

## PORTFÖY SEÇİM PROBLEMİ ÜZERİNE KARŞILAŞTIRMA: VERİ ZARFLAMA ANALİZİ VE ORTALAMA VARYANS MODELİ ÖRNEĞİ<sup>1</sup>

*A Comparison on Portfolio Selection Problem: Data Envelope Analysis and Mean Variance Methods Example*

**Hatice CENGER \* & Erkan POYRAZ \*\***

\* Öğr. Gör. Dr., Muğla Sıtkı Koçman Üniversitesi, cenger@mu.edu.tr, ORCID: 0000-0002-5703-2201

\*\* Prof. Dr., Muğla Sıtkı Koçman Üniversitesi, poyraz@mu.edu.tr, ORCID: 0000-0002-6442-4705

*Araştırma Makalesi / Research Article*

**Geliş Tarihi:**

17.10.2023

**Kabul Tarihi:**

19.11.2023

**Anahtar Kelimeler:**

Ortalama Varyans Modeli,

Veri Zarflama

Analizi, Portföy

Optimizasyonu, Etkin Sınır

**JEL Kodları:**

C10, C14, D24.

### ÖZ

Çalışma; portföy optimizasyonunda kullanılan Markowitz ortalama varyans modeli (OVM) ve veri zarflama analizi (VZA) modelinin karşılaştırılmasına yöneliktir. Veri zarflama analizi; menkul kıymet getirilerinin birden fazla değişkenle ilişkilendirilmesine imkân tanıyan, menkul kıymet sayısı fazlalığı neticesinde hesaplama zorluğuna sebep olmayan finansal bir modeldir. Bu makalenin amacı; uygulama kapsamına alınan 2015-2019 yılları arasında BİST 100 'de kesintisiz işlem gören hisselerin günlük getiri verilerini kullanarak Markowitz ortalama varyans modeli ve veri zarflama analizi yöntemini ile portföy optimizasyonunu gerçekleştirmek ve portföyleri risk ve getiri açısından karşılaştırmaktır. Ortalama varyans modeli'nin ve veri zarflama analizi uygulama sonuçları, beklenen getiri ve risk açısından iki hipotez oluşturularak test edilmiştir. Sonuç olarak; VZA yöntemi ile oluşturulan portföylerin risk ve getirisinin OVM ile oluşturulan portföylerden yüksek olduğu tespit edilmiştir.

**Received Date:**

17.10.2023

**Acceptance Date:**

19.11.2023

**Keywords**

Mean Variance Model, Data

Envelopment Analysis,

Portfolio Optimization,

Efficient Frontier.

**JEL Codes:**

C10, C14, D24.

### ABSTRACT

In this context, this study is aimed at comparing the Markowitz Mean Variance (MV) model and Data Envelopment Analysis (DEA) model used in portfolio optimization. DEA is a financial method that allows to associate security returns with more than one variable and does not cause computational difficulties as a result of the excess number of securities. The purpose of this article; It is to compare the portfolios created in terms of risk and return after performing portfolio optimization with the Markowitz mean variance model and data envelopment analysis method, using the daily return data of the stocks traded uninterruptedly in BIST 100 between 2015 and 2019. The application results of the mean variance model and DEA were tested by forming two hypotheses in terms of expected return and risk. As a result, it has been determined that the risk and return of portfolios created by the DEA method are higher than the portfolios created with the mean variance model.

**Atıf / Citation:** Cenger, H. & Poyraz, E. (2023). Portföy Seçim Problemi Üzerine Karşılaştırma: Veri Zarflama Analizi Ve Ortalama Varyans Modeli Örneği. *Uluslararası Muhasebe ve Finans Araştırmaları Dergisi*, 5(2), 122-139.

**Sorumlu yazar / Corresponding author:** Hatice CENGER, cenger@mu.edu.tr

<sup>1</sup> Bu çalışma doktora tezinden türetilmiştir.

## 1. GİRİŞ

Finansal literatürde portföy, bir kurum veya özel şahıslar tarafından tutulan uygun bir yatırım karmasıdır. Yatırımcılar ve finans yöneticileri için optimal portföyü oluşturacak varlık seçimi ve risk yönetimi her zaman zorlu konu olmuştur. Yatırımcılar genellikle daha az risk ve daha fazla getiri sağlayan portföyler veya varlıkları bulmaya çalışırlar. Rasyonel bir yatırımcı, optimal bir portföyde her zaman riskleri en aza indirmeye ve yatırım getirisini en üst düzeye çıkarmaya çalışır fakat bu seçimin nasıl yapılacağı konusunda bir kesinlik yoktur. Bu nedenle portföy seçimi hem teorik hem de pratik açıdan finasta en çok araştırılan konulardan biri olmuştur.

Bir dizi olası portföy arasından optimal bir portföyün nasıl oluşturulacağı konusundaki öncü çalışma Markowitz'in (1952) ortalama varyans modeline dayanır. Markowitz, bu çalışmasıyla modern portföy teorisinin temelini atmıştır. Modern portföy teorisi, yatırımcının bireysel menkul kıymet portföyüne odaklanarak riski analiz etmeye ve etkin sınırını belirlemeye çalışır. Başka bir ifade ile yöntem; belli bir risk düzeyinde en yüksek getiriye sahip portföyü ya da belli bir getiri düzeyinde en düşük riske sahip portföyün belirlenmesine dayanır.

1952'de Markowitz'in çalışması, portföy performansının ölçüldüğü bir sınır oluşturmaya dayanmaktadır. Bu yaklaşım, değerlendirilen portföy ile buna karşılık gelen etkin sınır projeksiyonu arasındaki mesafenin karşılaştırılmasıyla gerçekleştirilir. Oysa veri zarflama analizinde etkin bulunan karar verme birimleri, zaten etkin sınır üzerinde bulunmaktadır. Bununla birlikte OVM'ne göre, yatırımcının karar verebilmesi için tüm hisse senetlerinin tahmini getirisini, standart sapmalarını ve en önemlisi bu hisse senetleri arasındaki kovaryansı hesaplaması gerekir. Bu durumda hesaplanacak veri sayısı katlanarak artacaktır. Bu güçlükler Markowitz'in (1952) çalışmasının ardından diğer birkaç portföy seçim modelinin geliştirilmesini teşvik etmiştir.

Yıllar içinde bu literatüre paralel olarak, geleneksel parametrik yaklaşımların dışında nonparametrik bir yöntem olan veri zarflama analizi, araştırmacılar tarafından benimsenmiş ve ilk olarak yatırım fonlarının performansının ölçülmesinde kullanılmıştır (Choi ve Murthi 2001). Portföy performans değerlendirmesinde alternatif bir model olan VZA'nın en büyük özelliği etkin sınır üzerindeki portföyleri tespit etmesidir. Bunun yanında VZA hem birden fazla girdi ve çıktıya izin vermekte hem de veri çokluğunun yarattığı hesaplama zorluğunu ortadan kaldırmaktadır.

Bu açıklamalar kapsamında, VZA modeli kullanılarak, gerek etkin sınır üzerindeki portföylerin tespit edilmesi, gerekse sıfırdan portföy oluşturulması açısından çalışma önem arz etmektedir. bu sebeple; VZA yönteminin Markowitz OVM'nin zorluklarına çözüm üreterek portföy yatırım şirketlerine, portföy yöneticilerine ve araştırmacılara yeni bir alternatif sunup sunmayacağı araştırılmıştır.

Bu bağlamda çalışma beş bölümden oluşmaktadır. Birinci ve ikinci bölümde çalışmanın teorik çerçevesi açıklanmış, üçüncü bölümde ise; analiz ve ampirik sonuçlara yer verilmiş olup dördüncü bölümde bulgular değerlendirilmiştir. Son bölümde, sonuçlar, risk ve getiri açısından karşılaştırılmıştır.

## 2. LİTERATÜR

Literatürde yer alan çalışmalara göre ortalama varyans modelinin çözümlemesinde sıkıntılı olabileceği büyük boyutlardaki portföylerin optimizasyonu için ortalama varyans modeli ile çeşitli yöntemlerle karşılaştırılmıştır. Karşılaştırmaya konu olan black litterman modeli, log-optimal portföyler, bulanık programlama ve yapay zeka, parçacık sürü optimizasyon (PSO) gibi tekniklerin de etkin sonuçlar sunduğu görülmüştür (Başar ve Kuvat, 2020: 166).

Markowitz OVM ile gerçek yatırım durumlarıyla ilgili çeşitli kısıtlamalar nedeni ile portföy etkin sınırının elde edilmesi zordur. Bu sorunla başa çıkmak için bazı araştırmacılar portföy performansını tahmin etmek için sınıra yaklaşma yöntemlerine yönelmiştir. Bu nedenle;

başlangıçta banka ve sigorta şirketleri gibi karar birimlerinin performans ölçümünde kullanılan VZA daha sonra yatırım fonları performansının ölçülmesinde de sıklıkla başvurulmuş bir performans ölçüm yöntemi olmuştur (Zhou vd., 2018: 112). Yapılan çalışmalarda etkinlik derecesine göre portföy oluşturmak yerine yatırım fonları portföy olarak kabul edilmiştir. Bununla birlikte literatürde OVM ve VZA yöntemi ile oluşturulan portföylerin risk ve getiri açısından karşılaştırılmasına rastlanmamıştır.

Literatürde yatırım fonlarının performans derecesini ölçmeye yönelik yapılan çalışmaların bazıları şöyledir; Murthi, Choi ve Desai (1997) ilk olarak portföy performans değerlendirmesine VZA yöntemini uygulamış ve çeşitli işlem ücretlerine sahip portföyleri değerlendirmek için VZA girdi yönlendirmeli CCR modelini kullanmıştır. Morey ve Morey, ikinci dereceden kısıtlı doğrusal olmayan VZA modelleri önererek, varyansı girdi ve ortalama getiriyi çıktı olarak kullandılar. McMullen ve Strong (1998), standart sapma, minimum başlangıç yatırım tutarı, yatırım maliyeti, satış maliyetleri, başlangıç ücreti ve 1 yıllık, 3 yıllık ve 5 yıllık ortalama getirilerin olduğu VZA yaklaşımıyla 135 Amerika yatırım fonunun göreceli etkinliklerini hem girdi hem çıktı yönlendirmeli BCC modelini kullanarak değerlendirmiştir. Basso ve Funari (2001) girdi olarak farklı risk ölçümleri ile bir girdi yönlendirmeli CCR modeli kullanarak 1997 ile 1999 yılları arasında İtalya Fon Piyasasında 47 fonun performansı hakkında ampirik bir çalışma yapmıştır. Gregoriou, Sedzro ve Zhu (2005), hedge fonlarının performansını değerlendirmek için VZA temelli süper etkinlik modelini uygulamış ve kurumsal yatırımcılar, emeklilik fonu için uygulanabilir bir kıyaslama önerilmiştir. Chen ve Lin (2006) fon getirisinin dağılım özelliklerini daha iyi tanımlayabilmek için VZA modelinin girdileri olarak geleneksel varyans ölçüsü yerine riske maruz değer (VaR) ölçüsünü ve koşullu riske maruz değer (CVaR) ölçüsünü kullanmışlardır. Kuosmanen (2007) stokastik baskınlığı birleştirmiştir. Yatırım fonu performansını değerlendirmek için VZA metodolojisi ile kriterler, ardından yatırımcılar için en iyi uygulama kriteri olarak tercih edilmiştir.

VZA, araştırmacılar ve uygulayıcılar tarafından yaygın olarak kabul edilen bir yöntem olmuştur (Murthi & Choi, 2001; Anderson ve diğerleri, 2004; Sengupta, 2003; Daraio & Simar, 2006; Babalos ve diğerleri, 2015; Wilkens & Zhu, 2001; Tarim & Karan, 2001; Galagedera & Silvapulle, 2002; Chang, 2004; Carlos Matallín ve diğerleri, 2014; Nguyen-Thi-Thanh, 2006; Chu ve diğerleri, 2010; Tsolas, 2011; Morey & Morey, 1999; Briec ve diğerleri, 2004; Zhao ve diğerleri, 2011; Jaro & Na, 2006; Kooli ve diğerleri, 2005; Haslem & Scheraga, 2003) arasında parametrik olmayan uygulamalı yöneylem araştırması teknikleri kullanılmıştır. Araştırmacılar girdi ve çıktı değişkenleri olarak; standart sapma, gider oranı, ciro, beta katsayısı, maliyetler, fon büyüklüğü, varyans, negatif getiri olan dönemlerin yüzdesi, düşük yarı varyans, satış ücretleri, işletme giderleri, nakit yüzdesi, F/K gibi değişkenleri göz önünde bulundurmıştır (Biswas vd., 2019:140; Zhou vd., 2018: 112).

Literatür değerlendirildiğinde yatırım fonlarının performansı, çoğunlukla girdi yönlendirmeli, ölçeğe göre değişken getirili VZA modeli ile ölçülmüştür. Ölçeğe göre sabit getiri modeli, girdilerdeki bir birimlik artışın çıktılarda bir birimlik artışa sebep olduğunu ifade etmektedir. Bu portföy performansı açısından gerçekçi bir yaklaşım değildir. Bu nedenle çalışmamızda girdi yönlendirmeli ölçeğe göre değişken getirili VZA modeli kullanılmıştır.

### 3.YÖNTEM

#### 3.1.Ortalama Varyans Modeli

Markowitz, bir varlık portföyünün E(R) beklenen getirisinin, onu oluşturan varlıkların beklenen getirilerinin ağırlıklı ortalaması olduğunu ve Portföydeki varlıkların toplamı bire eşit olması gerektiğini önermektedir, böylelikle varlıkların portföydeki ağırlıkları negatif olamaz (Pizzato vd., 2005). Portföy riski, varlıkların getirilerinin varyansı ve aralarındaki kovaryans ile ölçülür. Markowitz'in matematiksel modeli şu şekildedir;

$$\min f(x) = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n X_i X_j COV_{(ij)} \quad (1)$$

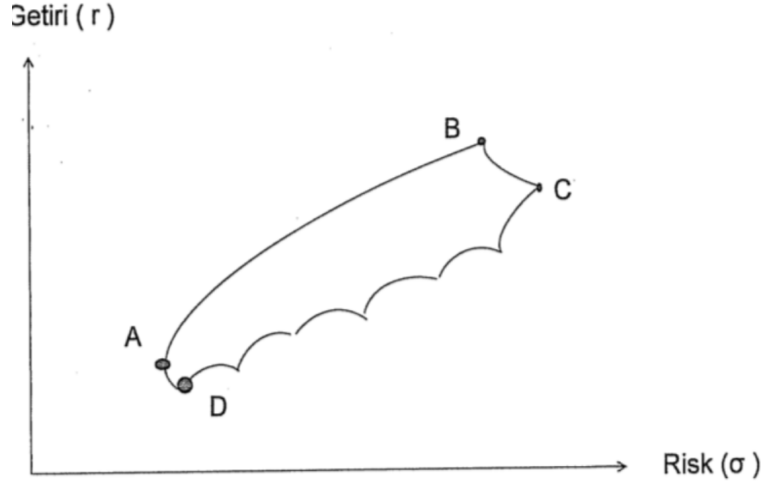
$$\sum_{i=1}^j X_i E_{(ri)} = E^* \quad (2)$$

$$\sum_{j=i}^j X_i = 1 \quad (3)$$

Eşitlik (1)'de minimize edilmek istenen amaç fonksiyonu yani portföyün toplam varyansı (risk), eşitlik (2)'de portföyün beklenen getirisi her bir yatırım aracının beklenen getirisiyle her bir yatırım aracının portföy içindeki paylarının çarpımlarının toplamı hesaplanmaktadır ve denklem (3)'te ise yatırım araçlarının portföy içindeki paylarının toplamının 1 olduğu gösterilmektedir. OVM ile oluşturulacak portföyde açığa satış işlemleri dikkate alınmamaktadır (Markowitz, 1952).

Aşağıda yer alan Şekil 1'de geçerli küme adı verilen ABCD ile çerçevelenen alan, birden çok varlıktan oluşan bir portföy için olası kombinasyonları temsil eder, tüm olası kombinasyonlar bu sınırlı bölge içinde yer alır, böylece tek bir varlık veya varlık kombinasyonu gölgeli alanın dışında kalmaz.

Varlık kombinasyonları iki boyutlu bir yüzey belirlemesine rağmen, etkin küme, yani en çekici portföyler, A-B sınırında yer alır. Bu kümenin altındaki herhangi bir nokta, daha yüksek beklenen getiriye ve aynı riske sahiptir.



Şekil 1. Markowitz Etkin Sınırı  
Kaynak: Ceylan ve Korkmaz, 1998: 170

Çalışmada Hisse senetlerinin getiri ve risk özelliklerini incelemek için günlük ortalama getiri ve standart sapma hesaplamaları EXEL yardımı ile şu şekilde hesaplanmıştır (Markowitz, 1952).

$$R = \frac{PD_t - PD_{t-1}}{PD_{t-1}} \quad (1)$$

R = Günlük getiri

PD = Piyasa Fiyatı

PD<sub>t</sub> = Önceki fiyat

PD<sub>t-1</sub> = Sonraki fiyat ortalamaları alınarak getiri hesaplama

$$R_{Kesiksiz} = \ln \left[ \frac{P_{t+1}}{P_t} \right] \quad (2)$$

Her bir hisse senedinin beklenen getirisi şu şekilde hesaplanır:

$$E(R_i) = \frac{1}{n} \sum_{t=1}^n R_{i,t} \quad (3)$$

$E(R_i)$  =  $i$  varlığının beklenen getiri oranı,

$R_{i,t}$  =  $i$  varlığının  $t$  zamanında aldığı getiri oranıdır.

Varlıklara ilişkin Her bir hisse senedinin riski şu şekilde hesaplanır:

$$\sigma_i^2 = \frac{1}{n} \sum_{t=1}^n [R_{i,t} - E(R_{i,t})]^2$$

$$\sigma_i = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{t=1}^n [R_{i,t} - E(R_{i,t})]^2} \quad (4)$$

$\sigma_i^2$  =  $i$  varlığının varyansı,

$\sigma_i$  =  $i$  varlığının standart sapması,

$E(R_i)$  =  $i$  varlığının beklenen getiri oranı,

$R_{i,t}$  =  $i$  varlığının  $t$  zamanında aldığı getiri oranıdır.

Kovaryans iki menkul kıymetin birlikte değişme veya değişme derecesini yansıtır ve Cov ( $R_i, R_j$ ) olarak temsil edilir. İki varlıklı bir portföy için Kovaryans, aşağıdaki formül ile hesaplanabilir.

$$Cor(R_i R_j) = \frac{Cor(R_i R_j)}{\sigma_i \sigma_j} \quad (5)$$

Kovaryans dahil edildikten sonra, iki varlıklı bir portföyün standart sapması aşağıdaki gibi hesaplanabilir:

$$\sigma_{p=} = \sqrt{w_1^2 + \sigma_1^2 + w_2^2 + \sigma_2^2 + 2w_1 w_2 Cov_{1,2}} \quad (6)$$

$$\sigma_{p=} = \sqrt{w_1^2 + \sigma_1^2 + w_2^2 + \sigma_2^2 + 2w_1 w_2 P_{1,2} \sigma_1 \sigma_2} \quad (6)$$

$\sigma_p$  = Varlığın standart sapması

$w$  = Varlığın ağırlığı

$Cov_{1,2}$  = Varlıklar arasındaki korelasyonu göstermektedir.

$P_{i,j}$  =  $i$  veya  $j$  menkul kıymeti arasındaki korelasyon katsayısı

Genel olarak korelasyon azaldıkça, çeşitlendirme faydaları nedeniyle portföyün riski azalır. İki varlığın getirileri arasındaki kovaryans aşağıdaki formül ile hesaplanmaktadır.

$$\sigma_{i,j} = cov_{R_i R_j} = \frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^N (R_{i,t} - E(R_i)) (R_{j,t} - E(R_j)) \quad (7)$$

$\sigma_{i,j} = cov_{R_i R_j}$  =  $i$  ve  $j$  varlıkları arasındaki kovaryans,

$R_{i,t}$  =  $i$  varlığının  $t$  zamanındaki getirisi,

$E(R_i)$  =  $i$  varlığının ortalama getirisi,

$R_{j,t}$  =  $j$  varlığının  $t$  zamanındaki getirisi,

$E(R_j)$  =  $j$  varlığının ortalama getirisidir.

$N$  sayıda menkul kıymetten oluşan bir portföyün beklenen getirisi aşağıdaki formülle hesaplanabilir (Uğuz, 1990).

$$E_p = \sum_{i=1}^n w_i R_i \quad (8)$$

$E_p$  = Portföyün beklenen getirisi,

$W_i$  =  $i$  menkul kıymetin portföy içindeki oranı,

$R_i$  =  $i$  menkul kıymetin beklenen getirisi,

$n$  = Portföydeki yatırım aracı sayısı

### 3.2. Veri Zarflama Analizi

Veri Zarflama Analizi (VZA), Charnes, Cooper, Banker (1978) tarafından geliştirilen (CCR modeli) karar verme birimlerinin görece etkinliğini değerlendirmek için kullanılan doğrusal programlama yöntemine dayalı parametrik olmayan bir yöntemdir (Lui vd., 2000). Bu karar verme birimleri (KVB) birden çok çıktı üretmek için birden çok girdi kullanımını ifade eder (Lopes vd, 2010). CCR yönteminden sonra, Charnes, Cooper, Banker ve Rhodes (1984) tarafından ortaya atılan BCC modeli ortaya atılmış ve bu iki model VZA literatüründe klasik olarak kabul edilmiştir.

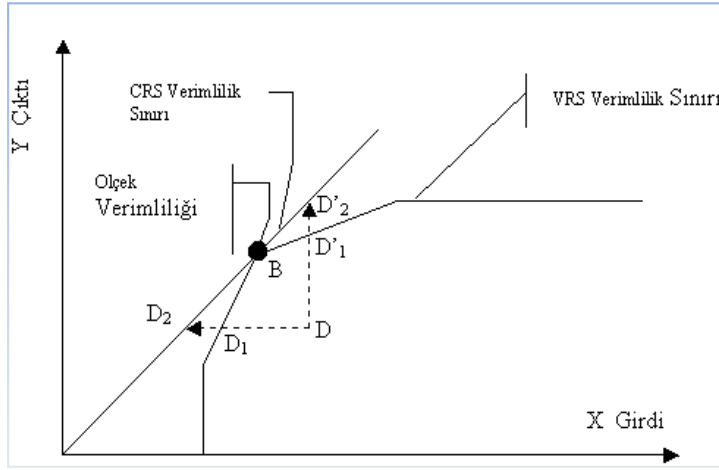
VZA modelleri, finansal performansın yanı sıra finansal olmayan performans ölçümü de dahil olmak üzere çok çeşitli uygulamalarda (örneğin üniversiteler, hastaneler, banka şubeleri) performans değerlendirmesinde yaygın olarak kullanılmıştır (Panahı vd., 2014). Yöntem; problemin tüm üretim birimleri için çözülmesiyle, etkinlik sınırının oluşturulmasına ve verimsiz birimler için hedeflerin belirlenmesine olanak tanır (Lopes vd., 2006).

VZA, geleneksel araçlara kıyasla verimliliği değerlendirmek için stratejik karar verme süreçlerinde kullanılabilen en uygun araç olduğunu kanıtlamıştır. Bunun nedeni, ekonometri tabanlı yöntemlerin yalnızca tek bir ürüne sahip üretim birimlerinin değerlendirilmesine izin vermesi ve stokastik sınırların kullanılmasının hala zor olmasıdır (Lopes vd, 2010).

Veri Zarflama Analizi, amacı farklı gözlem birimlerinin verimliliğini değerlendirir. Bu birimlere verilen ortak terim "karar verme birimidir (KVB) Bu yaklaşımı kullanarak, bir karar verme biriminin performansı, gelecekteki sonuçlarını iyileştirmek için farklı yönlerden analiz edilebilir. Ancak Karar Verme Birimi bir üretim birimi olmak zorunda değildir (Škrinjarić, 2014). karar verme biriminin (KVB) görece etkinliklerini ölçmek için kullanılan VZA yöntemi Farrell'in (1957), performans ölçümünü belirlemedeki teorik yaklaşımından kaynaklanmaktadır. Bu teorinin temelinde teknik verimliliği ölçmek için kullanılan "sınır üretim fonksiyonu" yatar. Yöntemde ağırlıklı girdilerin ağırlıklı çıktılara oranı, görece etkinlik adı verilen tek bir üretkenlik ölçüsü üretir ( Talluri vd., 2000).

$$Etkinlik = \frac{\text{ağırlıklandırılmış çıktı}}{\text{ağırlıklandırılmış girdi}}$$

Oranı 1 olan KVB'ler, gerekli girdiler ve üretilen çıktılar göz önüne alındığında verimli olarak adlandırılır. Oranı 1'den küçük olan birimler, en verimli birime göre daha az verimlidir. Bir KVB'nin girdi ve çıktı değişkenleri için ağırlıklar, oranı en üst düzeye çıkarmak için hesaplandığından ve daha sonra en iyi performans gösteren KVB'lerin benzer oranlarıyla karşılaştırıldığından, ölçülen üretkenliğe, görece etkinlik de denir. Yöntemde zarf yüzeyi, modeli destekleyen ölçek varsayımlarına bağlı olarak farklılık gösterir. Yönelimine göre VZA grafiği aşağıdaki şekilde verilmiştir.



Şekil.2. Sabit-Değişken Verimlilik Sınırları ve Ölçek Verimliliği

Genellikle VZA yönteminde iki ölçek varsayımı kullanılır: ölçeğe göre sabit getiri (CRS) ve ölçeğe göre değişken getiri (VRS). Yöntem yönelimine göre; minimum girdi kullanımıyla maksimum çıktıyı (girdi yönelimli) veya girdileri değiştirmeden daha fazla çıktı elde etmeyi tanımlayan (çıkıtı yönelimli) etkinlik kavramı ifade eder (Brown vd., 1997).

CCR modeli girdilerdeki bir birim artışın çıktılarda bir birim artışa yol açtığını ifade eden ölçeğe göre sabit getiri yaklaşımı ifade ederken, BCC modeli girdilerdeki bir birim artışın çıktılarda birden fazla artış ya da azalışa yol açacağını savunan ölçeğe göre değişken getiri kavramını ifade eder.

### 3.2.1. BCC yöntemi

Banker, Chames ve Cooper (1984) tarafından geliştirilen bu model, dışbükeylik kısıtlaması, bileşik birimin ölçülen birim ile benzer ölçek boyutunda olmasını sağladığından teknik verimliliği ölçer.

Girdi yönlendirmeli BCC modelinin çıktı değişkenlerine göre öteleme değişmezliği olması ve bu nedenle negatif getirilerin varlığından kaynaklanan olası sorunun üstesinden gelmek için kullanılmasıdır (Tsolas, 2014). Ayrıca, BCC modelinin, yalnızca girdi değişkenlerinden birini (model çıktı yönelimli olduğunda) veya çıktı değişkenlerini (model girdi yönelimli olduğunda) etkilediğinde çeviri değişmez olduğunu, ancak her ikisini aynı anda etkilemediğini de gösterir (Tarnaud ve Leleu 2018).

Bu açıklamalar neticesinde, analizde kullanılacak olan veri setinin özelliğinden dolayı modelimiz “konveks yapıda, ölçeğe göre değişken getirili, girdi yönlendirmeli ve radyal süper etkinlik modeli” tercih edilmiştir. BCC modeli, değişken getirilerin ölçeklendirilmesine izin verir. Bu nedenle etkin KVB sayısı CCR modelinden fazladır. BCC yönteminin modeli aşağıdaki formülünde verilmiştir (Lopes vd., 2010).

Amaç fonksiyonu;

$Enk\Theta_k$	(1)
---------------	-----

Kısıtlar,

$\sum_{j=1}^N y_{rj} \lambda_{jk} \geq y_{rk}$	(2)
--	-----

$$\Theta_k x_{ik} - \sum_{j=1}^N x_{ij} \lambda_{jk} \geq 0 \quad (3)$$

$$\sum_{j=1}^N \lambda_j = 1 \quad (4)$$

### 3.2.2.Süper Etkinlik Modeli

VZA modelleri, etkinlik indeksinin üst sınırını “1” ile sınırlayarak KVB'nin etkinliğini ölçer. Ancak bu durumda, birden fazla KVB aynı etkinliğe “1” sahiptir, bu da verimli KVB'ler arasında etkinlik üstünlüğünün veya düşüklüğünün değerlendirilmesini imkansız hale getirir. Ayrıca VZA'nın önceden ağırlık belirlemeyen özelliğinden dolayı, gerçekçi olmayan ağırlıklara sahip bir KVB'nin bile etkin KVB olarak değerlendirilebilmesi sorunu ortaya çıkmaktadır. Bu sorunu çözmek için Andersen ve Petersen (1993) verimli KVB'leri kendi içinde sıralamaya yarayan SE (Süper Etkinlik) modelini önermişlerdir.

KVB setini I, girdi setini M ve çıktı setini N olarak gösterilmektedir. Her KVB  $i \in I$  için,  $i$ 's verimlilik puanını elde etmek için lineer bir program kullanılmakta.

$$\text{Min } \theta_k - \varepsilon \sum_{n \in N} s_{kn}^+ - \varepsilon \sum_{m \in M} s_{km}^- , \quad (1)$$

$$\sum_{i \in I, i \neq k} \lambda_i y_{in} - s_{kn}^+ = Y_{kn} \quad \forall n \in N, \quad (2)$$

$$\theta_k x_{km} - \sum_{i \in I, i \neq k} \lambda_i X_{im} - s_{km}^- = 0 \quad \forall m \in M \quad (3)$$

$$\sum_{i \in I, i \neq k} \lambda_i = 1 \quad (4)$$

$$\lambda_i \geq 0 \quad \forall i \in I \quad (5)$$

$$\begin{aligned} s_{km}^- &\geq 0 & \forall m \in M \\ s_{kn}^+ &\geq 0 & \forall n \in N \end{aligned} \quad (6)$$

$$\theta_k \geq \quad (7)$$

### 3.3.Araştırmanın Değişkenleri (Karar Verme Birimleri-KVB)

Çalışmada analiz sonuçlarını 5 yıl için test etmek ve karşılaştırmak adına söz konusu yıllar için BİST 100 endeksinde sürekli işlem gören pay senetleri seçilmiştir. Çalışmaya konu edilen yıllar, verilerde herhangi bir uyumsuzluğa sebebiyet vermeme adına, olağanüstü ve yapısal değişikliğin yaşanmadığı ve normal piyasa koşullarının hüküm sürdüğü 2015-2019 yılları olarak belirlenmiştir.

Çalışmada 2015-2019 yılları arasında BİST 100 endeksinde sürekli işlem gören 65 adet hisse senedi Tablo 3.2'de listelenmiştir.



**Tablo 1. 2015-2019 Yılları Arasında BIST 100 Endeksinde Sürekli İşlem Gören Hisselerin Kodları (Karar Verme Birimleri)**

AEFES	ASELS	FENER	IPEKE	MGROS	TAVHL	TUPRS
AFYON	BIMAS	FROTO	ISCTR	NETAS	TCELL	ULKER
AKBNK	BJKAS	GARAN	ISGYO	OTKAR	THYAO	VAKBN
AKSA	CCOLA	GOLTS	KARSN	PETKM	TKFEN	VESTL
AKSEN	DOHOL	GOODY	KARTN	PGSUS	TMSN	YKBNK
ALARK	ECILC	GOZDE	KCHOL	PRKME	TOASO	ZOREN
ALGYO	EGEEN	GSDHO	KOZAA	SAHOL	TRKCM	
ANACM	EKGYO	GSRAY	KOZAL	SISE	TSKB	
ARCLK	ENKAI	GUBRF	KRDMD	SODA	TTKOM	
ASELS	EREGL	HALKB	METRO	TATGD	TTRAK	

Kaynak: <https://www.finet.com.tr/FinnetStore/Tr/Urun/AeHisseExpert> (Erişim:06.07.2020)

### 3.4. VZA Yönteminde Kullanılan Girdi/Çıktı Değişkenleri

Uygulamada VZA yöntemi ile oluşturulan portföyler için her ne kadar birden fazla girdi ve birden fazla çıktı kullanılabilse de, Markowitz ortalama varyans modeline eşdeğer veriler kullanmak adına; standart sapma girdi, ortalama getiri çıktı olarak alınmıştır.

Saptanan girdi ve çıktı değişkenleri; 2015-2016-2017-2018-2019 yılları kapsamında, her yıl için ayrı ayrı BIST 100 Endeksinde işlem gören hisselerle ait günlük düzeltilmiş veriler kullanılarak EXCEL yardımıyla hesaplanmıştır.

**Tablo 2. VZA Modelinde Kullanılan Girdi ve Çıktı Değişkenleri**

Girdi Değişkenleri		Çıktı Değişkenleri	
1	Standart Sapma	1	Ortalama Getiri

### 3.5. Araştırmanın Hipotezleri

H0: VZA modeli ile oluşturulan portföylerin performansı ve Markowitz ortalama-varyans modeli ile oluşturulan portföylerin performansı arasında fark yoktur.

H1: VZA modeli ile oluşturulan portföylerin performansı ve Markowitz ortalama-varyans modeli ile oluşturulan portföylerin performansı arasında fark vardır.

## 4. ARAŞTIRMANIN BULGULARI

Çalışmada analizlerin sonuçların geçerliliğini test etmek için beş dönem ayrı ayrı dikkate alınmıştır. Söz konusu dönemler 2015-2016-2017-2018-2019 yıllarını kapsayan dönemdir.

**Tablo.3. VZA Süper Etkinlik Modeli ile Oluşturulan Optimum Portföyler**

2019		2018		2017		2016		2015	
Hisse Kodu	Etkinlik Skoru	Hisse Kodu	Etkinlik Skoru	Hisse Kodu	Etkinlik Skoru	Hisse Kodu	Etkinlik Skoru	Hisse Kodu	Etkinlik Skoru
PGSUS	200.91%	SODA	200.72%	KOZAA	230.70%	KOZAA	200.26%	KRDMD	119.03%
KARTN	112.91%	BIMAS	115.72%	THYAO	138.70%	ISGYO	118.26%	ISGYO	107.06%
AKSA	108.74%	ENKAI	96.97%	ISGYO	120.27%	EREGL	117.61%	PETKM	104.34%
ALARK	105.84%	GOODY	95.92%	GOZDE	111.24%	TRKCM	107.31%	BIMAS	101.37%
GUBRF	95.00%	ISGYO	94.20%	PETKM	107.38%	ASELS	101.43%	ENKAI	99.32%

OTKAR	92.98%	KARTN	85.59%	TCELL	98.65%	GSRAY	98.08%	KCHOL	94.55%
ENKAI	91.86%	SAHOL	85.28%	BIMAS	98.56%	BJKAS	97.02%	ASELS	93.89%
SODA	91.83%	KCHOL	84.80%	FROTO	96.31%	ANACM	96.89%	AKSA	92.56%
EGEEN	90.85%	ALGYO	82.21%	ENKAI	94.25%	SODA	94.97%	EGEEN	92.20%
KCHOL	89.91%	SISE	80.95%	TRKCM	93.78%	IPEKE	92.72%	TMSN	90.10%
ALGYO	87.29%	ARCLK	78.92%	TOASO	92.76%	OTKAR	92.08%	TUPRS	89.98%
DOHOL	86.03%	TRKCM	78.73%	TUPRS	90.68%	ENKAI	91.23%	ARCLK	89.12%
BIMAS	85.33%	EKGYO	78.40%	TTRAK	89.04%	PETKM	89.24%	TCELL	88.95%
PETKM	85.14%	CCOLA	77.27%	SISE	88.54%	ARCLK	88.32%	TTKOM	87.84%
TATGD	84.88%	AEFES	75.90%	TKFEN	88.23%	SISE	87.43%	TKFEN	86.96%
ANACM	84.87%	ECILC	75.60%	SAHOL	87.38%	TTRAK	87.24%	GOZDE	86.90%
GOODY	82.45%	TKFEN	74.50%	KCHOL	86.93%	KCHOL	86.30%	ALGYO	86.18%
EREGL	81.95%	ALARK	73.92%	FENER	83.65%	TCELL	85.33%	SAHOL	85.69%
ECILC	81.17%	OTKAR	73.64%	SODA	83.26%	ECILC	84.59%	SODA	85.22%
TSKB	81.04%	GUBRF	73.59%	MGROS	82.19%	ISCTR	82.42%	ALARK	84.59%
FROTO	80.85%	TTRAK	73.44%	EREGL	82.10%	SAHOL	81.18%	TTRAK	84.39%
TUPRS	77.60%	TOASO	72.98%	ANACM	81.21%	BIMAS	80.87%	CCOLA	84.18%
ISGYO	76.88%	EGEEN	72.74%	AEFES	80.76%	TUPRS	79.42%	TSKB	82.50%
GSDHO	76.48%	BJKAS	72.71%	TSKB	80.16%	AKBNK	77.78%	TOASO	81.82%
TRKCM	76.22%	TUPRS	72.59%	GARAN	77.04%	TTKOM	76.95%	EREGL	81.23%
TCELL	74.39%	TCELL	71.49%	TAVHL	76.99%	ALARK	76.54%	TAVHL	81.14%
TAVHL	74.01%	ASELS	71.14%	ISCTR	76.89%	TOASO	75.65%	FROTO	80.80%
TOASO	73.95%	TATGD	69.72%	KRDMD	75.52%	GARAN	74.63%	NETAS	80.63%
KOZAL	73.28%	ANACM	69.32%	TTKOM	74.91%	TSKB	73.13%	MGROS	78.54%
MGROS	72.83%	AKSA	68.31%	AKBNK	74.77%	EKGYO	71.88%	ULKER	77.87%
ULKER	71.53%	AKSEN	67.84%	ASELS	73.25%	AKSA	71.73%	YKBNK	77.84%
SAHOL	71.31%	TSKB	67.75%	AKSEN	72.32%	AKSEN	70.88%	BJKAS	77.13%
YKBNK	70.80%	ISCTR	67.57%	ALGYO	72.17%	FROTO	70.47%	TATGD	74.27%
SISE	68.73%	AFYON	67.42%	CCOLA	70.77%	MGROS	69.48%	ANACM	74.18%
AKSEN	68.67%	YKBNK	67.31%	ALARK	70.47%	TKFEN	69.40%	TRKCM	73.94%
TMSN	68.49%	FROTO	67.13%	ULKER	70.27%	YKBNK	68.81%	ISCTR	73.63%
TTRAK	68.36%	NETAS	66.34%	GOODY	69.33%	VAKBN	67.47%	AKBNK	73.54%
ZOREN	67.94%	ULKER	66.14%	AKSA	69.07%	THYAO	66.07%	AEFES	71.85%
TTKOM	67.93%	EREGL	65.40%	PGSUS	69.07%	KARTN	65.94%	PGSUS	71.44%
EKGYO	67.62%	AKBNK	64.95%	ARCLK	68.76%	EGEEN	64.59%	AKSEN	70.75%
ARCLK	67.27%	TTKOM	63.99%	VAKBN	68.17%	ULKER	64.59%	SISE	70.58%
CCOLA	67.01%	GSDHO	63.59%	YKBNK	66.60%	PGSUS	64.30%	THYAO	70.57%
GOZDE	67.01%	PRKME	63.31%	GOLTS	65.39%	FENER	64.18%	GARAN	69.57%
KRDMD	66.99%	MGROS	63.27%	EKGYO	65.36%	GSDHO	64.01%	KARTN	69.24%
GOLTS	66.65%	VAKBN	62.57%	ZOREN	64.32%	VESTL	63.75%	GOODY	68.54%
ISCTR	66.12%	ZOREN	62.25%	KARTN	63.66%	HALKB	62.38%	EKGYO	66.96%
HALKB	65.33%	KOZAL	62.06%	ECILC	63.11%	TATGD	62.37%	VAKBN	64.86%
ASELS	65.00%	GOLTS	61.04%	EGEEN	62.31%	ALGYO	61.30%	OTKAR	64.34%
THYAO	63.97%	PETKM	60.42%	GSDHO	60.72%	AEFES	60.97%	KARSN	63.27%
AKBNK	63.65%	TAVHL	60.05%	GUBRF	60.49%	KARSN	60.80%	PRKME	62.77%
PRKME	63.32%	HALKB	59.14%	BJKAS	56.41%	GOLTS	60.26%	GOLTS	62.68%
GARAN	63.15%	GSRAY	59.06%	KOZAL	56.10%	GOZDE	60.09%	HALKB	62.51%
FENER	62.79%	GARAN	58.89%	NETAS	53.36%	TMSN	59.77%	ECILC	61.47%

AFYON	61.81%	VESTL	58.59%	IPEKE	52.22%	GUBRF	58.94%	GSDHO	60.48%
VAKBN	61.58%	KARSN	58.23%	HALKB	48.51%	CCOLA	58.35%	DOHOL	59.57%
AEFES	61.52%	PGSUS	57.96%	TMSN	47.57%	KRDMD	58.30%	GUBRF	58.28%
TKFEN	61.47%	FENER	56.07%	TATGD	47.53%	NETAS	56.78%	FENER	49.78%
KARSN	58.17%	TMSN	55.48%	OTKAR	47.39%	ZOREN	56.68%	ZOREN	46.88%
KOZAA	56.55%	THYAO	55.24%	PRKME	47.13%	AFYON	54.11%	METRO	46.86%
VESTL	56.23%	DOHOL	54.10%	AFYON	46.49%	DOHOL	52.45%	AFYON	43.02%
IPEKE	52.90%	KRDMD	52.88%	VESTL	45.57%	PRKME	52.04%	GSRAY	39.08%
NETAS	52.00%	METRO	52.65%	DOHOL	44.60%	TAVHL	51.88%	KOZAL	38.85%
GSRAY	46.40%	GOZDE	51.17%	KARSN	43.43%	METRO	49.51%	VESTL	37.52%
BJKAS	41.34%	KOZAA	51.10%	METRO	37.20%	KOZAL	44.34%	KOZAA	34.99%
METRO	38.21%	IPEKE	45.15%	GSRAY	34.95%	GOODY	43.38%	IPEKE	32.83%

Tablo 3'de Ölçeğe Göre Değişken Getirili (ÖGSG) Radyal Girdi yönlendirmeli süper etkinlik analizinde 100'den uzaklaşma (artış) ölçüsüne bakılır, 2019 yılı için dört pay senedi (PGSUS, KARTN, AKSA, ALARK) (%0,06) etkinlik sınırı üzerinde yer almaktadır. METRO ise etkin sınıra en uzak mesafededir. 2018 yılı için sadece BİMAS ve SODA (%0,03) etkin bulunmuştur. IPEKE ise en düşük etkinliğe sahiptir. 2017 yılında beş pay senedi (KOZAA, THYAO, ISGYO, GOZDE, PETKM) (%0,07) etkin bulunmuş, GSRAY ise etkinlik açısından son sırada yer almıştır. 2016 yılı için GOODY en verimsiz pay senedi olurken, KOZAA, ISGYO, EREGL, TRKCM, ASELS ise (%0,07) etkin bulunmuştur. Son olarak 2015 yılı için dört pay senedi (KRDMD, ISGYO, PETKM, BİMAS) (%0,06) teknik açıdan verimli bulunurken IPEKE en verimsiz pay senedi olmuştur.

**Tablo 4. 2019-2015 Yılları İçin VZA Süper Etkinlik Modeli ile Oluşturulan Süper Etkinliğe Sahip Portföyler**

2019		2018		2017		2016		2015	
Hisse	Portföy	Hisse	Portföy	Hisse	Portföy	Hisse	Portföy	Hisse	Portföy
Kodu	%	Kodu	%	Kodu	%	Kodu	%	Kodu	%
PGSUS	200.91%	SODA	200.72%	KOZAA	230.70%	KOZAA	200.26%	KRDMD	119.03%
KARTN	112.91%	BİMAS	115.72%	THYAO	138.70%	ISGYO	118.26%	ISGYO	107.06%
AKSA	108.74%			ISGYO	120.27%	EREGE	117.61%	PETKM	104.34%
ALARK	105.84%			GOZDE	111.24%	TRKCM	107.31%	BİMAS	101.37%
				PETKM	107.38%	ASELS	101.43%		

Tablo 4'te yer alan pay senetleri portföye dahil edilirken süper etkinlik skorları içindeki payı dikkate alınarak ağırlıklı ortalamaları hesaplanmıştır. Bu durumda 2019 yılı için dört adet pay senedi portföye dahil edilmiştir. Bu pay senetlerinin portföy içindeki payı PGSUS %38,02, KARTN %21,37, AKSA %20,58, ALARK %20,03 olacaktır. Sırası ile diğer yıllar için portföye dahil edilecek pay senetlerinin portföy içindeki payı; 2018 yılı için; SODA %63,4 BİMAS %36,7, 2016 yılı için; KOZAA %31,05, ISGYO %0,18,34, EREGL %0,18,24 RKCM %0,16,64 ASELS %0,15,73 olmuştur. Son olarak 2015 yılı için KRDMD %27,5 ISGYO %24,7 PETKM %24,1 BİMAS %23,4 olarak belirlenmiştir. Söz konusu portföylerin ağırlıklarının süper etkinlik düzeylerine göre belirlenmesindeki amaç; Portföye dahil edilecek pay senetlerinin sayısı ve ağırlığı değiştiğinde portföyün risk ve getirisinin değişmesinden kaynaklı olmasıdır. Böylelikle her bir portföyün risk ve getirisini karşılaştırabiliriz.

**Tablo 5. 2019-2015 Yılları İçin VZA Süper Etkinlik Modeli ile Oluşturulan Optimum Portföylerin Risk ve Getirileri**

	2019	2018	2017	2016	2015
Portföy Getirisi	0.004066	0.00163	0.003968	0.002326	-0.00472
Portföy Varyansı	0.00021	0.00025	0.00034	0.00034	0.00212
Portföyün SS	0.014622	0.015729	0.018416	0.018442	0.04599
Ağırlık Toplam	1	1	1	1	1

Tablo 5'de 2019-2015 yılları arası etkin sınır üzerinde yer alan portföylerin getiri ve riskleri yer almaktadır. Yıllar itibari ile en yüksek getiri 2015, 2019. 2017, 2016,2018 iken en yüksek riske sahip pay senetleri yıllara göre 2015,2016,2017,2018,2019 şeklinde dir.

Tablo 6. 2019-2015 Yılları İçin OVM ile oluşturulan Portföylerin Süper Etkinlik Sıralaması

2019			2018			2017			2016			2015		
Hisse Kodu	Portföy İçindeki %	Etkinlik Sırası %	Hisse Kodu	Portföy İçindeki %	Etkinlik Sırası %	Hisse Kodu	Portföy İçindeki %	Etkinlik Sırası %	Hisse Kodu	Portföy İçindeki %	Etkinlik Sırası %	Hisse Kodu	Portföy İçindeki %	Etkinlik Sırası %
SODA	0.1634	91	BIMAS	0.204	115	ENKAI	0.1545	94	ISGYO	0.2295	118	BIMAS	0.1707	101
ENKAI	0.1559	91	ISGYO	0.1048	94	FENER	0.1311	83	ENKAI	0.1095	91	ENKAI	0.1475	99
BIMAS	0.1334	85	SODA	0.1002	200	ISGYO	0.1224	120	TCELL	0.1011	85	DOHOL	0.095	59
KARTN	0.1298	112	ENKAI	0.0972	96	BIMAS	0.1029	98	OTKAR	0.0903	92	TAVHL	0.0917	81
EGEEN	0.0922	90	TUPRS	0.0824	72	AEFES	0.0745	80	PETKM	0.0847	89	TTRAK	0.0755	84
KOZAL	0.0832	73	AEFES	0.0691	73	SODA	0.0733	83	TTRAK	0.0821	87	TTKOM	0.0587	87
ALGYO	0.0652	87	ALGYO	0.0601	82	TUPRS	0.0661	90	BIMAS	0.0773	80	GSDHO	0.0576	60
TUPRS	0.0383	77	TOASO	0.0493	72	TCELL	0.0599	98	TUPRS	0.0658	79	ARCLK	0.0502	89
DOHOL	0.0324	86	KARTN	0.0338	85	TTRAK	0.0427	89	ASELS	0.0633	101	BJKAS	0.0499	77
AKSA	0.0241	108	ASELS	0.0332	71	FROTO	0.0344	96	METRO	0.0382	49	SODA	0.0398	85
ALARK	0.0159	105	TKFEN	0.0287	74	BJKAS	0.0338	56	SODA	0.0285	94	TCELL	0.0384	88
TATGD	0.0157	84	EREGL	0.0256	78	AKSEN	0.0331	72	FENER	0.0172	64	PETKM	0.0369	104
TTRAK	0.0102	63	CCOLA	0.0213	77	MGROS	0.0225	82	NETAS	0.0077	56	KARTN	0.0294	69
FENER	0.0089	62	EKGYO	0.0206	78	TOASO	0.0184	92	TKFEN	0.0048	69	CCOLA	0.0271	84
OTKAR	0.0085	92	EGEEN	0.0198	78	KARTN	0.0149	63				ULKER	0.0133	77
EREGL	0.0064	81	GUBRF	0.012	73	ULKER	0.0091	70				EREGL	0.013	81
ISGYO	0.0062	76	FENER	0.0111	56	CCOLA	0.0064	70				AEFES	0.0051	71
METRO	0.0042	38	TTRAK	0.0089	73									
ANACM	0.0027	84	TAVHL	0.0082	60									
PGSUS	0.0016	200	AKSEN	0.0058	67									

Tablo 6'da OVM yöntemi ile oluşturulan portföyler ve süper etkinlik sırası yer almaktadır. 2019 yılı için OVM yöntemine göre oluşturulan portföyler etkin sınır üzerinde yer alan portföylerden (gölgeli alan) ve etkin sınıra çeşitli mesafelerde bulunan pay senetlerinden oluşmaktadır. 2019 yılı için en yüksek etkinlik düzeyi %200 ortalama etkinlik %75 ve en düşük etkinlik düzeyi %38'dir. OVM yöntemine göre oluşturulan portföyler içerisinde etkin sınır üzerinde bulunan PGSUS, KARTN, AKSA ve ALARK yanında en düşük etkinliğe sahip METRO'da portföye dahil edilmiştir. Portföyde en yüksek pay olan %16 etkin sınır üzerinde bulunmayan SODA'ya verilmiştir. 2018 yılı için en yüksek etkinlik düzeyi %200 iken ortalama etkinlik %71 ve düşük etkinlik %45'tir. 2018 yılında etkin sınır üzerinde yer alan iki adet hisse senedi OVM yöntemiyle bulunan portföye dahil edilmiş bunun yanında en düşük etkinliğe sahip olan DOHOL ve METRO'ya da portföyde yer verilmiştir. 2017 yılında en etkin portföyün etkinlik düzeyi %200 ortalama etkinlik düzeyi %71 ve en düşük etkinliğe sahip pay senedinin etkinlik derecesi %34 olarak belirlenmiştir. 2017 yılında oluşturulan portföye; etkin olan 5 pay senedinden sadece ISGYO portföye dahil edilmiş ve en düşük etkinlik düzeyine sahip pay senedi ise BJKAS olmuştur. Portföyde %15 oranla en yüksek oran, etkin sınır üzerinde yer almayan ENKA'ya aittir. 2016 yılında en yüksek %200, ortalama etkinlik düzeyi %71 ve en düşük etkinlik düzeyi ise %43'tür. Bu yılda; etkin sınır üzerinde bulunan 5 pay senedinden sadece ISGYO ve ASELS portföye dahil edilmiş ve en yüksek orana sahip pay senedi %22 oranla etkin sınır üzerinde bulunan ISGYO olmuştur. Son olarak 2015 yılında en yüksek etkinlik düzeyi %119, ortalama etkinlik %73 ve en düşük etkinlik düzeyi %32'dir. 2015 yılında etkin sınır üzerinde bulunan 4 pay senedinden sadece BİMAS ve PETKM OVM ile oluşturulan portföye dahil edilmiş ve en yüksek pay %17 oranla BİMAŞ'a verilmiştir, en düşük etkinlik oranı ise %59 la DOHOL pay senedine aittir.

**Tablo 7.2019-2015 Yılları İçin Ortalama-Varyans Modeli ile Oluşturulan Optimum Portföylerin Risk ve Getirileri**

	2019	2018	2017	2016	2015
Portföy Getirisi	0.0015212	0,0006618	0.001043	0.00085	0.00002
Portföy Varyans	0.00006	0.00008	0.00004	0.000088	0.00009
Portföyün SS	0.007951	0.009116	0.006154	0.009388	0.009735
Ağırlık Toplam	1	1	1	1	1

Tablo 7'de 2019-2015 yıllarına ilişkin OVM modeline göre oluşturulan portföylerin risk ve getirileri yer almaktadır. risk ve getiriler teorik kısımda ifade edildiği gibi exel solver eklentisi ile hesaplanmıştır. Tablo 5 incelendiğinde en yüksek getiri 2019 yılına aitken onu sırasıyla 2017, 2016, 2018 ve 2015 yılları takip etmektedir, yine aynı şekilde portföyün riski açısından bir sıralama yapılırsa en yüksek risk 2015 yılına ait olup onu sırasıyla 2016, 2018, 2019, 2017 yılı takip etmektedir. en düşük getiri ve en yüksek risk 2015 yılına aittir.

#### **4.1.Ortalama Varyans Modeli Ve Veri Zarflama Analizi Yöntemine Göre Oluşturulan Portföylerin Etkinlik Sırasına Göre Performanslarının Karşılaştırılması**

Çalışmanın bu bölümde daha önce Ortalama Varyans Modeli ve VZA modeline göre oluşturulan ve getiri ve riski hesaplanan portföyler karşılaştırılmıştır.

**Tablo 8. 2019-2015 Yılları İçin OVM Modeli ve VZA Süper Etkinlik Modeli ile Oluşturulan Portföylerin Risk ve Getirilerinin Karşılaştırılması**

<b>2019</b>	<b>Portföyün getirisi</b>	<b>Portföyün riski</b>
VZA	0.004066322	0.014622
OVM	0.0015212	0.007951
<b>2018</b>	<b>Portföyün getirisi</b>	<b>Portföyün riski</b>
VZA	0.001629692	0.015729
OVM	0.00006618	0.009116
<b>2017</b>	<b>Portföyün getirisi</b>	<b>Portföyün riski</b>
VZA	0.0010426	0.006154
OVM	0.003968071	0.018416
<b>2016</b>	<b>Portföyün getirisi</b>	<b>Portföyün riski</b>
VZA	0.002325504	0.018442
OVM	0.0008504	0.009388
<b>2015</b>	<b>Portföyün getirisi</b>	<b>Portföyün riski</b>
VZA	0.00472	0.04599
OVM	-0.00002	0.015782

**Kaynak:** Yazar tarafından oluşturulmuştur

Tablo 8 incelendiğinde tüm dönemlerde 2019, 2018, 2017,2016 ve 2015 yıllarında VZA yöntemi ile oluşturulan portföylerin hem getirilerinin hem de risklerinin OVM yöntemi ile oluşturulan portföylere göre daha yüksek olduğu tespit edilmiştir.

## 5. SONUÇ

Portföy optimizasyonu ve çeşitlendirme kavramları, finansal piyasaların ve finansal karar almanın geliştirilmesi ve anlaşılmasında etkili olmuştur. Portföy optimizasyonu çerçevesinde; risk seviyesini düşürürken beklenen faydayı artırmak ve performans ölçüm çerçevesini belirlemek için çok sayıda araştırma yapılmıştır. Bu alanda parametrik olmayan yöntem olan VZA, portföylerin görelî performansını değerlendirmek için yaygın olarak kullanılan bir metod olmuştur.

OVM ve VZA yöntemleri ile oluşturulan portföylerin risk ve getiri ve etkin sınır açısından karşılaştıran çalışmalar değerlendirildiğinde, alanyazında bu konuda boşluk bulunmaktadır. Bu bağlamda; mevcut çalışmada, her iki yönteme göre oluşturulan portföyler risk ve getiri açısından karşılaştırılarak, konu açıklığa kavuşturulmaya çalışılmıştır.

Çalışmada; OVM ve VZA optimizasyon modellerinin getiri ve risk açısından karşılaştırılması amacı ile BIST 100 Endeksinde pay senetlerini karşılaştırabilmek ve yapılan analizi beş yıl için test edebilmek adına 2015-2019 yıllarında sürekli işlem gören pay senetleri analize dahil edilmiştir. Söz konusu yılların analize dahil edilmesindeki amaç; yapısal değişikliğin olmadığı normal yıl olarak kabul edilen yılların tercih edilmesidir. Böylelikle pandemi yılları çalışmaya dahil edilmemiştir. İncelemeye konu olan yılların ortalamalarını almak yerine her dönem ayrı ayrı portföyler oluşturulmuş ve performansları ölçülmüştür. Böylelikle hipotez birden fazla test edilmiştir.

Öncelikle OVM modeli ile önerilen minimum varyans portföy stratejisi kullanılarak portföyler seçilmiştir. Daha sonra OVM ile karşılaştırma yapılacağı için risk ve getiri verileri kullanılarak iki aşamalı VZA Gerçekleştirilmiştir. Birincil seviye seçim için fonların verimliliğini değerlendirmede ölçeğe göre değişken getirili radyal girdi yönlendirmeli BCC modeline göre portföyler seçilmiştir. CCR modeli girdilerdeki bir birim artışın çıktılarda bir birim artışa yol açtığını ifade eden ölçeğe göre sabit getiri yaklaşımı ifade ederken, BCC modeli

girdilerdeki bir birim artışın çıktılarda birden fazla artış ya da azalışa yol açacağını savunan ölçeğe göre değişken getiri kavramını ifade eder.

İkincil seviye seçim için VZA uygulaması sonucunda etkin olarak değerlendirilen karar verme birimlerinin kendi aralarındaki etkinlik sıralamasını görebilmek amacıyla ölçeğe göre değişken getirili radyal süper etkinlik analizi yapılmıştır. VZA ile oluşturulan portföye sadece etkin sınır üzerindeki pay senetleri dahil edilmiştir ve pay senetleri portföye dahil edilirken süper etkinlik skorları içindeki payı dikkate alınarak ağırlıklı ortalamaları hesaplanmıştır.

Araştırma bulguları incelendiğinde; tüm dönemler için VZA yöntemi ile oluşturulan portföylerin risk ve getirileri OVM yöntemi ile oluşturulan portföylerin risk ve getirilerinden daha yüksek olduğu görülmüştür. Bu durum her iki yöntemle oluşturulan portföylerin performansları arasında fark olduğunu göstermiş ve H1 hipotezi kabul edilmiştir. Çalışma sonucu göstermiştir ki etkin sınır üzerinde bulunan pay senetlerinden oluşan portföyün risk ve getirisi daha yüksektir ve etkin sınırdan uzak pay senetleri portföye dahil edildiğinde portföyün risk ve getirisi azalmaktadır.

Araştırma bulguları, veri zarflama analizi modeli kullanılarak şirketleri finansal güce göre sıralamanın mümkün olduğunu ve daha sonra her sektördeki şirketler arasında finansal verimliliği yüksek şirketlerin seçici yatırım seçenekleri olarak değerlendirilebileceğini göstermektedir. Sonuç olarak söyleyebiliriz ki, VZA modeliyle oluşturulan portföylerin tüm dönemler itibarı ile OVM ile oluşturulan portföylerin getiri ve riskiden yüksek olması bu iki yöntem açısından farkı ortaya koymaktadır. Çalışmada; klasik VZA'nın optimum portföy verimliliğine yaklaşmak için etkili ve pratik bir yol sağladığı görülmektedir. Bu yaklaşımı, farklı portföy modelleri aracılığıyla da test ederek doğrulamak gerekir.

Çalışmanın hassasiyet gösterilmesi gereken aşaması ise; VZA yönteminin etkinlik belirlemede kullanılmasında belirlenen girdi ve çıktı değişkenlerinin ve kullanılan modelin farklı olması durumunda pay senetlerinin etkinlik sonucunun değişebileceğidir. Yapılan çalışmada OVM ile karşılaştırma söz konusu olduğu için pay senetlerinin risk ve getirileri girdi-çıkıtı değişkeni olarak analize dahil edilmiştir. Gelecekte yapılacak çalışmalarda finansal sistemler, finansal verilerin yanında sosyal olgular, politika ve yatırımcı davranışları gibi çeşitli koşullardan etkilendiğinden, bu değişkenlerin de değerlendirme kapsamına alınarak yeni çalışmaların sonuçları değerlendirilebilir.

Bu çalışma, finans literatürüne katkıları değerlendirildiğinde; VZA yönteminde oluşturulan portföylerin geleneksel yöntemlerin aksine, veri sayısının çokluğundan etkilenmemesi, birden fazla girdi ve çıktıların varlığının karşılaştırmayı zorlaştırdığı durumlarda, organizasyonel birimlerin görece performansını ölçmek için doğrusal programlama tabanlı bir teknik olması, ortalamaya göre değil, etkin sınıra uzaklığa göre en iyiyi tanımlaması, etkisiz birimlerin etkisizliğine çözüm önerisi sunabilmesi, portföye dahil edilecek KVB'lerin ağırlıklarının uygulayıcı tarafından belirlenmemesi gibi özelliklere sahip olmasından dolayı, çok kullanışlı bir yöntem olarak tercih edilmektedir. Bu yaklaşım; yatırımcıya, portföy etkin sınırına geleneksel OVM modelinden daha iyi yaklaşan bir VZA sınırı sağlamaktadır.

## KAYNAKÇA

- Andersen, P., Petersen, N. C. (1993). A procedure for ranking efficient units in data envelopment analysis. *Management science*, 39(10), 1261-1264. <https://doi.org/10.1287/mnsc.39.10.1261>
- Basso, A., & Funari, S. (2001). A data envelopment analysis approach to measure the mutual fund performance. *European Journal of Operational Research*, 135(3), 477-492. [https://doi.org/10.1016/S0377-2217\(00\)00311-8](https://doi.org/10.1016/S0377-2217(00)00311-8)
- Biswas, S., Bandyopadhyay, G., Guha, B., Bhattacharjee, M. (2019). An ensemble approach for portfolio selection in a multi-criteria decision making framework. *Decision Making: Applications in Management and Engineering*, 2(2), 138-158.



- Brown, R., O'Connor, I., Brown, R. (1997). *Measurement of efficiency in not-for-profit financial intermediaries: Australian evidence*. University of Melbourne, Department of Accounting and Finance.
- Choi, Y. K., & Murthi, B. P. S. (2001). Relative performance evaluation of mutual funds: A non-parametric approach. *Journal of Business Finance & Accounting*, 28(7-8), 853-876.
- Charnes, A., Cooper, W. W., and Rhodes, E. (1978). Measuring the efficiency of decision making units. *European journal of operational research*, 2(6), 429-444. [https://doi.org/10.1016/0377-2217\(78\)90138-8](https://doi.org/10.1016/0377-2217(78)90138-8)
- Charnes, A., Cooper, W. W., Lewin, A. Y., Morey, R. C., & Rousseau, J. (1984). Sensitivity and stability analysis in DEA. *Annals of Operations Research*, 2(1), 139-156.
- Chen, Z., & Lin, R. (2006). Mutual fund performance evaluation using data envelopment analysis with new risk measures. *Or Spectrum*, 28(3), 375-398.
- Farrell, M. J. (1957). The measurement of productive efficiency. *Journal of the Royal Statistical Society: Series A (General)*, 120(3), 253-281. <https://doi.org/10.2307/2343100>
- Gregoriou, G. N., Sedzro, K., & Zhu, J. (2005). Hedge fund performance appraisal using data envelopment analysis. *European Journal of Operational Research*, 164(2), 555-571. <https://doi.org/10.1016/j.ejor.2003.12.019>
- Kuosmanen, T. (2007). Performance measurement and best-practice benchmarking of mutual funds: combining stochastic dominance criteria with data envelopment analysis. *Journal of Productivity Analysis*, 28, 71-86.
- Liu, J., Ding, F. Y., and Lall, V. (2000). Using data envelopment analysis to compare suppliers for supplier selection and performance improvement. *Supply Chain Management: An International Journal*. <https://doi.org/10.1108/13598540010338893>
- Lopes, A. L. M., Carneiro, M. L., Schneider, A. B., & de Lima, M. V. A. (2010). Markowitz na otimização de carteiras selecionadas por Data Envelopment Analysis–DEA. *Gestão e Sociedade*, 4(9), 640-656.
- Lopes, A. L., Lanzer, E., & Lima, M. V. (2006). Avaliação do desempenho de carteiras de ações selecionadas pelo modelo de análise envoltória de dados-DEA. Anais do 19o Congresso da APIMEC - Associação dos Analistas e Profissionais de Investimento do Mercado de Capitais. (Vol. 19). <http://icase.itarget.com.br/tra/arquivos/apm/24.doc>
- Markowitz, H. (1952). Portfolio Selection. *The Journal of Finance*. Vol.7(1): pp.77-91.
- McMullen, P. R., & Strong, R. A. (1998). Selection of mutual funds using data envelopment analysis. *The Journal of Business and Economic Studies*, 4(1), 1.
- Murthi, B. P. S.; Choi, Yoon K.; Desai, Preyas. Efficiency of mutual funds and portfolio performance measurement: A non-parametric approach. *European Journal of Operational Research*, 1997, 98.2: 408-418. [https://doi.org/10.1016/S0377-2217\(96\)00356-6](https://doi.org/10.1016/S0377-2217(96)00356-6)
- Panahi, M. S., Fard, M. T. T., and Yarbod, M. (2014). Portfolio Selection using Dea and Genetic Algorithm. *Journal Homepage: IJMMF. COM*, 1(10), 326-341.
- Pizzatto, W., Ferreira, L., Bloot, M., Bessa, M., & de Souza Favoreto, R. (2005). Sistema integrado de planejamento e comercialização de energia. *Espaço Energia*, 2, 2-6.
- Škrinjarić, T. (2014). Investment strategy on the Zagreb stock exchange based on dynamic DEA. *Croatian Economic Survey*, 16(1), 129-160. <https://doi.org/10.15179/ces.16.1.5>
- Talluri, S. (2000). Silberman College of Business Administration, Fairleigh Dickinson University, "Data Envelopment Analysis: Models and Extensions". *Production/Operations Management Decision Line*, 8.
- Tarnaud, A. C., & Leleu, H. (2018). Portfolio analysis with DEA: Prior to choosing a model. *Omega*, 75, 57-76. <https://doi.org/10.1016/j.omega.2017.02.003>
- Tsolas, I. E. (2014). Precious metal mutual fund performance appraisal using DEA modeling. *Resources Policy*, 39, 54-60 <https://doi.org/10.1016/j.resourpol.2013.11.001>

Zhou, Z., Xiao, H., Jin, Q., & Liu, W. (2018). DEA frontier improvement and portfolio rebalancing: An application of China mutual funds on considering sustainability information disclosure. *European Journal of Operational Research*, 269(1), 111-131.

<https://www.finnet.com.tr/FinnetStore/Tr/Urun/AeHisseExpert> (Erişim:06.07.2020)

---

**PORTFÖY SEÇİM PROBLEMİ ÜZERİNE KARŞILAŞTIRMA: VERİ ZARFLAMA ANALİZİ VE  
ORTALAMA VARYANS MODELİ ÖRNEĞİ**

---

**Araştırma ve Yayın Etięi Beyanı**

Yazar(lar) verilerin toplanmasında, analizinde ve raporlaştırılmasında her türlü etik ilke ve kurala özen gösterdiklerini beyan ederler. Bu çalışmanın yazar/yazarları kullanmış oldukları resim, şekil, fotoğraf ve benzeri belgelerin kullanımında tüm sorumlulukları kabul etmektedir.

**Yazar Katkıları:**

Yazar(lar) çalışmanın gerek literatür gerekse veri toplama, analiz ve analiz bulgularının değerlendirilmesinden oluşan tüm sürece eşit oranda katkı sağlamışlardır.

**Çıkar Çatışması:**

Yazarlar arasında çıkar çatışması bulunmamaktadır.

**Etik Kurul İzni:**

Bu çalışmanın yazar/yazarları, Etik Kurul İznine gerek olmadığını beyan etmektedir.

,