to help these concepts develop (MoNE, 2013). Şapul (2019) found that the curriculum used in Turkey does not help students internalize the concept of numbers in their his study, which compared the mathematical content of the preschool curricula in Singapore and Turkey. According to the study, if new preschool teachers follow the curriculum, children won't learn how to count. Another discovery made in relation to curriculum knowledge was that while some teachers stressed that the number of mathematical objectives in the preschool education curriculum was low, others believed that the number was excessive. This shows that teachers pay more attention to the situations exemplified in the program, rather than the development of children.

From the perspective of pedagogical knowledge, it is clear that the majority of the preschool teachers place a greater emphasis on general teaching strategies than on mathematical concepts, which is consistent with the findings of Tian and Huang (2019). Most teachers mentioned playing games, using concrete materials (beans, beads, sticks, pencils, and so on) and repetition when discussing the methods and techniques used by the teachers. The respondents mentioned using game-integrated activities in their lessons and that children unintentionally pick up counting skills and number sequences by playing games. It is emphasized that all activities should be planned based on games in the basic principles section of the preschool curriculum (MoNE, 2013). Similarly, the importance of using games has been expressed in the literature (Aumann et al., 2024; Björklund et al., 2020; Lee, 2017; McCray & Chen, 2012). It was emphasized by Aumann and others (2024) that playing games is one of the situations with mathematical learning potential. In addition, attention was drawn to the importance of the interaction between the preschool teacher and the child while playing games.

One of the remarkable results of this research is that most of the teachers who participated in the research perceived the part-whole meaning of numbers as equal sharing. The fact that almost all the teachers viewed the number combinations and the part-whole concept as equally sharing is one of the

study's most notable findings. According to Sophian and McCorgray's (1994) study, students only learned a limited knowledge about number combinations when it came to the part-whole relationship. In response to a question regarding the lessons used to teach part-whole relationships, the teachers mentioned using materials like Lego, dough, blocks, and beads. However, when discussing these topics, they mainly focused on addition while ignoring the components of a whole number. Similar to Zhang's (2015) study, this finding suggests that preschool teachers only have a cursory understanding of the part-whole relationship of numbers. To help students understand the part-whole relationship between numbers, teachers are expected to place emphasis on the various number combinations that make up the whole.

The participants talked about their studies on using and simulating geometric shapes for questions about which points on the quick counting cards could be remembered by children, and they clearly stated that they did not carry out studies on these points. It was observed that teachers used the circle a lot in the activities they developed, so when children were shown cards with dots, they stated that they remembered the 5-dot card similar to the circle more easily. According to MacDonald's (2013) research, students' perceptual subitizing abilities varied according to the gaps between dots, the direction of the symmetry, and the color of the dots. Most interviewees who were asked about subitizing responded that it would be simpler to remember something with fewer dots. One of the participants, however, argued that the sequences children worked with in class would be easier for them to remember. Furthermore, some of the teachers were able to interpret the differences in the solutions children created while solving conceptual and perceptual subitizing tasks. It was observed that the teachers tended to emphasize such features as the spatial relationships of numbers and groupings.

Thanks to the classes they take during their bachelor's degree program, preschool teachers are expected to have a sufficient pedagogical content understanding of numbers and counting principles (Olkun et al., 2014; Tian & Huang, 2019). Mathematics education in early childhood course in a bachelor's degree programs for preschool teachers includes topics like the concept of numbers, counting abilities, and the teaching stages of the concept of numbers. For one semester, this theoretical course is taught in a three-hour-per-week format (Council of Higher Education, 2018). In light of teachers' pedagogical content knowledge, it is believed that the content of these courses needs to be reorganized. In their study, Dağlı and Dağlıoğlu (2021) criticized the lack of practical mathematics courses in bachelor's degree programs for prospective preschool teachers and contended that this had a detrimental effect on candidates' pedagogical content knowledge.

To increase their pedagogical content knowledge, teachers can participate in in-service seminars or go through training. The relationships between numbers (part-whole relationships, subitizing, etc.) may be emphasized in these seminars, and examples of activities, scenarios or cases may be covered. One of the critical skills in the internalization of numbers and the development of counting skills is understanding the part-whole relationship of numbers. Considering the contribution of these gains to arithmetic skills in the future, it is inevitable that they should be included in the pre-school curriculum. Taking the part-whole relationship of numbers into account in the preschool period in future program revision studies will contribute to the development of children's arithmetic skills. The pedagogical content knowledge of preschool teachers has been examined in this study from the perspective of the concept of numbers and the relationships between numbers. The study is restricted to part-whole relationships in mathematics, subitizing, and counting principles. By expanding the sample size, teachers' pedagogical content knowledge can be examined holistically in future studies by considering different mathematical concepts such as geometry and measurement.

Author Contribution Rates

The authors contributed equally to the study.

Ethical Declaration

All rules included in the “Directive for Scientific Research and Publication Ethics in Higher Education Institutions” have been adhered to, and none of the “Actions Contrary to Scientific Research and Publication Ethics” included in the second section of the Directive have been implemented.

Conflict Statement

The author declares no competing interests.

Türkçe Sürümü

Giriş

Erken çocukluk döneminde matematik eğitimi sonraki yıllarda verilen matematik öğreniminin temelini oluşturmaktadır (Clements & Sarama, 2011; Dursun, 2009; Polignano, 2014). Erken dönemde zenginleştirilmiş etkili öğrenme ortamlarının oluşturulmasında en önemli rol hiç kuşkusuz okul öncesi öğretmenine düşmektedir. Öğretmenin eğitim-öğretim sürecinin planlayıcısı, düzenleyicisi ve uygulayıcısı olduğu düşünüldüğünde yeterli pedagojik alan bilgisine sahip olması önemlidir. Pedagojik alan bilgisi öğretmenlerin belirli disiplinlerle alakalı hâkim olduğu konuları öğrencilere iletebilme özelliği olarak tanımlanmaktadır (Shulman, 1986). Okul öncesi öğretmenlerinin matematiksel pedagojik alan bilgisine yönelik ilk çalışmalar bu bilgi türünü hedef kavramın ya da bilginin çocuklara nasıl öğretileceğine ilişkin bilgiler şeklinde tanımlamaktadır (Lee, 2010; Smith, 2000). Matematiksel pedagojik alan bilgisi çocukların matematiksel becerilerinin nasıl analiz edileceği ve geliştirileceği ile bu gelişimin resmi ve resmi olmayan ortamlarda nasıl destekleneceği hakkındaki bilgidir (Blömeke vd., 2015). Ball, Thames ve Phelps'in (2008), Shulman'ın (1986) öğretmen bilgisi modelinden yola çıkarak oluşturdukları kavramsal çerçevede öğretmenlerin matematik öğretmek için sahip olması gereken bilgileri alan bilgisi ve pedagojik alan bilgisi olarak iki temel başlık altında toplanmıştır. Pedagojik alan bilgisi alan ve öğrenci bilgisi, alan ve öğretim bilgisi ve alan ve müfredat bilgisi olarak üçe ayrılmıştır. Bu çalışmada pedagojik alan bilgisi; öğrenci bilgisi, öğretim bilgisi ve öğretim programı bilgisi olmak üzere üç bileşen altında incelenmiştir. Alan ve öğrenci bilgisi matematik ile ilgili bilgiler ve öğrenciler hakkındaki bilgilerin birleşimi olarak açıklanmaktadır. Öğretmenin öğrencilerinin, düşünme biçimlerini bilip buna yönelik etkinlikler ve uygulamalar seçmesi öğrenci bilgisini tanımlamaktadır (Ball vd., 2008). Alan ve öğretim bilgisi matematikteki bir konuyla ilgili ders hazırlayabilme bilgisi olarak tanımlanmıştır (Ball vd., 2008). Son olarak alan ve müfredat bilgisi matematik bilgisi, ders materyallerini bilme ve kullanma, yatay ve dikey müfredat bilgisi olarak açıklanmıştır.

Okul öncesi öğretmenlerinin pedagojik alan bilgisinin çocukların matematik öğrenimi için önemli olduğu çalışmalarda vurgulanmaktadır (Gasteiger & Benz, 2018; Ginsburg, 2016; Lee, 2017; McCray & Chen, 2012; Tian & Huang, 2019). Bu nedenle okul öncesi öğretmenlerinin pedagojik alan bilgisini araştırmak gerekli görülmekte ve bu durumun onların matematik öğretim uygulamalarını etkileyeceği düşünülmektedir. Bu çalışmada okul öncesi öğretmenleri, anaokulu veya ana sınıfı öğretmenlerini ifade etmektedir. Çalışmada okul öncesi öğretmenlerinin pedagojik alan bilgileri; sayma ilkeleri, parça-bütün ilişkisi ve şipşak sayma bileşenleri açısından örnek durumlar üzerinden incelenmiştir. Sayma ilkeleri; birebir eşleme, sabit sıra, kardinal değer, soyutlama ve sıranın önemsizliği şeklindedir (Gelman ve Gallistel, 1986). Bir gruptaki her bir nesne için bir sayı sözcüğünün söylenmesi birebir eşleme ilkesi, sayı sözcüklerinin her farklı sayım için aynı sırayı takip etmesi sabit sıra ilkesi (Gelman & Gallistel, 1986), bir nesne grubunda en son söylenen sayının o gruptaki eleman sayısını temsil etmesi ise kardinal sayı ilkesi (Sarnecka & Carey, 2008) olarak ifade edilmektedir. Çocuklar saymayı doğru yapsalar da bazen son söylenen sayının grubun nesne miktarını ifade ettiğini bilemeyebilirler. Gelman ve Gallistel'e (1986) göre bu ilke birebir eşleme ve sıranın önemsizliği ilkeleriyle bağlantılıdır. Çocukların çeşitli oyuncak, eşya, kalem vb. yani her türlü nesnenin sayılabileceğini anlaması soyutlama ilkesini kazandığı anlamını taşımaktadır (Gelman & Gallistel, 1986). Yani bu ilkeyle birlikte sayma yaparken nesnelerin aynı olmasının gerekmediği anlaşılır (Sperry-Smith, 2016). Son olarak saymaya en baştan, ortadan ya da sondan başlanmasının sonucu değiştirmeyeceği fikri sıranın önemsizliği ilkesi olarak açıklanmaktadır. Çocuklar bu ilkeyi anlamakta zorluk yaşayabilmektedir. Bu sebeple öğretmenlerin çocuklara saymaya nereden başladıklarının önemli olmadığını, bunun sonucu değiştirmeyeceğini fark ettirmesi gerekmektedir (Güven, 2005). Çocuklar gerekli ilkeleri anlamadıklarında sayıların ne olduğunu tam olarak idrak edemezler ve bu sebeple sayısal işlemleri, büyük-küçük şeklinde karşılaştırma gerektiren durumları veya ilkokul matematik programındaki ilgili kavramları anlamlandıramayabilirler (Sarnecka & Wright, 2013).

Erken çocukluk döneminde kazanılması gereken önemli becerilerden bir diğeri de sayıların iki veya daha fazla parçadan oluştuğunu fark edebilme becerisini ifade eden parça bütün ilişkisidir. Sayıların parça-bütün ilişkilerini anlamak, değişme, toplama ve çıkarma arasındaki ilişkiler ve eşitlik (Clements & Sarama, 2009) gibi matematiksel ilkelerin yanı sıra bütünü oluşturan sayı kombinasyonlarının (Baroody, 2016; Schmittau, 2004) anlaşılmasını sağlar. Sayma becerisini parça bütün ilişkisinin temeli olarak gören araştırmacıların aksine bazı araştırmacılar parça-bütün ilişkisini çocukların sayma becerilerinin gelişimi için ön koşul olarak görmektedirler. (Davydov, 1982; Neuman, 2013; Schmittau, 2004). Parça ve bütün terimleri; küme, alt küme ilişkisini anlatmakta ve bu ilişki sayılarla temsil edilmektedir (Fisher, 1990). Örneğin 10 sayısı; (3,7), (4,6), (2,3,5), (1,3,6) gibi sayı kombinasyonlarından oluşmaktadır. Çocuklar bu kombinasyonları yaparken değişme özelliğini de fark edebilmekte (Ekdahl, 2021) yani sayıların yeri değişse de bütünü sabit kalacağını anlayabilmektedirler. Parça bütün ilkesi ileri seviye sınıflarında geometri, kesir, cebirsel ifadeler, denklemler gibi birçok konu alanının içeriği gereği çocuğun karşısına çıkmaktadır. Bu sebeple çocuğun erken çocukluk döneminde parça bütün ilişkisini anlamlı öğrenmesi ileri seviye sınıflarındaki aritmetik becerilerini olumlu etkileyebilmektedir. Ayrıca parça bütün ilişkisi ile ilgili yapılan araştırmalarda kullanılan materyal, uygulama ve etkinliklere bakılacak olursa; genelde farklı temsiller, somut materyaller, hikâyeler, oyunlar ve parmak gösterimi kullanıldığı görülmektedir (Ekdahl, 2021; Hunting, 2003; Sinnakaudan vd., 2016).

Bir diğeri önemli beceri olan şipşak sayma (subitizing) bir kümedeki eleman sayısını saymadan anında kaç tane olduğunu görme olarak tanımlanmıştır (Clements, 1999). Şipşak saymanın sayma kavramından daha temel beceri olduğunu savunan çeşitli araştırmacılar mevcuttur (Klahr & Wallace, 1976; Schaeffer vd., 1974). Şipşak sayma kavramsal şipşak sayma ve algısal şipşak sayma olmak üzere ikiye ayrılmaktadır. Algısal şipşak sayma daha ilkel bir beceri olup öğrenilmiş herhangi bir matematik bilgisini kullanmadan 5'ten küçük bir sayıyı tanımak olarak, kavramsal şipşak sayma ise sayısal örüntülerden faydalanarak bir sayıyı diğeri sayı parçalarının birleşimi veya bütün bir sayı olarak tanıma işlemi olarak belirtilmiştir (Clements, 1999; Olkun & Özdem, 2015). Şipşak sayma etkinliklerinde zar, domino ve nokta kartları kullanılmaktadır (Bobis, 2008). Belirli sayıda noktaların bulunduğu kartların gösterilip kaç tane noktadan oluştuğunun sorulduğu şipşak sayma etkinliklerinde kullanılan noktaların arasındaki boşluğa, yönlerine ve renklerine göre çocukların algısal şipşak saymalarında farklılıklar olabilmektedir. Uygulanan etkinliklerde çocukların noktalar arasındaki algılanan boşluk miktarı azaldığında nokta sayısının artması gibi farklı akıl yürütmeler yapabildikleri görülmüştür (MacDonald, 2013, 2015). Yapılan çalışmalarda uygun materyal ve etkinliklerle çocukların zihinsel olarak sayıları birleştirme ve parçalamaları sağlanarak şipşak sayma becerilerinin geliştiği görülmüştür (Bobis, 2008).

Sayma ilkeleri, parça bütün ve şipşak sayma kavramları ile ilgili çalışmalar sayı duyusunun gelişiminin (Bobis, 2008; Clements, 1999) ve sayı kavramının okul öncesi dönemde öğretiminin ne kadar önemli olduğunu (Aumann vd., 2024; Björklund vd., 2020; McCray & Chen, 2012; Tian & Huang, 2019) ortaya koymaktadır. Okul öncesi öğretmenlerinin pedagojik alan bilgisine odaklanılmasının, öğretmenlerin mesleki gelişimini ve erken çocukluk eğitiminin kalitesini teşvik etmek için bir dönüm noktası olduğu belirtilmektedir (Gasteiger & Benz, 2018; Ginsburg, 2016; Kutluca, 2021; Lee, 2017; McCray & Chen, 2012; Smith, 2000; Tian & Huang, 2019). Ayrıca erken çocukluk eğitiminde matematik öğretimi ve öğreniminin önemli olduğu vurgulanmaktadır (Aumann vd., 2024; Björklund, 2014; Björklund & Barendregt, 2016; Björklund vd., 2020; Clements & Sarama, 2011; Dursun, 2009; Hachey, 2013; Polignano, 2014; Torbeyns vd., 2024). Bu çalışmada da bu önem doğrultusunda okul öncesi öğretmenlerinin sayı kavramı ve sayılar arasındaki ilişkilere yönelik pedagojik alan bilgilerini incelemek hedeflenmiştir. Çalışmanın araştırma sorusu "Okul öncesi öğretmenlerinin sayma ilkeleri, parça bütün ilişkisi ve şipşak sayma ile ilgili pedagojik alan bilgileri nasıldır?" olarak belirlenmiştir. Çalışmanın alt problemleri ise şu şekildedir:

- Okul öncesi öğretmenlerinin sayma ilkeleri, parça-bütün ilişkisi ve şipşak sayma ile ilgili öğrenci bilgileri nasıldır?
- Okul öncesi öğretmenlerinin sayma ilkeleri, parça-bütün ilişkisi ve şipşak sayma kavramlarının öğretimine ilişkin öğretim bilgileri nasıldır?

- Okul öncesi öğretmenlerinin sayma ilkeleri, parça-bütün ilişkisi ve şipşak sayma ile ilgili öğretim programı bilgileri nasıldır?

Yöntem

Araştırma Modeli

Okul öncesi öğretmenlerinin sayı kavramına ve sayılar arasındaki ilişkilere yönelik algılarının görüşmeler üzerinden incelenmesi amaçlandığı için nitel araştırma yönteminden olgu bilim (fenomenoloji) deseninin kullanımı uygun görülmüştür. Olgu bilim deseni bir grubun bir olgu ya da bir durum hakkındaki tecrübelerinin anlamlı hale getirilmesi şeklinde ifade edilmektedir (Creswell, 2007). Farkında olunan ancak derinlemesine ve ayrıntılı bir anlayış sahibi olunmayan olgulara odaklanma amaçlanmaktadır (Yıldırım & Şimşek, 2018). Buradaki olgulardan kasıt olaylar, deneyimler, yönelimler, algılar, kavramlar ve durumlarıdır. Günlük hayatta karşılaşılan ancak tam anlamının kavranmadığı olguları araştırmayı amaçlayan çalışmalar için olgubilim deseni uygun araştırma zemini oluşturmaktadır (Yıldırım & Şimşek, 2018). Bu bağlamda araştırmacının amacı bilinen bir durum olan sayı kavramı ve sayılar arasındaki ilişkilerin katılımcılar tarafından nasıl algılandığını araştırmak olduğu için bu desenin kullanımı uygun görülmüştür.

Çalışma Grubu

Araştırmanın katılımcılarını Türkiye’de farklı illerdeki devlet okullarında görev yapan farklı mesleki deneyim yıllarına sahip dokuz okul öncesi öğretmen oluşturmaktadır. Çalışmanın katılımcılarının belirlenmesinde amaçlı örnekleme yöntemlerinden olan kolay ulaşılabilir ile ölçüt örnekleme yöntemlerinin birlikte kullanılması uygun görülmüştür (Patton, 2005). Çalışmadaki ölçütler şu şekilde belirlenmiştir: Katılımcıların devlet okulunda görevli okul öncesi öğretmeni olması ve farklı mesleki deneyim yıllarına sahip olması. Farklı mesleki kıdeme sahip kişiler seçilerek veri kaynaklarının çeşitlendirilmesi sağlanmıştır. Bu durum farklı algıların, deneyimlerin ve bakış açılarının ortaya konularak çoklu gerçekliklere ulaşılması bakımından önemli görülmüştür. Ülkemizde 36-72 aylık çocuklara okul öncesi eğitimi verilmektedir (MEB, 2013). Öğretim programı bütüncül bir yaklaşımla, çocuğun sosyal, duygusal, motor, bilişsel, dil gelişim alanları vb. becerilerini birlikte ele almaktadır. Öte yandan öğretmen özellikleri okul öncesi eğitiminin nitelik ve çocuğun gelişimini etkileyen en temel belirleyicilerden biri olarak görülmektedir (MEB, 2013). Öğretmenlerin katılımında gönüllülük esas alınmış ve öğretmenlerin isimlerinin yerine deneyim yıllarına göre çoktan aza doğru kodlamalar yapılmıştır. Araştırmanın katılımcıları Tablo 1’de verilmiştir.

Tablo 1

Katılımcıların Eğitim Düzeyleri ve Deneyim Yıllarına Göre Dağılımı

Eğitim Düzeyi	Deneyim Yılı	Okul Öncesi Öğretmenleri
Lisans Derecesi – Okul Öncesi Eğitimi	1 yıl	Öğretmen 8, Öğretmen 9
Yüksek Lisans	5 yıl	Öğretmen 6, Öğretmen 7
Lisans Derecesi – Okul Öncesi Eğitimi	6 yıl	Öğretmen 5
Lisans Derecesi – Okul Öncesi Eğitimi	9 yıl	Öğretmen 4
Lisans Derecesi – Okul Öncesi Eğitimi	11 yıl	Öğretmen 3
Lisans Derecesi – Okul Öncesi Eğitimi	13 yıl	Öğretmen 2
Lisans Derecesi – Okul Öncesi Eğitimi	16 yıl	Öğretmen 1

Tablo 1’de öğretmenlerden ikisinin yüksek lisans yaptığı, diğerlerinin ise lisans mezunu olduğu görülmektedir. En fazla deneyime (16 yıl) sahip bir katılımcı bulunurken, en az 1 yıl deneyime sahip iki katılımcının olduğu görülmektedir.

Kullanılan Veri Toplama Araçları

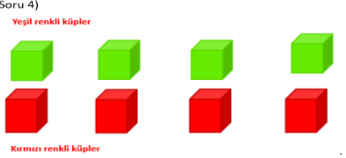
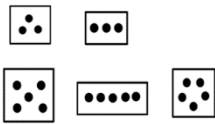
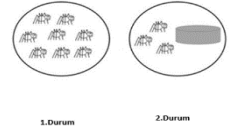
Okul öncesi öğretmenlerinin sayma ilkeleri, parça-bütün ilişkisi ve şipşak sayma ile ilgili pedagojik alan bilgilerini detaylı incelemek amacıyla yarı yapılandırılmış görüşme formu hazırlanmıştır. Yarı yapılandırılmış görüşme soruları araştırmacılar tarafından ilgili alan yazınından (Macdonald, 2013;

MacDonald & Shumway, 2016; Sinnakaudan, vd., 2016) yararlanılarak oluşturulmuştur. Görüşme soruları hazırlanırken alan yazınındaki öğretim senaryolarının kullanımının önemi (Lee, 2017; McCray & Chen, 2012) dikkate alınmış ve ona yönelik sorular hazırlanmıştır. İlk üç soru (1., 2. ve 3. soru) genel okul öncesi matematik eğitimi, iki soru (4. ve 5. soru) sayma ilkeleri, üç soru (6., 7. ve 8. soru) şipşak sayma ve üç soru da (9., 10. ve 11. soru) parça-bütün ilişkisi ile ilgilidir. Şipşak sayma soruları oluşturulurken Macdonald (2013), MacDonald ve Shumway (2016) çalışmalarından yararlanılmıştır. Parça-bütün ilişkisi ile ilgili sorular ise Sinnakaudan ve diğerlerinin (2016) çalışmasında yer alan sorudan uyarlanarak oluşturulmuştur. Diğer üç soru ise ilgili alan yazını araştırılarak araştırmacılar tarafından oluşturulmuştur. Görüşme sorularında okul öncesinde çocukların öğrendiği matematik “Okul öncesi öğrencileri matematik ile ilgili neler öğreniyorlar?” ile “Okul öncesinde öğrencilere sayı bilgisi ve sayma becerisi adına hangi etkinlikleri yaptırıyorsunuz?” soruları ve alt sondalar ile araştırılmıştır. Sayma ilkelerine yönelik olarak örnek durumlar üzerinden öğrenci bilgisi ve öğretim bilgisinin ortaya çıkarılması amaçlanmıştır. Benzer durum şipşak sayma ile parça bütün kavramları için de amaçlanmıştır. Katılımcılardan örnek durumları sınıf ortamlarını düşünerek kendi öğrencileri üzerinden yorumlamaları beklenmiştir.

Hazırlanan görüşme formunun kapsam geçerliği için farklı üniversitelerden okul öncesi alanında çalışmaları olan iki matematik eğitimcisinin uzman görüşüne başvurulmuş ve formun araştırma problemine uygun olup olmadığına yönelik görüş alınmıştır. Uzman görüşlerine göre, bazı sorularda düzenleme yapılmış veya bazı sorular görüşme formundan çıkarılmıştır. Görüşme formu son hâlini aldığı anda katılımcılarla benzer niteliklere sahip olan bir okul öncesi öğretmeni ile pilot çalışma yapılmıştır. Pilot çalışmanın amacı tasarlanan görüşme sorularının katılımcılar tarafından anlaşılır olup olmadığını anlayıp buna göre gerekli düzeltmeleri tespit etmek ve sorulacak soruların katılımcıların düşüncelerini ortaya çıkarabilecek nitelikte olup olmadığını test etmektir. Pilot çalışma sonunda anlaşılır ve açık olmayan bazı sorularda düzeltmeler yapılmıştır. Görüşme formunun ilk hâli 15 soru olarak tasarlanmış olup uzmanların görüşü ve pilot çalışma sonucu dikkate alınarak soru sayısı 11’e düşürülmüştür. Şekil 1’de yarı yapılandırılmış görüşme sorularının bazıları (4., 7. ve 9.sorular) örnek olarak sunulmuştur.

Şekil 1

Yarı Yapılandırılmış Görüşme Sorularına Ait Örnekler

Soru 4) Çocukların sayma ilkeleri ile ilgili öğrenci bilgisine yönelik soru örneği	Soru 7) Çocukların şipşak sayma ile ilgili öğrenci bilgisine ilişkin bir soru örneği	Soru 9) Parça-bütün ilişkisi açısından öğrenci ve öğretim bilgisine üzerine bir soru örneği
<p>Soru 4)</p>  <p>Yukarıda 10 küp vardır. Öğrencilerinize buradaki küpleri saymalarını söylerseniz ne tür çözümler ortaya çıkabilir? Toplamda kaç küp var diye sorarsanız çocukların bu soruya verebilecekleri olası cevaplar nelerdir?</p>	<p>Soru 7)</p>  <p>Yukarıdaki görseller öğrencilere tek tek gösterilmektedir. Daha sonra kartlardaki noktaların sayısını hatırlamaları beklenmektedir. Nokta sayısı açısından hangi resmi söylemeleri/hatırlamaları daha kolaydır? Neden?</p>	<p>Soru 9)</p>  <p>“Asmin, deneyi için 8 örümcek toplamıştır (1. durum). Deneye başladığında bazı örümceklerin kayıp olduğunu fark etmiştir. Asmin’in örümceklerinden bazıları masanın üzerindeki kavanozun kapağının altında gizlenmiştir (2. durum). Kavanoz kapağının altında kaç tane örümcek saklıdır?”</p> <p>→ Çocukların bu soruyu nasıl çözeceğini düşünüyorsunuz?</p> <p>→ Bu problemi çocuklara nasıl açıklarsınız?</p>

Veri Toplama Süreci

Veri toplama süreci başlamadan önce uygulama için gerekli olan Etik Kurul İzin Belgesi (Hacettepe Üniversitesi Etik Komisyonu, 22.02.2022, E-35853172-600-00002061287) alınmıştır. Görüşmeler Zoom

platformu üzerinden bir oturumda (40 dakika) yapılmış ve video kaydı alınmıştır. Katılımcılardan video kaydı için izin alınmıştır. Görüşmelerde gönüllü katılım esas alınmış ve görüşmeciyi etkisini azaltmak adına bütün görüşmeler aynı kişi tarafından (ilk yazar) yapılmıştır. Katılımcıların soruları dikkatli ve içten cevaplamaları için görüşme öncesinde çalışmanın amacı ve önemi hakkında bilgilendirme yapılmış katılımcılardan gelen sorular cevaplanmıştır.

Veri Analizi

Nitel araştırmaların özelliği gereği çalışmada elde edilen veriler genelleme amacıyla değil değerlendirme amacıyla kullanılır (Fraenkel vd., 2012). Bu araştırmada da elde edilen veriler, değerlendirme amacıyla kullanılmıştır. Öğretmenler ile yapılan görüşmeler sonrası ortaya çıkarılan veriler nitel tekniklerle çözümlenmiştir. Görüşmelerden elde edilen ses kayıtları dinlenmiş ve yazılı metin formatına getirilmiştir. Verilerin analizinde içerik analizi kullanılmıştır. Öğretmenlerle görüşmelerden elde edilen verilerden kod ve temalar belirlenmeye çalışılmıştır. Veri analizinin güvenilirliği için veriler her bir araştırmacı tarafından ayrı ayrı kod ve temalar şeklinde açık ve kesin biçimde tanımlanmıştır. Kodlayıcıların bağımsız olarak yaptığı kodlamalar karşılaştırılmış farklı olan kodlamalar için araştırmacılar bir araya gelerek bu kodlar üzerinde tartışmış ve uzlaşmaya varmışlardır. Böylece yapılacak analizin geçerliliği ve tutarlılığı arttırılmıştır. Yapılan kodlama örnek bir veri seti üzerinde denenmiş olup gözden geçirilmiş kodlarla verinin tümünün kodlanması sağlanmıştır. Son olarak katılımcılara ait belirli görüş veya analiz birimlerinin her tema veya kod altında hangi sıklıkla tekrar ettiği hesaplanmıştır. Öğretmenlerle görüşmelerden elde edilen veriler; ele alınan her bir kavram için öğrenci bilgisi, öğretim bilgisi ve öğretim programı bilgisi olmak üzere üç başlık altında ele alınmıştır. Öğretmenlerin görüşmeler sırasında verdikleri cevaplar ve örnekler dikkate alınarak araştırmacılar tarafından belirlenen kod ve temalar bulgular bölümünde öğretmenlerin cevaplarından doğrudan alıntılar yapılarak sunulmuştur. Böylece doğrudan alıntılar ve ayrıntılı açıklamalar ile araştırmanın geçerliliği ve güvenilirliği artırılmıştır. Araştırmanın geçerliliğini sağlayan bir diğer durum olan transfer edilebilirlik için; araştırmanın sonuçlarının farklı durumlarda yeni katılımcı popülasyonuna transfer edilebilirliğini sağlamak amacıyla, katılımcı özelliklerine ve sürece dair ayrıntılı bilgi verilmiştir. Aynı zamanda araştırmanın kapsam ve sınırlılıkları açıkça ortaya konulmuş ve araştırma sonuçlarının hangi kapsam ve bağlamlarda ele alınabileceği ve değerlendirilebileceği açıklanmıştır. Katılımcılara ait diyaloglar aslına uygun olarak değiştirilmeden sunulmuştur.

Bulgular

Bu bölümde okul öncesi öğretmenlerinin pedagojik alan bilgilerine ilişkin bulgular alt problemler temelinde sunulmuştur.

1. Öğrenci Bilgisine Yönelik Bulgular

Okul öncesi öğretmenlerinin sayma ilkeleri, şipşak sayma ve parça bütün kavramları öğrenci bilgisi bileşeni kapsamında yaptıkları açıklamalar öğrenci stratejileri, öğrenci hataları ve öğrenci özellikleri olmak üzere üç tema altında toplanmış ve Tablo 2’de sunulmuştur.

Tablo 2
Öğrenci Bilgisine İlişkin Kodlar ve Temalar

Temalar	İlişkili kavramlar	Kodlar	Katılımcılar
Sayma ilkeleri		Saymaya baştan başlama	Ö1, 2, 3, 4, 5, 7, 8, 9
		Hepsini sayma	2, 4, 3, 5, 6, 7, 9
		Nesnelerin özelliğine dikkat etme	1, 2, 3, 5, 6, 8
		Renklere göre ayırıp sayma	1, 2, 5, 6, 8
		Ortadan başlama, kenardan başlama, rastgele sayma	2, 3, 6, 7, 9
		Farklı nesnelere vurgu yapma	2, 6, 8
		Ayrı ayrı sayma	2, 7

Öğrenci Stratejisi	Şipşak sayma	Şipşak sayma kartlarındaki noktaların dizilimini geometrik şekillerle ilişkilendirme	1,2,3,4,5,6,7,8,9
		Yan yana üç noktayı hatırlama	1,2, 3, 5,6, 9
		Beş ya da üç nokta söyleme	1,3, 4, 5,7, 9
		İçinden sayma	2, 3, 4, 5,8, 9
	Parça bütün	4'ten fazlasını söyleyememe	2, 6, 8
		Ekleme ya da eksiltme yapma	1,2, 3, 4, 7, 8, 6
		Eşitlemeye çalışma	2, 7, 8, 6
		Eşleştirme yapma diğer kümeyle (grupla)	2, 3, 5, 6
		Görünmeyen (saklanan) nesnelere zihinden sayma	2, 4, 8
		Üzerine sayma	4, 5, 8
Sayma ilkeleri	Sayı kombinasyonlarını fark etme	2, 5	
	Sayılan nesneyi tekrar sayma	1, 6, 3, 4, 7, 8, 9	
	Toplam nesneyi söyleyememe (kardinal değer)	3, 6	
	Birebir eşleme yapamama	2, 3	
Öğrenci Hataları	Şipşak sayma	Nokta sayısı artınca hata yapma	6, 4
		Uzamsal dizilim	5, 6
	Parça bütün	Eksiltmede zorlanma	2, 5
		Eksik ya da fazla sayma	1
Öğrenci Özellikleri	Görünmeyen nesnelere zorlanma	Bireysel farklılık	1, 6, 7, 9
		Cinsiyet farkı	1, 6, 7
		Yaş farkı	1, 3, 6
		Hazırbulunuşluk	2

Ö öğretmeni temsil etmektedir

Tablo 2 incelendiğinde öğretmenlerin çoğunun öğrenci stratejilerine odaklandığı görülmektedir. Öğretmenler öğrenci bilgisi kapsamında genelde öğrenci stratejilerini vurgulamışlardır. Öğrenci stratejileri teması altında; öğretmenlerin sayma ilkelerine yönelik en çok vurguladıkları öğrenci stratejileri, saymaya baştan başlama ve hepsini sayma stratejileridir. Saymaya baştan başlama ile ilgili bir katılımcının görüşü şu şekildedir: “*Sol üstten başlarlar yeşilleri bitirip kırmızılara başlarlar. Tabii çocukların üzerinden de denemek lazım ama. Ben öyle sayacaklarını zannediyorum.*” (Ö5). Burada Ö5 dördüncü soruda kendisine sunulan birim küpleri sayma konusunda öğrencilerin yaklaşımlarına ilişkin görüşlerini ifade etmiştir. Bu görevde çocuklara iki farklı renkte dört küp verilirken çocukların sayma stratejileri incelenmiştir. Sol üst olarak tanımlanan nokta küplerin başlangıç noktasıdır.

Şipşak sayma ile ilgili soruda (soru 7) ise nesnelere özelliklerine dikkat etme, şipşak sayma kartlarındaki noktaların dizilimini geometrik şekillerle ilişkilendirme, yan yana üç noktayı hatırlama, beş ya da üç nokta söyleme ve içinden sayma gibi farklı öğrenci stratejilerine örnekler sundukları görülmektedir. Şipşak sayma kartlarındaki noktaların dizilimini geometrik şekillerle ilişkilendirme ile ilgili bir katılımcının görüşü aşağıda ifade edilmiştir: “*Daireyi çok kullanıyoruz çocuklarla hani top şeklinde daire şeklinde vb. o şekilleri kullandığımızdan sonra hatırlayabilirler diye düşünüyorum.*” (Ö1). Ö1 şipşak sayma kartları çocuklara gösterildiğinde hangi şeklin/nokta diziliminin daha çabuk hatırlanabileceği sorusuna bu şekilde yanıt vermiştir.

Parça-bütün ilişkisine yönelik sorularda (Soru 9 ve 10) katılımcıların çoğu ekleme ya da eksiltme yapma ve eşitlemeye çalışma stratejilerinden bahsetmiştir. Ekleme ya da eksiltme yapma ile ilgili bir katılımcının görüşü aşağıda verilmiştir:

“Elleriyle kapatarak, ya da üzerini herhangi bir nesneyle kapatarak eksiltme etkinliğini eksiltme beceresini kazandırabileceğimi düşünüyorum. Benim öğrettiğim teknikle ellerini kapatarak soruyu çözebileceklerini düşünüyorum.” (Ö7, 9. soru için)

Ö7 kavanoz kapağının altına kaç örümcek gizlenmiştir ile ilgili görüşme sorusuna yönelik çocukların yukarıdaki gibi düşüneceğini ifade etmiş, çocuğun eksiltme yaparak soruyu yanıtlayacağını söylemiştir.

Öğrenci hataları teması altında ise sayılan nesneyi tekrar sayma, nokta sayısı artınca hata yapma ve eksiltmede zorlanma gibi durumlar belirtilmiştir. Katılımcıların çocukların hatalarının farkında olmaları istenen bir durumdur. Aşağıda sayılan nesneyi tekrar sayma ile ilgili bir katılımcının görüşlerinden bir alıntıya yer verilmiştir.

“Aslında hani biz başladığı yerden ben şey yapmalarını söylüyorum eğer böyle çok sayıda nesne varsa ve ben saymalarını istiyorsam hepsi düzgün sıralı olmuyor. Karıştırmamaları için böyle küçük bir işaret koymalarını istiyorum. Bir nokta koy ya da bir kenarına bir çizgi koy da saydığını bil tekrar sayma çünkü bazen çocuk oluyor tekrar dönüp tekrar sayıyor. Onu yapmaması için küçük bir işaret koymasını istiyorum çocuktan. Başladığında işaret koyarak gidiyor. Bazen bireysel farklılık oluyor. Bazıları ortasından başlıyor saymaya tekrar kenara dönüyor. Bazısı en kenardan başlıyor sonuna kadar geliyor bazısı da diğer taraftan başlıyor yani belli olmuyor çocuğun ne yapacağı.” (Ö6)

Yukarıda Ö6 çocukların nesnelere sayarken sayılan nesneyi tekrar sayma gibi durumların ortaya çıkabileceğinden bahsetmiştir. Bu durum öğretmenlerin çocuğun hatalarının farkında olduğunu göstermektedir. Son olarak öğrenci özellikleri teması altında ise bireysel farklılıklar, cinsiyet farkı, yaş ve hazırbulunuşluk kodları elde edilmiştir. Ancak bu özellikler çok az katılımcı tarafından dile getirilmiştir.

2. Öğretim Bilgisine Yönelik Bulgular

Tablo 3'te “Öğretmenin kullandığı yöntem ve teknikler” ile “Öğretmen tarafından kullanılan matematiksel kavramlara yönelik öğretim stratejileri” temaları altında öğretmenlerin öğretim bilgisine ilişkin kod ve temalar aşağıda sunulmuştur.

Tablo 3
Öğretim Bilgisine İlişkin Kod ve Temalar

Temalar	Kodlar	Katılımcılar
Öğretmenin Kullandığı Yöntem ve Teknikler	Oyun oynatma	Ö1, 2, 3, 4, 5, 6, 7
	Somut materyal kullanımı	2, 3, 6, 8, 9
	Tekrarlama	1, 2, 3, 4
	Geometrik şekilleri kullanma	1, 2, 4
	Benzetmeye yönelik çalışmalar yapma	3, 6
	Bol bol eve ödevler verme	1, 2
Öğretmen Tarafından Kullanılan Matematiksel Kavramlara Yönelik Öğretim Stratejileri	Grup etkinliği yapma	8
	Eş paylaşım	5, 6, 7, 8
	Sayı çalışması yapma, sıralı sayma	1, 2, 3, 6
	Azlık çokluk karşılaştırma yapma	3, 8
	Nesneleri sayarken farklı ve aynı kavramlara dikkat etmek	3
	Basit toplama işlemleri yaptıрма	1, 6
Sınıflama, sıralama, birebir eşleme	6	
Gruplama çalışmaları yapma	3	

Tablo 3'te öğretmenin kullandığı yöntem ve teknikler teması altında oyun oynatma, somut materyal kullanma (fasulye, boncuk, çubuk, kalem vs.) ve tekrar yapma çoğu öğretmen tarafından dile getirilirken, grup etkinliği yapma sadece Ö8 tarafından ifade edilmiştir. Öte yandan bol bol ödev verme iki katılımcı tarafından dile getirilmiştir. Aşağıda öğretmenin kullandığı yöntem ve teknikler teması altında en çok ifade edilen oyun oynatma ve somut materyal kullanmaya yönelik katılımcıların görüşlerine yer verilmiştir:

“Sayı bilgisi ve sayı sayma becerisi adına mesela parkurla oyun oynamayı çok seviyorlar. Parkurla oyun kurup mesela masanın üzerine bardaklara sayıları yazıyoruz ve o parkurlu oyunda en basitinden bir oyun oynamak isteniyorsa işte parkurları geçip mesela atıyorum bir bardakta bir yazıyor onun içinde bir tane ponpon koyuyor. İki yazıyor iki tane ponpon koyuyor. Üç yazıyor üç tane ponpon koyuyor. Beşe kadar sayılı

bardaklar var ve beşe kadar doğru bir şekilde ponponları bardakların içine yerleştiren öğrenci oyunu kazanıyor.”(Ö5)

Burada katılımcının vurguladığı çocukların oyun oynarken farkında olmadan sayma becerilerini kazandıkları şeklindedir. Bu durum okul öncesinde istenen bir durumdur. Yukarıdaki alıntıda görüldüğü üzere okul öncesi öğretmenleri sayı ilkelerinden kardinal değerine yönelik oyunlardan yararlandıklarını belirtmişlerdir.

“Sayıların farklı dizilişleri olduğunu çocuk zaten yaptıkça öğreniyor. Nesnelere farklı şekilde dizdiğinde yine aynı sayının çıkacağını üç bu tarafta yedi bu tarafta dört bir tarafta altı bir tarafta bunu topladığı zaman yine aynı rakam olduğunu zamanla öğreniyor. İlk etapta göstersem bunlar aynı demez çocuklar. Çünkü görsel olarak çocuk aynıyı görmek istiyor. Yani görseli aynıysa dizilişleri aynıysa aynı diyor çocuk. Ama farklı dizilişlerde de aynı rakamın olacağını yaparak öğreniyor çocuk. Fasulye sayıyoruz çubukla sayıyoruz. Sayı çalışması yapıyoruz. Oyunlar içerisinde saymalı oyunlar oynuyoruz.” (Ö2)

Burada katılımcının vurguladığı çocukların farkında olmadan sayı dizilimlerini kazandıkları şeklindedir. Yukarıdaki alıntıda görüldüğü üzere okul öncesi öğretmenleri sayıların uzamsal ilişkilerine vurgu yaparak farklı dizilişlerinin gelişimine yönelik somut materyallerden yararlandıklarını belirtmişlerdir. Aşağıda ayrıca geometrik şekilleri kullanma ve benzetmeye yönelik çalışmalar yapma durumlarına yönelik bir alıntıya yer verilmiştir.

“İşte kare olur üçgen olur daire olur artık hangi nesneye benzetebilirlerdi bilmiyorum. Aslında benzetmeye yönelik çalışmalar da yapıyorum ama noktalar üzerinden çok yapmıyoruz. Sayının kendisi üzerinden yapıyoruz ama bir neye benzeyebilir hadi düşünelim 2 sayısı neye benzeyebilir falan gibi bu tarz çalışmalar da yapıyoruz. Hatta okul öncesi el ele kitabı var MEB’in dağıttığı onların içinde de bu tarz çalışmalar var onları da sınıfta yaptırmaya çalışıyoruz ama noktalara yönelik bir çalışma yapmıyoruz. Benimkilerde söylese büyük ihtimalle tek bir nesneye benzetebilirlerdi.”(Ö6)

Burada katılımcılar şipşak sayma kartlarındaki noktaların hangilerinin çocuklar tarafından hatırlanabileceğine yönelik görüşlerini belirtmektedirler. Ö6 noktalara yönelik çalışmalar yapmadığını açıkça belirtmektedir. Öğretmenin kullandığı matematiksel kavramlara yönelik stratejiler teması için elde edilen kodlarda sayıların kombinasyonu yerine en çok eş paylaşım fikri ve sayı ile sıralı sayma çalışması ifade edildiği görülmektedir. Öte yandan sınıflama, sıralama, birebir eşleme, azlık çokluk karşılaştırma yaptırma gibi kavramların ifade edildiği görülmekte ancak bu kavramların sadece bir katılımcı tarafından (Ö8) dile getirildiği görülmektedir. Eş paylaşım fikriyle ilgili bir katılımcının görüşüne aşağıda yer verilmiştir.

“Ben paylaştıkları mümkünse şeyin eşit olmasını isterim. Ben zaten tek sayıyla çalışmazdım. 5.sini de paylaştıranı verirdim yardım için... Çünkü burada çocuklar paylaştıranın kim olduğunu bilir. Eşit paylaşımı bilir. 5 tane bilyenin veya nesnenin eşit paylaşılması gerektiğini düşünüyorum çocuklara...”(Ö8)

Yukarıda görüldüğü gibi eş paylaşım için tek sayı verilmemesi ve sayıların eş paylaşılması gerektiği ifade edilmektedir. Bu sayıların farklı kombinasyonlarının görülmesi açısından çocuklar açısından dezavantajlı bir durum oluşturmaktadır. Aşağıda bu tema altında ifade edilen sayı çalışması yapma ile en az ifade edilen grupta çalışmalarına yönelik katılımcıların görüşlerinden örnekler verilmiştir.

“Bir iki diye beş tane sayarlar. Geçen sene başı olmasına rağmen saydırdım hani nesnelere sayma yaptırdık. Çoğunda sayma becerisi var. Evde de yaptırılıyor sanırım aileler tarafından. Rahat bir şekilde sayarlar. 3’ü 2’yi özellikle az olan nesne sayısını kolaylıkla sayıyorlar. Aynı ayrı sayabilirler mi bir araba falan diye düşünüyorum. O şekilde yapan da olabilir öğretmenim bir tane gitar var, bir tane araba var, bir tane top var diyen de olabilir. Çoğu 1,2,3 hepsi sırayla sayar beş derler. Nadiren birer birer sayarlar bir gitar var, bir araba var diye.” (Ö2)

Yukarıdaki alıntıda görüldüğü üzere okul öncesi öğretmenleri sayı ilkelerinden soyutlama ilkesinin bazı çocuklarda kazanılmadığını belirtmişlerdir. Nitekim çocuğun nesnelere özellikten bağımsız sayamayacağını vurgulamaktadırlar.

“Gruplama olarak yapıyoruz mesela hocam beş sayısını veriyoruz aşağıda da beş tane on tane on bir tane sayın diyoruz. Bunları gruplama şeklinde yaptırıyoruz. Beş sayısı ile beş tane topu eşleştirin diyoruz mesela. Beş sayısının altına beş tane çizgi çizelim. Beş sayısını bu şekilde onlara şekil kavramıyla sayıyı birleştirip bütünleştirmeye çalışıyoruz.” (Ö3)

Ö3'nün ifadelerinde sayı ilkelerinden birebir eşleme ve kardinal değer ilkesinin gelişimine yönelik gruplama çalışmalarından yararlandığını görülmektedir. Ayrıca katılımcılar çocukların nesnelere sayarken farklı ve aynı kavramlarına dikkat ettiklerini belirtmişlerdir.

3. Öğretim Programı Bilgisine İlişkin Bulgular

Son olarak Tablo 4'te matematiksel kavramlar ve gelişimsel özellikler altında öğretmenlerin öğretim programı bilgisine ilişkin kod ve temalar aşağıda sunulmuştur.

Tablo 4
Öğretim Programı Bilgisine İlişkin Kod ve Temalar

Temalar	Kodlar	Katılımcılar
Matematiksel Kavramlar	Toplama ve çıkarma	Ö1, 2, 4, 5, 6, 7, 8, 9
	Sayıları tanıma	1, 2, 4, 5, 6, 7, 8
	Ritmik sayma (ileri, geri)	2, 3, 4, 5, 6, 7, 9
	Belirli sayıda nesneyi eşleştirme	2, 3, 5,
	Geometrik şekiller	4, 5, 7
	Örüntü oluşturma	3, 4
	Gruplama	3, 5
Gelişimsel Özellikler	Büyük, küçük ve zıt kavramları	3
	Çocukların yaş-ay değişikliği	1, 2, 3, 6, 7
	Çocukların yaş-ay çeşitliliği	3, 6, 7
	Bilişsel eğitim, Motor gelişimi	2, 3, 7, 9

Tablo 4'te görüldüğü gibi katılımcıların çoğunluğu matematiksel kavramlar teması altında toplama çıkarma, sayıları tanıma ve ritmik saymayı dile getirirken, büyük, küçük ve zıt kavramları gruplama ve örüntü oluşturma kavramlarını ise sadece birkaç katılımcı dile getirmiştir. Ö7'nin görüşleri örnek olarak verilmiştir:

“Matematik ile ilgili aslında planda 1'den 10'a kadar tanıma şeklinde var. Ama sınıfların durumuna göre toplama çıkarma, geriye sayma, ona kadar sayma, yüze kadar ritmik sayma, sayıları tanıma, sayıları doğru şekilde yazmayı amaçlıyoruz.” (Ö7).

Gelişimsel özellikler açısından bakıldığında çocukların yaş-ay değişikliği ve çeşitliliği, bilişsel eğitim ve motor gelişim gibi noktalar katılımcılar tarafından vurgulanmıştır. Bir katılımcı yaş ve yeterlilik hakkında şu şekilde yorum yapmıştır:

“Öğrenme her yaş grubu için aynı değildir. Eğer üç-dört yaşlarındaki küçük çocuklarla ilgileniyorsak, toplama alıştırmalarına bile başlamıyoruz. Eğer beş yaşındalarsa ve ertesi yıl ilkokula başlayacaklarsa, özellikle donanımları varsa bu becerileri geliştirebilirler.” (Ö3)

Genel olarak bulgulara bakıldığında okul öncesi öğretmenlerinin sayma ilkeleri, parça-bütün veya şipşak sayma gibi kavramları kullanmadığı ancak anlam olarak bazılarının aşına olduğu görülmektedir. Katılımcılar kavramlar doğrudan sorulduğunda çoğunlukla bilmediklerini veya ilk defa duyduklarını söylemiş fakat ilerleyen konuşmalarda sınıfta kavramın öğretimine yönelik etkinler yapan öğretmenler olduğu görülmüştür. Bu durum katılımcıların kavramları kullanmamasına rağmen sınıflarında bu kavramlara yönelik etkinlikler yaptığını göstermektedir.

Tartışma ve Sonuç

Sayma ilkeleri, sayıların parça-bütün ilişkisi ve şipşak sayma erken çocukluk dönemi matematik eğitiminde çocukların kazanması gereken önemli becerilerdendir. Okul öncesi öğretmenlerinin bu kritik kavramlar hakkında pedagojik alan bilgilerinin incelenmesi öğretim pratikleri hakkında bilgi sunması açısından değerli bulunmaktadır. Çalışmanın bulguları, okul öncesi öğretmenlerinin erken çocuklukta matematik eğitimini önemsediklerini göstermektedir. Görüşmeler sırasında öğretmenlerin çoğu genellikle erken çocukluk döneminde matematik ile kazanılan bilgi ve becerilerin ileriki dönemlerdeki matematik başarısı için önemli olduğunu belirtmişlerdir.

Öğretmenler okul öncesi dönemindeki çocukların sayma ilkelerine yönelik olarak birebir eşleme yaparken yaptıkları sayma hatalarını vurgulamışlardır. Örneğin, öğretmenler görüşmeler sırasında çocukların düzgün sıralı bir şekilde verilmeyen çoklukları sayarken bir nesneyi iki defa saydıklarını belirtmişlerdir. Ayrıca kardinalite prensibine ilişkin çocukların yaptıkları hatalardan da bahsetmeleri dikkat çekmektedir. Kardinalite prensibinden bahsederken öğretmenler, toplam küp sayısının sorulduğu soruda çocukların sayma sonunda söylenen son sayının kümenin eleman sayısını temsil ettiğini söylemediklerini ve tekrar başa dönerek sayma eğiliminde olduklarını belirtmişlerdir. Nitekim çocukların sayma becerisini kazanana kadar bu tarz hatalar yaptıkları bilinmektedir (Gelman & Gallistel, 1986). Benzer şekilde Li'nin (2021) çalışmasında da okul öncesi öğretmenlerinin en çok vurguladıkları öğrenci hatalarını bire bir eşleme hatası ve kardinal değer ilkesi hataları başlıkları altında belirtilmiştir.

Öğretim programı bilgisi kapsamında öğretmenlerden okul öncesi öğretim programını matematik kazanımları bağlamında değerlendirmeleri istenmiştir. Görüşmelerde öğretmenler, çocuklara rakamları tanımayı ve yazmayı, toplama ve çıkarma işlemlerini yapmayı, artı ve eksi işaretlerini tanımayı, ileriye ve geriye doğru ritmik saymayı öğretmek de dahil olmak üzere ilkokula hazırlığa yönelik beklentilerini ifade etmişlerdir. Ancak öğretmenlerin sembolleri tanıma, toplama ve çıkarma işlemi yapma gibi daha çok işlemsel bilgilere ağırlık verdiği, bu kavramlar arasında bir ilişkilendirme kurmadan birbirinden bağımsız bir şekilde bahsettikleri ve sayılar arasındaki ilişkilere vurgu yapmadıkları gözlenmiştir. Öğretmenlerin ilişkilendirme yapamamaları okul öncesi öğretim programındaki kazanımların, ilgili açıklama ve etkinliklerin sınırlılığında kaynaklanmış olabilir. Araştırmanın yürütüldüğü sırada ülkemizde 2013 okul öncesi eğitim programı uygulanmaktaydı. Bu program incelendiğinde sayı kavramı, sayı ilkeleri ve sayma becerilerine yönelik kazanımların olduğu ancak sayılar arasındaki ilişkilere ve sayı duyusuna vurgu yapan kazanımların olmadığı dikkati çekmektedir (MEB, 2013). Benzer şekilde uluslararası sınavlarda genellikle ilk sıralarda yer alan ülkelerden biri olan Singapur'un ulusal okul öncesi öğretim programı kitapçığında dikkati çeken nokta, sayı duyusuna yapılan vurgudur. Singapur öğretim programında "parça-bütün ilişkisi" ve "şipşak niceleme" gibi kavramlar sayı duyusu başlığı altında tanımlanmış ve bu kavramların gelişimi için örnek etkinlikler sunulmuştur (MEB, 2013). Şapul (2019) tarafından yapılan tez çalışmasında Türkiye ve Singapur okul öncesi öğretim programlarının matematik içerikleri karşılaştırılmıştır. Araştırmanın sonucunda Türkiye'deki programın sayı kavramının içselleştirilmesi konusunda eksik kaldığı vurgulanmaktadır. Ayrıca araştırmanın sonucunda mesleğe yeni başlamış okul öncesi öğretmenlerinin programa göre hareket etmesinin çocukların sayı duyularını geliştiremeyeceği belirtilmektedir. Öğretim programı bilgisi kapsamında elde edilen bir diğer bulgu, okul öncesi eğitim programında matematiğe yönelik kazanım sayısının az olduğunu vurgulayan öğretmenler olduğu gibi çok olduğunu düşünenlerin de olmasıdır. Bu durum öğretmenlerin bu konuda çocukların gelişimini değil programda örneklendirilen durumları daha çok dikkate aldığını göstermektedir.

Pedagojik bilgi açısından bakıldığında, okul öncesi öğretmenlerinin çoğunluğunun, Tian ve Huang'ın (2019) bulgularıyla tutarlı olarak, matematik kavramlarından ziyade genel öğretim stratejilerine daha fazla vurgu yaptıkları görülmüştür. Öğretmenin kullandığı yöntem ve teknikler teması altında oyun oynatma, somut materyal kullanma (fasülye, boncuk, çubuk, kalem vs.) ve tekrar yapma çoğu öğretmen tarafından dile getirilmiştir. Okul öncesi öğretmenleri özellikle oyun içine entegreli etkinlikleri kullandıklarını ve çocukların oyun oynarken farkında olmadan sayı dizilimlerini ve sayma becerilerini kazandıklarını vurgulamışlardır. Nitekim Okul Öncesi Eğitim Programının Temel İlkeler kısmında bütün etkinliklerin oyun temelli düzenlenmesi gerektiği vurgulanmaktadır (MEB, 2013). Benzer şekilde alan yazında da oyun

kullanımın önemi dile getirilmiştir (Aumann vd., 2024; Björklund vd., 2020; Lee, 2017; McCray ve Chen, 2012). Aumann ve diğerleri (2024) tarafından matematiksel öğrenme potansiyeli olan durumlardan birinin oyun oynatma olduğu vurgulanmıştır. Ayrıca oyun oynatırken okul öncesi öğretmeni ile çocuğun etkileşiminin önemine dikkat çekilmiştir.

Araştırmaya katılan öğretmenlerin çoğunun sayıların parça-bütün anlamını eş paylaşırma şeklinde algılaması bu araştırmanın dikkat çekici sonuçları arasında yer almaktadır. Sophian ve McCogray da (1994) çalışmalarında bu çalışmaya paralel olarak öğrencilerin parça bütün ilişkisi kapsamında sayı kombinasyonlarına ilişkin sınırlı bilgi sergiledikleri sonucuna ulaşmışlardır. Parça bütün ilişkisini öğretmek için yapılan etkinlikler sorulduğunda, öğretmenler legolar, oyun hamuru, bloklar ve boncuklar gibi materyalleri kullandıklarını belirtmişlerdir. Fakat bu materyallerden bahsederken öğretmenler yine ağırlıklı olarak toplama işlemine vurgu yapmış, sayının bütünü oluşturan parçalardan bahsetmemişlerdir. Bu bulgu Zhang'in (2015) çalışmasının bulgularına paralel olarak okul öncesi öğretmenlerinin sayıların parça bütün ilişkisinin gelişimine yönelik bilgilerinin oldukça yüzeysel olduğunu göstermektedir. Öğretmenlerden beklenen sayıların parça-bütün ilişkisinin anlaşılmasında gerekli olan bütünü oluşturan farklı sayı ikililerine vurgu yapmalarıdır.

Katılımcılar şipşak sayma kartlarındaki noktaların hangilerinin çocuklar tarafından hatırlanabileceğine yönelik sorular için yaptıkları geometrik şekilleri kullanma ve benzetme çalışmalarından bahsetmiş ve bu noktalara yönelik çalışmalar yapmadıklarını açıkça ifade etmişlerdir. Öğretmenlerin geliştirdikleri etkinliklerde daireyi çok kullandıkları bu yüzden çocukların da noktalı kartlar gösterildiğinde daireye benzer 5 noktalı kartı daha kolay hatırladıklarını dile getirdikleri görülmüştür. MacDonald (2013) çalışmasında noktalar arasındaki boşluğa, noktaların simetrik yönlerine ve noktaların rengine göre çocukların algısal şipşak saymadaki performanslarının değişiklik gösterdiğini ifade etmiştir. Şipşak sayma ile ilgili görüşme sorularında en az nokta sayısının daha kolay hatırlanacağı katılımcıların çoğunluğu tarafından dile getirilirken katılımcılardan biri tarafından çocukların matematik etkinliklerinde deneyimledikleri şekillerin daha kolay hatırlanacağı yönünde bir görüşü bulunmaktadır. Ayrıca bazı öğretmenler, çocukların kavramsal ve algısal sayma ile ilgili sorulardaki çözüm yollarındaki farklılıkları yorumlayabilmiştir. Öğretmenlerin bu kavramlara yönelik sayıların uzamsal ilişkileri ve gruplama gibi özellikleri vurguladıkları görülmüştür.

Okul öncesi öğretmenlerinin sayı bilgisi ve sayma ilkelerine yönelik yeterli pedagojik alan bilgisini lisans eğitimleri süresince aldıkları derslerde kazanmaları beklenmektedir (Olkun vd., 2014; Tian & Huang, 2019). Okul öncesi öğretmenliği lisans programlarının içeriğine bakıldığında; Erken Çocuklukta Matematik Eğitimi dersinde sayı kavramı, sayma becerileri ve sayı kavramının öğretim aşamaları gibi konular yer almaktadır. Bu ders programında haftada teorik üç saat olacak şekilde bir dönem okutulmaktadır (YÖK, 2018). Öğretmenlerin pedagojik alan bilgileri açısından bu derslerin içeriğinin yeniden düzenlenmesi gerektiği düşünülmektedir. Dağlı ve Dağlıoğlu (2021) çalışmalarında okul öncesi öğretmen adaylarının lisans öğrenimleri boyunca aldıkları matematik eğitimi derslerinin pratik uygulamalarının olmamasını eleştirmiş ve bu durumun pedagojik alan bilgisini olumsuz yönde etkilediğini belirtmişlerdir.

Öğretmenler pedagojik alan bilgilerini geliştirmek amacıyla hizmet içi seminerlere veya eğitimlere katılabilir. Bu seminerlerde sayılar arasındaki ilişkilere (parça-bütün ilişkisi, şipşak sayma gibi) vurgu yapılarak geliştirilecek örnek etkinlikler, senaryolar veya durumlar üzerinde tartışılması okul öncesi öğretmenlerinin kavramsal öğrenmeleri destekleyecek şekilde öğrenme ortamlarını hazırlamaları açısından önemli görülmektedir. Sayıların içselleştirilmesinde ve sayma becerilerinin gelişiminde kritik öneme sahip becerilerden biri de sayıların parça-bütün ilişkisinin anlaşılmasıdır. Buna yönelik kazanımların ileride aritmetik becerilere olan katkısı düşünüldüğünde okul öncesi öğretim programında olması kaçınılmazdır. İleride yapılacak program revizyon çalışmalarında sayıların parça-bütün ilişkisinin okul öncesi dönemde dikkate alınması çocukların aritmetik becerilerinin gelişimine katkı sunacaktır. Bu çalışmada okul öncesi öğretmenlerinin pedagojik alan bilgisi sayı kavramı ve sayılar arası ilişkiler bağlamında incelenmiştir. Çalışma sayma ilkeleri, şipşak sayma ve parça-bütün ilişkisi matematiksel kavramlarıyla sınırlıdır. Örneklem büyüklüğü genişletilerek ileride yapılacak çalışmalarda geometri, ölçme

gibi farklı matematiksel kavramlar ele alınarak öğretmenlerin pedagojik alan bilgileri bütüncül olarak incelenebilir.

Yazar Katkı Oranı

Yazarlar, çalışmaya eşit oranda katkı sunmuşlardır.

Etik Beyan

“Yükseköğretim Kurumları Bilimsel Araştırma ve Yayın Etiği Yönergesinde’ yer alan tüm kurallara uyulmuş ve yönergenin ikinci bölümünde yer alan “Bilimsel Araştırma ve Yayın Etiğine Aykırı Eylemlerden” hiçbiri gerçekleştirilmemiştir.

Çatışma Beyanı

Yazarlar çalışma kapsamında herhangi bir kurum veya kişi ile çıkar çatışması bulunmadığını beyan etmektedirler.

References

- Aumann, L., Gasteiger, H., & Puca, R. M. (2024). Early childhood teachers' feedback in natural mathematical learning situations: Development and validation of a detailed category system. *Acta Psychologica*, 244. <https://doi.org/10.1016/j.actpsy.2024.104175>
- Ball, D. L., Thames, M. H., & Phelps, G. (2008). Content knowledge for teaching: What makes it special? *Journal of Teacher Education*, 59(5), 389–407. <https://doi.org/10.1177/0022487108324554>
- Baroody, A. J. (2016). Curricular approaches to connecting subtraction to addition and fostering fluency with basic differences in grade 1. *PNA. Revista de Investigación en Didáctica de la Matemática*, 10(3), 161–190. <https://doi.org/10.30827/pna.v10i3.6087>
- Björklund, C. (2014). Less is more—mathematical manipulatives in early childhood education. *Early Child Development and Care*, 184(3), 469–485. <https://doi.org/10.1080/03004430.2013.799154>
- Björklund, C., & Barendregt, W. (2016). Teachers' pedagogical mathematical awareness in Swedish early childhood education. *Scandinavian Journal of Educational Research*, 60(3), 359–377. <https://doi.org/10.1080/00313831.2015.1066426>
- Björklund, C., Magnusson, M., & Palmér, H. (2020). Teachers' involvement in children's mathematizing—beyond dichotomization between play and teaching. In O. Thiel, & B. Perry (Eds.), *Innovative approaches in early childhood mathematics* (pp. 7–18). Routledge.
- Björklund, C., van den Heuvel-Panhuizen, M., & Kullberg, A. (2020). Research on early childhood mathematics teaching and learning. *ZDM Mathematics Education*, 52(4), 607–619. <https://doi.org/10.1007/s11858-020-01177-3>
- Blömeke, S., Jenßen, L., Dunekacke, S., Suhl, U., Grassmann, M., & Wedekind, H. (2015). *Leistungstests zur Messung der professionellen Kompetenz frühpädagogischer Fachkräfte*. Zeitschrift für pädagogische Psychologie, 29(3-4), 177-191. <https://doi.org/10.1024/1010-0652/a000159>
- Bobis, J. (2008). Early spatial thinking and the development of number sense. *Australian Primary Mathematics Classroom*, 13(3), 4–9.
- Clements, D. (1999). Subitizing. What is it? Why teach it? *Teaching Children Mathematics*, 5(7), 400–405. <https://doi.org/10.5951/TCM.5.7.0400>
- Clements, D. H., & Sarama, J. (2009). Learning trajectories in early mathematics sequences of acquisition and teaching. *Encyclopedia of Language and Literacy Development*, 7, 1-6.
- Clements, D. H. & Sarama, J. (2011). Early childhood mathematics intervention. *Science*, 333(6045), 968–970. <https://doi.org/10.1126/science.1204537>
- Creswell, J. W. (2007). *Qualitative inquiry and research design: Choosing among five approaches*. SAGE Publications.
- Dağlı, H., & Dağlıoğlu, H. (2021). Okul öncesi dönem çocuklarının duyu düzenleme becerileri ile problem çözme becerileri arasındaki ilişkinin çeşitli değişkenlere göre incelenmesi. *Cumhuriyet International Journal Of Education*. 10(3), 1020-1046. <https://doi.org/10.30703/cije.799698>
- Davydov, V. V. (1982). The psychological characteristics of the formation of elementary mathematical operations in children. In T. P. Carpenter, J. M. Moser, & T. A. Romberg (Red.), *Addition and subtraction: A cognitive perspective* (pp. 224–238). Lawrence Erlbaum Associates.
- Dursun, Ş. (2009). İlköğretim birinci sınıf öğrencilerinin matematiksel becerilerinin okul öncesi eğitimi alma ve almama durumuna göre karşılaştırılması. *Kuram ve Uygulamada Eğitim Bilimleri*, 9(4), 1691–1715.
- Ekdahl, A. L. (2021). Different learning possibilities from the same activity—Swedish preschool teachers' enactment of a number relation activity. *Scandinavian Journal of Educational Research*, 65(4), 601–614. <https://doi.org/10.1080/00313831.2020.1739131>
- Fischer, F. E. (1990). A part–part–whole curriculum for teaching number in the kindergarten. *Journal for Research in Mathematics Education*, 21(3), 207–215. <https://doi.org/10.2307/749374>

- Fraenkel, J. R., Wallen, N. E., & Hyun, H. H. (2012). *How to design and evaluate research in education* (8th ed.) McGraw-Hill.
- Gasteiger, H., & Benz, C. (2018). Enhancing and analyzing kindergarten teachers' professional knowledge for early mathematics education. *The Journal of Mathematical Behavior*, 51, 109–117. <https://doi.org/10.1016/j.jmathb.2018.01.002>
- Gelman, R., & Gallistel, C. R. (1986). *The child's understanding of number*. Harvard University.
- Ginsburg, H. P. (2016). Helping early childhood educators to understand and assess young children's mathematical minds. *ZDM Mathematics Education*, 48, 941–946. <https://doi.org/10.1007/s11858-016-0807-7>
- Güven, Y. (2005). *Erken çocuklukta matematiksel düşünme ve matematiği öğrenme*. Küçük Adımlar Eğitim Yayınları.
- Hachey, A. C. (2013). The early childhood mathematics education revolution. *Early Education & Development*, 24(4), 419–430. <https://doi.org/10.1080/10409289.2012.756223>
- Hunting, R. P. (2003). Part-whole number knowledge in preschool children. *The Journal of Mathematical Behavior*, 22(3), 217-235. [https://doi.org/10.1016/S0732-3123\(03\)00021-X](https://doi.org/10.1016/S0732-3123(03)00021-X)
- Kutluca, A. Y. (2021). Exploring preschool teachers' pedagogical content knowledge: The effect of professional experience. *Journal of Science Learning*, 4(2), 160–172. <https://doi.org/10.17509/jsl.v4i2.31599>
- Klahr, D., & Wallace, J. G. (1976). *Cognitive development: An information-processing view*. Routledge.
- Lee, J. (2010). Exploring kindergarten teachers' pedagogical content knowledge of mathematics. *International Journal of Early Childhood*, 42, 27–41. <https://doi.org/10.1007/s13158-010-0003-9>
- Lee, J. E. (2017). Preschool teachers' pedagogical content knowledge in mathematics. *International Journal of Early Childhood*, 49, 229–243. <https://doi.org/10.1007/s13158-017-0189-1>
- Li, X. (2021) Investigating U. S. preschool teachers' math teaching knowledge in counting and numbers. *Early Education and Development*, 32(4), 589–607. <https://doi.org/10.1080/10409289.2020.1785226>
- MacDonald, B. L. (2013). *Subitizing activity: Item orientation with regard to number abstraction* [Unpublished doctoral dissertation]. Virginia Tech University.
- MacDonald, B. L. (2015). Ben's perception of space and subitizing activity: A constructivist teaching experiment. *Mathematics Education Research Journal*, 27(4), 563–584. <https://doi.org/10.1007/s13394-015-0152-0>
- MacDonald, B. L., & Shumway, J. F. (2016). Subitizing games: Assessing preschoolers' number understanding. *Teaching Children Mathematics*, 22(6), 340–348. <https://doi.org/10.5951/teacchilmath.22.6.0340>
- McCray, J. S., & Chen, J. Q. (2012). Pedagogical content knowledge for preschool mathematics: Construct validity of a new teacher interview. *Journal of Research in Childhood Education*, 26(3), 291–307. <https://doi.org/10.1080/02568543.2012.685123>
- MEB. (2013). Okul öncesi eğitim programı. T.C. Millî Eğitim Bakanlığı, Temel Eğitim Genel Müdürlüğü.
- Neuman, D. (1987). *The origin of arithmetic skills: A phenomenographic approach*. [Unpublished doctoral dissertation]. Acta Universitatis Gothoburgensis.
- Olkun, S., Çelik, E., Tural Sönmez, M., & Can, D. (2014). İlköğretim birinci sınıf Türk öğrencilerinde sayma ilkelerinin gelişimi. *Başkent University Journal of Education*, 1(2), 115–125. <http://buje.baskent.edu.tr/index.php/buje/article/view/50/35>
- Olkun, S., & Özdem, Ş. (2015). Kavramsal şipşak sayılama uygulamalarının hesaplama performansına etkisi. *Başkent University Journal of Education*, 2(1), 1–9. <http://buje.baskent.edu.tr/index.php/buje/a>

- Patton, M. Q. (2005). Qualitative research. In B. S. Everitt & D. C. Howell (Eds.), *Encyclopedia of Statistics in Behavioral Science* (1 st ed.). Wiley. <https://doi.org/10.1002/0470013192.bsa514>
- Polignano, J. C. (2014). Number sense development during the preschool years: Relations within and between key skill indicators [Unpublished doctoral dissertation]. Lehigh University.
- Sarnecka, B. W., & Carey, S. (2008). How counting represents number: What children must learn and when they learn it. *Cognition*, 108(3), 662–674. <https://doi.org/10.1016/j.cognition.2008.05.007>
- Sarnecka, B. W., & Wright, C. E. (2013). The idea of an exact number: Children's understanding of cardinality and equinumerosity. *Cognitive Science*, 37(8), 1493–1506. <https://doi.org/10.1111/cogs.12043>
- Schaeffer, B., Eggleston, V. H., & Scott, J. L. (1974). Number development in young children. *Cognitive Psychology*, 6(3), 357–379. [https://doi.org/10.1016/0010-0285\(74\)90017-6](https://doi.org/10.1016/0010-0285(74)90017-6)
- Schmittau, J. (2004). Vygotskian theory and mathematics education: Resolving the conceptual-procedural dichotomy. *European Journal of Psychology of Education*, 19(1), 19–43. <https://doi.org/10.1007/BF03173235>
- Shulman, L. (1986). Those who understand: Knowledge growth in teaching. *Educational Researcher*, 15(2), 414. <https://doi.org/10.3102/0013189X015002004>
- Sinnakaudan, S., Kuldass, S., Hashim, S., & Ghazali, M. (2016). Enabling pupils to conceive part-whole relations of numbers and develop number sense: Year one of primary schools in Malaysia. *International Journal for Mathematics Teaching and Learning*, 17(3), 1–20. <http://dx.doi.org/10.4256/ijmtl.v17i3.25>
- Smith, K. H. (2000). *Early childhood teachers' pedagogical knowledge in mathematics: A quantitative study* [Unpublished doctoral dissertation]. Georgia State University.
- Sophian, C., & McCorgray, P. (1994). Part-whole knowledge and early arithmetic problem solving. *Cognition and Instruction*, 12(1), 3–33. https://doi.org/10.1207/s1532690xci1201_1
- Sperry-Smith, S. (2016). *Erken ocuklukta matematik*. (S. Erdođan, ev.). Eđiten Kitap.
- Şapul, Y. (2019). *Türkiye ve Singapur okul öncesi eğitim programlarının temel prensiplerinin ve matematiksel ieriklerinin karşılaştırılması* [Unpublished master's thesis]. Gaziantep Üniversitesi.
- Tian, F., & Huang, J. (2019). Early childhood teachers' pedagogical content knowledge in mathematics: A research report from China. *Universal Journal of Educational Research*, 7(11), 2258–2261. <http://dx.doi.org/10.13189/ujer.2019.071102>
- Torbeyns, J., Op't Eynde, E., Depaepe, F., & Verschaffel, L. (2024). Preschool teachers' mathematical questions during shared picture book reading. *ZDM–Mathematics Education*, 38(1), 1–15. <https://doi.org/10.1007/s11858-023-01544-w>
- Yıldırım, A., & Şimşek, H. (2018). *Sosyal bilimlerde nitel araştırma yöntemleri* (11. Bs.). Seçkin Yayınevi.
- Yükseköğretim Kurulu (YK), (2018). Öğretmen yetiŐtirme lisans programları, programların güncelleme gerekçeleri, getirdiği yenilikler ve uygulama esasları. <https://www.yok.gov.tr/kurumsal/idari-birimler/egitim-ogretim-dairesi/yeni-ogretmen-yetistirme-lisans-programlari>. EriŐim: 02.08.2023.
- Zhang, Y. (2015). *Pedagogical content knowledge in early mathematics: What teachers know and how it associates with teaching and learning* [Unpublished doctoral dissertation]. Loyola University.