


ZİPF YASASININ PATENT VERİSİ İLE TEST EDİLMESİ: TÜRKİYE ÖRNEĞİ

Eren YILDIRIM* 

Yasemin Asu ÇIRPICI† 

Öz

Ölçekleme kanunları, sıklığa dayanan veriler için birçok farklı disiplinde başvuru değerlendirme biçimlerinden biridir. Farklı veri türleri için ölçekleme yapmak üzere çeşitli istatistiksel yöntemler geliştirilmiş ve bu yöntemler edebiyat, fizik, biyoloji, ekonomi gibi alanlarda uygulanmıştır. Zipf yasası da bir ölçekleme kanunu olarak birçok farklı verinin dağılımının yapısını ortaya koymak üzere uygulanmıştır. Farklı veri türleri ve istatistiksel yöntemlerle test edildiğinde Zipf yasasının geçerliliği de değişiklik göstermektedir. Bu çalışmada, Zipf yasasının geçerliliği Türkiye şehirleri için patent verisi ile test edilmiştir. Bu bağlamda patent dağılımının yapısının bölgesel olarak gösterdiği farklılıkların bir ölçekleme yasasını takip edip etmediğini ortaya koymak hedeflenmiştir. 1995-2022 yılları arasında kapsayan veri seti kullanılmış ve her bir il için yayımlanan patent verisi coğrafi olarak sınıflanmıştır. Daha sonra patent verisi için ölçekleme Zipf yasası bağlamında yapılmıştır. Elde edilen sonuçlara göre Zipf yasası Türkiye şehirlerindeki patent dağılımı açısından kabul edilememiştir. Bununla birlikte Türkiye şehirleri için ölçekleme değeri, patentin coğrafi dağılımının üstel bir yasa izlediğini ortaya koymuştur.

Anahtar Kelimeler: Zipf Yasası, İnovasyon, Patent, Mekansal İktisat.

TESTING THE ZİPF'S LAW USING PATENT DATA: THE EXAMPLE OF TURKIYE

Abstract

Scaling laws are an evaluation method used in many disciplines for frequency-based data. Various statistical methods have been developed to scale for different data types and applied in fields such as literature, physics, biology and economics. Zipf's law has also been used as a scaling law to reveal the distribution structure of many different datasets. The validity of Zipf's law also varies when tested with different data types and statistical methods. With this study, we test the validity of Zipf's law with patent data for Turkish cities. In this context, it is aimed to reveal whether the regional differences in the structure of patent distribution follow a scaling law. A data set covering 1995-2022 is used, and each province's patent data is classified geographically. Then, scaling for the patent data is measured in the context of Zipf's law. According to our results, Zipf's law regarding patent distribution in Turkish cities could not be accepted. On the other hand, the measured scaling coefficient for Turkish cities revealed that the geographical distribution of patents follows a power law.

Keywords: Zipf's Law, Innovation, Patent, Spatial Economics.

Giriş

Somut veya soyut bir büyüklüğü anlamaya çalışırken insanlar genellikle bu büyüklüğü bir başka büyüklük ile karşılaştırarak veya ölçeklendirerek değerlendirmektedir. Bu değerlendirme ve ölçeklendirmenin objektif veya sübjektif tarafları olmakla birlikte bilimsel açıdan herhangi bir büyüklüğün ölçülmesi, sıralanması ve bir kuralı takip edip etmediğinin ortaya konması önemlidir. Değerlendirilen büyüklükler, dengeli ve durağan bir sisteme dahil olabileceği gibi dinamik, kaotik veya karmaşık bir sistemin parçası da olabilir. Farklı disiplinlerde çeşitli kavramların büyüklüklerinin bir ölçüğe göre ortaya konulması için ölçeklendirme yasaları ortaya konmuştur. Ölçeklendirme yasaları (*scaling laws*) genel olarak, bir matematiksel değişkenin boyutunun veya

*Arş. Gör., İstanbul Sabahattin Zaim Üniversitesi, İşletme ve Yönetim Bilimleri Fakültesi, eren.yildirim@izu.edu.tr

†Doç. Dr., Marmara Üniversitesi, İktisat Fakültesi, ycirpici@marmara.edu.tr

ölçeğinin, çeşitli sistem özellikleriyle nasıl ilişkilendiğini tanımlar. Ölçeklendirme yasaları, bir sistemin büyüklüğünün artması veya azalması durumunda belirli bir özellik veya davranışın nasıl değiştiğini açıklayabilirler. Bu yasalar, karmaşık sistemlerin yerel veya evrensel özelliklerinin ve örüntülerinin açığa çıkarılmasına yardımcı olabilir.

Ölçeklendirme yasaları, fizik, biyoloji, coğrafya gibi doğa bilimlerinde uygulandığı gibi iktisat, sosyoloji gibi sosyal bilimlerde de çalışmalara konu olmuştur. Biyoloji yazınında alometrik ölçeklendirme, hayvanların vücut büyüklüğü ile metabolizma hızı arasında bir ilişki olup olmadığını ortaya koymaya odaklanmıştır (Kleiber, 1932). Alometrik ölçeklendirmenin temelinde yatan fikir, herhangi bir organizmanın vücut büyüklüğünde görülen artış ile belirli biyolojik özelliklerin doğrusal bir büyüme ilişkisi izlememesidir. Coğrafya alanında coğrafi dağılımı ve nüfus büyüklüğü gibi büyüklüklerin büyüme hızını anlamada da ölçeklendirme yasalarına sıklıkla başvurulmuştur. Edebiyatta ölçeklendirme yasası, sözcüklerin kullanım sıklığı ile sıralamaları arasındaki ilişkiyi inceleyen bir konsept olarak ortaya çıkmıştır. Bu ölçeklendirme yasası, George Kingsley Zipf (1942) tarafından, bir metinde geçen kelimelerin sıklığı ile sıralaması arasındaki bir ilişki olup olmadığını ortaya koymak hedefiyle yola çıkmıştır ve yazında Zipf yasası olarak bilinmektedir. Zipf Yasasına göre, bir metinde sık kullanılan kelimelerin, nadiren kullanılan kelimelerden çok daha yüksek oranda kullanıldığını gözlemlemiştir. Bu yasa, ters orantılı ölçeklendirme yasası olarak ifade edilebilir ve bilimsel olarak birçok çalışmaya konu olmuştur (Harremoës & Topsoe, 2005; Denisov, 1997; Fernholz & Fernholz, 2020; Corominas-Murtra vd., 2018; Giller, 2013). Zipf yasası daha sonra birçok alanda farklı büyüklüklerin ölçeklendirilmesinde kullanılmıştır. Şehir planlaması alanında Zipf yasası bir şehrin büyüklüğü ile nüfusu arasındaki ilişkiyi ölçeklendirmede test edilmiştir (Ribeiro vd., 2021; Soo, 2007; Rozenfeld, 2009; Ioannides, 2000; Manaeva, 2019; Moura & Ribeiro, 2006). Bilgisayar bilimi alanında web sitelerinin popüleritesini, tıklanma sıklığını ölçmek üzere de Zipf yasası uygulanmıştır (Adamic & Huberman, 2002). Örgütsel davranış alanında Kirby (1985) Zipf yasasının geçerliliğini test etmiştir. İktisat yazınında ise Zipf yasası, karşılaştırmalı üstünlüklerin değerlendirilmesinde (Hinloopen & van Marrewijk, 2006); şehirlerin büyümesinin ölçeklendirilmesinde (Gabaix, 1999; Aurélie & Martin, 2020; C. Barry Pfitzner, 2017); firma büyüklüklerinin analiz edilmesinde (Axtell, 2002, Stanley vd., 1995) kullanılmıştır.

Yeni bilgilerin üretilmesi ve ekonomik değeri olan hizmet ve ürünlere dönüştürülmesi sürecinde şehirler yaşayan birer karmaşık sistem olarak işlerlik göstermektedir. Bu açıdan bir şehirdeki gelir ve eğitim düzeyi, işgücüne katılan nüfus, sosyal ve teknolojik altyapı, çevresel faktörler gibi değişkenler nedeniyle şehirler arasında bilgi üretim sürecinde farklılıklar ortaya çıkmaktadır. Bu farklılıklar, zaman içinde kendini besleyen bir döngü yaratıp bilgi üretiminin avantajlı şehirlerde daha da yoğunlaşmasına neden olabilmektedir. Bu tür bir mekânsal eşitsizliğin ekonomik olarak bölüşümsel sorunların artmasına da neden olacağı öne sürülebilir. Bu nedenle şehirlerin büyümesinin motoru diye niteleyebileceğimiz inovasyonun mekânsal dağılımının analiz edilmesi anlamlıdır. İnovasyonun dağılımını Zipf yasası ile test eden çalışmalara Durantón (2006) örnek verilebilir. Bahse konu çalışmada şehirlerin büyüme oranı ile bilgi dağılımı arasındaki ilişkinin bazı şartlar altında Zipf yasasını takip edeceği sonucuna varılmıştır. Ayrıca Tria v.d. (2018) inovatif sistemlerde Zipf yasasını benzer üstel yasalar ile karşılaştırmalı olarak analiz etmişlerdir. Türkiye şehirleri için inovasyon alanında Zipf yasasının ampirik bir yaklaşımla uygulandığı bir çalışma bildiğimiz kadarıyla henüz yapılmamıştır. Literatürdeki bu boşluktan hareketle bu çalışmada Türkiye şehirleri için inovasyonun coğrafi dağılımı ile sıralaması (*rank*) arasındaki ilişkinin istatistiksel olarak ortaya konması hedeflenmiştir. Türkiye şehirleri için inovasyon kriteri olarak hem veriye erişimin görece kolaylığı hem de kullanılan verinin uluslararası bir objektif değere

sahip olması nedeniyle patent sayısı belirlenmiştir. Veri setindeki şehirler arasındaki bilgi üretiminin düzeyi arasındaki farkların yerel bir yasayı takip edip etmediğinin ortaya konması önemlidir. Bu çalışma ile, üretilen yeniliğin ekonomik bir değere dönüşmesi sürecindeki coğrafi kısıtlar, yığılma ekonomileri, bilginin yayılmasında temel bölgeler gibi alanlarda yapılacak gelecek çalışmalara öncülük etmede faydalı olacağı düşünülmüştür.

Çalışmamızın ilk kısmında kullanılan veri ve yöntemler kısaca açıklanmıştır. İkinci bölümde ekonometrik analiz sonucu elde ettiğimiz ampirik sonuçlar ifade edilmiştir. Son olarak sonuç bölümünde elde edilen bulgular özetlenmiş ve bu bulguların olası ekonomik nedenleri tartışılmıştır.

1. Veri ve Yöntem

1.1. Veri

Çalışmamızda, inovasyon göstergesi olarak, Türkiye şehirleri için her bir şehirde 1995-2022 yılları arasında tescil edilmiş patent sayısı temel alınmıştır. Veriye Türk Patent ve Marka Kurumunun (TÜRKPATENT) patent istatistikleri veri tabanından ulaşılmıştır. Mekansal büyüklük seçimi için Türkiye İstatistik Kurumu (TÜİK) tarafından belirlenen Türkiye İstatistik Bölge Birimleri Sınıflandırması (Türkiye İBBS) kullanılmıştır. Bu sınıflamada İBBS-III düzeyi tercih edilmiştir ve bu düzey idari yapıda il seviyesine denk gelmektedir. Avrupa Birliği ülkelerinin kullandığı NUTS (nomenclature d'unités territoriales statistiques) sınıflandırmasını temel alan İBBS sınıflamasına göre İBBS-III, NUTS3 düzeyine denk sayılmaktadır. İl seçiminde 1995-2022 aralığında en az bir patent tescili kabul edilmiş iller değerlendirmeye alınmıştır.

Patent tescillerin, şehir düzeyinde, 1995-2022 periyodu için kümülatif toplam değerleri üzerinden düzenlenen veri setimizin tanımlayıcı istatistikleri Tablo 1'de özetlenmiştir. Toplamda 81 ilden 2 tanesi patent tesciline sahip olmadığı için veri setinden çıkarılmış ve kalan 79 il en az 1 patent tesciline sahip olması kriterine göre ekonometrik analize dahil edilmiştir.

Tablo 1. Tanımlayıcı İstatistikler

Değişken	Gözlem sayısı	Ortalama	Std. Sapma	Min.	Maks.
Patent Sayısı	79	330.1	1509.31	1	12958
Sıra	79	39.67	22.625	1	76

Kaynak: Türk Patent ve Marka Kurumu, Patent Yıllık İstatistikler, 2023.

Patent tescillerin bu periyotta (1995-2022) coğrafi olarak İBBS-III düzeyinde il bazlı dağılımı değerlendirildiğinde ise nüfus ve iktisadi faaliyetlerin yoğunlaştığı illerin öne çıktığı görülmektedir. Tablo 2, TÜRKPATENT tarafından paylaşılan il bazlı patent tescilinde ilk 10 şehre ait patent istatistiklerini göstermektedir. Burada il sınırları içinde üretilen toplam patent sayısının beklenildiği üzere büyükşehirlerde yoğunlaştığı görülmektedir. İstanbul, Türkiye geneli iktisadi faaliyetlerdeki payına benzer olarak yenilik faaliyetlerinde de başı çekmektedir. Bunun yanında Kocaeli, Sakarya, Tekirdağ ve Bursa illeri de İstanbul'a coğrafi yakınlığı ile iktisadi faaliyetlere özellikle üretim alanında sağladığı katkılara paralel olarak patent sayısında nüfusuna oranla daha yüksek bir rakama ulaşmıştır. Ayrıca patent sayısında ilk 10 sıradaki şehirlerin Türkiye geneli üretilen toplam patent tescilinin yaklaşık olarak yüzde 88'ini temsil etmektedir. Geri kalan 71 ilin toplamda yaklaşık yüzde 12'lik patent tescil üretimi, yenilik açısından geride kalan şehirlerin olduğunu ifade etmektedir.

Tablo 2. En Fazla Patent Tescil Sayısına Sahip 10 Şehre Ait İstatistikler

Şehir	Patent Tescil Sayısı	Toplam Patent Sayısına Oranı	Sıra
İstanbul	12958	0,49	1
Ankara	3076	0,11	2
Bursa	2085	0,07	3
İzmir	1179	0,04	4
Kocaeli	1125	0,04	5
Manisa	704	0,02	6
Konya	674	0,02	7
Sakarya	548	0,02	8
Tekirdağ	403	0,01	9
Gaziantep	331	0,01	10

Kaynak: Türk Patent ve Marka Kurumu, Patent Yıllık İstatistikler, 2023.

2.2. Yöntem

Zipf yasasının en yalın hali:

$$n \sim \frac{1}{r^\alpha} \quad (1)$$

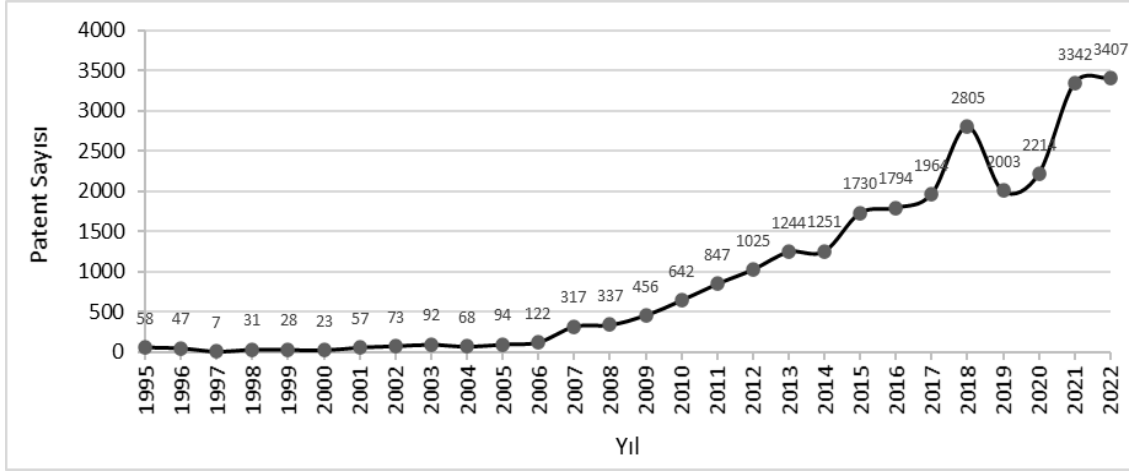
şeklinde ifade edilebilir. Bu fonksiyonda r sıralamaya konu değişkenin sırasını, n sıralamaya konu değişkenin sıklığını ve α ise Zipf katsayısını ifade etmektedir. Çalışmamızda sıklık değeri olarak İBBS–III düzeyinde her bir il için patent sayısının toplam değeri alınmıştır. Zipf yasası bir üstel yasaya örnektir fakat özel olarak sıklık sıralamasına göre illerin sıralaması yapılması gereklidir. Bu yüzden veri setimizde yer alan iller için patent sayıları büyükten küçüğe sıralanmış ve her bir il için sıralama belirlenmiştir. Ekonometrik analiz için Zipf yasasını test eden çalışmalarda sıklıkla başvuru en küçük kareler yöntemi kullanılmıştır. Urzúa (2020) belirttiği üzere her ne kadar en küçük kareler yöntemi üstel yasayı takip eden dağılımlar için ideal bir ölçüm yöntemi olmasa da bu yöntemin seçilmesinde örneklemin nicelik olarak küçük olması etkili olmuştur. Görece küçük örneklem için Pareto dağılımları değerlendirirken diğer en sıklıkla başvuru yöntem olan en çok olasılık yöntemi yanlış sonuçlar verebilmektedir (Gabaix & Ioannides, 2004). Zipf yasasının geçerliliği test edilirken hem sıralama hem de sıklık değişkeninin logaritmik dönüşümü yapılmaktadır. Logaritmik dönüşüm sonrası üstel yasayı ifade eden denklem:

$$\log n = \log n_0 + \alpha \log r + \varepsilon \quad (2)$$

şeklinde özetlenebilir. Bu şekilde ekonometrik biçimde ifade edilen denklem daha sonra sıradan en küçük kareler yöntemine göre tahmin edilmiştir. Zipf yasasını tahmin eden yazında sıklıkla tahmin edilen değişkenlerin log-log ölçekte grafik olarak görselleştirilmesi de kullanılmaktadır. Bu görselleştirmede sıralama değişkeni yatay ekseninde sıklık değişkeni ise dikey ekseninde olmak üzere oluşturulan eğrinin eğiminin -1 değerini alması veya bu değere yakın bir değerde olması beklenmektedir ve bu koşulun sağlanması durumunda Zipf yasası araştırılan değerler için doğrulanabilmektedir.

3. Ampirik Bulgular

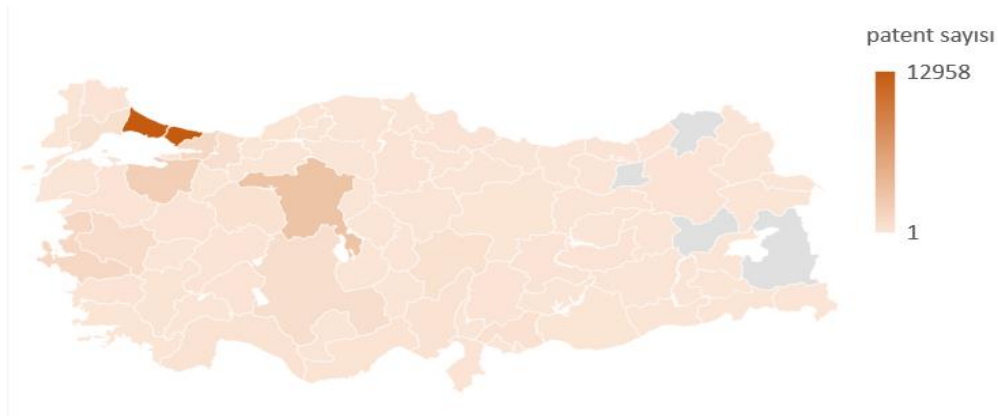
İnovasyon göstergesi olarak patent sayısını ele aldığımızda Türkiye genelinde TÜRKPATENT tarafından sağlanan verilere göre yıllık bazda patent tescil sayılarının dağılımı Şekil 1'de görülmektedir. Bu periyotta Türkiye genelinde 2006 yılından itibaren yıllık patent tescil sayısı üç haneli rakamlara ulaşmış ve birkaç istisnai yıl dışında artan bir eğilim izlemiştir.



Şekil 1. Patent Tescil Sayılarının 1995-2022 Arasındaki Değerleri

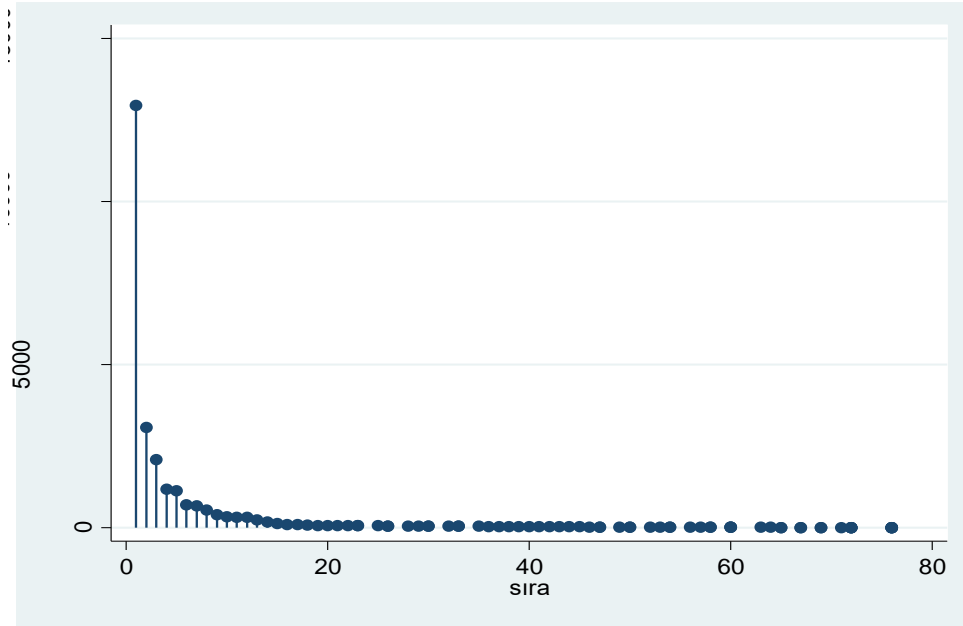
Burada özellikle genel eğilimden farklı olarak azalış olan yılların iktisadi değişkenlerle doğrudan bir ilişkisi olup olmadığı konusunda net bir çıkarım yapmak mümkün değildir. Ayrıca patent tescil sayısı ile Türkiye ekonomisinin yaşadığı ekonomik krizler ve küresel boyutta yaşanan ekonomik kriz yılları arasında da anlamlı bir ilişki gözükmemektedir.

Şekil 2'de il bazlı toplam patent tescil sayısının coğrafi dağılımı gösterilmiştir. Veri setine dahil olan periyotta iller arasında yenilik faaliyeti üretme konusunda iller arasındaki eşitsizlikler net bir şekilde görülmektedir. İstanbul şehrinin Türkiye geneli toplam patent tescilinin yaklaşık yüzde 49,6'lık kısmını ürettiği bu periyotta Bayburt ve Artvin illeri hiç patent tesciline sahip olamamıştır. Ayrıca toplamda 17 il ise tek haneli rakamlarla ifade edilen sayıda patent tesciline sahiptir.



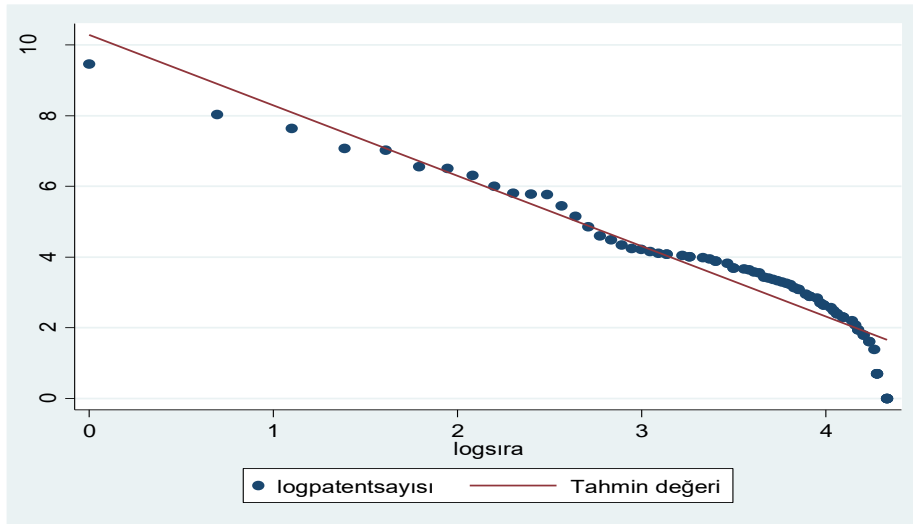
Şekil 2. İl Bazlı Patent Sayısının Mekansal Dağılımı (1995-2022)

Patent dağılımının sezgisel olarak coğrafi dağılımının eşit olmayacağı beklentisi verilerle de desteklenmektedir. Buradan hareketle Zipf yasasının test edilmesi bu tip eşitsizliğin bir yasayı takip edip etmediğini ortaya çıkarmak açısından önemlidir.



Şekil 3. İl Bazlı Patent Sayısının Her İlin Sıralamasına Göre Dağılımı

İl bazlı patent tescilinin Zipf yasasını takip edip etmediğini anlayabilmek açısından temel olarak her bir il, o ilde tescil edilmiş toplam patent sayısına göre büyükten küçüğe sıralanmıştır. Daha sonra bu sıraya göre her bir ilin patent sayısı için bir sıra atanmıştır. Şekil 3'te her bir ilin patent sayısının sırasına göre dağılımı görülmektedir. Sağa çarpık bu dağılım patent tescil sayısındaki coğrafi eşitsizlikten kaynaklanmaktadır. Bu dağılımın Zipf yasasını takip edip etmediğini daha iyi değerlendirebilmek üzere logaritmik düzeyde sıra değişkeni yatay eksende patent sayısı da dikey eksende olacak şekilde patent dağılımı Şekil 4'te gösterilmiştir. Daha sonra bu dağılımın ekonometrik olarak analizi en küçük kareler yöntemi uygulanarak yapılmıştır.



Şekil 4. Patent Sayısının Dağılımının EKK Yöntemi ile Tahmini

Değişen varyans durumunu test etmek üzere Breusch-Pagan testi uygulanmıştır. Değişen varyans problemi (heteroskedastisite) tespit edilmiş ve bu nedenle robust regresyon analizi yapılmıştır. En küçük kareler yöntemi ile Zipf yasasının testinden elde edilen sonuçlar Tablo 3'te gösterilmiştir.

Tablo 3. En Küçük Kareler Yöntemi ile Tahmin Sonuçları (Robust Regresyon)

logpatentsayısı	Katsayı	Std. Hata
logsıra	-1.791*	0.035
Sabit	9.791*	0.122
R-kare	0.972	

* $p < .01$.

Zipf katsayısı Türkiye şehirlerinde patent dağılımı için yaklaşık 1.79 olarak hesaplanmıştır. Tablo 3'te Zipf katsayı değerinin en küçük kareler yöntemi ile tahmininden elde edilen sonuçlar listelenmiştir. Türkiye şehirleri için Zipf katsayı değerinin 1 değerinden büyük olması sebebiyle Zipf yasası Türkiye şehirleri için patent tescili bağlamında doğrulanamamıştır. Zipf katsayısının değeri, patent tescilinin dağılımının başka bir üstel yasayı takip edip etmediğini test etmek sonraki çalışmalar açısından anlamlı görülmektedir.

Sonuç

Pek çok alanda sıklıkla kullanılan bir ölçeklendirme yasası olan Zipf yasasının sosyo-ekonomik değişkenlerle test edilmesi önemlidir. Herhangi bir sosyo-ekonomik değişkenin mekânsal dağılımını değerlendirirken, bu dağılımın yapısını ortaya koymak ve varsa bir evrensel kuralı takip edip etmediğini belirlemek mikro veya makro ölçekte iktisat yazını için de değerli görülmektedir.

Çalışmamızda inovasyonun Türk şehirleri için mekânsal dağılımını incelerken Zipf yasasının temel hali kullanılmıştır. 1995-2022 yıllarını kapsayan Türk şehirleri için patent tescil sayısına dair En Küçük Kareler regresyonundan elde edilen Zipf katsayısı yaklaşık olarak 1.79 olarak hesaplanmıştır. Bu durum Zipf yasasında belirtilen koşul olan sıra değişkeninin katsayısının 1 değeri veya buna yaklaşık değer alması koşulunu sağlamamaktadır. Bu nedenle Zipf yasası Türkiye şehirleri için patent verisinin sıklığı açısından doğrulanmamıştır. Zipf yasasının patent dağılımı açısından doğrulanamamasının temel nedeni olarak Türkiye'deki araştırma-geliştirme faaliyetlerinin karmaşık bölgesel dinamiklerden etkilenmesidir. Her ne kadar patentin coğrafi dağılımı bir üstel yasayı takip etse de Zipf yasasının doğrulanamamasına şehirler arasındaki sosyo-ekonomik eşitsizliklerin neden olduğu değerlendirilmektedir. İstanbul, Ankara, İzmir gibi hem nüfusun hem de iktisadi faaliyetlerin yoğunlaştığı illerde, patent sayısı da sezgisel olarak bekleneceği üzere yoğunlaşmaktadır. Bu yoğunlaşmanın üstel bir yasayı takip etmesi ise inovasyon açısından belirli bölgelerin uzaklık-yakınlık ilişkisi ile çevresini de etkilediğini göstermektedir.

Buradan hareketle gelecekte yapılacak çalışmalar, bölgeler arası ortaya konan eşitsizliğe neden olan temel göstergelerin ortaya konmasını sağlayabilir. İnovasyonun dağılımında geçerli olan üstel yasanın, inovasyon ve diğer iktisadi faaliyetler açısından daha başarılı bölgelerin özelliklerinin ortaya çıkarılmasında rehberlik edebileceği beklenilmektedir. Zipf yasasının doğrulanamamasına rağmen bölgesel inovasyon dinamiklerinin çeşitliliğini ortaya koyduğumuz bu çalışmamızın gelecekteki yenilik araştırmalarına zemin hazırlaması umulmaktadır.

Zipf yasasını karmaşık değişkenlerle test ederken bu yasanın geçerliliğinin kullanılan ekonometrik yöntemlerin seçimine göre farklılık arz edebileceği göz önüne alınmalıdır. En çok olabilirlik tahmini gibi alternatif istatistiksel yöntemlerin kullanılması Zipf yasası bağlamında farklı sonuçlar verebilir. Bu olası farklılıklar, ölçeklendirme yasalarının uygulanabilirliğini ele alırken birden fazla analitik yaklaşımın dikkate alınmasının önemini vurgulamaktadır. Buna ek olarak Zipf yasasının kabul veya reddi ele alınan mekânsal sınıflamaya göre de farklılık gösterebilir. Çalışmamızda Türkiye için İBBS–III düzeyi coğrafi sınıflama benimsenmiştir fakat farklı coğrafi düzeylerde ve nüfus ve gelir dağılımına sahip ülkeler için inovasyonun coğrafi dağılımında Zipf yasası testi farklı sonuçlar verebilir. Sonuç olarak, inovasyonun teşvik edilmesi ve iktisadi bir çıktıya dönüştürülmesinde mekânsal ilişkiler ve yığınlaşmalar önemlidir. Kitle iletişiminin ve iktisadi ağların çok daha karmaşık hale geldiği günümüzde demografik ve iktisadi eşitsizliklerin ortaya konmasında ölçeklendirme yasaları önemli patikaları ortaya çıkarabilir.

Ek Bilgi

Bu çalışma, Yıldız Teknik Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü İktisat Doktora programı kapsamında Eren YILDIRIM tarafından yürütülen "İnovasyonun Ölçeklendirme Yasaları Aracılığıyla Coğrafi Analizi: Karmaşık Sistemler Yaklaşımı" başlıklı doktora tezinin bir parçasıdır.

Kaynaklar

- Adamic, L.A., Huberman, B. (2002). Zipf's law and the Internet, *Glottometrics*. 3, 143-150.
- Aurélie, L., & Martin, Z. (2020). From Gibrat's law to Zipf's law through cointegration? *Economics Letters*, 192, 109211. <https://doi.org/10.1016/j.econlet.2020.109211>
- Axtell, R. L. (2001). Zipf Distribution of U.S. Firm Sizes. *Science*, 293(5536), 1818–1820. <https://doi.org/10.1126/science.1062081>
- C. Barry Pfitzner, T. M. T. (2017). Are Cities in Vietnam Distributed According to Zipf? *Journal of Economics and Development Studies*, 5(1). <https://doi.org/10.15640/jeds.v5n1a1>
- Corominas-Murtra, B., Seoane, L. F., & Solé, R. (2018). Zipf's Law, unbounded complexity and open-ended evolution. *Journal of the Royal Society Interface*, 15(149), 20180395. <https://doi.org/10.1098/rsif.2018.0395>
- Denisov, S. (1997). Fractal binary sequences: Tsallis thermodynamics and the Zipf law. *Physics Letters A*, 235(5), 447–451. [https://doi.org/10.1016/s0375-9601\(97\)00688-9](https://doi.org/10.1016/s0375-9601(97)00688-9)
- Duranton, G. (2006). Some foundations for Zipf's law: Product proliferation and local spillovers. *Regional Science and Urban Economics*, 36(4), 542–563. <https://doi.org/10.1016/j.regsciurbeco.2006.03.008>
- Fernholz, R. T., & Fernholz, R. (2020). Zipf's law for atlas models. *Journal of Applied Probability*, 57(4), 1276–1297. <https://doi.org/10.1017/jpr.2020.64>
- Gabaix, X. (1999). Zipf's Law and the Growth of Cities. *The American Economic Review*, 89(2), 129–132. <https://doi.org/10.1257/aer.89.2.129>
- Gabaix, X., Ioannides, Y. (2004). The evolution of city size distributions, ch. 53, p. 2341-2378 in Henderson, J. V. and Thisse, J. F. eds., *Handbook of Regional and Urban Economics*, vol. 4, Elsevier.
- Giller, G. L. (2013). Further Beyond Zipf's Law: An Empirically Useful Augmentation of the Zipf-Mandelbrot Law. *SSRN Electronic Journal*. <https://doi.org/10.2139/ssrn.2227003>
- Harremoës, P., & Topsoe, F. (2005). Zipf's law, hyperbolic distributions and entropy loss. *Electronic Notes in Discrete Mathematics*, 21, 315–318. <https://doi.org/10.1016/j.endm.2005.07.075>

- Hinloopen, J., & van Marrewijk, C. (2006). Comparative Advantage, the Rank-Size Rule, and Zipf's Law. SSRN Electronic Journal. <https://doi.org/10.2139/ssrn.943370>
- Ioannides, Y. M., & Overman, H. G. (2003). Zipf's law for cities: an empirical examination. *Regional Science and Urban Economics*, 33(2), 127–137. [https://doi.org/10.1016/s0166-0462\(02\)00006-6](https://doi.org/10.1016/s0166-0462(02)00006-6)
- Kirby, G. (1985). Zipf's Law. *UK Journal of Naval Science*. 10(3), 180-185.
- Kleiber, M. (1932). Body size and metabolism. *Hilgardia*, 6(11), 315–353. <https://doi.org/10.3733/hilg.v06n11p315>
- Manaeva, I. (2019). Distribution of Cities in Federal Districts of Russia: Testing of the Zipf Law. *Economy of Region*, 15(1), 84–98. <https://doi.org/10.17059/2019-1-7>
- Moura, N. J., & Ribeiro, M. B. (2006). Zipf law for Brazilian cities. *Physica A: Statistical Mechanics and Its Applications*, 367, 441–448. <https://doi.org/10.1016/j.physa.2005.11.038>
- Ribeiro, H. V., Oehlers, M., Moreno-Monroy, A. I., Kropp, J. P., & Rybski, D. (2021). Association between population distribution and urban GDP scaling. *PLOS ONE*, 16(1), e0245771. <https://doi.org/10.1371/journal.pone.0245771>
- Rozenfeld, H. D., Rybski, D., Gabaix, X., & Makse, H. A. (2011). The Area and Population of Cities: New Insights from a Different Perspective on Cities. *American Economic Review*, 101(5), 2205–2225. <https://doi.org/10.1257/aer.101.5.2205>
- Soo, K. T. (2007). Zipf's Law and Urban Growth in Malaysia. *Urban Studies*, 44(1), 1–14. <https://doi.org/10.1080/00420980601023869>
- Stanley, M. H., Buldyrev, S. V., Havlin, S., Mantegna, R. N., Salinger, M. A., & Eugene Stanley, H. (1995). Zipf plots and the size distribution of firms. *Economics Letters*, 49(4), 453–457. [https://doi.org/10.1016/0165-1765\(95\)00696-d](https://doi.org/10.1016/0165-1765(95)00696-d)
- Türk Patent ve Marka Kurumu. (2023). [Patent Yıllık İstatistikler](https://www.turkpatent.gov.tr/patent-istatistik). <https://www.turkpatent.gov.tr/patent-istatistik>
- Urzúa, C. M. (2000). A simple and efficient test for Zipf's law. *Economics Letters*, 66(3), 257–260. [https://doi.org/10.1016/s0165-1765\(99\)00215-3](https://doi.org/10.1016/s0165-1765(99)00215-3)
- Zipf, G. K. (1942). The Unity of Nature, Least-Action, and Natural Social Science. *Sociometry*, 5(1), 48. <https://doi.org/10.2307/2784953>