

**ARASTIRMA MAKALESİ / RESEARCH ARTICLE**

**BULANIK YAKLAŞIM İLE ÇOK YANITLI YÜZEY PROBLEMLERİNİN  
MODELLENMESİ VE OPTİMİZASYONU**

**Özlem TÜRKŞEN<sup>1</sup>, Ayşen APAYDIN**

**ÖZ**

Çok yanıtli yüzey problemlerinin çözümünde en sık kullanılan yaklaşım yanıt yüzey yöntemidir. Gerçek dünya problemlerinde, açıklanamayan, belirsizlik durumlarının varlığı söz konusu olduğunda yanıt yüzey yönteminin yetersiz olduğu düşünülmektedir. Bu nedenle çalışmada, çok yanıtli bir problemin çözümü için alternatif olarak bulanık yaklaşımın kullanılması önerilmiştir. Bu çalışmanın asıl amacı, yanıt değişkenlerinin olasılık dağılımlarının belirlenemediği durumlarda, çok yanıtli problemlerin çözümünde bulanık yaklaşımın uygulanabilirliğinin göstermektir. Modelleme aşamasında, Diamond'ın uzaklık metriğine dayalı bulanık en küçük kareler regresyon analizi kullanılmıştır. Optimizasyon aşamasında ise problem, bulanık çok amaçlı optimizasyon problemi biçiminde ele alınmıştır. Literatürde tanımlı Baskın Sıralı Genetik Algoritma-II (BSGA-II) yöntemi, ağırlık merkezi indeksine dayalı bulanık sıralama yaklaşımı ile uyarlanarak, Bulanık BSGA-II (BBSGA-II) olarak adlandırılmıştır. Bulanık yanıtlardan oluşan problemin BBSGA-II ile optimizasyonu sonucu bulanık Pareto kümesine ulaşılmıştır. Önerilen bulanık çözümleme yaklaşımları, literatürde tanımlı çok yanıtli bir veri setine uygulanmıştır. Böylece, elde edilen bir bulanık Pareto çözümün, belirlenen girdi değişken düzeylerinde yapılan çok yanıtli deneyler için kabul edilebilir farklı yanıt değerlerinin bir kümesi olduğu görülmüştür.

**Anahtar Kelimeler:** Çok yanıtli yüzey problemi, Bulanık çok amaçlı optimizasyon, Bulanık sıralama, Bulanık Baskın Sıralı Genetik Algoritma-II (BBSGA-II), Bulanık pareto çözüm kümesi.

**MODELING AND OPTIMIZATION OF MULTI-RESPONSE SURFACE PROBLEMS  
WITH FUZZY APPROACH**

**ABSTRACT**

The most widely used approach for solving multi response surface problems is response surface methodology. It is thought to be that the response surface methodology is inadequate for evaluation of unexplained vagueness in real world problems. Therefore in the study, fuzzy approach is proposed as an alternative to solve the multi response surface problems. The main aim of this study is to represent

<sup>1</sup>, Ankara Üniversitesi Fen Fakültesi İstatistik Bölümü 06100, Tandoğan, Ankara, Türkiye.  
e-mail: turksen@science.ankara.edu.tr

the applicability of the fuzzy approach for solving of the multi-response problems in which the probability distributions of the response variables cannot be determined. At the modeling stage, the fuzzy least squares regression analysis, based on Diamond's distance metric, is used. In the optimization stage, the problem is considered as a fuzzy multi-objective optimization problem. Nondominated Sorting Genetic Algorithm-II (NSGA-II), defined in the literature, is adapted by using centroid index fuzzy ranking approach then called Fuzzy NSGA-II (FNSGA-II). Fuzzy Pareto solution set is obtained by optimizing the problem, which is composed of fuzzy objective functions, with FNSGA-II. The proposed fuzzy solution approaches are applied on a data set defined in the literature. Thus, it is seen that an obtained fuzzy Pareto solution is a set of acceptable different response values for the performed multi-response experiments at the defined levels of input variables.

**Keywords:** Multi-response surface problems, Fuzzy multi-objective optimization, Fuzzy ranking, Fuzzy Nondominated Sorting Genetic Algorithm-II (FNSGA-II), Fuzzy pareto solution set.

## 1. GİRİŞ

Çok yanıtli problemlerin çözümü, verinin elde edilmesinden sonra, modelleme ve optimizasyon olmak üzere iki aşamada değerlendirilir. Problemin tanımlanmasında probleme uygun biçimde karar verici tarafından tanımlanan girdi değişkenleri ( $X_i, i = 1, 2, \dots, k$ ) ve yanıt değişkenleri ( $Y_j, j = 1, 2, \dots, r$ ) olarak ele alınan karakteristikler kullanılmaktadır. Genel olarak çok yanıtli yüzey problemlerinin çözümünde yanıt yüzey yönteminden yararlanılmaktadır (Khuri ve Cornell 1996; Myers ve Montgomery 2002; Box ve Draper 2007). Çok yanıtli yüzey problemlerinin modellenmesi aşamasında, yanıt değişkeni ile girdi değişkenleri arasındaki ilişkiyi tanımlayacak uygun bir fonksiyonun belirlenmesi gerekmektedir. Gerçek dünyadaki yanıt yüzey problemlerinin doğrusal olmayan yapıda olduğu göz önünde bulundurulduğunda, tahmini yanıt fonksiyonlarının belirlenmesinde, ikinci dereceli polinomsal modeller temel alınarak regresyon analizinden yararlanılmaktadır. Elde edilen tahmini yanıt fonksiyonlarını aynı anda en iyileyecek girdi değişken düzeylerinin belirlenmesi optimizasyon aşamasını oluşturmaktadır.

Çok yanıtli optimizasyon alanında günümüze kadar çeşitli çalışmalar yapılmıştır. Bu çalışmaların ilki, eş yükselti grafikleri ile yanıtlar için optimal sonuçlar içeren çözüm bölgesinin belirlenmesi olmuştur. Yanıtlar için uygun çözüm bölgesinin belirlenmesinde kolaylık sağlayan bu yaklaşımın ikiden fazla girdi değişkenine sahip problemlerde kullanımının zor olduğu gözlenmiştir (Myers ve Montgomery

2002). Bir diğer yöntem, Del Castillo vd. (1996) çalışmalarında yer alan kısıtlı optimizasyon yöntemidir. Yanıtlardan biri amaç fonksiyonu, diğerleri kısıt olarak değerlendirilerek çözüm aranan bu yaklaşımda, tüm yanıtların aynı anda optimizasyonunun sağlanamadığı kaçınılmaz bir gerçektir. Çok yanıtli optimizasyon alanında en çok kullanılan stratejilerden biri boyut indirgeme stratejisidir. İstenebilirlik Fonksiyonu Yaklaşımı (Derringer ve Suich 1980), Uzaklık Fonksiyonu Yaklaşımı (Khuri ve Conlon 1981), Kayıp Fonksiyonu Yaklaşımı (Pignatiello 1993; Vining 1998; Ko vd. 2005) bu amaçla oluşturulmuş yöntemlerdir. Klasik etkileşimli optimizasyon yöntemlerine dayalı yaklaşımlar da (Rees vd. 1985; Kazemzadeh vd. 2008; Xu vd. 2004; Jeong vd. 2002; Köksoy ve Doğanaksoy 2003; Köksoy ve Hocoğlu 2005; Köksoy 2006; Jeong ve Kim 2009), çok yanıtli optimizasyon alanında oldukça başarılı kullanım alanı bulmuştur. Wang vd. (2008), Najafi vd. (2011), Kuhnt ve Erdbrügge (2004) çalışmalarında robust optimizasyon yaklaşımlarına yer vermişlerdir.

Son zamanlarda çok yanıtli optimizasyon amacıyla metasezgisel yöntemlerden de yararlanılmıştır. Burada, tahmini yanıt fonksiyonları birleştirilerek tek bir yanıt fonksiyonuna dönüştürülüp, problem tek amaçlı optimizasyon problemi olarak değerlendirilmiştir. Genetik Algoritma (Pasandideh ve Niaki, 2006; Köksoy ve Yalçınöz 2006; Alvarez vd. 2009), Simulated Annealing (Bera ve Mukherjee 2010; Mostafa vd. 2011), Parçacık Sürü Optimizasyonu (Bashiri vd. 2011) ve Yayıp Sinir Ağları (Golestaneh vd. 2011) yöntemleri ile yanıtları optimize edecek en iyi girdi

değerleri belirlenmiştir. Şüphesiz ki yanıtların tek bir fonksiyon biçiminde değerlendirilmesi bilgi kaybına neden olacaktır. Bu nedenle problemin çoklu boyutu korunarak, çok yanıtli optimizasyon problemi bir çok amaçlı optimizasyon problemi olarak ele alınmıştır (Park ve Kim 2005). Goel vd. (2007) çalışmasında, çok yanıtli optimizasyon için BSGA-II yöntemini kullanmış ve yanıtları en iyileyeceği düşünülen, Pareto çözüm kümesi olarak adlandırılan çok sayıda çözüm seçeneğine ulaşmıştır.

Çok yanıtli yüzey problemlerinin modellenmesi aşamasında rasgelelikten farklı olarak problemin yapısında açıklanamayan bazı belirsizlik durumları olabilir. Gözlem sayısının yetersiz olması, hataların normal dağılım varsayımlarını sağlamasında zorluklarla karşılaşılması, girdi ve yanıt değişkenleri arasındaki ilişkinin belirsiz olması gibi durumlarda tahmini model denklemlerinin elde edilmesi amacıyla klasik regresyon analizinin uygulanmasında çeşitli problemlerle karşılaşılabilir. Yanıtların fonksiyonel yapılarının belirlenmesindeki eksik ve yetersiz bilginin neden olduğu belirsiz durumları açıklayacak biçimde problemin modellenmesi gerekmektedir. Bu belirsizliğin modellenmesinde Zadeh (1965) tarafından ortaya konan bulanık hesaplama yaklaşımından yararlanılmıştır. Xie ve Lee (1994), Prasad ve Nath (2002), Lu ve Antony (2002), Sharma (2010) çalışmalarında girdi değişken değerlerini dilsel değişkenler olarak ele alıp, “if-then” bulanık kural tabanı ile bulanık modeller oluşturmuşlardır. Bulanık mantık yaklaşımının çok yanıtli optimizasyon alanında farklı uygulamaları Kim ve Lin (1998), Cheng vd. (2002), Bashiri ve Hosseini-zhad (2009), Bashiri ve Ramezani (2010) çalışmalarında görülebilir. Gerçek dünya problemlerinde belirsizlik olması durumunda kesin olmayan yaklaşık tanımlamalar yapılabilir ya da veriler bir aralıkta tanımlanabilir. Buna göre yanıt değişkenlerinin olasılık dağılımlarının belirlenmesi oldukça güç olacaktır. Bu durumda gözlemlerin olabilirlik dağılımları veya üyelik fonksiyonları kullanılarak, bulanık regresyon modeli ile yanıt yüzeyi için tahmini fonksiyonların elde edilmesi uygun olacaktır (Türkşen 2011). Xu ve Dong (2006) çalışmasında, bulanık yanıt modellerinin elde edilmesi için bulanık regresyon analizini kullanmışlardır.

Bu çalışmada, Xu ve Dong (2006) çalışması temel alınarak, ikinci dereceli polinomsal tahmini bulanık yanıt fonksiyonları elde edilmiştir. Bulanık en küçük kareler yöntemi ile model parametrelerinin tahmininde Xu ve Dong (2006) çalışmasından farklı olarak, Diamond (1988)’in uzaklık metriği kullanılmıştır. Girdi değişkenleri kesin sayılar olarak ele alınıp, yanıt değişkenlerinin ve model parametrelerinin üçgensel bulanık sayılar olduğu varsayılmıştır. Literatürde tanımlı çok yanıtli optimizasyon alanında yapılan çalışmalardan farklı olarak ilk kez bulanık yanıtlardan oluşan problem, bulanık çok amaçlı optimizasyon problemi olarak ele alınmıştır. Pareto çözüm kümesinin elde edilmesi amacıyla, BSGA-II yöntemi ağırlık merkezi indeksine dayalı bulanık sıralama yaklaşımı ile uyarlanmıştır ve Bulanık BSGA-II (BBSGA-II) olarak adlandırılmıştır. BBSGA-II ile optimizasyon sonucu elde edilen bulanık Pareto çözümlerin  $\alpha$ -kesme değerleri hesaplanarak, bulanık baskın çözümler değerlendirilmiştir.

Bu çalışmanın İkinci Bölümünde, yanıt yüzey yöntemleri ve bulanık çok yanıtli yüzey modeli hakkında bilgi verilecektir. Üçüncü Bölümde, çok yanıtli yüzey optimizasyonuna değinilerek, bulanık çok yanıtli yüzey optimizasyonu amacıyla önerilen BBSGA-II yönteminin algoritmik adımları tanımlanacaktır. Ayrıca, bulanık Pareto çözümlerin  $\alpha$ -kesme hesaplamalarına ilişkin kısa açıklamalara değinilecektir. Dördüncü Bölümde, önerilen bulanık modelleme ve bulanık çok amaçlı optimizasyon yaklaşımlarının çok yanıtli veri setine uygulamasına yer verilecektir. Çalışmanın son bölümünde, elde edilen bulanık Pareto çözüm kümesi değerlendirilerek, modelleme ve optimizasyon aşamalarında yapılacak çalışmalardan söz edilecektir.

## 2. BULANIK ÇOK YANITLI YÜZEY MODELİ

Çok yanıtli ürün veya tasarım problemlerinde öncelikle yanıt değişkenleri ve girdi değişkenleri arasındaki doğru ilişkinin modellenmesi istenir. Gerçek dünya problemleri genellikle doğrusal olmayan yapıda olduğundan bu tür problemlerin modellenmesinde, ikinci dereceli polinomsal regresyon modelleri ile bilinmeyen yüzeye daha az hata ile yaklaşım yapılacağı düşünülmüştür (Khuri ve Cornell

1996, Myers ve Montgomery 2002). Bu nedenle, ikinci derece model yapısının yanıt yüzey çalışmaları içinde önemli bir yeri vardır.

$(Y_j, j=1,2,\dots,r)$  ile tanımlı  $r$  yanıt değişkeni üzerinde etkili olabilecek  $k$  tane girdi değişkeni önceden belirlenmiş olsun. Çok yanıtlı bir modelde  $n$  değişken sayısı olmak üzere,  $j$ . yanıt modeli

$$\mathbf{Y}_j = \mathbf{X}_j \boldsymbol{\beta}_j + \boldsymbol{\varepsilon}_j, \quad j=1,2,\dots,r \quad (1)$$

eşitliği biçimindedir. Burada,  $\mathbf{Y}_j$  ( $j=1,2,\dots,r$ ),  $n \times 1$  boyutlu  $j$ . yanıt vektörü;  $\mathbf{X}_j$ ,  $n \times p_j$  boyutlu tasarım matrisi ( $p_j$ ,  $j$ . yanıtın rankı);  $\boldsymbol{\beta}_j$ ,  $j$ . yanıtın parametre vektörü ve  $\boldsymbol{\varepsilon}_j$ ,  $n \times 1$  boyutlu  $j$ . hata vektörüdür. Buna göre, ikinci dereceli bir yanıt fonksiyonu

$$Y = \beta_0 + \sum_{i=1}^k \beta_i X_i + \sum_{i=1}^k \beta_{ii} X_i^2 + \sum_{i=1}^k \sum_{i < j} \beta_{ij} X_i X_j + \varepsilon \quad (2)$$

biçiminde olacaktır. Burada,  $\beta_0, \beta_i, \beta_{ii}$ , ve  $\beta_{ij}$  klasik en küçük kareler regresyon analizi ile hesaplanan model parametreleri ve  $\varepsilon$  hata terimidir (Khuri ve Cornell 1996). Yanıt değişkenlerinin olasılık dağılımlarının belirlenmediği durumlarda, problemin yapısında tanımlanamayan rasgelelikten farklı bazı belirsizlik durumlarında, değişkenler arasındaki fonksiyonel ilişkinin belirlenmesinde eşitlik (2) ile tanımlı klasik regresyon analizi modeli kullanılamayacaktır. Bu durumda, yanıt değişkenlerinin olasılık dağılımları veya bulanık üyelik fonksiyonları kullanılarak oluşturulan bulanık regresyon analizi ile bilinmeyen yüzeye yaklaşım yapılacaktır. Bu çalışmada, matematiksel işlemlerde kolaylık sağlayacağı düşünüldüğünden yanıt değişken değerlerinin  $\tilde{Y} = (Y - \underline{Y}, Y, Y + \bar{Y})$  ile tanımlı üçgensel bulanık sayılar olduğu varsayılmıştır. Burada,  $\underline{Y}$  ve  $\bar{Y}$  ile tanımlı ifadeler sırasıyla sol ve sağ yayılım değerleridir. Eşitlik (2) kullanılarak elde edilen ikinci dereceli tahmini bulanık yanıt fonksiyonu

$$\hat{Y} = \tilde{\beta}_0 + \sum_{i=1}^k \tilde{\beta}_i X_i + \sum_{i=1}^k \tilde{\beta}_{ii} X_i^2 + \sum_{i=1}^k \sum_{i < j} \tilde{\beta}_{ij} X_i X_j \quad (3)$$

biçiminde olur. Burada,

$$\tilde{\beta}_0, \tilde{\beta}_i, \tilde{\beta}_{ii}, \tilde{\beta}_{ij}; \tilde{\beta}_i = (\beta_i - \underline{\beta}_i, \beta_i, \beta_i + \bar{\beta}_i) \text{ ve}$$

$$\tilde{\beta}_{ij} = (\beta_{ij} - \underline{\beta}_{ij}, \beta_{ij}, \beta_{ij} + \bar{\beta}_{ij}) \text{ ile tanımlı üçgensel}$$

bulanık model parametreleridir. (2) eşitliğinde  $\varepsilon$  ile tanımlı rasgele hata terimi, (3) eşitliğinde  $\tilde{\boldsymbol{\beta}} = (\tilde{\beta}_0, \tilde{\beta}_i, \tilde{\beta}_{ii}, \tilde{\beta}_{ij})$  ile tanımlı bulanık model parametreleri ile ifade edilmiştir. Burada amaç, gözlenen ve tahmin edilen bulanık yanıt değerleri arasındaki farkı minimize edecek biçimde bulanık model parametrelerinin belirlenmesidir. Buna göre minimizasyon problemi

$$\min \varphi(\tilde{\boldsymbol{\beta}}) = \min \sum_{t=1}^n \tilde{d}^2(\tilde{Y}_t, \hat{Y}_t) \quad (4)$$

biçiminde tanımlanır (Xu ve Dong 2006). (4) ile tanımlı problemin optimizasyonu için bilinen ve uygulanabilirliğinin kolay olması bakımından, uzaklık ölçüsüne dayalı bulanık en küçük kareler yaklaşımı tercih edilmiştir. Bu amaçla çalışmada,  $L_2$  uzaklık metriği ile oluşturulan

$$\tilde{d}^2(\tilde{A}, \tilde{B}) = (a - b)^2 + [a - \alpha - (b - \mu)]^2 + [a + \beta - (b + \nu)]^2 \quad (5)$$

ifadesi ile tanımlı Diamond uzaklık metriği (Diamond 1988) kullanılmıştır (Türkşen 2011). Burada,  $\tilde{A} = (a, \alpha, \beta)$  ve  $\tilde{B} = (b, \mu, \nu)$  üçgensel bulanık sayılardır. (5) ile tanımlı uzaklık ölçütü kullanılarak (4) ile tanımlı optimizasyon problemi

$$\begin{aligned} \min \varphi(\tilde{\beta}) &= \min \sum_{t=1}^n \tilde{d}_D^2(\tilde{Y}_t, \hat{Y}_t) \\ &= \min \sum_{t=1}^n \tilde{d}_D^2\left(\left(Y_t, \underline{Y}_t, \overline{Y}_t\right), \left(\mathbf{X}_t' \beta, \mathbf{X}_t' \underline{\beta}, \mathbf{X}_t' \overline{\beta}\right)\right) \\ &= \min \sum_{t=1}^n \tilde{d}_D^2\left(\left(\mathbf{X}_t' \beta - Y_t\right)^2 + \left(\left(\mathbf{X}_t' \beta - \mathbf{X}_t' \underline{\beta}\right) - \left(Y_t - \underline{Y}_t\right)\right)^2 + \left(\left(\mathbf{X}_t' \beta - \mathbf{X}_t' \overline{\beta}\right) - \left(Y_t - \overline{Y}_t\right)\right)^2\right) \end{aligned}$$

biçimine dönüştürülür. Burada, bulanık model parametre vektörü  $\tilde{\beta} = (\beta - \underline{\beta}, \beta, \beta + \overline{\beta})$  ile tanımlıdır.  $\sum_{t=1}^n \mathbf{X}_t \mathbf{X}_t'$  tersinir olması koşulu altında

$$\begin{aligned} \beta &= \left(\sum_{t=1}^n \mathbf{X}_t \mathbf{X}_t'\right)^{-1} \sum_{t=1}^n \mathbf{X}_t Y_t \\ \underline{\beta} &= \left(\sum_{t=1}^n \mathbf{X}_t \mathbf{X}_t'\right)^{-1} \sum_{t=1}^n \mathbf{X}_t \underline{Y}_t \\ \overline{\beta} &= \left(\sum_{t=1}^n \mathbf{X}_t \mathbf{X}_t'\right)^{-1} \sum_{t=1}^n \mathbf{X}_t \overline{Y}_t. \end{aligned} \quad (6)$$

parametre vektörlerine ulaşılır. Buradan (6) ile tanımlı eşitlik sistemi kullanılarak bulanık model parametrelerine,  $\tilde{\beta} = (\tilde{\beta}_0, \tilde{\beta}_i, \tilde{\beta}_{ii}, \tilde{\beta}_{ij})$ , kolaylıkla ulaşılır. Böylece, hesaplanan bulanık model parametreleri ile oluşturulan tahmini bulanık yanıt fonksiyonları kullanılarak, yanıt değişkenlerinin olasılık dağılımlarının belirlenemediği durumlarda, yanıt yüzeyin modellenmesi amacıyla yeni bir yaklaşım önerilmiştir. Bilinmeyen yanıt yüzeyin modellenmesinde bulanık yaklaşımın kullanılması, modelleme aşaması için bir alternatif olarak değerlendirilebilir.

### 3. BULANIK ÇOK YANITLI YÜZEY OPTİMİZASYONU

Çok yanıtlı bir problemin optimizasyon aşamasında bütün yanıtları aynı anda en iyileyecek girdi değişken düzeylerinin belirlenmesi temel amaçtır. Problemin çoklu boyutu korunarak yapılan çok yanıtlı yüzey optimizasyonunda, tek bir çözüm vektörü yerine alternatif çözümler önem kazanır. Buna göre çok yanıtlı yüzey problemi, yanıt fonksiyonlarının amaç fonksiyonu olarak değerlendirildiği, optimal girdi değeri elde edilmek istenilen çok amaçlı optimizasyon problemi olarak ele alınabilir.

Genel olarak, bir çok amaçlı optimizasyon problemi

$$\min / \max \{f_1(\mathbf{X}), f_2(\mathbf{X}), \dots, f_r(\mathbf{X})\} \quad (7)$$

$$\mathbf{X} \in S$$

biçiminde tanımlanmaktadır. Burada,  $\mathbf{X} = [X_1 X_2 \dots X_k]$  biçiminde tanımlı girdi değişkenleri vektörü olup,  $S$  kümesi kısıt kümesidir. (7) ile tanımlı çok amaçlı optimizasyon probleminin çözümünde, tek amaçlı optimizasyon problemlerinin çözümünde olduğu gibi bir tek optimal çözüm elde edilemez. Genel olarak elde edilen hiç bir çözüm bütün amaç fonksiyonlarını aynı anda optimize edemeyecektir. Bu nedenle çok amaçlı optimizasyonda ideal çözüme ulaşılamaz. İdeal çözüm yerine etkin, uzlaşık, baskın çözümler olarak adlandırılan Pareto çözümler ile çok amaçlı optimizasyon problemlerinin çözümleri karakterize edilmektedir. (7) ile tanımlı modelde eğer, her  $j = 1, 2, \dots, r$  için  $f_j(\mathbf{X}^*) \leq f_j(\mathbf{X})$  ve en az bir  $p$  indisi için  $f_p(\mathbf{X}^*) < f_p(\mathbf{X})$  olacak biçimde bir başka karar vektörü  $\mathbf{X} \in S$  yoksa,  $\mathbf{X}^* \in S$  Pareto optimaldir denir (Miettinen 2002).

Yanıt fonksiyonlarının tahmini bulanık yanıt fonksiyonları olarak ele alındığı bulanık çok yanıtlı yüzey problemini, bulanık çok amaçlı optimizasyon problemi olarak değerlendirmek de mümkündür. Buna göre bir bulanık çok yanıtlı yüzey problemi

$$\min / \max \{\tilde{f}_1(\mathbf{X}), \tilde{f}_2(\mathbf{X}), \dots, \tilde{f}_r(\mathbf{X})\} \quad (8)$$

$$\mathbf{X} \in S$$

biçiminde tanımlı bulanık amaç fonksiyonlarından oluşan, sadece karar değişkenlerinin tanım uzayı ile kısıtlı, çok amaçlı bir optimizasyon problemine dönüşecektir. (8) ifadesinde tanımlı problemin optimizasyonu sonucu üçgensel bulanık baskın çözümlerden oluşan bulanık Pareto



çözüm kümesi elde edilecektir. Böylece aynı deney koşullarında farklı yanıt değerlerini içeren, kabul edilebilir bir alternatif bulanık çözüm kümesi oluşturulmuş olacaktır.

### 3.1 Bulanık Baskın Sıralı Genetik Algoritma-II

Baskın Sıralı Genetik Algoritma-II (BSGA-II), populasyon tabanlı aramalara dayalı, çok amaçlı optimizasyon alanında etkin bir çok amaçlı optimizasyon yöntemidir (Srinivas ve Deb 1996; Ded vd. 2002; Deb 2004). BSGA-II yönteminde, her biri problemin olası bir çözümünü temsil eden çözüm kümesi ile aramaya başlanır ve mevcut çözüm kümesinden daha iyi çözümler elde edilmeye çalışılır. Mevcut populasyonun en iyi bireyleri seçilip, çaprazlama ve mutasyon operatörleri ile yeni populasyon oluşturulur. Önceden belirlenen yineleme sayısı kadar populasyon oluşturmaya devam edilir. BSGA-II yönteminin diğer çok amaçlı genetik algoritmalara göre üstünlüğü, hızlı baskın sıralama ve kalabalık uzaklığı olmak üzere baskın yüzeyin oluşturulmasında kullanılan iki yaklaşımdır. Bu yaklaşımlarla algoritma, Pareto çözüm kümesinde farklı seçenek çözümler elde ederek, gerçek Pareto yüzeye daha kısa sürede ulaşmaktadır.

(8) ile tanımlı problemde amaç fonksiyonları bulanık olduğundan, problemin optimizasyonu için literatürde tanımlı BSGA-II yöntemi yeterli olmayacaktır. Bu nedenle, BSGA-II yönteminde bazı uyarlamaların yapılması gerekmektedir. Bulanık amaç fonksiyonlarının aldığı değerler birer üçgensel bulanık sayı olduğundan, bu sayıların büyüklüklerinin karşılaştırılarak bulanık Pareto çözümlerin elde edilmesi amacıyla ağırlık merkezi indeksine dayalı bulanık sıralama yaklaşımı kullanılmıştır.

#### 3.1.1 Bulanık Sıralama

Bulanık sıralama, bulanık sayılar ile değerlendirilen alternatiflerin seçimi söz konusu olduğunda, bulanık sayıların karşılaştırılmasında kullanılan bir yöntemdir. Bulanık sayıların karşılaştırılmasında tek olarak kullanılacak bir en iyi yöntem yoktur. Bulanık sayıların sıralanmasında kullanılacak yöntemler dört sınıfta incelenebilir. Bunlar, (i) tercih ilişkisi, (ii)

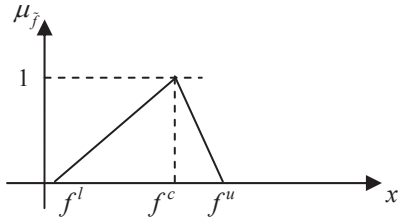
bulanık ortalama ve yayılım, (iii) bulanık derecelendirme ve (iv) dilsel anlatım biçiminde tanımlanabilir. Sıralama alanında en çok kullanılan yaklaşımlardan biri ağırlık merkezi indeksine göre bulanık sayıların sıralanmasıdır. Bulanık sayıların sıralama yönteminde ağırlık merkezi kavramı ilk kez Yager (1980) tarafından kullanılmıştır ve daha sonra Murakami vd. (1983), Cheng (1998), Chu ve Tsao (2002), Wang ve Lee (2008), Abdullah ve Jamal (2010) tarafından geliştirilmiştir.

Bu çalışmada, bulanık sayıların sıralanması için Abdullah ve Jamal (2010) tarafından önerilen bulanık değerlerin ve üyelik derecelerinin birlikte karşılaştırıldığı ağırlık merkezi indeksine dayalı bulanık sıralama yaklaşımı kullanılmıştır.

Bir bulanık Pareto çözüm kümesinde  $n$  farklı çözüm olduğu varsayılın ve bu çözümler  $\tilde{f}_t = (f_t^l, f_t^c, f_t^u)$ ,  $t = 1, 2, \dots, n$  biçiminde tanımlansın. Her bir bulanık çözüm reel düzlemin bir alt kümesi olup

$$\mu_{\tilde{f}}(x) = \begin{cases} \mu_{\tilde{f}}^L(x) & , f_t^l \leq x < f_t^c \\ 1 & , x = f_t^c \\ \mu_{\tilde{f}}^R(x) & , f_t^c < x \leq f_t^u \\ 0 & , d.y. \end{cases} \quad (9)$$

biçiminde belirlenen üyelik fonksiyonu ile tanımlıdır. Burada,  $\mu_{\tilde{f}}^L(x) = \frac{x - f_t^l}{f_t^c - f_t^l}$  biçiminde tanımlı,  $[f_t^l, f_t^c]$  de artan, sürekli bir fonksiyon ve ters fonksiyonu  $I_{\tilde{f}}^L(y)$ ;  $\mu_{\tilde{f}}^R(x) = \frac{f_t^u - x}{f_t^u - f_t^c}$  biçiminde tanımlı,  $[f_t^c, f_t^u]$  de azalan, sürekli bir fonksiyon ve ters fonksiyonu  $I_{\tilde{f}}^R(y)$  biçiminde tanımlıdır. Üyelik fonksiyonu (9) ile tanımlı bir üçgensel bulanık çözüm Şekil 1'deki gibidir.



Şekil 1. Bir üçgensel bulanık çözümün,  
 $\tilde{f} = (f^l, f^c, f^u)$ , üyelik fonksiyonu

$\tilde{f}_t, t=1,2,\dots,n$  ile tanımlı üçgensel bulanık çözümlerin karşılaştırılması amacıyla düzenlenen sıralama algoritması için aşağıdaki adımlar izlenir.

**Adım1:** Üçgensel bulanık sayılar için (9) ifadesinde tanımlı üyelik fonksiyonları oluşturulur.

**Adım2:**  $\tilde{f}_t, t=1,2,\dots,n$  bulanık çözümler için  $(\bar{x}_t, \bar{y}_t)$  ile tanımlı ağırlık merkezleri

$$\left( \begin{array}{l} \bar{x}_t = \frac{\int_{f_t^l}^{f_t^c} x\mu_{\tilde{f}_t}^L(x) dx + \int_{f_t^c}^{f_t^u} x\mu_{\tilde{f}_t}^R(x) dx}{\int_{f_t^l}^{f_t^c} \mu_{\tilde{f}_t}^L(x) dx + \int_{f_t^c}^{f_t^u} \mu_{\tilde{f}_t}^R(x) dx} \\ \bar{y}_t = \frac{\int_0^1 yI_{\tilde{f}_t}^L(y) dy + \int_0^1 y\mu_{\tilde{f}_t}^R(y) dy}{\int_0^1 I_{\tilde{f}_t}^L(y) dy + \int_0^1 I_{\tilde{f}_t}^R(y) dy} \end{array} \right) \quad (10)$$

biçiminde hesaplanır.

**Adım3:**  $\tilde{f}_t, t=1,2,\dots,n$  bulanık çözümleri (10) ile tanımlı ağırlık merkezi değerlerine göre sıralanır. Burada  $t, k=1,2,\dots,n, t \neq k$  olmak üzere aşağıdaki karar kuralı izlenir.

Eğer  $\bar{x}(\tilde{f}_t) > \bar{x}(\tilde{f}_k)$  ise,  $\tilde{f}_t > \tilde{f}_k$

Eğer  $\bar{x}(\tilde{f}_t) < \bar{x}(\tilde{f}_k)$  ise,  $\tilde{f}_t < \tilde{f}_k$

Eğer  $\bar{x}(\tilde{f}_t) = \bar{x}(\tilde{f}_k)$  ise,  $\bar{y}_t$  değerlerini incele.

Eğer  $\bar{y}(\tilde{f}_t) > \bar{y}(\tilde{f}_k)$  ise,  $\tilde{f}_t > \tilde{f}_k$

Eğer  $\bar{y}(\tilde{f}_t) < \bar{y}(\tilde{f}_k)$  ise,  $\tilde{f}_t < \tilde{f}_k$

Eğer  $\bar{y}(\tilde{f}_t) = \bar{y}(\tilde{f}_k)$  ise,  $\tilde{f}_t = \tilde{f}_k$ .

### 3.1.2 Bulanık Baskın Sıralı Genetik Algoritma-II Yönteminin Algoritmik Adımları

Bulanık sıralama yaklaşımı ile uyarlanan Bulanık BSGA-II (BBSGA-II) yönteminin algoritmik adımları aşağıdaki gibidir.

**Adım0 (Başlangıç):** Populasyon büyüklüğü ( $n_{pop}$ ), yineleme sayısı ( $n_{yin}$ ), çaprazlama olasılığı ( $P_c$ ), mutasyon olasılığı ( $P_m$ ), çaprazlama operatörü için dağılım indeksi ( $\eta_c$ ), mutasyon operatörü için dağılım indeksi ( $\eta_m$ ) tanımlanır.

**Adım1:** Rasgele bir başlangıç populasyonu üretilir  $P_0, s=0$ .

**Adım2:**  $n_{pop}$  büyüklüğünde yeni bir populasyon oluşturulur,  $Q_0$ .

**Adım3:** Mevcut ve yeni populasyonlar birleştirilir,  $R_s = P_s \cup Q_s, n_{yin}=1$  alınır.

**Adım4:** (10) ifadesinde tanımlı eşitlikler kullanılarak her bir bulanık amaç fonksiyonu için belirlenen bulanık Pareto çözümlerin ağırlık merkezi değerleri  $(\bar{x}_t, \bar{y}_t), t=1,2,\dots,n$  hesaplanır.

**Adım5:** Elde edilen sıralama değerlerine göre,  $R_s$  çözüm kümesi çok sayıda baskın yüzeye ayrılır,  $F = (F_1, F_2, \dots)$ .

**Adım6:** Bulanık sıralama değerlerine baskın sıralama ve kalabalık uzaklığı operatörleri uygulanarak baskın yüzeyler sıralanır.

**Adım7:** Populasyonu oluşturmak için en iyi çözümler seçilir.

**Adım8:**  $n_{pop}$  büyüklüğündeki  $P_{s+1}$  populasyonundan, ikili turnuva seçimi, simüle edilmiş ikili çaprazlama ve polinomsal mutasyon operatörleri kullanılarak yeni populasyon  $Q_{s+1}$  elde edilir.  $n_{yin} = n_{yin} + 1$  alınır.

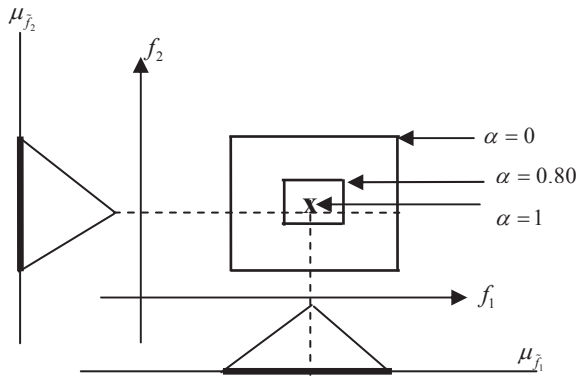
**Adım9:** Eğer başlangıçta tanımlanan  $n_{yin}$  sayısına ulaşılmamışsa **Adım3**'e, aksi halde **Adım10**'a gidilir.

**Adım10:** Arama sonlandırılır.

### 3.2 Bulanık Pareto Çözümlerin $\alpha$ -Kesme Değerleri İle İfade Edilmesi

Bulanık çok amaçlı problemin optimizasyonu sonucu elde edilen bulanık Pareto çözüm kümesi, üçgensel bulanık sayılardan oluşmaktadır. Buna göre üçgensel bulanık sayılar ile ifade edilen bulanık çözümlerin her biri, amaç fonksiyonuna göre bulanık Pareto çözüm kümesine dahil olma derecesini tanımlayan bir üyelik fonksiyonuna sahip olacaktır. Üyelik fonksiyonları ile bulanık çözümlerin değerlendirilmesi zor olduğundan, üyelik fonksiyonları kullanılarak hesaplanan  $\alpha$ -kesme değerleri ile bulanık sayılar, kesin kapalı aralıklara dönüştürülür.

$\tilde{f}_t, t=1,2,\dots,n$  ile tanımlı bir bulanık Pareto çözüm  $\alpha$ -kesme kümesi ile ifade edilebilir.



Şekil 2. Bir üçgensel bulanık çözümün  $\alpha$ -kesme değerlerine göre oluşturulan dikdörtgenler ile temsil edilmesi

Şekil 2'den de görüldüğü gibi bulanık çözümler, keyfi olarak seçilebilecek farklı  $\alpha$  düzeylerine göre elde edilen dikdörtgenler ile temsil edilmiştir ( $\alpha = 0; 0.80; 1$ ).  $\alpha = 0$  için en geniş bulanık çözüm kümesi elde edilirken,  $\alpha = 1$  için bulanık çözümlerin merkez değerleri ile tanımlı klasik çözümlere ulaşıldığı açıkça görülmektedir.

### 4. Peynir Altı Suyu Protein Konsantrasyonunun Bulanık Yaklaşımla Modellenmesi ve Optimizasyonu

Önerilen bulanık modelleme ve bulanık optimizasyon yaklaşımlarının uygulanması amacıyla Khuri ve Conlon (1981), Khuri ve Cornell (1996), Kim ve Lin (2000) ve Myers ve Montgomery (2002)'nin de çalışmalarında yer

$\tilde{f}$ 'nin  $\alpha$ -kesme kümesi  $\tilde{f}_\alpha = \{x \in R : \mu_{\tilde{f}}(x) \geq \alpha\}$  biçiminde

tanımlanmaktadır. Burada  $\mu_{\tilde{f}}(x)$ , (9) eşitliğindeki gibi tanımlıdır. Bir bulanık Pareto çözümün her  $\alpha$ -kesme kümesi  $\tilde{f}_\alpha = [\tilde{f}_\alpha^L, \tilde{f}_\alpha^U]$  biçiminde tanımlı bir kapalı aralık ile ifade edilir. Burada,  $\tilde{f}_\alpha^L = \inf \{x \in R : \mu_{\tilde{f}}(x) \geq \alpha\}$  ve

$\tilde{f}_\alpha^U = \sup \{x \in R : \mu_{\tilde{f}}(x) \geq \alpha\}$  dir. Şekil 2'de,

bulanık iki amaçlı bir problemin optimizasyonu sonucu elde edilen bulanık Pareto çözüm kümesindeki bir üçgensel bulanık çözümün  $\alpha$ -kesme değerleri ile belirlenen yüzey gösterilmektedir.

verdiği, gıda alanından bir uygulama örneği seçilmiştir. Seçilen problemde amaç, peynir altı suyu protein konsantrasyonunun yapısal özellikleri ve su tutma özelliği üzerinde sistein ve kalsiyum klorürün etkisinin belirlenmesidir. Tablo 1, merkezsiz bileşik tasarıma uygun olarak düzenlenen çok yanıtı deneyde girdi değişkeni olarak ele alınan sisteinin ( $X_1 - mM$ ) ve kalsiyum klorürün ( $X_2 - mM$ ) gerçek düzeyleri ve kodlanmış değerleri göstermektedir.



Tablo 1. Girdi değişken düzeyleri ve kodlanmış girdi değişken değerleri

|                            |        |     |      |      |       |
|----------------------------|--------|-----|------|------|-------|
| $X_1$                      | 2.6    | 8   | 21   | 34   | 39.4  |
| $X_2$                      | 2.5    | 6.5 | 16.2 | 25.9 | 29.9  |
| $X_1^{kod}$ ve $X_2^{kod}$ | -1.414 | -1  | 0    | 1    | 1.414 |

$$Kod: X_1^{kod} = (X_1 - 21)/13 ; X_2^{kod} = (X_2 - 16.2)/9.7$$

Yapılan deneysel çalışmada, sertlik ( $Y_1 - kg$ ), yapışkanlık ( $Y_2$ ), elastikiyet ( $Y_3 - mm$ ) yanıt değişkenlerini maksimize edecek ve sıkıştırılabilir su ( $Y_4 - g$ ) yanıt değişkenini minimize edecek  $X_1$  ve  $X_2$  girdi değişken değerlerinin belirlenmesi istenilmektedir. Çalışmada önerilen BBSGA-II yönteminin probleme uygulanması için en iyi değeri elde edilmek istenilen dört yanıt değişkeninden ikisi seçilecektir. Bu amaçla orjinal problemde tanımlı dört yanıt değişkeninin gözlenen değerleri arasında yapılan korelasyon analizi sonucunda

$$\rho(\mathbf{Y}) = \begin{bmatrix} 1 & 0.5071 & 0.7922 & -0.9318 \\ 0.5071 & 1 & 0.8693 & -0.5082 \\ 0.7922 & 0.8693 & 1 & -0.8408 \\ -0.9318 & -0.5082 & -0.8408 & 1 \end{bmatrix}$$

biçiminde tanımlı korelasyon matrisine ulaşılmıştır.  $\alpha = 0.05$  anlam düzeyinde yapılan istatistiksel testler sonucunda  $Y_1 - Y_2$  ve  $Y_2 - Y_4$  değişkenleri arasındaki korelasyon katsayısının anlamsız olduğu görülmüştür. İlişkisiz olduğu belirlenen  $Y_1$  ve  $Y_2$  yanıt değişkenlerinin her ikisinin problemde yapısal özelliği tanımlaması nedeniyle, yapısal özellik ve su tutma özelliği gibi iki farklı nitelik tanımlayan değişkenlerin

seçilmesinin problem için daha açıklayıcı olduğu düşünülmüştür. Bu nedenle çalışmada, ilişkisiz olduğu belirlenen  $Y_2$  ve  $Y_4$  yanıt değişkenlerinin eş anlı optimizasyonuna karar verilmiştir. Böylece dört yanıt değişkeninden oluşan problem en büyük ve en küçük değeri elde edilmek istenilen iki yanıtı optimizasyon problemi olarak ele alınmıştır.

Yapılan çok yanıtlı deneyde, ölçüm sisteminin yeterli olmaması, rasgelelikten farklı olarak yanıtların gözlenen değerlerinde olabilecek belirsizlik gibi durumlarda, yanıtların bulanık sayılar olarak ifade edilmesi ile aynı girdi koşulu için deneyin çok sayıda tekrarına gerek duyulmadan, çok yanıtı problemin gerçeğe uygun modellenmesi gerçekleştirilmiş olacaktır. Çalışmada bu durum ele alınıp, gözlenen yanıt değerlerinin bulanık olduğu varsayılarak, bulanık veri seti oluşturulmuştur. Bu amaçla, problemdeki  $Y_2$  ve  $Y_4$  yanıt değişken değerlerinin MINITAB 14 paket programı yardımıyla %95 güven düzeyinde güven aralıkları tanımlanarak, yanıt değişken değerleri bulanıklaştırılmıştır. Buna göre elde edilen bulanık veri seti Tablo 2'deki gibi elde edilmiştir. (6) ile tanımlı bulanık parametre tahmini denklemleri kullanılarak, Tablo 2'de verilen veri seti için elde edilen tahmini bulanık yanıt fonksiyonları

$$\begin{aligned} \hat{Y}_2(\mathbf{X}) &= (0.6373, 0.6600, 0.6826) + (-0.0920, -0.0920, -0.0920)X_1 + (-0.0103, -0.0103, -0.0103)X_2 \\ &+ (-0.0956, -0.0956, -0.0956)X_1^2 + (-0.0581, -0.0581, -0.0581)X_2^2 + (-0.0700, -0.0700, -0.0700)X_1X_2 \\ \hat{Y}_4(\mathbf{X}) &= (0.0430, 0.4680, 0.9790) + (0.1294, 0.1314, 0.1354)X_1 + (0.0718, 0.0728, 0.0738)X_2 \\ &+ (0.0095, 0.0260, 0.0425)X_1^2 + (0.0070, 0.0235, 0.0400)X_2^2 + (-0.0825, -0.0825, -0.0825)X_1X_2 \end{aligned}$$

biçiminde hesaplanmıştır.

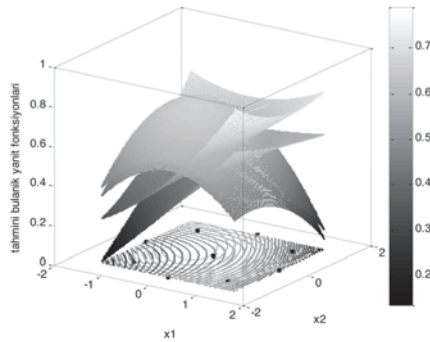
Tablo 2. Girdi değişkenlerinin kodlanmış değerleri ve gözlenen bulanık yanıt değerlerinden oluşan bulanık veri seti

| No | $X_1$  | $X_2$  | $\tilde{Y}_2$ |        |        | $\tilde{Y}_4$ |        |        |
|----|--------|--------|---------------|--------|--------|---------------|--------|--------|
| 1  | -1     | -1     | 0.4985        | 0.5500 | 0.5786 | 0.1548        | 0.2200 | 0.3069 |
| 2  | 1      | -1     | 0.4545        | 0.5200 | 0.5346 | 0.5826        | 0.6700 | 0.7347 |
| 3  | -1     | 1      | 0.6179        | 0.6700 | 0.6980 | 0.4654        | 0.5700 | 0.6175 |
| 4  | 1      | 1      | 0.2939        | 0.3600 | 0.3740 | 0.5631        | 0.6900 | 0.7152 |
| 5  | -1.414 | 0      | 0.5588        | 0.5900 | 0.6389 | 0.2582        | 0.3300 | 0.4103 |
| 6  | 1.414  | 0      | 0.2986        | 0.3100 | 0.3787 | 0.6297        | 0.6700 | 0.7818 |
| 7  | 0      | -1.414 | 0.5183        | 0.5400 | 0.5984 | 0.3361        | 0.4200 | 0.4881 |
| 8  | 0      | 1.414  | 0.4892        | 0.5100 | 0.5693 | 0.5419        | 0.5700 | 0.6939 |
| 9  | 0      | 0      | 0.6373        | 0.6600 | 0.6826 | 0.4250        | 0.4400 | 0.5110 |
| 10 | 0      | 0      | 0.6373        | 0.6600 | 0.6826 | 0.4250        | 0.5000 | 0.5110 |
| 11 | 0      | 0      | 0.6373        | 0.6600 | 0.6826 | 0.4250        | 0.5000 | 0.5110 |
| 12 | 0      | 0      | 0.6373        | 0.6600 | 0.6826 | 0.4250        | 0.4300 | 0.5110 |
| 13 | 0      | 0      | 0.6373        | 0.6600 | 0.6826 | 0.4250        | 0.4700 | 0.5110 |

Hesaplanan tahmini bulanık model parametrelerinden de görüleceği üzere, (6) ifadesi ile tanımlı eşitlikler için belirtilen varsayımlar sağlanmadığından, negatif işaretli model parametrelerinin sağ ve sol yayılım değerleri sıfır olarak belirlenmiştir. Bu nedenle elde edilen tahmini bulanık modellerde, negatif işaretli model parametrelerinin yalnızca merkez değerleri yer almaktadır. Optimize edilecek bulanık çok yanıtlı yüzey modeli

$$\begin{aligned} \max \hat{Y}_2(\mathbf{X}) \\ \min \hat{Y}_4(\mathbf{X}) \\ \mathbf{X} \in S \end{aligned} \quad (11)$$

biçiminde belirtilen (11) ifadesi ile tanımlanabilir. Burada,  $S$  girdi değişkenleri uzayı olup  $[-1.414, 1.414]$  ile sınırlıdır. (11) ile tanımlı bulanık çok yanıtlı yüzey problemi için oluşturulacak eş yükselti grafikleri Şekil 3'teki gibi olacaktır.



Şekil 3. Bulanık yanıt fonksiyonlarının eş yükselti grafikleri

Şekil 3'ten, konkav yapıdaki yanıt fonksiyonunun birinci yanıt fonksiyonu ve konveks yapıdaki yanıt fonksiyonunun ikinci yanıt fonksiyonu olduğu açıktır. Ayrıca Şekil 3'te alt ve üst parametre değerleri ile oluşturulan tahmini yanıt fonksiyonlarının kesişimlerinin de bir yüzey oluşturduğu kolaylıkla görülmektedir.

(11) ifadesinde tanımlı bulanık yanıtlardan oluşan problem

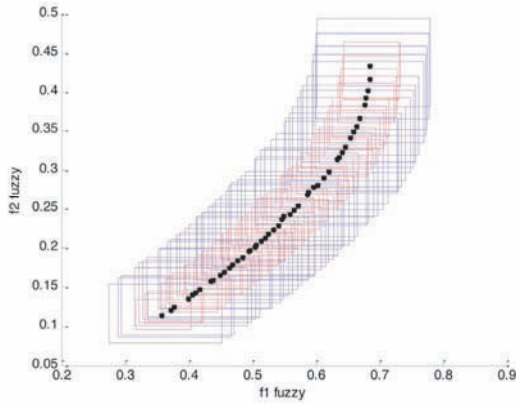
$$\begin{aligned} \max \tilde{f}_1(\mathbf{X}) \\ \min \tilde{f}_2(\mathbf{X}) \\ \mathbf{X} \in [-1.414, 1.414] \end{aligned} \quad (12)$$

biçiminde tanımlı çok amaçlı optimizasyon problemi olarak ele alınabilir. Burada  $\tilde{f}_1$  ve  $\tilde{f}_2$

sırasıyla  $\hat{Y}_2$  ve  $\hat{Y}_4$  bulanık yanıt fonksiyonlarına karşılık gelmektedir. (12) ile tanımlı problemin optimizasyonu için,  $n_{pop} = 50, n_{yin} = 50, \eta_c = 20,$

$\eta_m = 20, P_c = 0.9, P_m = 1/v$  parametre değerleri ile çalışmada önerilen BBSGA-II kullanılmıştır. Burada,  $v$  problemde tanımlı girdi değişken sayısıdır. Problemin çözümü için önerilen algoritmanın işletilmesinde MATLAB 7.9 programından yararlanılmıştır. Optimizasyon sonucu elde edilen bulanık Pareto çözüm kümesi Tablo 3'te verilmiştir. Tablo 3'te girdi değişkenlerinin ( $X_1$  ve  $X_2$ ) kodlanmış değerlerinden oluşan çözüm vektörü  $\mathbf{X}^{kod}$  ile orjinal değerlerinden oluşan çözüm vektörü ise  $\mathbf{X}$  ile tanımlanmıştır. Söz konusu çizelgelerdeki bulanık amaç

fonksiyon değerleri  $\tilde{f}^j = (f_t^l, f_t^c, f_t^u)$ ,  $j=1,2$ ,  $t=1,2,\dots,n$  biçiminde üçgensel bulanık sayılar ile gösterilmiştir. Tablo 3'te verilen bulanık Pareto çözümler ( $\tilde{f}_1$  ve  $\tilde{f}_2$ )  $\alpha$ -kesme yaklaşımı kullanılarak kapalı aralıklara dönüştürülmüştür. Buna göre kapalı aralıklarla tanımlı her bulanık çözüm, amaç uzayında dikdörtgenler ile ifade edilmiştir. Şekil 4 incelendiğinde, farklı  $\alpha$  değerlerine göre ( $\alpha = 0; 0.5; 1$ ) oluşturulan, dikdörtgenler ile temsil edilen bulanık çözümlerin  $\alpha$  değerleri arttıkça dikdörtgenlerin alanının küçüldüğü ve  $\alpha=1$  için kesin Pareto çözüm kümesine ulaşıldığı görülmektedir.



Şekil 4. BBSGA-II ile  $\alpha = 0$  (mavi dikdörtgenler),  $\alpha = 0.5$  (kırmızı dikdörtgenler) ve  $\alpha = 1$  (siyah noktalar) için elde edilen bulanık Pareto çözümler

## 5. SONUÇ VE TARTIŞMA

Bu çalışmada, yanıt değişkenlerinin olasılık dağılımlarının belirlenmesinde zorluklar olduğu durumda bilinmeyen yanıt yüzeyin modellenmesi için bulanık en küçük kareler regresyon analizine dayalı bir bulanık modelleme yaklaşımı önerilmiştir. Burada, yanıt değişkenlerinin ve model parametrelerinin üçgensel bulanık sayılar olduğu varsayılmıştır. Bulanık tahmini yanıt fonksiyonları bulanık amaç fonksiyonları olarak ele alınıp, problem bulanık çok amaçlı optimizasyon problemi biçiminde değerlendirilmiştir. Problemin optimizasyonu amacıyla, BSGA-II yöntemi bulanık sıralama yaklaşımı ile uyarlanarak yeni bir optimizasyon algoritması önerilmiştir. Önerilen algoritma BBSGA-II olarak adlandırılmıştır. BBSGA-II yönteminin bulanık çok

amaçlı optimizasyon problemine uygulanması sonucunda bulanık Pareto çözüm kümesine ulaşılmıştır. Elde edilen bulanık yanıt değerlerine ve bu değerleri veren girdi koşullarına Tablo 3'te yer verilmiştir. Çok amaçlı problemlerin doğası gereği, analitik olarak gerçek bulanık Pareto çözüm kümesi tam olarak bilinemediğinden, elde edilen bulanık baskın çözüm sonuçlarının değerlendirilmesi oldukça zordur. Bu nedenle, her biri ayrı öneme sahip bulanık Pareto çözüm kümesi elemanlarının, karar verici tarafından belirli bir önceliğe göre değerlendirilmesi daha anlamlı olacaktır. Belirli bir üyelik fonksiyonu ile tanımlanan bulanık baskın çözümlerin değerlendirilmesini kolaylaştırmak amacıyla, Tablo 3'teki bulanık Pareto çözümlere  $\alpha$ -kesme yaklaşımının uygulanması ile bulanık Pareto çözümler Şekil 4'teki gibi dikdörtgenler ile ifade edilmiştir. Şekil 4'ten açıkça görüleceği gibi farklı  $\alpha$  değerlerine göre dikdörtgenlerin alanı değişmektedir. Bir diğer ifade ile bulanık çözümlerin tanım aralığı farklılaşmaktadır. Bulanık çok amaçlı problemin optimizasyonu sonucu elde edilen bulanık Pareto çözüm kümesi, belirlenen bir deney koşulu için kabul edilebilir farklı yanıt değerlerine ulaşılmasının mümkün olduğunu göstermektedir. Buna göre istenilen deney koşullarında farklı yanıt değerlerinin de kabul edilebileceği söylenebilir.

Bundan sonraki çalışmalarda, yanıt değişken değerleri ve model parametreleri ile birlikte girdi değişkenlerinin de bulanıklaştırılarak modelleme aşamasında farklı bulanık modeller oluşturulması, farklı bulanık çok amaçlı optimizasyon algoritmaları kullanılarak algoritmaların bulanık Pareto çözüm elde etmedeki hızları ve etkinlikleri karşılaştırılması, bulanık çok amaçlı optimizasyon problemine kısıtlar eklenerek, problemin kısıtlı bulanık çok amaçlı optimizasyon problemi olarak değerlendirilmesi amaçlanmaktadır.

Tablo 3. BBSGA-II yöntemi ile elde edilen bulanık Pareto çözümler ve girdi değişken değerleri

| No | $X^{kod}$       | X               | $\tilde{f}^1$        | $\tilde{f}^2$        |
|----|-----------------|-----------------|----------------------|----------------------|
| 1  | -1.4140 -1.4140 | 2.6180 2.4842   | 0.2749 0.3574 0.4517 | 0.0788 0.1133 0.1532 |
| 2  | -0.5762 0.2586  | 13.5094 18.7084 | 0.6027 0.6852 0.7795 | 0.3810 0.4336 0.4939 |
| 3  | -0.9243 -0.5166 | 8.9841 11.1890  | 0.5372 0.6197 0.7140 | 0.2560 0.2980 0.3463 |
| 4  | -1.1114 -0.6780 | 6.5518 9.6234   | 0.4892 0.5717 0.6660 | 0.2141 0.2534 0.2986 |
| 5  | -1.3171 -1.2726 | 3.8777 3.8558   | 0.3345 0.4170 0.5113 | 0.1117 0.1472 0.1881 |
| 6  | -1.1269 -0.5568 | 6.3503 10.7990  | 0.5036 0.5861 0.6804 | 0.2281 0.2679 0.3137 |
| 7  | -0.8498 -0.4664 | 9.9526 11.6759  | 0.5511 0.6336 0.7279 | 0.2704 0.3136 0.3631 |
| 8  | -0.8317 -0.3513 | 10.1879 12.7924 | 0.5639 0.6464 0.7407 | 0.2858 0.3299 0.3806 |
| 9  | -1.3135 -1.1983 | 3.9245 4.5765   | 0.3522 0.4347 0.5290 | 0.1213 0.1569 0.1981 |
| 10 | -1.3187 -0.9543 | 3.8569 6.9433   | 0.4014 0.4839 0.5782 | 0.1518 0.1880 0.2299 |
| 11 | -0.7558 -0.2161 | 11.1746 14.1038 | 0.5805 0.6630 0.7573 | 0.3094 0.3554 0.4082 |
| 12 | -1.3049 -1.0052 | 4.0363 6.4496   | 0.3946 0.4771 0.5714 | 0.1470 0.1832 0.2249 |
| 13 | -1.1288 -0.8982 | 6.3256 7.4875   | 0.4510 0.5335 0.6278 | 0.1846 0.2227 0.2666 |
| 14 | -0.7833 -0.4597 | 10.8171 11.7409 | 0.5582 0.6407 0.7350 | 0.2789 0.3228 0.3733 |
| 15 | -0.8970 -0.6091 | 9.3390 10.2917  | 0.5296 0.6121 0.7064 | 0.2485 0.2904 0.3384 |
| 16 | -1.3691 -1.1231 | 3.2017 5.3059   | 0.3549 0.4374 0.5317 | 0.1225 0.1579 0.1987 |
| 17 | -1.1123 -0.4926 | 6.5401 11.4218  | 0.5142 0.5967 0.6910 | 0.2383 0.2786 0.3250 |
| 18 | -1.1254 -0.7047 | 6.3698 9.3644   | 0.4829 0.5654 0.6597 | 0.2090 0.2480 0.2929 |
| 19 | -1.0522 -0.8282 | 7.3214 8.1665   | 0.4761 0.5586 0.6529 | 0.2033 0.2425 0.2875 |
| 20 | -1.2708 -0.7833 | 4.4796 8.6020   | 0.4428 0.5253 0.6196 | 0.1809 0.2183 0.2613 |
| 21 | -1.3067 -1.0446 | 4.0129 6.0674   | 0.3863 0.4688 0.5631 | 0.1416 0.1777 0.2193 |
| 22 | -0.7786 -0.3106 | 10.8782 13.1872 | 0.5718 0.6543 0.7486 | 0.2961 0.3412 0.3928 |
| 23 | -1.1328 -0.5294 | 6.2736 11.0648  | 0.5062 0.5887 0.6830 | 0.2312 0.2711 0.3170 |
| 24 | -0.6800 -0.0559 | 12.1600 15.6578 | 0.5936 0.6761 0.7704 | 0.3353 0.3835 0.4389 |
| 25 | -1.2951 -0.9289 | 4.1637 7.1897   | 0.4115 0.4940 0.5883 | 0.1583 0.1948 0.2370 |
| 26 | -1.3507 -1.2879 | 3.4409 3.7074   | 0.3225 0.4050 0.4993 | 0.1045 0.1396 0.1803 |
| 27 | -0.6657 0.0729  | 12.3459 16.9071 | 0.5987 0.6812 0.7755 | 0.3519 0.4015 0.4584 |
| 28 | -0.7643 -0.2586 | 11.0641 13.6916 | 0.5769 0.6594 0.7537 | 0.3036 0.3492 0.4015 |
| 29 | -1.2585 -0.6668 | 4.6395 9.7320   | 0.4642 0.5467 0.6410 | 0.1985 0.2365 0.2803 |
| 30 | -1.3464 -1.0902 | 3.4968 5.6251   | 0.3675 0.4500 0.5443 | 0.1301 0.1657 0.2068 |
| 31 | -1.3409 -1.2725 | 3.5683 3.8567   | 0.3286 0.4111 0.5054 | 0.1080 0.1432 0.1839 |
| 32 | -0.5726 0.1247  | 13.5562 17.4096 | 0.6016 0.6841 0.7784 | 0.3653 0.4166 0.4754 |
| 33 | -1.1903 -0.9852 | 5.5261 6.6436   | 0.4232 0.5057 0.6000 | 0.1655 0.2028 0.2457 |
| 34 | -0.6528 -0.2240 | 12.5136 14.0272 | 0.5860 0.6685 0.7628 | 0.3189 0.3661 0.4202 |
| 35 | -0.5751 0.1231  | 13.5237 17.3941 | 0.6016 0.6841 0.7784 | 0.3650 0.4162 0.4749 |
| 36 | -0.5640 0.2508  | 13.6680 18.6328 | 0.6026 0.6851 0.7794 | 0.3809 0.4336 0.4939 |
| 37 | -1.2691 -0.6334 | 4.5017 10.0560  | 0.4672 0.5497 0.6440 | 0.2020 0.2401 0.2840 |
| 38 | -1.3887 -1.3632 | 2.9469 2.9770   | 0.2945 0.3770 0.4713 | 0.0892 0.1239 0.1641 |
| 39 | -0.8297 -0.4664 | 10.2139 11.6759 | 0.5531 0.6356 0.7299 | 0.2727 0.3161 0.3659 |
| 40 | -1.3933 -1.0113 | 2.8871 6.3904   | 0.3725 0.4550 0.5493 | 0.1341 0.1696 0.2105 |
| 41 | -1.1707 -1.0573 | 5.7809 5.9442   | 0.4135 0.4960 0.5903 | 0.1598 0.1970 0.2399 |
| 42 | -0.9335 -0.6461 | 8.8645 9.9328   | 0.5203 0.6028 0.6971 | 0.2398 0.2810 0.3284 |
| 43 | -1.2086 -0.9773 | 5.2882 6.7202   | 0.4209 0.5034 0.5977 | 0.1639 0.2010 0.2438 |
| 44 | -0.6932 0.0234  | 11.9884 16.4270 | 0.5962 0.6787 0.7730 | 0.3436 0.3925 0.4484 |
| 45 | -1.4060 -1.3631 | 2.7220 2.9779   | 0.2898 0.3723 0.4666 | 0.0863 0.1210 0.1610 |
| 46 | -1.3587 -1.0104 | 3.3369 6.3991   | 0.3810 0.4635 0.5578 | 0.1389 0.1746 0.2159 |
| 47 | -1.2331 -0.8903 | 4.9697 7.5641   | 0.4319 0.5144 0.6087 | 0.1715 0.2088 0.2517 |
| 48 | -1.0871 -0.9004 | 6.8677 7.4661   | 0.4582 0.5407 0.6350 | 0.1901 0.2286 0.2730 |
| 49 | -1.2217 -0.8701 | 5.1179 7.7600   | 0.4378 0.5203 0.6146 | 0.1756 0.2130 0.2561 |
| 50 | -1.4140 -1.2446 | 2.6180 4.1274   | 0.3161 0.3986 0.4929 | 0.1001 0.1348 0.1750 |

## KAYNAKLAR

- Abdullah, L. ve Jamal, N.J. (2010). Centroid-Point of Ranking Fuzzy Numbers and Its Application to Health Related Quality of Life Indicators. *International Journal on Computer Science and Engineering (IJCSE)* 2(8), 2773-2777.
- Alvarez, M.J., Ilzarbe, L., Viles, E. ve Tanco, M. (2009). The Use of Genetic Algorithms in Response Surface Methodology. *Quality Technology and Quantitative Management* 6(3), 295-307.
- Bashiri, M., Kazemzadeh, R.B., Atkinson, A.C. ve Karimi, H. (2011). Metaheuristic Based Multiple Response Process Optimization. *Journal of Industrial Engineering, Special Issue* 13-23.
- Bashiri, M. ve Hosseiniyehzad, S.J. (2009). A Fuzzy Programming for Optimizing Multi Response Surface in Robust Designs. *Journal of Uncertain Systems* 3(3), 163-173.
- Bashiri, M. ve Ramezani, M. (2010). An interactive fuzzy group decision making approach to multiple response problems considering least significant difference. *International Journal of Management Science and Engineering Management* 5(4), 243-251.
- Bera, S. ve Mukherjee, I. (2010). Performance Analysis of Nelder Mead and A Hybrid Simulated Annealing for Multiple Response Quality Characteristic Optimization. *Proceedings of the International Multi Conference of Engineers and Computer Scientist*, Vol III, IMECS, 1728-1732, Hong Kong.
- Box, G.E.P. and Draper, N.R. (2007). *Response Surface Mixtures and Ridge Analysis*. John Wiley and Sons, New Jersey.
- Cheng, C.B., Cheng, C.J. ve Lee, E.S. (2002). Neuro-Fuzzy and Genetic Algorithm in Multiple Response Optimization. *Computers and Mathematics with Applications* 44, 1503-1514.
- Cheng, C.H. (1998). A new approach for ranking by distance method. *Fuzzy Sets and Systems* 95, 307-317.
- Chu, T.A. ve Tsao, C. (2002). Ranking fuzzy numbers with an area between the centroid point and the original point. *Computers and Mathematics* 43, 111-117.
- Deb, K., Pratap, A., Agarwal, S. ve Meyarivan, T. (2002). Fast and Elitist Multiobjective Genetic Algorithm: NSGA-II. *IEEE Transactions on Evolutionary Computation* 6(2), 182-197.
- Deb, K. (2004). *Multi-Objective Optimization Using Evolutionary Algorithms*. John-Wiley and Sons, New York.
- Del Castillo, E., Montgomery, D.C. ve McCarville, D.R. (1996). Modified Desirability functions for Multiple Response Optimization. *Journal of Quality Technology* 28(3), 337-345.
- Derringer, G. ve Suich, R. (1980). Simultaneous optimization of several response variables. *Journal of Quality Technology* 12, 214-219.
- Diamond, P. (1988). Fuzzy least squares. *Information Sciences* 46, 141-157.
- Goel, T., Vaidyanathan, R., Haftka, R.T., Shyy, W., Queipo, N.V. ve Tucker, K. (2007). Response surface approximation of Pareto optimal front in multi-objective optimization. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering* 196, 879-893.
- Golestaneh, S.J., Ismail, N., Tangı, S.H., Ariffinı, M.K.A.M., Naeini, H.M. ve Maghsoudi, A.A. (2011). A committee machine approach to multiple response optimization. *International Journal of the Physical Sciences* 6(35), 7935-7949.
- Jeong, I.J., Kim, K. ve Park, K. (2002). An Interactive Optimization Approach to Multiple Response Surface Problems. The 2002 IIE Annual Conference (Industrial Engineering Research Conference), Orlando, Florida 1-6.



- Jeong, I.J. ve Kim, K.J. (2009). An interactive desirability function method to multiresponse optimization. *European Journal of Operational Research* 195, 412-426.
- Kazemzadeh, R.B., Bashiri, M., Atkinson, A.C. ve Noorosana, R. (2008). A general framework for multi response optimization problems based on goal programming. *European Journal of Operational Research* 189, 421-429.
- Khuri, A.I. ve Conlon, M. (1981). Simultaneous Optimization of Multiple Responses Represented by Polynomial Regression Functions. *Technometrics* 23, 363-375.
- Khuri, A.I. ve Cornell, M. (1996). *Response Surfaces*, Marcel Dekker Inc., New-York.
- Kim, K.J. ve Lin, D.K.J. (1998). Dual response surface optimization: A Fuzzy modeling approach. *Journal of Quality Technology* 30(1), 1-10.
- Ko, Y.H., Kim, K.J. ve Jun, C.H. (2005). A New Loss Function-Based Method for Multiresponse Optimization. *Journal of Quality Technology* 37(1), 50-59.
- Köksoy, O. ve Doğanaksoy, N. (2003). Joint optimization of mean and standard deviation using response surface methods. *Journal of Quality Technology* 35, 239-252.
- Köksoy, O. ve Hocaoğlu, G. (2005). Multi Objective Optimization Solutions To The Taguchi's Problem. *G.U. Journal of Science* 18(4), 613-626.
- Köksoy, O. (2006). Multiresponse robust design: Mean square error (MSE) criterion. *Applied Mathematics and Computation* 175, 1716-1729.
- Köksoy, O. ve Yalçınöz, T. (2006). Mean square error criteria to multiresponse process optimization by a new genetic algorithm. *Applied Mathematics and Computation* 175, 1657-1674.
- Kuhnt, S. ve Erdbrügge, M. (2004). A strategy of robust parameter design for multiple responses. *Statistical Modelling* 4, 249-264.
- Lu, D. ve Antony, J. (2002). Optimization of multiple responses using a fuzzy-rule based inference system. *International Journal of Production Research* 40(7), 1613-1625.
- Miettinen, K. (2002). *Nonlinear Multiobjective Optimization*. Kluwer Academic Publishers, USA.
- Mostafa, J.J., Mohammad, M.A. ve Ehsan, M. (2011). A Hybrid Response Surface Methodology and Simulated Annealing Algorithm: A Case Study on the Optimization of Shrinkage and Warpage of a Fuel Filter. *World Applied Sciences Journal* 13(10), 2156-2163.
- Murakami, S., Maeda, S. ve Imamura, S. (1983). Fuzzy decision analysis on the development of centralized regional energy control system. *IFAC Symposium on Fuzzy Information Knowledge Representation and Decision Analysis* 363-368.
- Myers, R.H. ve Montgomery, D.C. (2002). *Response Surface Methodology: Process and Product Optimization Using Designed Experiments*. 2nd Ed., John Wiley and Sons, New York.
- Najafi, S., Salmasnia, A. ve Kazemzadeh, R.B. (2011). Optimization of Robust Design for Multiple Response Problem. *Australian Journal of Basic and Applied Sciences* 5(9), 1566-1577.
- Pasandideh, S.H.R. ve Niaki, S.T.A. (2006). Optimizing Multi-Response Statistical Problems Using a Genetic Algorithm. *Scientia Iranica* 13(1), 50-59.
- Park, K.S. ve Kim, K.J. (2005). Optimizing multi-response surface problems: How to use multi-objective optimization techniques. *IIE Transactions* 37, 523-532.

- Pignatiello, J.J. (1993). Strategies for Robust Multiresponse Quality Engineering. *IIE Transactions* 25, 5-15.
- Rees, L.P., Clayton, E.R. ve Taylor, B.W. (1985). Solving multiple response simulation models using modified response surface methodology within a lexicographic goal programming framework. *IIE Transactions* 17, 47-57.
- Prasad, K. ve Nath, N. (2002). Comparison of Sugarcane Juice Based Beverage Optimization Using Response Surface Methodology with Fuzzy Method. *Sugar Tech* 4(3-4), 109-115.
- Sharma, V. (2010). Multi Response Optimization of Process Parameters Based on Taguchi-Fuzzy Model for Coal Cutting by Water Jet Technology. *International Journal on Design and Manufacturing Technologies* 4(1), 10-14.
- Srinivas, N. ve Deb, K. (1996). Multiobjective Optimization Using Nondominated Sorting in Genetic Algorithms. *Evolutionary Computation* 2(3), 221-248.
- Türkşen, Ö. (2011). Çok Yanıtlı Yüzey Problemlerinin Çözümüne Bulanık ve Sezgisel Yaklaşım. *Ankara Üniversitesi Doktora Tezi*, 139 s., Ankara.
- Vining, G. (1998). A compromise approach to multiresponse optimization. *Journal of Quality Technology* 30(4), 309-314.
- Wang, J., He, Z., Oh, J. ve Park, S. (2008). Multi-Response Robust Optimization Using Desirability Function. *IEEE*, (2008).
- Wang, Y.J. ve Lee, H.S. (2008). The revised method of ranking of fuzzy numbers with an area between the centroid point and original points. *Computers and Mathematics with Applications* 55, 1-9.
- Xie, H. ve Lee, Y.C. (1994). Process Optimization Using a Fuzzy Logic Response Surface Method. *IEEE Transactions on Components, Packaging, and Manufacturing Technology-Part A*, 17(2).
- Xu, K., Lin, D.K.J., Tang, L.C. ve Xie, M. (2004). Multiresponse systems optimization using a goal attainment approach. *IIE Transactions* 36, 433-445.
- Xu, R. ve Dong, Z. (2006). Fuzzy Modeling in Response Surface Method for Complex Computer Model Based Design Optimization. *Mechatronic and Embedded Systems and Applications Proceedings of the 2nd IEEE/ASME International Conference on* 1-6.
- Yager, R.R. (1980). A procedure for ordering fuzzy subsets of the unit interval. *Information Sciences* 24, 143-161.
- Zadeh, L.A. (1965). Fuzzy Sets. *Information and Control* 8, 338-353.