

Ortaokul Matematik Ders Kitaplarında Üçgenler Konusunun Öğretiminde Kullanılan Örneklerin İncelenmesi

An Examination of Examples Used in Teaching Triangles in Middle School Mathematics Textbooks

Beyzanur ŞAHİN¹, Fatih KARAKUŞ²

Öz

Örneklerin matematik öğretimindeki rolü alan yazında yapılan birçok çalışmada vurgulanmaktadır. Örnekler hem soyut matematiksel kavramların somutlaştırılmasında hem de bu kavramların anlaşılmasında önemli bir role sahiptir. Örneklerle sıklıkla rastlanılan yerlerden biri de ders kitaplarıdır. Ders kitaplarında yer alan örneklerin incelenmesi yapılan öğretimin niteliği hakkında da ipuçları sunacaktır. Bu bağlamda, bu çalışmanın amacı ortaokul matematik ders kitaplarındaki üçgenler konusuna yönelik örnekleri incelemek ve sınıf düzeyine göre bu örneklerin nasıl değiştiğini belirlemektir. Çalışma nitel araştırma yaklaşımlarından doküman analizi yöntemi kullanılarak yürütülmüştür. Bu kapsamda 5, 6, 7 ve 8. sınıfa ait ortaokul matematik ders kitaplarındaki üçgenler konusuna yönelik örnekler incelenmiştir. Matematik ders kitaplarında üçgen konusundaki örnek türlerini belirlemek için Alkan (2016) tarafından geliştirilen örnek türleriyle ilgili teorik çatı kullanılmıştır. Elde edilen veriler betimsel analiz tekniği ile analiz edilmiştir. Ortaya çıkan sonuçlar örnek türlerinin sınıf düzeyine göre farklılaştığını göstermektedir. Ortaokul matematik ders kitaplarında üçgenler ile ilgili sıklıkla standart, geliştirici ve başlangıç türü örneklerle yer verildiği görülmüştür. Buna karşın 8. sınıf düzeyine kadar uç ve karşıt örneklerle yer verilmediği, örnek dışı örneklerle ise çok az yer verildiği tespit edilmiştir.

Anahtar Kelimeler

Örnek türleri
Örneklerin
sınıflandırılması
Ortaokul matematik
ders kitabı

Abstract

The role of examples in teaching mathematics is emphasized in many studies. Examples have an important role both in concretizing abstract mathematical concepts and in understanding these concepts. Examples are frequently in textbooks. Examining the examples in the textbooks will also provide clues about the quality of the teaching. The aim of this study is to examine the examples of triangles in middle school mathematics textbooks and to determine the changes in these examples according to grade level. Document analysis method was used. In this context, examples of triangles in middle school mathematics textbooks belonging to 5th, 6th, 7th and 8th grades were examined. In order to determine the types of examples in mathematics textbooks, the theoretical framework developed by Alkan (2016) was used. Descriptive analysis was used in the analysis of the data. The results show that the mathematical samples differ according to the grade level. It has been determined that standard, improving and startup examples about triangles are frequently included in middle school mathematics textbooks. On the other hand, it has been determined that extreme and counterexamples are not included at the 8th grade level, and non-example examples are rarely included at the same grade.

Keywords

Types of example
Classifying
examples
Middle school
mathematics
textbook

Başvuru Tarihi/Received
10.10.2023

Kabul Tarihi /Accepted
31.03.2024

| Araştırma Makalesi / Research Article |

Suggested APA Citation/Önerilen APA Atf Biçimi:

Şahin, B., & Karakuş, F. (2024). Ortaokul matematik ders kitaplarında üçgenler konusunun öğretiminde kullanılan örneklerin incelenmesi. *Manisa Celal Bayar University Journal of the Faculty of Education*, 12(1), 88-110, <https://www.doi.org/10.52826/mcbuefd.1373844>

¹ Sivas Cumhuriyet Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Matematik Eğitimi, Sivas, TÜRKİYE; <https://orcid.org/0009-0005-9760-9596>

² Sorumlu Yazar, Sivas Cumhuriyet Üniversitesi, Eğitim Fakültesi, Matematik ve Fen Bilimleri Eğitimi Bölümü, Sivas, TÜRKİYE; <https://orcid.org/0000-0001-9581-520X>

GİRİŞ

Öğretimin gerçekleşmesi ve anlamlı öğrenme ortamının oluşması için öğretim araçlarından faydalanılır. Öğretim araçlarından biri olan ders kitapları; öğretmenler için öğretim programının tamamlayıcısı ve sınıf içi uygulamalarda onlara rehberlik yapan öğrenci için ise öğrenme yaşantılarına kaynaklık eden temel araçlardan biridir (Esen, 2003). Ders kitapları hem öğretim programlarındaki kazanımların yansımaları hem de sınıf içi öğretim etkinliklerini etkileyen ve yönlendiren öğretim araçlarıdır (Yılmaz, Seçken ve Morgil, 1998). Ayrıca ders kitapları öğrencilere bilgi verme, açıklama yapma ve onları yönlendirme gibi önemli roller de üstlenmektedir (Altun, Arslan ve Yazgan, 2004). Ders kitapları dersin planlanması, uygulanması ve değerlendirilmesinde öğretmenlere destek sağlarken, sınıfta öğrenilenlerin tekrar edilmesinde öğrencilere yardımcı olmaktadır (Özer ve İncikabı, 2019). Bunun yanında ders kitapları, kavramlar hakkında bilgi verme ve kavramlar arası ilişkileri açıklama gibi özelliklere de sahiptir (Işık, 2008). Özellikle soyut matematiksel kavramların açıklanması ve bu kavramlar arası ilişkilerin somutlaştırılmasında örnekler önemli bir role sahiptir. Alan yazında yapılan bazı çalışmalarda matematik ders kitaplarında yer alan örneklerin çoğunlukla tekdüze/rutin (Altun vd., 2004; Erşen, Bülbül ve Güler, 2021), sayı, çeşit ve nitelik açısından yetersiz (Özmantar, Dapgın, Çırak Kurt ve İlgin, 2017) ve günlük hayattan kopuk olduğu (Özgen, 1993) ifade edilmektedir. Bu durum matematik ders kitaplarının içeriğinin temel elemanlarından biri olan ve soyut matematiksel kavramların anlaşılması ile bu kavramlar arası ilişkilerin oluşturulmasında önemli bir rolü bulunan örneklerin özelliklerinin incelenmesini zorunlu kılmaktadır.

Teorik Çerçeve

Alkan (2016) örneği, kavramlara ait olan ya da olmayan tanımların veya durumların açıklanmasında, matematiksel kural ve ilkelerin anlamlarının ifade edilmesinde, prosedürlerin nasıl uygulandığının gösterilmesinde kullanılan özel durumlar olarak tanımlanmaktadır. Gökbulut (2010) ise örnekleri soyut düşünceler olan kavramları somut yapılara dönüştüren durumlar olarak ifade etmektedir. Bu tanımlar ele alındığında örneklerin soyut matematiksel ifadeleri somutlaştırdıkları, kavramların daha iyi anlaşılmasına yardımcı oldukları, bir kuralın nasıl uygulanacağı hakkında yol gösterici role sahip oldukları ve kavramlar arasında ilişkiler kurulmasına yardımcı oldukları söylenebilir. Kısacası örnekler matematiksel kavramların anlaşılmasında önemli bir role sahiptir. Bununla birlikte tek bir örnek türü her zaman kavrama ait tüm anlamları ve özellikleri ifade etmekte yeterli olmayabilir (Alkan ve Güven, 2018). Bu durum farklı örnek türlerinin olması gerektiğini göstermektedir.

Örnekler üzerine yapılan çalışmalar incelendiğinde farklı araştırmacıların örnekleri farklı şekillerde sınıflandırdıkları görülmektedir (Alkan, 2016; Zaslavsky, 2010). Alkan (2016) doktora tez çalışmasında örnekler ile ilgili çalışmaları incelemiş ve farklı isimlerle de olsa benzer görevi gören örnek türlerinin olduğunu belirlemiş ve bu örnek türlerini yeniden ele alarak örneklerle ilgili bir sınıflandırma geliştirmiştir. Alkan'ın (2016) örnek sınıflaması hem daha önce yapılan sınıflamaları ele alması hem de bu sınıflamalardaki eksiklikleri gidermeye çalışması bağlamında ön plana çıkmaktadır. Bu nedenle bu çalışmada Alkan (2016)'nın örnek sınıflaması teorik çatı olarak kullanılmıştır. Alkan (2016) oluşturduğu sınıflamasında örnekleri başlangıç, standart, geliştirici, örnek dışı, uç ve karşıt örnekler olmak üzere altı kategori altında toplamıştır. Alkan (2016) tarafından örneklerle ilgili oluşturulan sınıflama Tablo 1'de sunulmuştur.

Tablo 1. Örnek Kategorileri, Kodlar ve Kullanım Amaçları

Örnek Kategorileri	Örneklere Ait Kodlar	Kullanım Amaçları
Başlangıç Örnekleri	Konuya öğrencilerin dikkatini çekme ve hatırlatma (BK1)	Bir konunun başında öğrencilerin konuya ilgisini çekmek ve öğrencilerinin eski bilgilerini hatırlatmak amacıyla sunulan örneklerdir.
	Tanım için alt yapı oluşturma (BK2)	Bir konunun başında öğrencilerine konu için bilmeleri gereken bilgileri içeren örneklerdir
	Konular arası ilişkiyi sağlayarak konuya giriş yapma (BK3)	Yeni bir konuya başlarken bu konuya eski bir konuyla bağlantı sağlamak için kurulan örneklerdir.
Standart Örnekler	Tanımı yansıtma (SK1)	Tanımın ne anlama geldiğini ifade eden prototip örneklerdir.
	Kuralı yansıtma (SK2)	Bir kuralın ne anlama geldiğini ifade eden prototip örneklerdir.
	Bir prosedürün nasıl uygulandığını gösterme (SK3)	Bir işlemsel sürecin basitçe nasıl gerçekleştiğini ifade eden örneklerdir.
Geliştirici Örnekler	Tanımın standart örneklerinin öğrencilerde oluşan muhtemel algıyı genişletmeye çalışma (GK1)	Tanımın standart örneklerinin öğrencilerde oluşan muhtemel algıyı genişletmeye çalışmak için sunulan örneklerdir.
	Kuralı yansıtan standart örneklerin dışında bu kuralın başka durumlarla ilişkisini gösterme (GK2)	Öğretmenin dersinde bir kuralı ifade ettikten sonra kuralı yansıtan standart örneklerin dışında bu kuralı başka durumlarla ilişkisini göstermek için sunulan örneklerdir.
	Konular arası ilişkiyi sağlayarak kavramın sınırlarını genişletme (GK3)	Konular arası ilişkiyi göstererek öğrencilerde kavramın sınırlarını genişletmek amacıyla sunulan örneklerdir.
Uç Örnekler	Kavramlara ait istisna durumları gösterme (UK1)	Kavramlara ait istisna durumları ifade etmek için kullanılan örneklerdir.
Örnek Dışı Örnekler	Tanıma ait olmayan durumu gösterme (ÖDK1)	Tanıma ait olmayan durumları ifade etmek için kullanılan örneklerdir.
	Kurala ait olmayan durumu gösterme (ÖDK2)	Kurala ait olmayan durumları ifade etmek için kullanılan örneklerdir.
Karşıt Örnek	Öğrencilerin yanlış genellemelere ulaşmalarını engelleme (KK1)	Öğrencilerin yanlış genellemelere ulaşmalarını engellemek amacıyla kullanılan örneklerdir.

Alan yazında matematiksel örneklerin sınıflandırılmasına yönelik çalışmalara rastlanmaktadır. Bu çalışmalar sıklıkla öğretmen ve öğretmen adaylarının belli matematiksel kavramlarla ilgili oluşturdukları örnekler üzerinedir. Örneğin, Gökbulut ve Ubuz (2013) sınıf öğretmeni adaylarının prizma kavramına yönelik oluşturdukları örnek ve tanımlar incelerken, Avcu (2014) ortaokul matematik öğretmenlerinin rasyonel sayılar konusunda kullandıkları örnekleri incelemiştir. Benzer şekilde Alkan, Güven ve Yılmaz (2017) lise matematik öğretmenlerinin fonksiyonlar konusunda, Şahin (2021) ise ortaokul matematik öğretmenlerinin oran ve orantı konusunun öğretiminde kullandıkları örnekleri incelemişlerdir. Bunun yanında az sayıda çalışmada (Alkan ve Güven, 2018; Karaaslan, 2019) ise matematik ders kitaplarında yer alan örneklerin sınıflandırıldığı belirlenmiştir. Bu çalışmalardan Alkan ve Güven (2018) matematik ders kitaplarındaki limit konusunda kullanılmış örnek türlerini belirlemeye çalışmışlardır. Karaaslan (2019) ise 8.sınıf ders kitaplarında yer alan geometri konularında kullanılan örnekleri incelemiştir. Bu durum matematik ders kitaplarındaki örnekler üzerine az sayıda çalışmanın yapıldığını göstermektedir.

Alan yazında yapılan çalışmalarda (Kwon, Park ve Park, 2006; Sawada, 1997) öğrencilerin soyut matematiksel kavramları anlamalarında matematik ders kitaplarında yer alan örneklerin fazlalığı ile bu örneklerin farklı çözüm yolları sunmalarının etkili olduğu ifade edilmektedir. Bunun yanında Erşen ve diğerleri (2021) ders kitaplarında yer alan örneklerin sayılarının yanında türlerinin de öğrencilerin matematiksel muhakemeleri ile problem çözme becerilerini etkilediğini belirtmektedir. Özellikle rutin olmayan problemler ile farklı çözüm yolları sunan örneklerin öğrencilerin geometrik düşünme alışkanlıklarını geliştirmede önemli bir role sahip oldukları vurgulanmaktadır.

(Erşen vd. 2021). Bu bağlamda matematik ders kitaplarında yer alan örneklerin sayısı kadar öğrencilerin farklı muhakeme becerilerini geliştirecek farklı türde örneklere yer verilmesi önemlidir.

Alan yazında yapılan çalışmalar ülkemizdeki öğrencilerin geometri konularını anlamakta ve öğrenmekte zorluklarla karşılaştıklarını göstermektedir (Çiftci ve İşleyen, 2022; Duatepe, 2004; Karakuş, 2018). Örneğin TIMMS (1999), TIMMS (2011) ve TIMMS (2019) sınavları Türkiye raporlarında ortaokul öğrencilerinin en az başarılı oldukları alanın geometri ve ölçme öğrenme alanı olduğu ifade edilmektedir. Öğrencilerin üçgenleri tanımlamada, inşa etmede zorlandıkları ve sıklıkla üçgenlerin yüksekliklerini belirlemede kavram yanlışlarına sahip oldukları yapılan çalışmalarda ifade edilmektedir (Türnüklü, 2009; Zeybek, 2013). Bunun yanında öğrencilerin üçgen çizimlerinde sıklıkla prototip çizimleri tercih ettikleri ve bu durumun ise onların üçgen anlamalarının eksik ya da hatalı oluşmasına neden olduğu belirtilmektedir (Güven, Öztürk ve Bülbül, 2019). Öğrencilerin üçgenler konusunda sahip oldukları bu tür güçlükler ve kavram yanlışlarının oluşmasının nedenlerinden biri öğretim içeriği olabilir (Bingölbali ve Özmantar, 2009). Öğretim içeriğinin oluşturulmasında ise ders kitapları ve ders kitaplarında yer alan örnekler önemli bir role sahiptir. Yapılan araştırmalar prototip örneklerin öğrencilerde matematiksel kavramlarda yanlış anlamalar ile kavram yanlışlığı oluşturmada etkili olduğunu göstermektedir (Fujita, 2012; Okazaki ve Fujita, 2007). Öğretmenler derslerinde kullandıkları örnekleri sıklıkla ders kitapları ile yardımcı kaynaklardan almaktadırlar (Şahin, 2021). Bu bağlamda ders kitaplarında yer alan örneklerin incelenmesi öğrencilerin üçgenlere yönelik anlamaları ile kavram yanlışlarının nedenleri hakkında ipuçları sunabilir.

Araştırmanın Amacı

Üçgen kavramı diğer geometrik kavramların öğrenilmesi ve öğretilmesinde önemli bir role sahiptir (Çetin, 2020; Zeybek, 2013). Üçgenler birçok kültürde ve toplumda mimariden sanata kadar farklı alanlarda karşımıza çıkmaktadır. Dolayısıyla üçgen kavramı; günlük yaşamla, matematiğin diğer kavramlarıyla ve diğer disiplinlerle oldukça yakın ilişki içerisinde. Bu nedenle üçgen kavramına ilişkin farklı türlerde örnekler üretilebilmesi öğrencilerin bu kavramı gerek işlemsel gerekse de kavramsal düzeyde öğrenebilmeleri açısından oldukça önemlidir. Farklı türlerde örneklerin kullanılabilmesine olanak sağlaması sebebiyle üçgen kavramının incelenmesi zengin verilerin ortaya çıkabilme potansiyeline sahip olduğunu işaret etmektedir. Diğer taraftan üçgen kavramı üzerine yapılan çalışmalarda sıklıkla üçgenlerin tanımlanması (Tsamir, Tirosh, Levenson, Barkai ve Tabach, 2015; Uygun ve Akyüz, 2016), inşası (Şengün, 2017; Türnüklü, 2009; Uygun ve Akyüz, 2016) ve yüksekliklerin belirlenmesi (Altıntaş ve İlgün, 2017; Şengün ve Yılmaz, 2021) hakkındaki öğrenci anlamalarına yönelik çalışmalara yer verilmiştir. Buna karşın öğrencilerdeki kavram yanlışlarının oluşması ve yaşadıkları öğrenme zorluklarını doğrudan etkileme potansiyeline sahip olan örneklerin çok fazla incelenmemiş olması önemli bir eksiklik olarak karşımıza çıkmaktadır. Bu çalışma ile öğrenme süreci üzerinde önemli bir role sahip olan örneklerin incelenmesi, alandaki bu boşluğun giderilmesine katkı sağlayacaktır.

Ülkemizde farklı zamanlarda öğretim programları üzerinde güncelleme çalışmaları sürdürülmektedir. En son 2018 yılında yapılan değişiklikler kapsamında öğretim programında gerekli güncellemeler yapılmıştır. Öğretim programları üzerinde yapılan değişikliklerin eğitim öğretim ortamına yansımalarında, öğretmenler ile sınıf ortamında gerçekleştirilen etkinlikler ve örnekler gibi farklı değişkenlerin etkileri bulunmaktadır. Ortaokul matematik ders kitapları ile öğretim programı arasındaki ilişkiyi inceleyen çalışmalara (Mutlubaş Yıldız, 2021) rastlanmasına karşın ders kitaplarında yer alan örnekleri ele alan çalışmalara çok fazla rastlanmamaktadır. Öğrenme ortamının düzenlenmesinde ve öğrenme sürecinin sürdürülmesinde etkin bir role sahip olan örneklerin incelenmesi, öğretim programının ders kitaplarındaki yansımaları hakkında ipuçları sunacaktır.

Bu araştırmanın amacı, ortaokul matematik ders kitaplarındaki üçgenler konusundaki örnekleri incelemektir. Bu amaca yönelik olarak araştırmada "Ortaokul matematik ders kitaplarında üçgenler konusundaki örnek türleri nelerdir?" problemine yanıt aranmıştır. Bu amaç doğrultusunda mevcut ortaokul matematik ders kitaplarında üçgen konusunun öğretiminde kullanılan örneklerin sınıflaması, örnek türlerinin farklı sınıf düzeyi ders kitaplarındaki durumu ve sınıf düzeyine göre bu örnek türlerinin karşılaştırılması yapılmıştır.

YÖNTEM

Bu araştırmada ortaokul matematik ders kitaplarında üçgenler konusunda yer alan örneklerin incelenmesi amaçlandığından doküman analizinden yararlanılmıştır. Doküman analizi, araştırma konusu ile ilgili alan yazında yer alan belgelerin ayrıntılı şekilde taranıp, kod ve temalar haline getirilerek inceleme süreci olarak tanımlanmaktadır (Çepni, 2014).

Örnekleme

Araştırmanın amacı doğrultusunda Talim Terbiye Kurul Başkanlığı tarafından 2018 yılından itibaren uygulamaya koyulmuş olan ortaokul matematik ders kitapları incelenmiştir. İncelenen kitaplarının seçim kriterleri Millî Eğitim Bakanlığı (MEB) programına göre yazılmış olması, halen kullanılan ders kitaplarından olması, EBA platformunda yer alması ve ortaokul düzeyinde her sınıf seviyesinden biri MEB yayınları biri de özel yayınevini kitabı olması şeklinde belirlenmiştir. Bu bağlamda örnekleme konu olan ders kitapları ölçüt örnekleme yöntemiyle belirlenmiştir. Burada hem MEB hem de özel yayınevine ait kitapların incelenmesi bilgi açısından daha zengin durumların ortaya çıkmasına neden olabilir. Amaçsal örnekleme yöntemi de belli ölçütleri karşılayan bir veya daha fazla özel durumla çalışmak istenildiğinde tercih edilir (Büyükoztürk, Kılıç-Çakmak, Akgün, Karadeniz ve Demirel, 2016). İncelenen ders kitapları ile ilgili bilgiler Tablo 2’te sunulmuştur.

Tablo 2. İncelenen Ders Kitaplarının Sınıf Düzeyi, Yazarları ve Yayınevine Ait Bilgiler

Ders Kitabının Sınıf Düzeyi	Ders Kitabının Yazarları	Yayınevi
5. Sınıf Matematik	Mehmet Ali ERENKUŞ Didem Eren SAVAŞKAN	Koza Yayınları
5. Sınıf Matematik	Hayriye CIRITCI İlker GÖNEN Dilara ARAÇ Murat ÖZARSLAN Neşe PEKCAN Meltem ŞAHİN	MEB Yayınları
6. Sınıf Matematik	Meltem ŞAHİN Samet DOĞAN	Engürü Yayınları
6. Sınıf Matematik	Neziha ÇAĞLAYAN Aybike DAĞISTAN Betül KORKMAZ	MEB Yayınları
7. Sınıf Matematik	Bülent AKBULUT	Berkay Yayıncılık
7. Sınıf Matematik	Arzu KESKİN OĞAN Soner ÖZTÜRK	MEB Yayınları
8. Sınıf Matematik	Mehmet Ali ERENKUŞ Didem EREN SAVAŞKAN	Koza Yayınları
8. Sınıf Matematik	Dr. Özal ÇETİN Umut AKSAKAL Ümran ERTÜRK Gürkan ŞAY İpek TIĞLI	MEB Yayınları

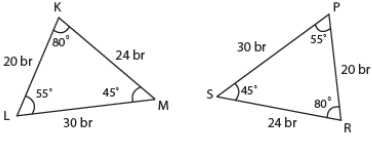
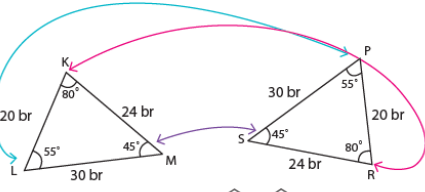
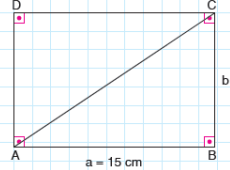
Bu araştırma kapsamındaki örnekler matematik ders kitaplarında yer alan çözümlü örnekleri içermektedir. Alıştırma, etkinlik ve açık uçlu sorular incelemeye dâhil edilmemiştir.

Verilerin Analizi

Bu araştırmada elde edilen verilerin analizinde betimsel analiz yönteminden yararlanılmıştır. Ortaokul matematik ders kitaplarında üçgenler konusunda yer alan örnekler Alkan (2016) tarafından geliştirilen örnek türlerine ait sınıflandırma dikkate alınarak incelenmiştir. Alkan (2016) örnekleri başlangıç, standart, geliştirici, örnek dışı, uç ve karşıt örnekler olmak üzere altı farklı isim altında toplamıştır. Bu sınıflandırmanın diğer sınıflandırmaları kapsayıcı nitelikte olması ve her bir örnek türünün tespit edilmesi için belirli özelliklerinin açıklanması nedeni ile

Alkan (2016) tarafından geliştirilen sınıflandırma tercih edilmiştir. Ders kitaplarındaki çözümlü örneklerin Alkan'ın teorik çatısına göre nasıl sınıflandırıldığına ilişkin örnek kodlama ve açıklamalar Tablo 3'te sunulmuştur.

Tablo 3. Ortaokul Matematik Ders Kitaplarındaki Çözümlü Örneklerin Sınıflandırılmasına İlişkin Kodlama ve Açıklama Örnekleri

Örnekler	Örnek Kategorisi	Örnek Kodu	Açıklaması
<p>ÖRNEK 1</p> <p>Aşağıdaki KLM ve RPS üçgenlerinin eş üçgenler olup olmadığını bulalım.</p>  <p>ÇÖZÜM</p> <p>KLM ve RPS üçgenlerinin karşılıklı kenar uzunluklarını ve iç açıların ölçülerini inceleyelim.</p>  <p>$KL = RP = 20$ br kenarlarının karşısındaki açılar $m(\hat{M}) = m(\hat{S}) = 45^\circ$ $LM = PS = 30$ br kenarlarının karşısındaki açılar $m(\hat{K}) = m(\hat{R}) = 80^\circ$ $KM = RS = 24$ br kenarlarının karşısındaki açılar $m(\hat{L}) = m(\hat{P}) = 55^\circ$ olur. KLM ve RPS üçgenlerinin karşılıklı kenar uzunlukları ve bu kenarların karşısındaki açı ölçülerinin eş olduğunu görürüz. Karşılıklı kenar uzunlukları ve açı ölçüleri eş olduğundan KLM ve RPS üçgenleri eş üçgenlerdir. Bu eşlikte aynı açıyı gösteren harfler aynı sırada yazılır.</p> <p>$\triangle KLM \cong \triangle RPS$ şeklinde gösterilir ve "KLM üçgeni ile RPS üçgeni eştir." şeklinde okunur.</p>	Başlangıç örneği	BK2	Verilen örnekte eş çokgenlerin tanımı verilmeden önce konunun başında karşılıklı kenar ve açıların ölçüleri eşit olan iki üçgen verilir eş çokgenler hakkında bilinmesi gereken bilgileri içeren aynı zamanda tanım için alt yapı oluşturan bir örnek olduğu için BK2 olarak kodlanmıştır.
<p>Örnek 3</p> <p>Aşağıda uzunlukları verilen doğru parçaları ile bir üçgen oluşturulup oluşturulamayacağını belirleyelim:</p> <p>$k = 32$ mm, $l = 18$ mm, $m = 15$ mm Verilen doğru parçaları ile bir üçgen oluşabilmesi için; $-m < k < l + m$, $k-m < l < k + m$ ve $k-l < m < k + l$ eşitsizliklerinin sağlanması gerekir.</p> <p>$-m < k < l + m$, $k-m < l < k + m$ ve $k-l < m < k + l$ $18-15 < 32 < 18 + 15$ $32-15 < 18 < 32 + 15$ $32-18 < 15 < 32 + 18$ $3 < 32 < 33$ $17 < 18 < 47$ $14 < 15 < 50$ olur.</p> <p>Yaptığımız karşılaştırmaların tamamı doğru olduğundan verilen doğru parçaları ile bir üçgen oluşturulabilir.</p>	Standart örnek	SK2	Verilen örnekte üçgen eşitsizliği kuralı verildikten sonra bu kuralın nasıl uygulanacağını gösteren prototip bir örnek verilmiştir. Bundan dolayı bu örnek SK2 olarak kodlanmıştır.
<p>örnek 7</p> <p>Aşağıdaki ABCD dikdörtgeninin çevresinin uzunluğu 50 cm ve $AB = 15$ cm'dir. Bu dikdörtgenin köşegeninin uzunluğunu bulalım.</p>  <p>Dikdörtgenin çevresinin uzunluğu, $\Ç = (2 \cdot a) + (2 \cdot b)$'dir. Buradan, $50 = (2 \cdot 15) + 2b$ $50 = 30 + 2b$ $50 - 30 = 2b$ $20 = 2b$ $b = 10$ cm bulunur.</p> <p>ABC dik üçgeninde Pisagor bağıntısını uygularsak, $AC ^2 = a^2 + b^2$ $AC ^2 = 15^2 + 10^2$ $AC ^2 = 225 + 100$ $\sqrt{ AC ^2} = \sqrt{325}$ $\sqrt{ AC ^2} = \sqrt{25 \cdot 13}$ $\sqrt{ AC ^2} = \sqrt{5^2 \cdot 13}$ $AC = 5\sqrt{13}$ cm olarak bulunur.</p>	Geliştirici örnek	GK3	Verilen örnekte Pisagor bağıntısı ile dikdörtgende çevre uzunluğu konusu bağlantılı verildiği için bu örnek GK3 olarak kodlanmıştır.

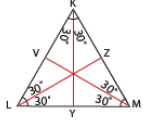
ÖRNEK 7

Yanda verilen eşkenar üçgen şeklindeki trafik levhasının açortaylarını, kenarortaylarını ve yüksekliklerini çizelim.

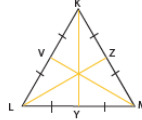


ÇÖZÜM

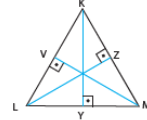
Şekildeki levha bir eşkenar üçgen modeli olduğundan taslak bir KLM eşkenar üçgeni çizelim.



[KY], K açısını iki eş parçaya ayırır.
[MV], M açısını iki eş parçaya ayırır.
[LZ], L açısını iki eş parçaya ayırır.
KY, MV ve LZ doğru parçaları KLM üçgenine ait açortaylardır.

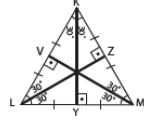


Y noktası [LM] nin orta noktasıdır.
Z noktası [KM] nin orta noktasıdır.
V noktası [KL] nin orta noktasıdır.
KY, MV ve LZ doğru parçaları KLM üçgenine ait kenarortaylardır.



[KY], LM doğru parçasına diktir.
[LZ], KM doğru parçasına diktir.
[MV], KL doğru parçasına diktir.
KY, MV ve LZ doğru parçaları KLM eşkenar üçgenine ait yüksekliklerdir.

Açortaylarını, kenarortaylarını ve yüksekliklerini çizdiğimiz KLM üçgenlerini üst üste getirdiğimizde açortay, kenarortay ve yüksekliklerin çakıştığını görürüz.



Uç örnek UK1

Verilen örnekte eşkenar üçgene ait istisna bir durum olan, kenarortayların, açortayların ve yüksekliklerin bir noktada çakıştığını gösteren bir örnek olduğu için UK1 olarak kodlanmıştır.

ÖRNEK 5

Kenar uzunlukları $|AB| = 13$ cm, $|CB| = 8$ cm ve $|AC| = 16$ cm olan ABC üçgeninin dik üçgen olup olmadığını inceleyelim.

ÇÖZÜM

Üçgende en uzun kenar uzunluğunun karesi, diğer iki kenar uzunluğunun kareleri toplamına eşit ise bu üçgen dik üçgendir.

$$|AC|^2 = |AB|^2 + |CB|^2$$

$$16^2 = 13^2 + 8^2$$

$$256 = 169 + 64$$

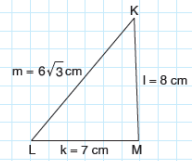
$256 \neq 233$ olduğu için verilen ABC üçgeni dik üçgen değildir.

Örnek dışı örnek ÖDK2

Pisagor bağıntısını sağlamayan, dik üçgen oluşturmaya yönelik olmayan bir örnek olduğu için ÖDK2 olarak kodlanmıştır.

Örnek 5

Aşağıda kenar uzunlukları verilen üçgenin dik üçgen olup olmadığını belirleyelim:



Verilen üçgenin dik üçgen olabilmesi için Pisagor bağıntısını sağlaması gerekir. KLM üçgeninde Pisagor bağıntısını uygulayalım:

$$KLM \text{ üçgeninde: } m^2 = k^2 + l^2$$

$$(6\sqrt{3})^2 = 7^2 + 8^2$$

$$36 \cdot 3 = 49 + 64$$

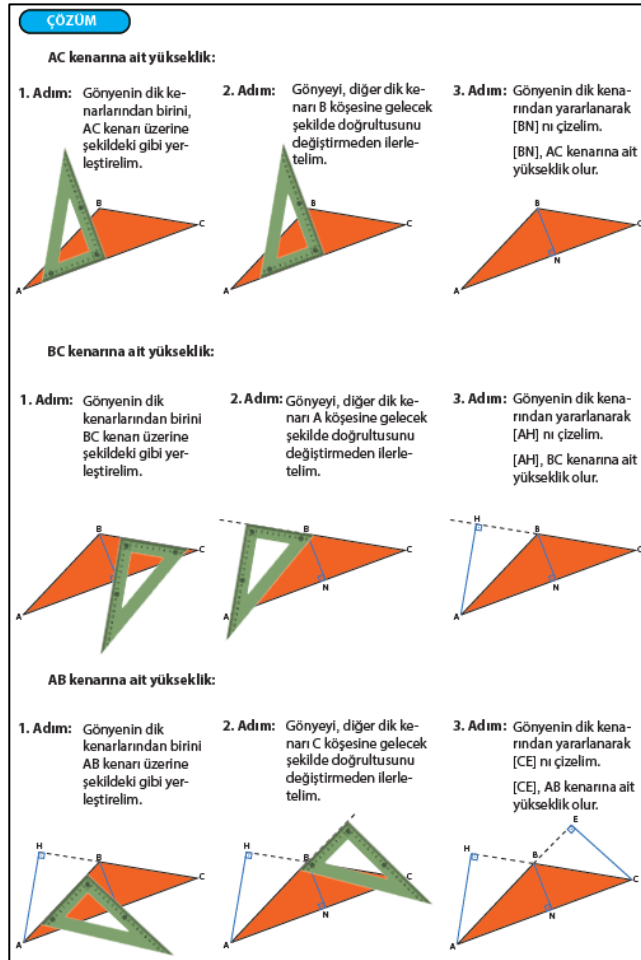
$$108 \neq 113 \text{ t'ur.}$$

Öyleyse KLM üçgeni bir dik üçgen değildir.

Karşıt örnek KK1

Verilen örnekte öğrencilerin şekle aldanıp bu üçgenin dik üçgen olması gibi bir genelleme yapmalarını önlemeye yönelik bir örnek olduğu için KK1 olarak kodlanmıştır.

Veri analizinde güvenilirliği sağlamak için matematik eğitimi doktoralı bir uzmandan destek alınmıştır. Hem uzmanın hem de araştırmacının Alkan'ın (2016) teorik çatısını kullanarak farklı zamanlarda ve ayrı ayrı yaptığı sınıflandırmalar incelenmiştir. Toplam 125 örnekten 104 tane örnek uzman ile aynı şekilde sınıflandırılmıştır. Uzlaşlamayan 21 örnek için araştırmacı ve uzman bir araya gelmiştir. Bu örnekler teorik çatı da göz önüne alınarak tekrar ele alınmış ve bu örnekler üzerinde de bir uzlaşmaya varılmıştır. Aşağıda Şekil 1 ve Şekil 2'de daha önceden uzlaşlamayan iki örnek verilmiştir.



Şekil 1. Uzman ve araştırmacının fikir ayrılığı örneği 1

Araştırmacı kodlaması ve görüşü	Şekil 1'deki örnekte üçgende yükseklik çizimine ilişkin bilgiler verilmiştir. Örneğin hemen ardından ise yükseklik tanımı yapılmıştır. Bu sebeple bu örnek BK2 (Tanım için alt yapı oluşturma) olarak kodlanmıştır.
Uzman kodlaması ve görüşü	Şekil 1'deki örnek ardından verilen yükseklik tanımında yükseklikleri hep üçgenin içinde göstermiş. Bu örnekte ise üçgenin dışında da yüksekliği olabileceği vurgusu var. Bundan dolayı örnek GK1 (Tanımın standart örneklerinin öğrencilerde oluşan muhtemel algıyı genişletmeye çalışma) olarak kodlanmıştır.
Uzlaşma kodlaması ve görüşü	Öğrenciler 6. sınıfta yükseklik tanımını ve çizimini öğrenmektedirler. Ancak 6. sınıf düzeyinde genel olarak prototip örnekler verilmektedir. Burada ise prototip olmayan yani üçgenlerin yüksekliklerinin üçgen dışında da olabileceğini gösteren bir örnek üzerinden yükseklik çizimi anlatılmıştır. Bu nedenle örnek GK1 (Tanımın standart örneklerinin öğrencilerde oluşan muhtemel algıyı genişletmeye çalışma) olarak kodlanmıştır.

ÖRNEK 7

Yanda verilen eşkenar üçgen şeklindeki trafik levhasının açıortaylarını, kenarortaylarını ve yüksekliklerini çizelim.

ÇÖZÜM

Şekildeki levha bir eşkenar üçgen modeli olduğundan taslak bir KLM eşkenar üçgeni çizelim.

[KY], K açısını iki eş parçaya ayırır.
[MV], M açısını iki eş parçaya ayırır.
[LZ], L açısını iki eş parçaya ayırır.
KY, MV ve LZ doğru parçaları KLM üçgenine ait açıortaylardır.

Y noktası [LM] nın orta noktasıdır.
Z noktası [KM] nın orta noktasıdır.
V noktası [KL] nın orta noktasıdır.
KY, MV ve LZ doğru parçaları KLM üçgenine ait kenarortaylardır.

[KY], LM doğru parçasına diktir.
[LZ], KM doğru parçasına diktir.
[MV], KL doğru parçasına diktir.
KY, MV ve LZ doğru parçaları KLM eşkenar üçgenine ait yüksekliklerdir.

Açıortaylarını, kenarortaylarını ve yüksekliklerini çizdiğimiz KLM üçgenlerini üst üste getirdiğimizde açıortay, kenarortay ve yüksekliklerin çıktığını görürüz.

Şekil 2. Uzman ve araştırmacının fikir ayrılığı örneği 2

Araştırmacı ve kodlaması ve görüşü	Şekil 2'deki örnek diğer üçgenlerden farklı olarak eşkenar üçgende kenarortay, açıortay ve yükseklik kavramlarının istisnai durumunu yani bir eşkenar üçgende açıortay, kenarortay ve yüksekliğin aynı doğru parçası olduğunu ifade ettiği için UK1 (Kavramlara ait istisnai durumları gösterme) olarak kodlanmıştır.
Uzman kodlaması ve görüşü	Şekil 2'deki örnekte üçgende kenarortay, açıortay ve yükseklik ile eşkenar üçgende durumları ilişkili bir şekilde verildiği için GK3 (konular arası ilişkiyi sağlayarak kavramın sınırlarını genişletme) olarak kodlanmıştır.
Uzlaşma kodlaması ve görüşü	Diğer üçgenlerden farklı olarak eşkenar üçgende kenarortay, açıortay ve yükseklik kavramlarının istisnai durumunu yani bir eşkenar üçgende açıortay, kenarortay ve yüksekliğin aynı doğru parçası olduğunu ifade ettiği için UK1 (Kavramlara ait istisnai durumları gösterme) olarak kodlanmıştır.

BULGULAR

Ortaokul matematik ders kitaplarındaki üçgenler ile ilgili tespit edilen örnekler Alkan (2016) tarafından geliştirilen sınıflandırmaya göre incelenmiştir. Ders kitaplarındaki üçgenler konusuyula ilgili örnekler sınıf düzeyi, öğrenme alanı, alt öğrenme alanı ve konu başlıklarına göre incelenmiş, frekans değerleri Tablo 4'te verilmiştir.

Tablo 4. Ders Kitaplarında Yer Alan Örneklerin Sınıf Düzeyi, Öğrenme Alanı, Alt Öğrenme Alanı ve Konu Başlığına Göre Frekans Değerleri

Sınıf düzeyi	Öğrenme alanı	Alt öğrenme alanı	Konu başlığı	f	
				MEB	Özel
5	Geometri ve Ölçme	Üçgen ve Dörtgenler	Çokgenleri isimlendirme	1	1
			Üçgen çeşitleri	10	10
			Üçgenlerin ve dörtgenlerin iç açılarının ölçüleri toplamı	3	3
6	Cebir	Uzunluk ve Zaman Ölçme	Üçgen ve dörtgenlerin çevre uzunlukları	1	5
		Cebirsel İfadeler	Cebirsel İfadeler	-	1
		Alan Ölçme	Üçgenin alanı	6	10

	Geometri ve Ölçme		Alan ve arazi ölçme birimleri	-	1
7	Geometri ve Ölçme	Çokgenler	Düzgün Çokgenler ve Çokgenlerin Özellikleri	1	1
	Sayılar ve İşlemler	Kareköklü İfadeler	Kareköklü İfadelerle Çarpma ve Bölme İşlemleri	-	1
	Cebir	Eşitsizlikler	Birinci Dereceden Bir Bilinmeyenli Eşitsizlikleri Çözme	1	-
8	Geometri ve Ölçme	Üçgenler	Üçgende kenarortay, yükseklik ve açıortay	8	10
			Üçgenin kenar uzunlukları arasındaki ilişki	5	6
			Üçgenin kenar uzunlukları ile açıları arasındaki ilişki	3	6
			Üçgen çizme	4	5
			Pisagor bağıntısı	6	11
			Eşlik ve Benzerlik	Çokgenlerde Eşlik ve Benzerlik	3
				52	73

Tablo 4'e göre 5. sınıf düzeyinde geometri ve ölçme öğrenme alanında üçgenlerle ilgili MEB yayınları matematik ders kitabında 15, özel yayınevi matematik ders kitabında ise 19 örnek olmak üzere toplamda 34 örnek incelenmiştir. 6. Sınıf düzeyinde cebir öğrenme alanında üçgenlerle ilgili özel yayınevi ders kitabında 1 ve geometri ve ölçme öğrenme alanında MEB yayınları matematik ders kitabında 6, özel yayınevi matematik ders kitabında ise 11 örnek olmak üzere toplamda 18 örnek incelenmiştir. 7. sınıf düzeyinde geometri ve öğrenme alanında üçgenlerle ilgili MEB yayınları matematik ders kitabında 1, özel yayınevi matematik ders kitabında ise 1 örnek olmak üzere toplamda 2 örnek incelenmiştir. 8. sınıf düzeyinde matematik ders kitaplarında üçgenlerle ilgili özel yayınevinde sayılar ve işlemler öğrenme alanında 1, geometri ve ölçme öğrenme alanında ise 40 örnek incelenmiştir. MEB yayınlarında ise cebir öğrenme alanında 1, geometri ve ölçme öğrenme alanında ise 29 örnek incelenmiştir. Tüm sınıf düzeylerine bakıldığında ise MEB yayınları matematik ders kitaplarından 52, özel yayınevi matematik ders kitaplarında ise 73 örnek olmak üzere toplamda 125 örnek incelenmiştir. Örneğin Şekil 3'te 5. sınıf MEB ders kitabı ile Koza yayınları ders kitabında üçgenin iç açılarının ölçülerinin toplamına yönelik incelenen örneklerden ikisi sunulmuştur.

Birlikte Yapalım 3

Aşağıdaki üçgenlerde verilmeyen açıların ölçülerini bulalım.

a)

b)

c)

Çözüm

Verilmeyen açıyı bulmak için verilen açıların ölçülerini toplamını, üçgenin iç açılarının ölçülerinin toplamından çıkarmalıyız.

a) $102^\circ + 34^\circ = 136^\circ$
 $180^\circ - 136^\circ = 44^\circ$
 $m(\hat{A}) = 44^\circ$

b) $81^\circ + 46^\circ = 127^\circ$
 $180^\circ - 127^\circ = 53^\circ$
 $m(\hat{F}) = 53^\circ$

c) $90^\circ + 27^\circ = 117^\circ$
 $180^\circ - 117^\circ = 63^\circ$
 $m(\hat{L}) = 63^\circ$

(a)

2. Aşağıdaki üçgenlerin iç açılarını açıölçerimizle ölçelim. Bulduğumuz ölçüleri toplayalım:

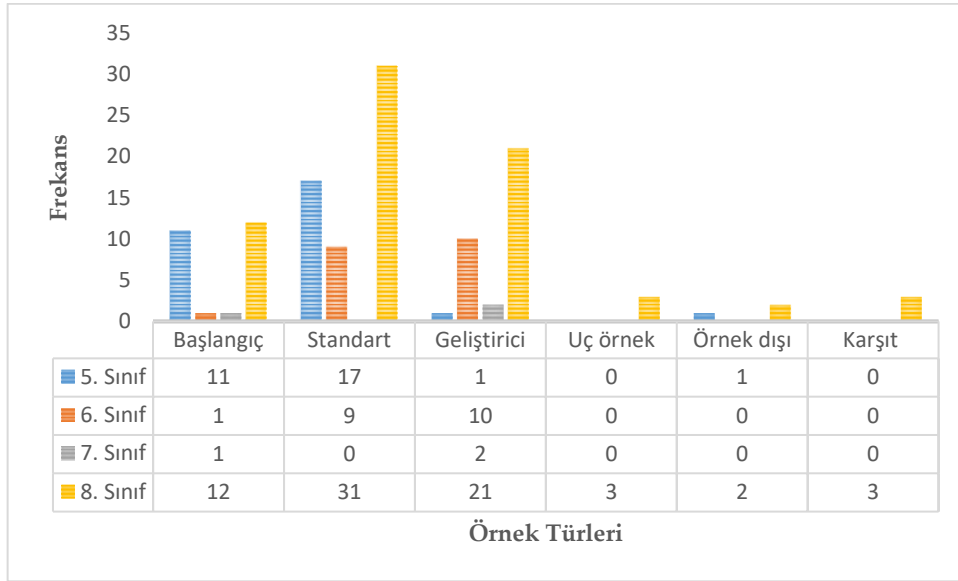
Açıları açıölçerimizle ölçtüğümüzde;
 $m(\hat{A}) = 70^\circ$, $m(\hat{B}) = 60^\circ$, $m(\hat{C}) = 50^\circ$
çalıştığını görürüz. Buradan,
 $m(\hat{A}) + m(\hat{B}) + m(\hat{C}) = 70^\circ + 60^\circ + 50^\circ$
 $= 180^\circ$ olur.

Açıları açıölçerimizle ölçtüğümüzde;
 $m(\hat{E}) = 20^\circ$, $m(\hat{F}) = 130^\circ$, $m(\hat{D}) = 30^\circ$
çalıştığını görürüz. Buradan,
 $m(\hat{E}) + m(\hat{F}) + m(\hat{D}) = 20^\circ + 130^\circ + 30^\circ$
 $= 180^\circ$ olur.

(b)

Şekil 3. MEB ders kitabı (a) ve Koza yayınları ders kitabında (b) yer alan 5. sınıf üçgenin iç açılarının ölçülerinin toplamı ile ilişkili örnekler

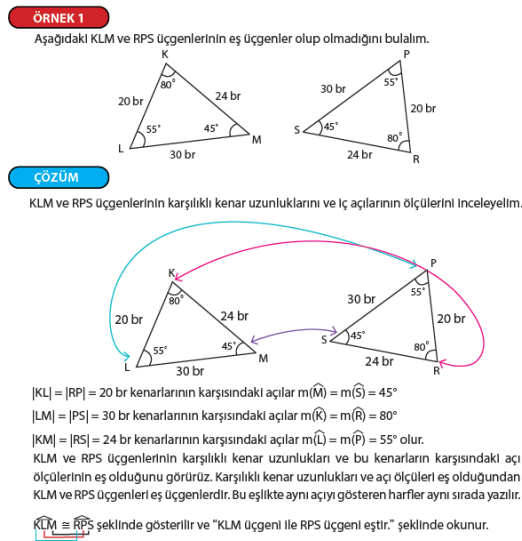
Farklı sınıf düzeylerinde üçgenler konusuna yönelik örnek türlerindeki değişim Şekil 4’te sunulmuştur.



Şekil 4. Örneklerin sınıf düzeyi ve türüne göre dağılımı

Şekil 4’e göre 5. sınıf düzeyinde en fazla standart örneklerin ve en az ise geliştirici ve örnek dışı örneklerin yer aldığı görülmektedir. Ayrıca bu sınıf düzeyinde uç örnekler ile karşıt örneklere yer verilmemiştir. Benzer şekilde 6. sınıf düzeyinde en fazla geliştirici örneklere ve en az ise başlangıç türü örneklere yer verilmiştir. Bunun yanında bu sınıf düzeyinde en fazla tercih edilen bir diğer örnek türü ise standart türü örneklerdir. Ayrıca 6. sınıf düzeyinde uç örnekler, örnek dışı örnekler ve karşıt örneklere yer verilmemiştir. 7. sınıf düzeyinde sadece 3 örneğe rastlanmıştır. Bunlardan ikisi geliştirici örnek iken biri ise başlangıç örneğidir. 8. sınıf düzeyinde en fazla standart türü örneklere yer verilirken en az örnek dışı örneklere yer verilmiştir. Bunun yanında bu sınıf düzeyinde geliştirici örneklere de sıklıkla yer verilmektedir. Ayrıca bu sınıf düzeyinde uç örnekler ile karşıt örneklere ise daha az yer verilmektedir.

Örneğin, MEB 8. sınıf ders kitabında yer alan Şekil 5’teki örnek BK2 olarak kodlanmıştır. Çünkü ders kitabında verilen bu örnekte eş çokgen tanımı henüz verilmemiştir. Öğrencilerin tanım için alt yapı oluşturmalarını sağlamak amacıyla iki üçgenin karşılıklı açıları ile karşılıklı kenar uzunluklarının karşılaştırılması yapılmaktadır. Böylece bu örnek hem eş çokgenlerin tanımı verilmeden önce hem de iki çokgenin eşliğine karar verirken bilinmesi gereken bilgileri içerdiği için alt yapı oluşturan bir örnek olarak BK2’nin özelliklerini göstermektedir.



Şekil 5. BK2 türü örnek

Benzer şekilde Koza yayınları 8. Sınıf ders kitabında yer alan Şekil 6’daki örnek SK2 olarak kodlanmıştır. Çünkü ders kitabındaki bu örnek üçgen eşitsizliği kuralı verildikten hemen sonra üçgen eşitsizliği kuralının nasıl

uygulandığını göstermek amacıyla verilmiştir. Bu örnek üçgen eşitsizliği kuralının nasıl uygulanacağını gösteren ve öğrencilere kuralın ne anlama geldiğini ifade eden prototip bir örnektir.

Örnek 3 Aşağıda uzunlukları verilen doğru parçaları ile bir üçgen oluşturulup oluşturulamayacağını belirleyelim:

$k = 32$ mm, $l = 18$ mm, $m = 15$ mm
Verilen doğru parçaları ile bir üçgen oluşabilmesi için:
 $|l - m| < k < l + m$, $|k - m| < l < k + m$ ve $|k - l| < m < k + l$ eşitsizliklerinin sağlanması gerekir.

$|l - m| < k < l + m$, $|k - m| < l < k + m$ ve $|k - l| < m < k + l$
 $|18 - 15| < 32 < 18 + 15$ $|32 - 15| < 18 < 32 + 15$ $|32 - 18| < 15 < 32 + 18$
 $3 < 32 < 33$ $17 < 18 < 47$ $14 < 15 < 50$ olur.

Yaptığımız karşılaştırmaların tamamı doğru olduğundan verilen doğru parçaları ile bir üçgen oluşturulabilir.

Şekil 6. SK2 türü örnek

Farklı sınıf düzeylerindeki örnek türleri ve kodlarındaki değişime ilişkin bilgiler Tablo 5'te sunulmuştur.

Tablo 5. Farklı Sınıf Düzeylerindeki Örnek Türleri ve Kodlarındaki Değişime İlişkin Frekans Değerleri

Örnek Kategorisi	Kod	MEB 5 Sınıf	Özel 5 Sınıf	Toplam	MEB 6 Sınıf	Özel 6 Sınıf	Toplam	MEB 7 Sınıf	Özel 7 Sınıf	Toplam	MEB 8 Sınıf	Özel 8 Sınıf	Toplam
Başlangıç örnekleri	BK1	-	1	1	-	-	-	-	-	-	-	-	-
	BK2	1	7	8	-	1	1	1	-	1	6	6	12
	BK3	2	-	2	-	-	-	-	-	-	-	-	-
Standart örnekler	SK1	3	2	5	-	1	1	-	-	-	2	-	2
	SK2	1	7	8	2	4	6	-	-	-	4	12	16
	SK3	4	-	4	1	1	2	-	-	-	6	7	13
Geliştirici örnekler	GK1	1	-	1	2	3	5	-	1	1	6	4	10
	GK2	-	-	-	-	1	1	-	-	-	-	3	3
	GK3	-	-	-	2	2	4	-	1	1	4	4	8
Uç örnekler	UK1	-	-	-	-	-	-	-	-	-	1	2	3
Örnek dışı örnekler	ÖDK1	1	-	1	-	-	-	-	-	-	-	-	-
	ÖDK2	-	-	-	-	-	-	-	-	-	1	1	2
Karşıt örnekler	KK1	-	-	-	-	-	-	-	-	-	1	2	3

Tablo 5'e göre 2018 ortaokul matematik dersi öğretim programına göre hazırlanmış matematik ders kitaplarından 5. sınıf düzeyinde başlangıç örneklerinden 11 tane kullanılmış olup bunların 3 tanesi MEB yayınlarına ve 8 tanesi özel yayınevi ders kitabına aittir. MEB yayınlarına ait örneklerden 1'i BK2, 2'si BK3 kodlu örnekler olup BK1 kodlu örnek kullanılmamıştır. Özel yayınevine ait örneklerden ise 1'i BK1 ve 7'si BK2 kodlu örnekler olup BK3 kodlu örnek kullanılmamıştır. 6. Sınıf düzeyinde başlangıç örneklerinden 1 tane kullanılmış olup bu örnek özel yayın

ders kitabına ait ve BK2 kodlu örnektir. 7. Sınıf düzeyinde başlangıç örneklerinden 1 tane kullanılmış olup bu örnek MEB yayınları ders kitabına ait ve BK2 kodlu örnektir. 8. Sınıf düzeyinde başlangıç örneklerinden 12 tane kullanılmış olup bunların 6 tanesi MEB yayınlarına ve 6 tanesi özel yayın ders kitabına aittir. MEB yayınlarına ait örneklerden 6'sında BK2 kodlu örnekler olup BK1 ve BK3 kodlu örnek kullanılmamıştır. Özel yayınevine ait örneklerden 6'sı BK2 kodlu örnekler olup BK1 ve BK3 kodlu örnek kullanılmamıştır. Genel olarak bakıldığında başlangıç örneklerine en fazla yer veren sınıf düzeyleri 5 ve 8. sınıftır. Bunun sebebinin üçgenler ile ilgili kazanımların çoğunun 5 ve 8. Sınıf düzeyinde olduğu düşünülmektedir. Örneğin MEB yayınları 8. sınıf matematik ders kitabında yer alan Şekil 7'deki örnek başlangıç örnek türlerinden BK2 olarak kodlanmıştır.

ÖRNEK 2

Yandaki KLM üçgeninin kenarortaylarını adım adım çizelim.

ÇÖZÜM

LM kenarına ait kenarortay:

1. Adım: L ve M noktaları üst üste gelecek şekilde üçgeni katlayalım.

2. Adım: Üçgeni açıp kat çizgisi ile LM kenarının keşiştiği noktayı (P noktası) K köşesiyle birleştirelim.

[KP], LM kenarını 2 eş parçaya ($LP = PM$) ayırdığı için kenarortay olarak adlandırılır.

KM kenarına ait kenarortay:

1. Adım: K ve M noktaları üst üste gelecek şekilde üçgeni katlayalım.

2. Adım: Üçgeni açıp kat çizgisi ile KM kenarının keşiştiği noktayı (R noktası) L köşesiyle birleştirelim.

[LR], KM kenarını 2 eş parçaya ($KR = RM$) ayırdığı için kenarortay olarak adlandırılır.

KL kenarına ait kenarortay:

1. Adım: K ve L noktaları üst üste gelecek şekilde üçgeni katlayalım.

2. Adım: Üçgeni açıp kat çizgisi ile KL kenarının keşiştiği noktayı (S noktası) M köşesiyle birleştirelim.

[SM], KL kenarını 2 eş parçaya ($KS = SL$) ayırdığı için kenarortay olarak adlandırılır.

Görüldüğü gibi $\triangle KLM$ 'nin kenarortayları üçgenin içinde bir noktada (G noktası) keşişir.

Şekil 7. Başlangıç türü örnek (BK2)

Şekil 7'deki başlangıç türü örnek kenarortayların bir noktada keşiştiği ve bu noktanın ağırlık merkezi olduğu tanımını öğrencilere kazandırmak amacıyla yapılan bir alt yapı örneğidir. Bu örneği inceleyen öğrenciler bir üçgenin kenarortaylarını çizmeyi bilmektedirler. Bu bilgiden yararlanılarak örnekte ağırlık merkezi tanımını kazandırmaya yönelik eylemler yapılmaktadır.

5. sınıf düzeyinde standart örneklerden 17 tane kullanılmış olup bunların 8 tanesi MEB yayınlarına ve 9 tanesi özel yayın ders kitabına aittir. MEB yayınlarına ait örneklerden 3'ü SK1, 1'i SK2 ve 4'ü SK3 kodlu örneklerdir. Özel yayına ait örneklerden ise 2'si SK1 ve 7'si SK2 kodlu örnekler olup SK3 kodlu örnek kullanılmamıştır. 6. Sınıf düzeyinde standart örneklerden 9 tane kullanılmış olup bu örneklerden 3 tanesi MEB yayınlarına ve 6 tanesi özel yayın ders kitabına aittir. MEB yayınlarına ait örneklerden 2'si SK2 ve 1'i SK3 kodlu örnekler olup SK1 kodlu örnek kullanılmamıştır. Özel yayına ait örneklerden ise 1'i SK1, 4'ü SK2 ve 1'i SK3 kodlu örneklerdir. 7. Sınıf düzeyinde standart örneklerden her iki yayın matematik ders kitabında da kullanılmamıştır. 8. Sınıf düzeyinde standart örneklerden 31 tane kullanılmış olup bunların 12 tanesi MEB yayınlarına ve 19 tanesi özel yayın ders kitabına aittir. MEB yayınlarına ait örneklerden 2'si SK1, 4'ü SK2 ve 6'sı SK3 kodlu örneklerdir. Özel yayına ait örneklerden ise 12'si SK2 ve 7'si SK3 kodlu örnekler olup SK1 kodlu örnek kullanılmamıştır. Örneğin MEB yayınları 8. sınıf matematik ders kitabında yer alan Şekil 8'deki örnek standart örnek türlerinden SK2 olarak kodlanmıştır.

ÖRNEK 2

Yanda verilen DEF üçgeninin kenar uzunluklarını küçükten büyüğe sıralayalım.

ÇÖZÜM

Kenar uzunluklarını sıralamak için D açısının ölçüsünü bulalım.

$$55^\circ + 73^\circ + m(\hat{D}) = 180^\circ$$

$$128^\circ + m(\hat{D}) = 180^\circ$$

$$m(\hat{D}) = 52^\circ$$

DEF üçgeninin açılarını küçükten büyüğe sıralayalım.

$$m(\hat{D}) < m(\hat{E}) < m(\hat{F})$$

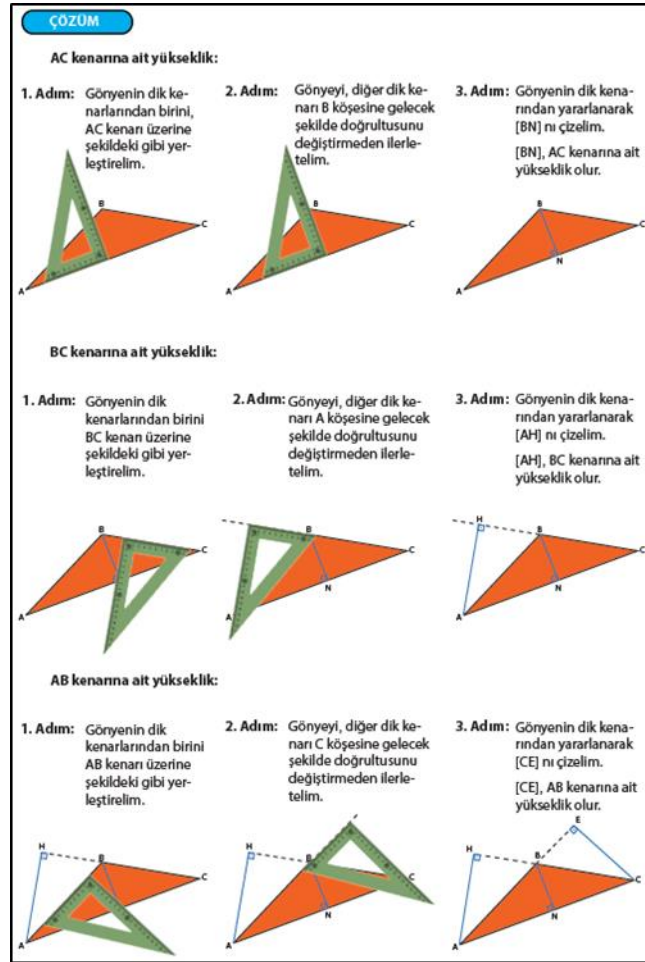
Üçgende küçük açı karşısında kısa kenar, büyük açı karşısında uzun kenar bulunduğuundan kenar uzunluklarının sıralaması:

$$d < e < f \text{ şeklinde olur.}$$

Şekil 8. Standart örnek (SK2)

Şekil 8'deki standart örnek üçgende açı-kenar ilişkilerinin ne anlama geldiğini açıklayan prototip bir örnektir. Bu örnekte öğrenci üçgende küçük açı karşısında kısa ve büyük açı karşısında uzun kenar bulunduğu kuralını daha önceden bilmektedir. Bu örnekte bu kuralın bir uygulaması yapılmaktadır.

5. Sınıf düzeyinde geliştirici örneklerden 1 tane kullanılmış olup bu örnek MEB yayınları ders kitabına ait ve GK1 kodlu örnektir. 6. Sınıf düzeyinde geliştirici örneklerden 10 tane kullanılmış olup bu örneklerden 4 tanesi MEB yayınlarına ve 6 tanesi özel yayın ders kitabına aittir. MEB yayınlarına ait örneklerden 2'si GK1, 2'si de GK3 kodlu örnekler olup GK2 kodlu örnek kullanılmamıştır. Özel yayına ait örneklerden ise 3'ü GK1, 1'i GK2 ve 2'si GK3 kodlu örneklerdir. 7. Sınıf düzeyinde geliştirici örneklerden 2 tane kullanılmış olup bu örnekler özel yayın ders kitabına ait örneklerdir. Bu örneklerden 1'i GK1, 1'i GK3 kodlu örnek olup GK2 kodlu örnek kullanılmamıştır. 8. sınıf düzeyinde geliştirici örneklerden 21 tane kullanılmış olup bunların 10 tanesi MEB yayınlarına ve 11 tanesi özel yayın ders kitabına aittir. MEB yayınlarına ait örneklerden 6'si GK1, 4'ü GK3 kodlu örnek olup GK2 kodlu örnek kullanılmamıştır. Özel yayına ait örneklerden ise 4'ü GK1, 3'ü GK2 ve 4'ü GK3 kodlu örneklerdir. Örneğin MEB yayınları 8. sınıf matematik ders kitabında yer alan Şekil 9'daki örnek geliştirici örnek türlerinden GK1 olarak kodlanmıştır.



Şekil 9. Geliştirici örnek (GK1)

Şekil 9'daki geliştirici örnek üçgenin yüksekliklerinin her zaman üçgenin içinde olacağı şeklindeki hatalı algıyı gidermeye yöneliktir. Dar açılı üçgende kenarlara çizilen yükseklikler her zaman üçgenin iç bölgesindedir. Buna karşın bu durum geniş açılı üçgen için geçerli değildir. Geniş açılı üçgende geniş açılı oluşturan kollar üzerine çizilen yükseklikler üçgenin dışında bu kenarların uzantıları üzerindedir. Bu bağlamda bu örnek üçgenin yüksekliklerinin her zaman üçgenin iç bölgesinde olacağı yönündeki algıyı değiştirmek amacıyla, tanımın standart örneklerinin öğrencilerde oluşan muhtemel algıyı genişletmesine yöneliktir.

Uç örnekler sadece 8. sınıf düzeyinde 3 tane kullanılmış olup bunların 1 tanesi MEB yayınlarına ve 2 tanesi özel yayın ders kitabına aittir. Örneğin MEB yayınları 8. sınıf matematik ders kitabında yer alan Şekil 10'daki örnek uç örnek türlerinden UK1 olarak kodlanmıştır.

ÖRNEK 7

Yanda verilen eşkenar üçgen şeklindeki trafik levhasının açıortaylarını, kenarortaylarını ve yüksekliklerini çizelim.

ÇÖZÜM

Şekildeki levha bir eşkenar üçgen modeli olduğundan taslak bir KLM eşkenar üçgeni çizelim.

[KY], K açısını iki eş parçaya ayırır.
[MV], M açısını iki eş parçaya ayırır.
[LZ], L açısını iki eş parçaya ayırır.
KY, MV ve LZ doğru parçaları KLM üçgenine ait açıortaylardır.

Y noktası [LM] nin orta noktasıdır.
Z noktası [KM] nin orta noktasıdır.
V noktası [KL] nin orta noktasıdır.
KY, MV ve LZ doğru parçaları KLM üçgenine ait kenarortaylardır.

[KY], LM doğru parçasına diktir.
[LZ], KM doğru parçasına diktir.
[MV], KL doğru parçasına diktir.
KY, MV ve LZ doğru parçaları KLM eşkenar üçgenine ait yüksekliklerdir.

Açıortaylarını, kenarortaylarını ve yüksekliklerini çizdiğimiz KLM üçgenlerini üst üste getirdiğimizde açıortay, kenarortay ve yüksekliklerin çıktığını görürüz.

Şekil 10. Uç örnek (UK1)

Şekil 10'daki örnekte eşkenar üçgene ait istisna bir durum olan, kenarortayların, açıortayların ve yüksekliklerin bir noktada kesiştiğini gösteren bir örnek olduğu için uç örnek olarak gösterilmiştir.

5. Sınıf düzeyinde örnek dışı örneklerden 1 tane kullanılmış olup bu örnek MEB yayınları ders kitabına ait ve ÖDK1 kodlu örnektir. 6 ve 7. Sınıf düzeyinde örnek dışı örneklerden kullanılmamıştır. 8. Sınıf düzeyinde örnek dışı örneklerden 2 tane kullanılmış olup bunların 1 tanesi MEB yayınlarına ve 1 tanesi de özel yayın ders kitabına aittir. Bu örnekler ÖDK2 kodlu örnek olup ÖDK1 kodlu örnek kullanılmamıştır. Örneğin MEB yayınları 8. sınıf matematik ders kitabında yer alan Şekil 11'deki örnek, örnek dışı örnek türlerinden ÖDK2 olarak kodlanmıştır.

ÖRNEK 1

Uzunlukları 9 dm, 3 dm ve 2 dm olan çubukların üçgen oluşturup oluşturmayacağını inceleyelim.

ÇÖZÜM

1. Adım:
9 dm'lik çubuğun uçlarını A ve B şeklinde isimlendirelim.

2. Adım:
2 dm uzunluğundaki çubuğu bir ucu A noktasına gelecek şekilde yerleştirilelim.
3 dm uzunluğundaki çubuğu bir ucu B noktasına gelecek şekilde yerleştirilelim.

3. Adım:
2 dm ve 3 dm uzunluğundaki çubukların A ve B noktaları sabit olmak şartıyla boşta kalan uçlarını birleştirmeye çalışalım.

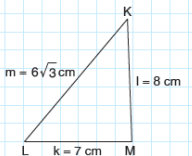
2 dm ve 3 dm uzunluğundaki çubukların boşta kalan uçları birleşmediği için üçgen oluşturamayız.

Şekil 11. Örnek dışı örnek (ÖDK2)

Şekil 11'deki örnekte üç kenar uzunluğu ile her zaman bir üçgenin oluşturulamayacağı gösterilmektedir. Bu örnek üçgen tanımında yer alan doğrusal olmayan üç doğru parçası ile bir üçgen belirtilebilir ifadesinin tek başına yeterli olmadığını gösteren bir tanım olduğu için ÖDK2 olarak kodlanmıştır.

Karşı örnekler sadece 8. Sınıf düzeyinde 3 tane kullanılmış olup bunların 1 tanesi MEB yayınlarına ve 2 tanesi özel yayın ders kitabına aittir. Örneğin Koza yayınları 8. sınıf matematik ders kitabında yer alan Şekil 12'deki örnek karşı örnek türlerinden KK1 olarak kodlanmıştır.

Örnek 5 Aşağıda kenar uzunlukları verilen üçgenin dik üçgen olup olmadığını belirleyelim:



Verilen üçgenin dik üçgen olabilmesi için Pisagor bağıntısını sağlaması gerekir. KLM üçgeninde Pisagor bağıntısını uygulayalım:

KLM üçgeninde: $m^2 = k^2 + l^2$

$$(6\sqrt{3})^2 = 7^2 + 8^2$$

$$36 \cdot 3 = 49 + 64$$

$$108 \neq 113 \text{ tür.}$$

Öyleyse KLM üçgeni bir dik üçgen değildir.

Şekil 12. Karşı örnek (KK1)

Şekil 12'deki örnekte üçgenin şekli bir dik üçgene benzemektedir. Sadece dış görünüşe bakarak karar vermek bazen yanıltıcı olabilmektedir. Bu örnekte öğrencilerin şeklin görüntüsünün yanıltıcı olabileceğini ve üçgenin kenar uzunluklarının Pisagor bağıntısını sağlamaması nedeniyle bu üçgenin bir dik üçgen olmadığını fark etmeleri beklenmektedir.

TARTIŞMA ve SONUÇ

Elde edilen bulgular üçgenlerle ilgili örnek sayısının en fazla 8. sınıf matematik ders kitaplarında ve en az ise 7. sınıf matematik ders kitaplarında yer aldığını göstermektedir. Ayrıca 5. sınıf matematik ders kitaplarında üçgenlerle ilgili örnek sayısının 6. sınıf matematik kitaplarındaki örnek sayısından daha fazla olduğu da tespit edilmiştir. Bunun bir nedeni 5. ve 8. sınıf matematik öğretim programlarında üçgenler ile ilgili kazanımların daha fazla yer alması olabilir. Özellikle 7. sınıf düzeyinde matematik öğretim programında üçgenlerle ilgili doğrudan bir kazanıma rastlanmamaktadır.

Elde edilen bulgular ortaokul matematik ders kitaplarında üçgenler ile ilgili olarak en fazla standart örneklere yer verildiğini göstermektedir. Standart örnekler, bir tanımın ya da kuralın ne anlama geldiğini ifade eden prototip örneklerdir. Ayrıca standart örnekler bir işlemsel sürecin basitçe nasıl gerçekleştiğini de gösterebilirler. Prototip örnekler kavramın anlamının oluşmasında önemli olsa da sürekli prototip örneklerin kullanılması öğrencilerin anlamalarını sınırlandırmakta ve çeşitli yanlışlıkların oluşmasına neden olmaktadır. Bingölbali ve Özmantar (2009), dik üçgenin çizimini verilen prototip örnek ile zihninde sınırlandıran bir öğrencinin, dik kenarları değişik konumlarda olan üçgeni dik üçgen olarak kabul etmeyebileceğini ifade etmektedir. Benzer şekilde Türnüklü (2009) üçgen eşitsizliğinin keşfedilmesine yönelik çalışmada, bazı öğrencilerin üçgen şeklini yatay bir tabana oturttuklarından farklı üçgen türlerinin oluştururken zorluk yaşadıklarını belirtmektedir. Ders kitaplarında sıklıkla yer alan örnek türlerinden biri de geliştirici örneklerdir. Geliştirici örnekler, kuralı yansıtan standart örneklerin dışında bu kuralın başka durumlarla ilişkisini göstererek öğrencilerin kavramlar arasında bağlar kurmasını ve kavrama ilişkin oluşturdukları muhtemel algıları genişletmeyi amaçlamaktadırlar. Van de Walle, Karp ve Bay-Williams (2010) anlamayı, bir fikrin mevcut fikirlerle olan bağlarının niceliğinin ve niteliğinin bir ölçüsü olarak tanımlamaktadır. Kavramlar arasında kurulan bağların sayısı arttıkça o kavrama ilişkin anlamlı öğrenmelerimizin de oranı artmaktadır (Skemp, 1978). Bu bağlamda ders kitaplarında yer verilen bazı örneklerin öğrencilerin ilişkisel anlamalar geliştirmelerine yardımcı olduğu söylenebilir. Bunun yanında elde edilen bulgular ders kitaplarında üçgenler konusunda üçüncü olarak en fazla rastlanan örnek türünün başlangıç örnekleri olduğu belirlenmiştir. Başlangıç örnekleri, konunun öğretiminin başlangıcında öğrencilerin konuya ilgilerini çekmek, ön bilgilerini

harekete geçirmek ve önceki konularla bağlantılar kurmak amacıyla sunulan örneklerdir. Alkan ve Güven (2018) lise matematik ders kitaplarında limit konusunda ele alınan örnekleri inceledikleri çalışmalarında başlangıç türü örneklerin standart ve geliştirici örneklere göre ders kitaplarında daha az yer aldığını ve 2010 ile 2015 yıllarında kullanılan ders kitaplarında ise başlangıç örneklerine daha fazla yer verildiğini belirtmektedirler. Bu çalışmada ise Alkan ve Güven'in (2018) çalışmasından farklı olarak ders kitaplarında başlangıç örneklerine daha fazla yer verildiği görülmektedir. Bunun nedenlerinden biri konu içeriği olabilir. Alkan ve Güven (2018) çalışmasında limit konusuna yönelik örnekleri incelerken bu çalışmada üçgen konusuna odaklanılmıştır. Üçgen kavramı günlük yaşamda daha sıklıkla kullandığımız ve öğrencinin yakın çevresinde daha sık karşılaştığı kavramların başında gelmektedir. Bir diğer neden ise sınıf düzeyi olabilir. Lise düzeyindeki öğrenciler Piaget'nin bilişsel gelişim sınıflamasına göre soyut işlemler döneminde iken ortaokul öğrencilerinin çok azı bu düzeyde olabilir. Elde edilen bulgular ortaokul ders kitaplarında en az uç örnekler, örnek dışı örnekler ile karşıt örneklere yer verildiğini göstermektedir. Uç örnekler kavramlara ait istisna durumları göstermede kullanılırken örnek dışı örnekler tanıma ya da kurala ait olamayan durumları ifade etmede ve karşıt örnekler ise öğrencilerin yanlış genellemelere ulaşmalarını engellemek amacıyla kullanılan örneklerdir. Bu bağlamda ders kitaplarında bu tür örneklere çok az yer verilmesi öğrencilerin üçgen kavramına yönelik doğru anlamalar oluşturmaları konusundaki önemli engellerden biridir. Alan yazında yapılan çalışmalarda öğrencilerin sıklıkla üçgeni tanımlamada, inşa etmede, yüksekliklerini çizmede zorlandıkları ifade edilmektedir (Güven vd., 2019; Türnüklü, 2009; Zeybek, 2013). Bu durumun temel nedenlerinden biri prototip örnekler olmasına karşın bir diğer nedeni ise üçgen kavramının öğrencinin zihninde oluşmasında etkili olacak uç örnek ve karşıt örnek gibi örnek türlerine yeterince yer verilmemesi olabilir. Elde edilen bulgulara benzer sonuçlar Alkan (2016), Alkan ve Güven (2018), Karaarslan (2019) ve Şahin (2021) çalışmalarında da görülmektedir. Ders kitaplarında ve öğretmenler tarafından verilen örneklerin incelendiği bu çalışmalarda genel olarak standart ve geliştirici örneklerin daha fazla kullanıldığı ve diğer örnek türlerine az yer verildiği veya hiç yer verilmediği sonuçlarına ulaşılmıştır.

Araştırmadan elde edilen bulgulara göre 5. Sınıf düzeyinde daha çok standart ve başlangıç örneklerine yer verilmiştir. 6. Sınıf düzeyine gelince daha çok standart ve geliştirici örneklere yer verildiği görülmektedir. 8. Sınıfta ise tüm örnek türlerine yer verilmiş olup ağırlıklı olarak standart ve geliştirici örneklere yer verildiği görülmektedir. Bu bağlamda sınıf düzeylerine göre kullanılan örnek türlerinin farklılık gösterdiğini söylemek mümkündür. Bu durumun nedenlerinden biri olarak alt sınıf düzeylerinde üçgen konusuna yeni giriş yapılması olduğu söylenebilir. Üçgen kavramı 1. sınıftan itibaren her sınıf düzeyinde yer almasına rağmen, 1-4. sınıf düzeyinde sadece üçgen kavramını tanıma ve basit düzeyde özelliklerine hâkim olmaya yönelik kazanımlar yer almaktadır. 5. sınıf düzeyinde ise önceki sınıf düzeylerine göre daha üst düzey beceri gerektiren kazanımlara yer verilmiştir. Diğer bir neden ise 6 ve 7. sınıf düzeyinde üçgenlere yönelik konu ve kazanımların sınırlı olması olabilir. Özellikle 7. sınıf düzeyinde doğrudan üçgenler ile ilgili bir kazanım bulunmamaktadır. Bu nedenle bu iki sınıf düzeyinde kullanılan örnek sayısı ve çeşitliliği azdır. Başka bir neden ise 5. sınıf öğrencileri Piaget'nin bilişsel gelişim evrelerinden daha çok somut işlemler dönemindeyken 8. sınıfta soyut işlemler döneminde daha fazla öğrenci bulunabilir. Bu durum da 5. sınıftan 8. sınıf düzeyine kadar örnek türlerinin çeşitlenmesine neden olmuş olabilir. Soyut işlemler döneminde problemde bulunan değişkenler arası ilişkiler bulunur. Geliştirici örnek türü; oluşan muhtemel algıyı genişletmeye çalışma, kuralın başka durumlarla ilişkisini gösterme ve konular arası ilişkiyi gösterme gibi özellikler daha çok soyut işlemler dönemi özelliklerine uygun olduğundan dolayı 8. sınıf düzeyinde daha fazla kullanılmış olabilir.

ÖNERİLER

Araştırma sonuçları kapsamında aşağıdaki öneriler ileri sunulabilir:

- Bu araştırmanın sonuçları ders kitaplarında en fazla standart örneklere yer verildiğini göstermektedir. Standart örnekler prototip örnekler oldukları için sıklıkla bu tür örneklerin kullanılması öğrencilerde kavram yanlışlarının oluşmasına neden olabilmektedir. Bu bağlamda ders kitaplarında farklı örnek

türlerine yer verilmesi önerilmektedir. Ayrıca sınıf içi uygulamalarda öğretmenlerin öğrencilerine öğretimini gerçekleştirdikleri konu ile ilgili farklı örnek türlerine yer vermesi önemlidir.

- Geometri konuları içerisinde üçgenler önemli bir yere sahiptir. Birçok geometrik şekil ve ilişkinin temelinde üçgenler yer almaktadır. Üçgenler konusu öğretim programlarında önemli bir yer kaplamaktadır. Bu sebeple bu çalışma sadece üçgenler konusu üzerinde yürütülmüştür. Matematğin farklı konularındaki örnekler için benzer çalışmalar yapılabilir. Böylece örnek türleri ile matematik konuları arasındaki ilişkilere yönelik ipuçları elde edilebilir.
- Bu araştırmanın sonuçları ders kitaplarında yer alan örneklerin incelenmesinden elde edilmiştir. Öğretimin niteliğinin ortaya konulmasında ve anlamlı öğrenmelerin oluşmasında ders kitaplarının yanında öğretmenlerin sınıf içi uygulamaları da oldukça önemlidir. Bu çalışmada sadece ders kitabında yer alan örneklere odaklanılmıştır. Bu nedenle ileriki araştırmalarda ders kitabındaki örneklerin sınıf içi uygulamaları da göz önüne alınarak sınıflandırılması yapılabilir.
- Farklı örnek türlerinin öğrencilerin öğrenmelerini ne şekilde etkilediği ve öğretmenlerin derslerinde ne tür örnekleri hangi sıklıkla tercih ettikleri konuları ileriki araştırmalarda incelenebilir.

KAYNAKÇA

- Alkan, S. (2016). *Matematik öğretmenlerinin kullandıkları örneklerin sınıflandırılması ve öğretimsel açıklama boyutlarıyla ilişkisinin incelenmesi*. (Yayınlanmamış Doktora Tezi). Karadeniz Teknik Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Trabzon.
- Alkan, S. & Güven, B. (2018). Ders kitaplarında kullanılan örnek türlerinin analizi: Limit konusu. *Turkish Journal of Computer and Mathematics Education (TURCOMAT)*, 9 (1), 147-169. <https://doi.org/10.16949/turkbilmat.334530>
- Alkan, S., Güven, B. & Yılmaz, Ş. (2017). The types of examples teachers use in teaching function concept. *Bayburt Eğitim Fakültesi Dergisi*, 12 (23), 367-384.
- Altıntaş, E. & İlgün, Ş. (2017). Ortaokul matematik öğretmenlerinin geometride “yükseklik” ve “diklik merkezi” kavramına ilişkin kavram yanılgıları. *Journal of Turkish Studies*, 12(29), 73-86. <http://dx.doi.org/10.7827/TurkishStudies.12532>
- Altun, M., Arslan, Ç. & Yazgan, Y. (2004). Lise matematik ders kitaplarının kullanım şekli ve sıklığı üzerine bir çalışma. *Uludağ Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 17(2), 131-147.
- Avcu, R. (2014). *Exploring middle school mathematics teachers' treatment of rational number examples in their classrooms: A multiple case study* (Yayınlanmamış doktora tezi). Orta Doğu Teknik Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü, Ankara.
- Bingölbali, E. & Özmantar, M.F. (2009). Matematiksel kavram yanılgıları: Sebepleri ve çözüm arayışları. E. Bingölbali, M.F. Özmantar (Ed.), *Matematiksel zorluklar ve çözüm önerileri içinde* (1-30. ss.). Ankara: Pegem Akademi.
- Büyüköztürk, Ş., Kılıç Çakmak, E., Akgün, Ö.E., Karadeniz, Ş. & Demirel, F. (2016). *Bilimsel araştırma yöntemleri* (20. Baskı). Ankara: Pegem Akademi Yayıncılık.
- Çepni, S. (2014). *Araştırma ve proje çalışmalarına giriş* (7. baskı). Trabzon: Celepler Matbaacılık.
- Çetin, İ. (2020). Üçgenler ve öğretimi. E. Ertekin, M. Ünlü (Ed.), *Geometri ve ölçme öğretimi tanınlar, kavramlar ve etkinlikler içinde*, (168-215. ss.). Ankara: Pegem Akademi Yayıncılık.
- Çiftci, O. & İşleyen, T. (2022). Üçgenin açıortayları ve kenarortayları konusunda öğrencilerin karşılaştıkları öğrenme güçlükleri. *Ahi Evran Üniversitesi Kırşehir Eğitim Fakültesi Dergisi*, 23(Özel Sayı), 509-560. <https://doi.org/10.29299/kefad.943663>
- Duatepe, A. (2004). *Drama temelli öğretimin yedinci sınıf öğrencilerinin geometri başarısına, Van Hiele geometrik düşünme düzeylerine, matematiğe ve geometriye karşı tutumlarına etkisi*. (Yayımlanmamış Doktora Tezi). Orta Doğu Teknik Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü, Ankara.
- Erşen, Z.B., Bülbül, B.Ö. & Güler, M. (2021). Analysis of solved examples in mathematics textbooks regarding the use of geometric habits of mind. *Turkish Journal of Computer and Mathematics Education*, 12(1), 349-377.
- Esen, Y. (2003). Okul bilgisi ve ders kitapları. M.T. Bağlı, Y. Esen (Ed.), *Ders Kitaplarında İnsan Hakları: İnsan Haklarına Duyarlı Ders Kitapları İçin*, içinde (5-21. ss.). İstanbul: Tarih Vakfı Yayınları.
- Fujita, T. (2012). Learners' level of understanding of the inclusion relations of quadrilaterals and prototype phenomenon. *The Journal of Mathematical Behavior*, 31(1), 60-72.
- Gökbulut, Y. (2010) *Sınıf öğretmeni adaylarının geometrik cisimler konusundaki pedagojik alan bilgileri*. (Yayımlanmamış Doktora Tezi). Gazi Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Ankara.
- Gökbulut, Y. & Ubuz, B. (2013). Sınıf öğretmeni adaylarının prizma bilgileri: Tanım ve örnekler oluşturma. *İlköğretim Online*, 12(2), 401-412.
- Güven, B., Öztürk T. & Bülbül B. Ö. (2019). Geometri öğretimi, G. Hacıömeroğlu, K. Tarım (Ed.), *Matematik öğretiminin temelleri*, içinde (169-214. ss.). Ankara: Anı Yayıncılık.
- Karaaslan, N. S. (2019). *8. sınıf matematik ders kitabındaki geometri örneklerinin türlerine göre analizi*. (Yayınlanmamış Yüksek Lisans Tezi). Dicle Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Diyarbakır.
- Karakuş, F. (2018). Sınıf öğretmeni adaylarının silindir ve koniye yönelik kavram imajlarının incelenmesi. *İlköğretim Online*, 17(2), 1033-1050. <https://doi.org/10.17051/ilkonline.2018.419352>
- Kwon, O. N., Park, J. H., & Park, J. S. (2006). Cultivating divergent thinking in mathematics through an openended approach. *Asia Pacific Education Review*, 7(1), 51-61
- Millî Eğitim Bakanlığı (2018). *İlköğretim matematik dersi 1-8. Sınıflar öğretim program ve kılavuzu*. Ankara: MEB.

- Mutlubaş Yıldız, S. (2021). *Beşinci sınıf matematik ders kitaplarındaki temsillerin öğretim programındaki kök değerler bağlamında incelenmesi*. (Yayınlanmamış Yüksek Lisans Tezi). Pamukkale Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Denizli.
- Okazaki, M. & Fujita, T. (2007). Prototype phenomena and common cognitive paths in the understanding of the inclusion relations between quadrilaterals in Japan and Scotland. *Proceedings of the 31st Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*, 4, 41-48.
- Özer, T. & İncikabı, L. (2019). İlkokul matematik ders kitaplarındaki kesirlere ilişkin soruların bazı değişkenler açısından incelenmesi. *Medeniyet eğitim araştırmaları dergisi*, 3(1), 20-37.
- Özgen, B. (1993). Türkiye'de ders kitapları sorunu ve çözüm yolları. *Eğitim ve Bilim*, 17(87), 48-59.
- Özmantar, M.F., Dapgın, M., Çırak Kurt, S. & İlgün, Ş. (2017). Mathematics teachers' use of source books other than textbooks: reasons, results and implications. *Gaziantep University Journal of Social Sciences*, 16(3), 741-758.
- Sawada, T. (1997). Developing lesson plans. In J. Becker, S. Shimada (Eds.), *The open-ended approach: A new proposal for teaching mathematics* (pp. 23-35). National Council of Teachers of Mathematics.
- Skemp, R. R. (1978). Relational understanding and instrumental understanding. *The arithmetic teacher*, 26(3), 9-15.
- Şahin, M. (2021). *Ortaokul matematik öğretmenlerinin oran ve orantı konusunda kullandıkları örneklerin sınıflandırılması*. (Yayınlanmamış Yüksek Lisans Tezi). Sivas Cumhuriyet Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Sivas.
- Şengün, K. Ç. (2017). *Ortaokul öğrencilerinin kağıt kalem ve dinamik geometri ortamında üçgeni inşa etme süreçlerinin incelenmesi*. (Yayınlanmamış Yüksek Lisans Tezi). Pamukkale Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Denizli.
- Şengün, K. Ç. & Yılmaz, S. (2021). Examining the efforts of middle school 7th grade students to draw altitude in parallelogram and triangle. *Osmangazi Journal of Educational Research*, 8(1), 220-238.
- Tsamir, P., Tirosh, D., Levenson, E., Barkai, R., & Tabach, M. (2015). Early-years teachers' concept images and concept definitions: Triangles, circles, and cylinders. *ZDM*, 47(3), 497-509.
- TIMSS (1999). Üçüncü uluslararası matematik ve fen bilgisi çalışması ulusal rapor. Erişim adresi https://timss.meb.gov.tr/meb_iys_dosyalar/2022_03/07140242_timss_1999_ulusal_raporu.pdf
- TIMSS (2011). TIMSS 2011 ulusal matematik ve fen raporu: 8. sınıflar. Erişim adresi https://timss.meb.gov.tr/meb_iys_dosyalar/2022_03/07135958_TIMSS-2011-8-Sinif.pdf
- TIMSS (2019). TIMSS 2019, Türkiye ön raporu. Erişim adresi https://www.meb.gov.tr/meb_iys_dosyalar/2020_12/10173505_No15_TIMSS_2019_Turkiye_On_Raporu_Guncel.pdf
- Türnüklü E. (2009). Some obstacles on the way of constructing triangular inequality. *Eğitim ve Bilim*, 34(152), 174-181.
- Uygun, T. & Akyüz, D. (2016). Ortaokul matematik öğretmeni adaylarının üçgenler konusunda tanım oluşturma sürecindeki öğrenmeleri. *Abant İzzet Baysal Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 16(4), 2002-2022.
- van de Walle, J. A., Karp, K. S. & Bay-Williams, J. M. (2012). *İlkokul ve ortaokul matematiği: Gelişimsel yaklaşımla öğretim*. (S. Durmuş, Çev. Ed.). Ankara: Nobel Yayıncılık.
- Yılmaz, A., Seçken, N. & Morgil, İ. (1998). Lise 11. sınıf kimya 3 ders kitaplarının kimya eğitimine uygunluklarının araştırılması. *Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 14(14), 73-83.
- Zaslavsky, O. (2010). The explanatory power of examples in mathematics: Challenges for teaching. In M. K. Stein, L. Kucan (Eds.), *Instructional explanations in the disciplines* (pp. 107-128). New York: Springer.
- Zeybek, Z. (2013). Üçgen kavramı ve geometri tarihindeki yeri, İ.Ö. Zembat, M.F. Özmantar, E. Bingölbali, H. Şandır, A. Delice, (Ed.), *Tanımları ve tarihsel gelişimleriyle matematiksel kavramlar içinde* (222-248. ss.). Ankara: Pegem Akademi.

Extended Abstract

Introduction

Textbooks are complementary documents for curriculum and guide for teachers to their teaching practices. Moreover, textbooks are also one of the basic tools for students to their learning experiences (Esen, 2003). Textbooks play important roles such as providing information, explanations and guidance to students (Altun, Arslan & Yazgan, 2004). Beside textbooks support to teachers in the planning, implementing and evaluating of the course, they allow students to repeat what they have learned in the course (Özer & İncikabı, 2019). In addition, textbooks also have some features such as providing information about concepts and explaining the relationships between concepts (Işık, 2008). Examples in the textbooks, a powerful teaching tool, have an important role, especially in explaining abstract mathematical concepts and concretizing them. In some studies, examples in mathematics textbooks are mostly monotonous/routine (Altun et al., 2004; Erşen, Bülbül, & Güler, 2021), insufficient in terms of quantity, variety, and quality (Özmantar et al., 2017) and disconnected from daily life (Özgen, 1993). In this context, examples which are one of the basic elements of the content of mathematics textbooks play an important role in understanding abstract mathematical concepts and creating relationships between these concepts. Gökbulut (2010) defines examples as situations that transform concepts, which are abstract thoughts, into concrete structures. In addition, Alkan (2016) defines examples as special cases used to explain definitions or situations that may or may not belong to concepts, to express the meanings of mathematical rules and principles, and to show how procedures are applied. Considering these definitions, it can be said that examples concretize abstract mathematical concepts, help to understand concepts better, have a guiding role on how to apply a rule, and help to establish relationships between concepts. When studies on examples are examined, it is seen that different researchers classify examples in different ways (Alkan, 2016; Zaslavsky, 2010). In her doctoral thesis, Alkan (2016) examines the studies on examples and determines that there are different named example types but they serve the similar purposes, and developed a classification of examples by reconsidering these example types. Alkan's (2016) example classification stands out in the context of both addressing previous classifications and trying to eliminate the deficiencies in these classifications. For this reason, Alkan's (2016) example classification is used as a theoretical framework in this research. In her classification, Alkan (2016) groups the examples under six categories: startup, standard, improving, non-example, extreme and counterexamples. The purpose of this research is to examine examples of triangles in middle school mathematics textbooks. For this purpose, a classification of the examples used in teaching triangles in existing middle school mathematics textbooks is made. At the same time, the example types of triangles in textbooks at different grade levels are examined and these example types are compared according to grade level.

Method

The aim of this study is to determine the examples types on the triangles that are used in the middle school mathematics textbooks. At the same time, the example types of triangles in textbooks at different grade levels are examined and these example types are compared according to grade level. For that reason, document analysis is used. The textbooks are determined according to following the criteria: Textbooks are written according to the 2018 Ministry of National Education (MNE) middle school mathematics curriculum, are taught in the schools and some of the textbooks published by the Ministry of National Education and the others published by private publishing house for each grade level. The example type classification developed by Alkan (2016) is taken into consideration. Alkan (2016) classifies the examples into six different categories as startup, standard, improving, non-example, extreme and counter example. The data obtained in the research is coded by a researcher and an expert who has PhD in mathematics education. After the expert completes the coding, the codes are compared with the researcher.

Findings

The findings on the example types on the triangle included in the textbooks are presented under this title. It is seen that at the 5th grade level, the most standard examples are included and the least improving and non-example are included. Additionally, extreme examples and counter examples are not included at this grade level. Similarly,

at the 6th grade level, the most improving examples and the least startup examples are included. In addition, standard type of example is most preferred at this grade level. Moreover, extreme examples, out-of-examples and counter examples are not included at the 6th grade level. Only 3 examples are found at the 7th grade level. Two of them are improving examples, while one is a startup example. At the 8th grade level, the standard type examples are most included, while at least non-examples are included. In addition, improving examples are often included at this grade level. Moreover, extreme examples and counter examples are given at least in this grade level.

Result and Discussion

The findings show that the highest number of examples about triangles are in the 8th grade mathematics textbooks and the least in the 7th grade mathematics textbooks. It is also determined that the number of examples about triangles in the 5th grade mathematics textbooks is higher than the number of examples in the 6th grade mathematics textbooks. The finding shows that the standard examples about triangles are the most included in middle school mathematics textbooks. One of the example types frequently included in textbooks is improving examples. In addition, the findings reveal that the third most common example type on triangles in textbooks is startup examples. The findings show that middle school textbooks include at least extreme examples, non-exemplary examples and counter examples.

Araştırmanın Etik Taahhüt Metni

Yapılan bu çalışmada bilimsel, etik ve alıntı kurallarına uyulduğu; toplanan veriler üzerinde herhangi bir tahrifatın yapılmadığı, karşılaşılabilecek tüm etik ihlallerde "Manisa Celal Bayar Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi ve Editörünün" hiçbir sorumluluğunun olmadığı, tüm sorumluluğun Sorumlu Yazara ait olduğu ve bu çalışmanın herhangi başka bir akademik yayın ortamına değerlendirme için gönderilmemiş olduğu sorumlu yazar tarafından taahhüt edilmiştir.