



BIST-100 fiyat dinamiğinin farklı GARCH ve SV modelleri ile tahmin edilmesi

Hüseyin Özdemir*

* Dr. Öğr. Üyesi, Atılım Üniversitesi İ.İ.B.F., İşletme Bölümü, Gölbaşı, Ankara, 06830 Türkiye. E-posta: huseyinozdemir@gmail.com. ORCID ID: <https://orcid.org/0000-0003-4242-8999>

MAKALE BİLGİSİ

Geliş tarihi: 25.12.2023
Kabul tarihi: 14.02.2024
Çevrimiçi kullanım tarihi: 28.02.2024
Makale Türü: Araştırma makalesi

Anahtar Kelimeler:
BIST 100; GARCH,
Stokastik Volatilité Modeli; Volatilité.

ÖZ

Bu çalışma, BIST 100 endeksini kullanarak çeşitli GARCH ve stokastik volatilité (SV) modellerinin karşılaştırmalı analizini gerçekleştirmektedir. İncelenen modeller arasında geleneksel GARCH (1,1) modelleri ve AR (1) log-volatilité sürecine sahip SV modelleri bulunmaktadır. Ek olarak, sıçrama bileşeni, ortalama içinde volatilité, kaldıraç etkisi, t dağılımını veya hareketli ortalamaı takip eden yenilikleri içeren daha esnek modeller de çalışma kapsamında kullanılmıştır. Elde edilen ampirik bulgular özetle şu şekildedir: (1) SV modelleri, GARCH modelleri ile karşılaştırıldığında genellikle daha iyi performans göstermektedir. (2) Bir sıçrama bileşeninin ve bir t-dağılımı sonrasındaki yeniliklerin dahil edilmesi, standart GARCH modelinin performansını belirgin şekilde artırırken, SV modeli üzerinde daha az etkiye sahiptir. (3) Volatilité geri bildirim kanalının baz modele eklenmesi model performansında anlamlı bir iyileşmeye neden olmamıştır. (4) Baz modellere hareketli ortalama bileşeninin eklenmesi gerek GARCH modelinde gerekse de SV modelinde anlamlı bir iyileşme sağlamamıştır. (5) Kaldıraç etkisinin modele dahil edilmesi BIST 100 fiyat endeksinin tahmininde önemli iyileşme sağlamıştır. BIST 100 volatilité tahmininde en başarılı model SV-t modelidir.

Predicting BIST-100 price dynamics with different GARCH and SV models

ARTICLE INFO

Received: 25.12.2023
Accepted: 14.02.2024
Available online: 28.02.2024
Article type: Research article

Keywords:
BIST 100; GARCH;
Stochastic Volatility Model; Volatility.

ABSTRACT

This study performs a comparative analysis of various GARCH and stochastic volatility (SV) models using the BIST 100 index. The models we examine include traditional GARCH (1,1) models and SV models with an AR (1) log-volatility process. Additionally, we consider more flexible models that incorporate jump components, volatility-in-mean, leverage effects, and innovations following a t-distribution or a moving average. The empirical findings reveal the following findings: (1) Stochastic Volatility (SV) models generally demonstrate better performance when compared to their GARCH counterparts. (2) The inclusion of a jump component and innovations following a t-distribution notably enhances the performance of the standard GARCH model while having less impact on the SV model. (3) The presence of a

volatility feedback channel appears to be unnecessary. (4) Adding a moving average component does not improve the goodness of fit for both the GARCH and SV models. (5) The leverage effect is found to be crucial in modeling the BIST 100 index. Overall, the SV-t model has the most favorable performance among other peer models.

1. Giriş

Finansal varlıkların oynaklıklarını tahmin etme üzerine yapılan çalışmalar, temel olarak risk ölçümü ile yakından ilişkilidir. Finansçılar arasında farklı bakış açıları olmasına rağmen, oynaklığın bir risk ölçüsü olduğu genel olarak kabul görmektedir. Finansal varlıkların getiri oynaklığında yaşanan bir artış finans piyasalarında risk artışı olarak kabul edilmektedir (Lim ve Sek, 2013, s. 478). Çünkü varlık getirilerinin bir aşağı bir yukarı hareket etmesi yatırımcıları rahatsız etmekte ve söz konusu varlıklardan çıkmalarına sebep olmaktadır. Hisse senedi piyasasındaki oynaklık, risk ölçümünde faydalı bilgiler sağladığından, hisse senedi piyasası hareketlerinin tahmin edilmesinde ve hisse senedi piyasasının performansının değerlendirilmesinde birçok tahmin modeli geliştirilmiş ve uygulanmıştır. Geleneksel ekonometri modelleri (regresyon analizi ve zaman serisi analizi gibi) genellikle hisse senedi piyasası getirisinin oynaklığını açıklamada varyansın değişmeden kaldığını varsayar. Bu modellerin bu zayıf varsayımlarını bertaraf etmek için literatürde zamanla değişen varyansı göz önünde bulunduran farklı modeller geliştirilmiştir. Bu modeller temel olarak iki ana grup altında toplanmaktadır (Koopman ve Hol Uspensky, 2002). Birincisi öncülüğünü Engle (1982)'in yaptığı ve daha sonra Bollerslev (1987) tarafından geliştirilen Genelleştirilmiş Otoregresif Koşullu Değişen Varyans (GARCH) modelleridir. İkincisi stokastik volatilité (SV) modelleri olup ilk defa Taylor (1994) tarafından geliştirilmiş ve sonrasında birçok farklı yaklaşım ile genişletilmiştir.

Hisse senedi getirilerinin genel olarak üç ana özelliği bulunmaktadır. (1) Keskin zirveye sahip olmaları (sharp peak) (2) olasılık dağılımında yüksek seviye riski belirten kuyruğa sahip olmaları (fat tail) ve (3) volatilité kümelenmesine sahip olmaları (volatility clustering) (Lin, 2018). Yukarıda belirtildiği gibi geleneksel regresyon modelleri bu özellikleri tam anlamıyla yakalayamadığı için bu model çıktılarında elde edilen katsayılar ciddi anlamda yanıltıcı olabilmektedir. Çalışma kapsamında kullanılan GARCH modelleri zamanla değişen varyansı geçmiş karesel yeniliklerin ve gecikmeli koşullu varyansların deterministik bir fonksiyonu olarak tanımlarken, SV modelleri varyansı bazı stokastik süreçleri takip eden gözlemlenmeyen bir bileşen olarak tanımlamaktadır (Koopman ve Hol Uspensky, 2002). Yöntem kısmında daha ayrıntılı bir şekilde anlatıldığı gibi bu çalışma kapsamında BIST 100'ün günlük getiri serisi yedisi GARCH yaklaşımından, yedisi de stokastik volatilité yaklaşımından olmak toplam 14 farklı model ile tahmin edilmiştir. Çalışmanın temel motivasyonu daha önce Türk yazın dizininde BIST 100 endeksinin bu denli farklı modeller içerecek şekilde analiz edilmemiş olmasıdır.

Literatürde hisse senedi riskini GARCH modelleri aracılığıyla tahmin etmeye yönelik birçok çalışma mevcuttur. Örneğin, uluslararası literatürde birçok çalışma (Adesina, 2013; Dhamija, 2010; Lim ve Sek, 2013; Lin, 2018; Liu ve Morley, 2009; Magnus ve Eric Fosu, 2006; Ng ve McAleer, 2004; Nguyen ve Nguyen, 2019; Singh, 2017; Srinivasan, 2013) farklı ülkelere ait hisse senedi getiri oynaklığını farklı GARCH modelleri kullanarak ölçümlemeye çalışmıştır. Örneğin, bunların arasında, Adesina (2013) Nijerya Hisse Senedi Borsası (NSE) oynaklığını simetrik GARCH (1,1) ve GARCH-M (1,1) ile asimetrik EGARCH (1,1) ve TGARCH (1,1) modelleri kullanarak modellemiştir. Tamilselvan ve Manjula (2016) ise Nifty endeksini inceledikleri çalışmada GARCH (1,1), EGARCH (1,1) ve TGARCH (1,1) modelleri ile oynaklık tahmini yapmışlardır. Tahmin edilen modeller arasında gözlem dışı tahmin başarısı en yüksek model GJR modeli olarak bulunmuştur.

GARCH modeli ve farklı yaklaşımları Türk finans yazınında da birçok çalışma tarafından kullanılmıştır. Örneğin, Armağan (2023) 03.02.1986 ve 30.12.2022 tarihleri arasındaki BIST 100 endeksinin günlük verilerinden yararlanarak BIST 100 getiri volatilitésini modellemiştir. Tahmin sonuçları incelenen modeller arasında en başarılı modelin GARCH (2,1) olduğunu göstermiştir. Kuzu (2018) tarafından yapılan çalışmada ise BIST 100 getiri volatilitésini birçok farklı doğrusal olmayan koşullu varyans modelleri (ARCH, GARCH, EGARCH ve TGARCH) ile tahmin edilmeye çalışılmıştır.

Çalışma söz konusu modeller arasında TGARCH modelinin en başarılı sonuç ortaya koyduğunu göstermiştir. Öner ve Öner (2023), BIST 100 endeksine yatırım yapmayı düşünen fon yöneticilerinin uygulayacağı en açıklayıcı modeli belirlemeyi amaçlamış ve simetrik ve asimetrik varyans modelleri kullanarak getiri oynaklığını tahmin etmeye çalışmışlardır. Söz konusu çalışmanın ampirik sonuçları BIST 100 oynaklığını en iyi açıklayan modelin TARARCH modeli olduğunu göstermiştir. Çelik (2021) ise yapmış olduğu çalışmada Ocak 2020 ile Şubat 2021 tarihleri arasındaki günlük BIST 100 getiri verisini kullanmış ve BIST 100 getiri serisini tahmin etmeye çalışmıştır. Diğer modellere kıyasla, EGARCH (3,3) modeli en iyi performansı göstermiştir.

Türk hisse senedi piyasasındaki oynaklık tahmini, GARCH modellerine alternatif teşkil eden SV modelleriyle de yapılmıştır. Örneğin, Selçuk (2005), Türkiye'nin de dahil olduğu on gelişmekte olan ülke piyasalarındaki volatilitiyi asimetrik stokastik volatilitite modeli kullanarak incelemiştir. Bahsi geçen çalışmanın ampirik bulguları, Türk hisse senedi piyasasında kaldıraç etkisinin varlığını desteklemektedir. Diğer taraftan, Yalçın (2007) GARCH-M ve "Ortalamada Stokastik Volatilitite" (SV-M) modellerini kullanmış ve Borsa İstanbul piyasasındaki değişken davranışlarını incelemiştir. Elde edilen sonuçlar, Borsa İstanbul'da kaldıraç etkisinin olmadığını gösteriyor olsa da piyasada değişken davranışların varlığına işaret etmektedir. Son dönemde yapılan çalışmalardan Büberkökü (2019), BIST 100 endeksinin volatilitisini asimetrik stokastik volatilitite (ASV) modeli kullanarak incelemiş ve BIST 100 endeksinde asimetrik tepkinin ve yüksek volatilitite kalıcılığının mevcut olduğunu göstermiştir. Abiyev (2015) ise yapmış olduğu çalışmada, SV modellerinin EGARCH modellerine göre daha iyi performans sergilediğini ortaya koymuştur.

Türk finans literatüründe, GARCH modelleri ile birlikte çeşitli SV modellerinin kullanımının oldukça sınırlı olduğu gözlemlenmektedir. Bu bağlamda, BIST 100 volatilitite tahmininde kullanılan 14 farklı GARCH ve SV modelini içeren bu çalışma, Türk finans yazınına önemli bir katkı sağlamaktadır. Çalışmada, 7 farklı GARCH modeline (GARCH (1,1), GARCH (2,1), GARCH-J, GARCH-M, GARCH-MA, GARCH-t ve GARCH-GJR) ilave olarak benzer yaklaşımları içeren 7 farklı SV modeli (SV, SV-2, SV-J, SV-M, SV-MA, SV-t, SV-L) kullanılmıştır. Çalışmada kullanılan veri seti günlük frekansta olup 2018 Ocak – 2023 Ağustos dönemini kapsamaktadır.

Bu çalışma sonucunda elde edilen ampirik bulgular kısaca şu şekildedir. Birincisi, SV modeli ve alternatif yaklaşımları ile elde edilen tahmin performansları GARCH modelleri ile elde edilen tahmin performanslarına göre daha iyidir. Literatürde yapılan diğer çalışmalara bakıldığında volatilitenin ya sadece GARCH modelleri ya da sadece SV modelleri kullanılarak tahmin edildiği görülmektedir. Bu yönüyle bu çalışmanın Türk finans yazınına geniş bir perspektif kazandırdığını söyleyebiliriz. Standard GARCH modeline sıçrama bileşeni ve t dağılımının eklenmesi modelin performansını önemli ölçüde artırmıştır. Oynaklık geribildirim kanalının ve hareketli ortalama bileşeninin temel GARCH ve SV modellerine eklenmesi model performansında bir iyileşmeye neden olmamıştır. Asimetrik kaldıraç etkisi her iki model performansında ciddi iyileşmeye neden olmuştur. Ancak, modeller arasında en iyi tahmin performansını gösteren model SV-t modelidir. Daha önceki çalışmalarda t-dağılımının modellerde dikkate alınmamış olması, bu çalışmanın literatürdeki önemini öne çıkarmaktadır.

Bu çalışmanın geri kalan kısmı üç bölümden oluşmaktadır. İkinci bölümde veri ve ekonometrik yöntem açıklanmakta, üçüncü bölümde ampirik bulgular sunulmaktadır. Son bölümde ise sonuç kısmına yer verilmektedir.

2. Yöntem

Bu çalışmada volatilitite tahmininde kullanılan birçok çeşit zamanla değişen model kullanılmıştır. Temel olarak iki farklı volatilitite modelinin farklı yaklaşımları BIST 100 verisi üzerine çalışılmıştır. İlk grup model Genelleştirilmiş Otoregresif Koşullu Değişen Varyans (GARCH) modelleri olup bu modellerin ilk hali Bollerslev (1987) tarafından geliştirilmiştir. Bollerslev (1987) tarafından geliştirilen bu modeller Engle (1982)'in yaklaşımı üzerine kurulmuştur. Getiri oynaklığını modellemek için GARCH modellerine alternatif olarak Taylor (1994) tarafından geliştirilen ikinci grup model ise Stokastik Volatilitite Modelleri (SVM, stochastic volatility model) olup bu çalışma kapsamında SVM modellerinin farklı yaklaşımları kullanılmıştır.

2.1. GARCH modelleri

Yöntem bölümünde, bu çalışmada hisse senedi getiri oynaklığının modellenmesinde sıklıkla kullanılan GARCH modelleri ele alınacaktır. Çalışma kapsamında yedi farklı GARCH modeli kullanılmıştır. İlk model olan GARCH (1,1) modeli aşağıdaki gibi formülize edilmiştir:

$$y_t = \mu + \varepsilon_t, \quad \varepsilon_t \sim \mathcal{N}(0, \sigma_t^2), \quad (1)$$

$$\sigma_t^2 = \alpha_0 + \alpha_1 \varepsilon_{t-1}^2 + \beta_1 \sigma_{t-1}^2, \quad (2)$$

burada $\varepsilon_t = 0$ iken σ_0^2 sabit bir sayıdır. σ_t^2 , varyans süreci olup her zaman pozitif değer alabilmesi için denklem tahmin edilirken bazı kısıtlar konulmaktadır. Bu kısıtlar $\alpha_0 > 0$, $\alpha_1 \geq 0$, $\beta_1 \geq 0$ ve $\alpha_1 + \beta_1 < 1$ dir. Burada koşullu varyansın, σ_t^2 , modelin kurulduğu parametrelerin ve geçmiş verilerin bir fonksiyonu olarak belirlendiği ve her bir dönem için farklı olabildiği hususu önemlidir. Dikkat edilirse GARCH (1,1) modelinde σ_t^2 AR (1) sürecini takip etmektedir. Eğer bu süreç AR (2) sürecini takip edecek şekilde kurgulanırsa model GARCH (2,1) modeli olmaktadır. Bu durumda Eşitlik-2'deki ifade aşağıdaki şekli almaktadır.

$$\sigma_t^2 = \alpha_0 + \alpha_1 \varepsilon_{t-1}^2 + \beta_1 \sigma_{t-1}^2 + \beta_2 \sigma_{t-2}^2, \quad (3)$$

burada $\sigma_{-1}^2 = \varepsilon_0 = 0$ ve σ_0^2 sabit bir sayıdır. GARCH (1,1) modeline benzer bir şekilde GARCH (2,1) modelinde de σ_t^2 'nin her zaman pozitif ve durağan olabilmesi için α_0 , α_1 , β_1 ve β_2 katsayılarının her zaman sıfırdan büyük ve $\alpha_1 + \beta_1 + \beta_2 < 1$ olduğu varsayımı yapılmaktadır. Model tahmini yapılırken maksimum olabilirlik yöntemine bu kısıtlar konulmaktadır ki katsayılar beklenen değerleri alsın.

Üçüncü model ise GARCH-J modeli olarak adlandırılan veri setinde seyrek "sıçrayışlar"ın görüldüğü durumlarda daha iyi tahmin sonuçları veren model çeşididir. BIST 100 veri setine bakıldığında bu tür ani getiri sıçramalarının yaşandığı görülmektedir (Şekil-1). GARCH-J modeli:

$$y_t = \mu + k_t q_t + \varepsilon_t, \quad \varepsilon_t \sim \mathcal{N}(0, \sigma_t^2), \quad (4)$$

$$\sigma_t^2 = \alpha_0 + \alpha_1 (y_{t-1} - \mu)^2 + \beta_1 \sigma_{t-1}^2,$$

şeklinde formülize edilmekte olup burada $q_t \in \{0,1\}$ sıçrama (jump) değişkeni olmak üzere $\mathbb{P}(q_t = 1) = \kappa$. Eğer $q_t = 1$ ise t zamanında sıçrama olmakta, sıçramanın büyüklüğü k_t değeri ile belirlenmektedir. k_t ise ortalaması ve varyansı $N(\mu_k, \sigma_k^2)$ olan bir değişkendir.

Çalışmada kullanılan bir diğer model yaklaşımı ise GARCH-M modelidir. Bu modelde koşullu varyans koşullu ortalama denklemine ortak değişken (covariate) olarak girmektedir. Şöyle ki:

$$y_t = \mu + \lambda \sigma_t^2 + \varepsilon_t, \quad \varepsilon_t \sim \mathcal{N}(0, \sigma_t^2), \quad (5)$$

$$\sigma_t^2 = \alpha_0 + \alpha_1 (y_{t-1} - \mu - \lambda \sigma_{t-1}^2)^2 + \beta_1 \sigma_{t-1}^2.$$

Birinci denkleme giren bu varyans değişkeni getirinin volatiliteye (riske) bağlı olmasını sağlamaktadır. Araştırmada kullanılan beşinci yaklaşım ise hareketli ortalama (moving average) modelini GARCH yenilikleri ile birleştiren yaklaşımdır. GARCH-MA modeli:

$$y_t = \mu + \varepsilon_t, \quad (6)$$

$$\varepsilon_t = u_t + \psi u_{t-1}, \quad u_t \sim \mathcal{N}(0, \sigma_t^2),$$

olarak formülize edilebilmekte ve burada tersine çevrilebilirlik koşulu $|\psi| < 1$ şartını sağlamaya zorlanmakta ve varyans, σ_t^2 , Eşitlik-2'deki süreci takip etmektedir. Bu model, diğer modellerden farklı olarak zaman serilerinin zaman içinde korele olmasına izin verir ve serilerin kısa dönem dinamiklerini daha etkili bir şekilde yakalar.

Çalışmada kullanılan bir diğer model GARCH-t modelidir.

$$y_t = \mu + \varepsilon_t, \quad \varepsilon_t \sim t_\nu(0, \sigma_t^2), \quad (7)$$

burada σ_t^2 Eşitlik-2'deki süreci takip etmektedir. GARCH-t modelinde denklem artığı ε_t 'nin t dağılımını takip etmesinin temel nedeni bu modelin hisse senedi getirisi gibi uç (extreme) gözlemlerin yaşandığı durumları daha iyi yakalayabilmesidir.

Çalışmada kullanılan son model ise GARCH-GJR modelidir (Glosten, Jagannathan ve Runkle., 1993). Bu model negatif fazla getirinin koşullu varyans üzerindeki potansiyel etkisinin daha fazla olduğu durumları daha iyi modellemek için kullanılmaktadır.

$$\sigma_t^2 = \alpha_0 + (\alpha_1 + \delta_1 \mathbb{1}(\varepsilon_{t-1} < 0))\varepsilon_{t-1}^2 + \beta_1 \sigma_{t-1}^2, \quad (8)$$

burada 1(.) gösterge fonksiyonu olup asimetrik kaldıraç etkisi δ_1 parametresi tarafından kontrol edilmektedir. $\delta_1 = 0$ olduğunda ise model standart GARCH haline gelmektedir.

2.2. Stokastik volatilité modelleri

Çalışmada kullanılan ikinci model yaklaşımı stokastik volatilité modelleridir. Volatilité, GARCH modellerinde koşullu varyans model parametrelerinin ve geçmiş verilerin deterministik bir fonksiyonu iken stokastik modellerinde değişkendir.

İlk model standart stokastik oynaklık (SV) modelidir:

$$y_t = \mu + \varepsilon_t^y, \quad \varepsilon_t^y \sim \mathcal{N}(0, e^{h_t}), \quad (9)$$

$$h_t = \mu_h + \phi_h(h_{t-1} - \mu_h) + \varepsilon_t^h, \quad \varepsilon_t^h \sim \mathcal{N}(0, \omega_h^2). \quad (10)$$

burada $|\phi_h| < 1$ koşulu ile log-volatilité, h_t , AR(1) sürecini takip etmektedir. Süreç $h_1 \sim \mathcal{N}\left(\mu_h, \frac{\omega_h^2}{1 - \phi_h^2}\right)$ ile başlatılmaktadır.

İkinci stokastik oynaklık modelinde gözlem denklemi (observation equation) Eşitlik-3 ile aynıdır ancak h_t AR(2) sürecini takip etmektedir.

$$h_t = \mu_h + \phi_h(h_{t-1} - \mu_h) + \rho_h(h_{t-2} - \mu_h) + \varepsilon_t^h, \quad \varepsilon_t^h \sim \mathcal{N}(0, \omega_h^2), \quad (11)$$

burada (ϕ_h, ρ_h) ile ilişkili karakteristik polinomun köklerinin birim çemberin dışında olduğu varsayılmıştır. Ayrıca h_1 ve h_2 'nin koşulsuz dağılıma uyduğu varsayılmaktadır:

$$h_1, h_2 \sim \mathcal{N}\left(\mu_h, \frac{(1 - \rho_h)\omega_h^2}{(1 + \rho_h)((1 - \rho_h)^2 - \phi_h^2)}\right). \quad (12)$$

Çalışmada bu model SV2 olarak adlandırılmıştır. GARCH-J modelindeki yaklaşıma benzer şekilde üçüncü SV model yaklaşımında (SV-J) seyrek sıçrama olasılığı dikkate alınmıştır.

$$y_t = \mu + k_t q_t + \varepsilon_t^y, \quad \varepsilon_t^y \sim \mathcal{N}(0, e^{h_t}), \quad (13)$$

burada log-volatilité h_t Eşitlik-4'teki gibi AR(1) sürecini takip etmektedir. Modelde tanımlanan k_t ve q_t GARCH-J'deki ile aynı şekilde tanımlanmıştır. SV-M modeli ise GARCH-M modelinde olduğu gibi stokastik volatilité, gözlem denklemine bir ortak değişken olarak girmektedir (Koopman ve Hol Uspensky, 2002). Modelin formülü aşağıdaki gibidir.

$$y_t = \mu + \lambda e^{h_t} + \varepsilon_t^y, \quad \varepsilon_t^y \sim \mathcal{N}(0, e^{h_t}). \quad (14)$$

Çalışmada kullanılan beşinci model, Chan (2013)'deki hareketli ortalama yeniliklerini içeren stokastik volatilité modellerinin bir versiyonudur. Özellikle stokastik volatilitéye sahip aşağıdaki birinci dereceden hareketli ortalama modeli göz önünde bulundurulmuştur:

$$\begin{aligned} y_t &= \mu + \varepsilon_t^y, \\ \varepsilon_t^y &= u_t + \psi u_{t-1}, \quad u_t \sim \mathcal{N}(0, e^{h_t}), \end{aligned} \quad (15)$$

burada $u_0 = 0$ ve $|\psi| < 1$ 'dir. Bu model SV-MA olarak adlandırılmıştır.

Altıncı modelde (SV-t) tahmin edilen SV modeli, GARCH-t'nin karşılığı olup, model artıklarının çekilmesinde t-dağılımı göz önünde bulundurulmuştur.

$$y_t = \mu + \varepsilon_t^y, \quad \varepsilon_t^y \sim t_\nu(0, e^{h_t}), \quad (16)$$

burada log-volatilité h_t 'nin yine Eşitlik 4'te olduğu gibi AR(1) sürecini takip ettiği varsayılmaktadır.

GARCH-GJR'ye benzer bir şekilde kaldıraçlı stokastik oynaklık modeli (SV-L) kaldıraç etkisine izin vermektedir. SV-L modeli şu şekilde formülize edilmektedir.

$$\begin{aligned} y_t &= \mu + \varepsilon_t^y, \\ h_{t+1} &= \mu_h + \phi_h(h_t - \mu_h) + \varepsilon_t^h, \end{aligned} \quad (17)$$

burada ε_t^y ve ε_t^h artıkları birlikte iki değişkenli normal dağılımı takip etmektedir:

$$\begin{pmatrix} \varepsilon_t^y \\ \varepsilon_t^h \end{pmatrix} \sim \mathcal{N} \left(0, \begin{pmatrix} e^{h_t} & \rho e^{\frac{1}{2}h_t} \omega_h \\ \rho e^{\frac{1}{2}h_t} \omega_h & \omega_h^2 \end{pmatrix} \right). \quad (18)$$

$\rho < 0$ ise, t zamanında y_t 'ye negatif bir şok verildiğinde, t + 1 zamanındaki oynaklık daha büyük olma eğilimindedir.

GARCH ve SV modelleri, finansal volatilité tahmininde başarılı olmalarına rağmen, bazı sınırlamalarla karşılaşmaktadır. GARCH modelleri, genellikle volatilité değişimlerini açıklamada geçmiş verilere dayandığından, anlık olayların etkilerini göz ardı edebilir. Ayrıca, bu modeller genellikle volatilitenin zaman içinde sabit olduğunu varsayar. Bu da piyasa koşullarındaki değişimlere tam olarak adapte olamayacağı anlamına gelir. SV modellerinde ise volatilité sürekli bir süreç olarak ele alınmakta ancak bu modellerin parametre tahminleri hatalı olabilmektedir. Modelin karmaşıklığı veri uyumu ile karşılaştığında bu durum aşırı uyuma yol açabilmektedir. Bu sınırlamalar, GARCH ve SV modellerinin finansal varlıkların volatilité tahminini tam olarak yansıtamama riskini ortaya koymaktadır.

3. Veri seti ve ampirik bulgular

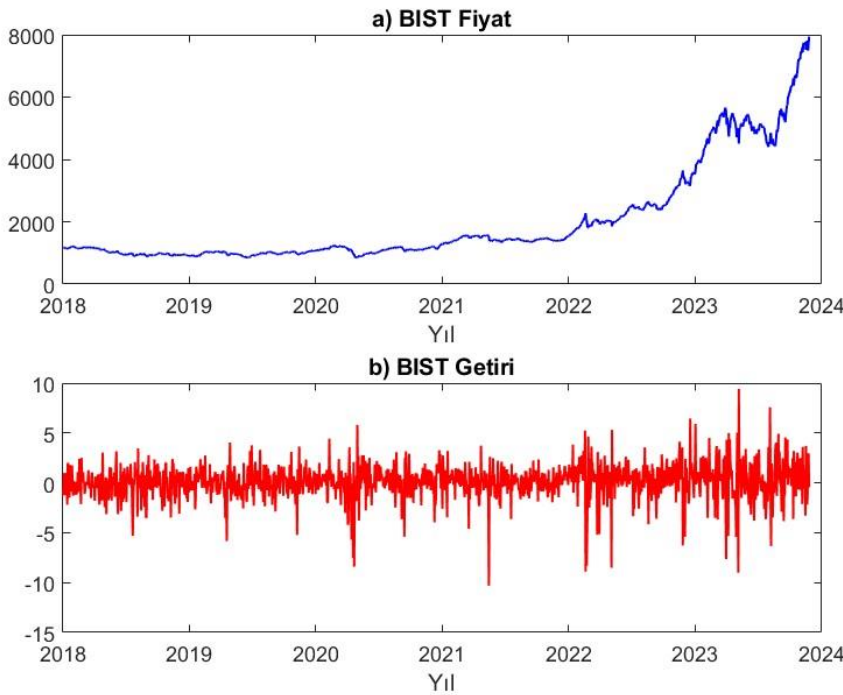
3.1. Veri seti

Bu bölümde, BIST 100 getiri oynaklığının 14 farklı GARCH ve SV modelleri ile tahmin edilmesine dair sonuçlar sunulmaktadır. Çalışmanın ana hedefi, bahsi geçen zamanla değişen oynaklık modellerinden hangisinin BIST 100 fiyat oynaklığını daha iyi modellendiğini belirlemektir. Ayrıca, bu modellerde kullanılan farklı özelliklerin istatistiksel anlamlılığı da değerlendirilmektedir. Örneğin, en temel SV modeline ekstra bir volatilité geribildirim kanalı eklemek, veriye daha iyi uyum sağlıyor mu? Ya da temel modele hareketli ortalama bileşeni aracılığıyla kısa vadeli dinamikler eklemek model tahminini iyileştiriyor mu?

Çalışmada kullanılan veri seti günlük frekansta olup Ocak 2018 – Ağustos 2023 tarihleri arasında kapsamaktadır. Bu da yaklaşık beş yıllık (1415 gözlem) bir getiri serisinin çalışma kapsamında analiz edilmesi anlamına gelmektedir. Bu uzunlukta bir zaman serisinin kullanımı, finansal volatilité ve risk yönetimi konularında uzun vadeli eğilimleri ve yapıların anlaşılması amacıyla seçilmiştir. Bu uzun süreli veri seti, piyasa koşullarındaki çeşitliliklerin daha kapsamlı bir şekilde ele alınmasına imkân

tanınmaktadır. Ayrıca, 5 yıllık bu dönemde meydana gelen kur ataklarının ve Kovid-19 gibi ekonomik olaylardan kaynaklı hisse senedi oynaklık değişimlerinin GARCH ve SV modellerinin zaman içinde değişen volatilitiyi daha güvenilir bir şekilde modellemesine ve gelecekteki volatilitiyi tahminlerini daha etkili bir şekilde oluşturmasına imkân vermektedir.

Şekil-1 (a)'da BIST 100 endeksinin 2018 Ocak – 2023 Ağustos tarihleri arasındaki zamanla değişimi gösterilmektedir. 2018 yılından 2022 yılına kadar, endeksin sabit bir seyir izlediği görülmektedir. Ancak, 2022 yılının başlarından itibaren endekste hızlı bir yükseliş gözlenmiş ve bu trend 2023'ün birinci çeyreğine kadar devam etmiştir. Daha sonra ise yaklaşık 6 aylık bir düşüşün ardından endeks, tekrar hızlı bir yükseliş trendine girmiştir. Şekil-1 (b)'de ise söz konusu endeksin getiri serisi gösterilmektedir. BIST 100 getiri serisi, finansal varlıkların stilize gerçekleri olarak kabul edilen özellikleri genel anlamda yansıtmaktadır (Cont, 2001, s. 223). Örnek olarak, getiri volatilitésinin bazı dönemlerde arttığı ve bu artışın bir süre daha devam ettiği görülmektedir.



Şekil 1. BIST 100 fiyat ve getiri grafiği

3.2. Ampirik bulgular

Tüm modellerin tahmini, Bayes teknikleri kullanılarak gerçekleştirilmiştir. Marjinal olasılıklar, Chan ve Eisenstat (2015) tarafından geliştirilen geliştirilmiş çapraz entropi yöntemi ile hesaplanmıştır. Tablo 1'de, tüm GARCH modellerine ait tahmin sonuçlarına yer verilmiştir. GARCH modelindeki β_1 katsayısı 0,84 olarak belirlenmiştir, bu da BIST 100 getiri oynaklığında ciddi bir persistans olduğunu göstermektedir. GARCH-2 modelinde ise $\beta_1 + \beta_2 = 0,83$ elde edilmiş ve β_2 değeri küçük çıkmıştır. Bu nedenle koşullu varyans süreci için AR (1) yaklaşımının yeterli olduğu görülmektedir. Bu, varyansın karesinin iki dönem gecikmesinin modele eklenmesinin gerekli olmadığını göstermektedir. Ayrıca, temel yaklaşım olan GARCH (1,1) modeline sıçrama (jump) bileşeni eklendiğinde ya da katsayı tahmininde t-dağılımı gibi ağır kuyruk dağılımı (heavy-tailed distribution) eklendiğinde, yeni model yanlış belirleme (misspecification) ve aykırı değerlere karşı ekstra esneklik kazanmaktadır. Sonuç olarak, GARCH modellerinin bu şekilde geliştirilmesi, aşırı olayların (extreme events) sıkça yaşandığı hisse senedi piyasası gibi piyasalarda model tahmin hatasını ciddi anlamda azaltmaktadır. GARCH-J ve GARCH-t modellerinin maksimum olabilirlik sonuçlarının standart GARCH modeline göre ciddi anlamda düşük olduğu göze çarpmaktadır. Benzer bir iyileşme, SV modeline göre SV-J ve SV-t modelinde de görülmektedir.

İkincisi, çalışmada GARCH (1,1) ve SV modellerindeki AR (1) süreçlerinin AR (2) olarak genişletilmesinin model tahminindeki etkisi araştırılmıştır. GARCH yaklaşımında herhangi bir değişiklik gözlenmezken, SV modelinde anlamlı bir azalma görülmüştür.

Üçüncü olarak, çalışmada BIST 100 hisse senedi oynaklığının modellenmesinde volatilité geri bildirim eklenmesinin model tahmin başarısını nasıl etkilediği araştırılmıştır. Chan ve Grant (2016, s. 182), oynaklık geri bildirim eklenmesinin hisse senedi piyasalarında ampirik olarak önemli sonuçlar ürettiğini belirtmelerine rağmen, BIST 100 getiri oynaklık verisi için böyle bir sonuç elde edilmemiştir. Volatilité geri bildirim değişkeninin eklenmesinin ne GARCH modelinde ne de SV modelinde maksimum olabilirlik skoruna olumlu bir katkısı olmamıştır.

Dördüncü olarak, çalışmada hareketli ortalama bileşeninin uygunluğunu araştırmak için GARCH, GARCH-MA ile; SV, SV-MA ile karşılaştırılmıştır. Her iki model sınıfı için de MA bileşeninin eklenmesi, BIST 100 oynaklık tahmininde herhangi bir iyileşmeye neden olmamıştır. Bu da günlük BIST 100 getirisinin önemli bir seri korelasyon sergilemediğini göstermektedir.

Son olarak, GARCH-GJR ve SV-L modellerine eklenen kaldıraç (leverage) değişkeninin temel modellerin maksimum olabilirlik skorlarına nasıl etki ettiği araştırılmıştır. Kaldıraç etkisinin eklenme nedeni ayı piyasasındaki panik ile birlikte artan oynaklığın finansal piyasalarda varlığının tespit edilmesidir. Wei, Wang ve Huang (2010, s. 1477) gibi çeşitli çalışmalar, asimetrik kaldıraç etkisini temel modele dahil etmenin genellikle standart GARCH'ın tahmin performansını iyileştirdiğini bulmuşlardır. Hem GARCH modeline hem de SV modeline asimetrik kaldıraç etkisinin dahil edilmesi ile birlikte, BIST 100 volatilité tahmininde yaşanan iyileşme, BIST-100 için ayı piyasasındaki paniğin varlığını ispat etmektedir.

Özetle, bu çalışmanın sonuçlarına göre, SV yaklaşımı ile elde edilen tahminler, GARCH modelleri ile elde edilen tahminlere göre daha düşük maksimum olabilirlik skorlarına sahiptir. Sıçrama bileşeni ve t-dağılımının kullanılması, standart GARCH modelinin performansını önemli ölçüde artırmaktadır. Oynaklık geribildirim kanalı ve hareketli ortalama bileşenini temel GARCH ve SV modellerine eklenmesi, model performansını az da olsa olumsuz etkilemiştir. Kaldıraç etkisi, her iki model performansında ciddi iyileşmeye neden olmuştur. BIST 100 getiri oynaklığının modellendiği 14 farklı model arasında en iyi tahmin performansını SV-t modeli göstermiştir.

Tablo 1

GARCH modellerine ilişkin tahmin sonuçları

| | GARCH | GARCH-2 | GARCH-J | GARCH-M | GARCH-MA | GARCH-t | GARCH-GJR |
|---------------------|----------------|----------------|-----------------|-----------------|----------------|----------------|----------------|
| μ | 0,15 (0,04) | 0,14 (0,04) | 0,24 (0,04) | -0,01 (0,09) | 0,15 (0,04) | 0,20 (0,04) | 0,15 (0,04) |
| α_0 | 0,18 (0,05) | 0,19 (0,04) | 0,10 (0,02) | 0,17 (0,04) | 0,19 (0,05) | 0,11 (0,03) | 0,45 (0,09) |
| α_1 | 0,11 (0,02) | 0,12 (0,02) | 0,07 (0,01) | 0,10 (0,02) | 0,11 (0,02) | 0,07 (0,02) | 0,11 (0,02) |
| β_1 | 0,84 (0,03) | 0,67 (0,04) | 0,85 (0,02) | 0,85 (0,02) | 0,83 (0,03) | 0,82 (0,05) | 0,67 (0,04) |
| β_2 | | 0,16 (0,03) | | | | | |
| κ | | | 0,09 (0,01) | | | | |
| μ_κ | | | -1,40 (0,22) | | | | |
| σ_{κ^2} | | | 9,05 (1,90) | | | | |
| λ | | | | 0,06 (0,03) | | | |
| ψ | | | | | 0,04 (0,03) | | |

| | GARCH | GARCH-2 | GARCH-J | GARCH-M | GARCH-MA | GARCH-t | GARCH-GJR |
|------------|-------------------|-------------------|-------------------|-------------------|-------------------|-------------------|-------------------|
| v | | | | | | 4,39 (0,47) | |
| δ_1 | | | | | | | 0,15 (0,04) |
| $Q(20)$ | 31,04 (0,49) | 31,23 (0,46) | 32,32 (0,57) | 33,75 (2,38) | 28,83 (1,67) | 31,37 (0,65) | 33,38 (0,86) |
| $Q^2(20)$ | 8,76 (0,26) | 8,67 (0,21) | 9,03 (0,30) | 8,80 (0,29) | 9,06 (0,84) | 8,80 (0,54) | 8,76 (0,75) |
| ML | -2692,2 (0,06) | -2692,3 (0,10) | -2620,4 (0,10) | -2696,9 (0,03) | -2694,2 (0,05) | -2614,8 (0,04) | -2689,4 (0,09) |

Not: $Q(20)$ ve $Q^2(20)$ sırasıyla standartlaştırılmış model artıkları ve karesi alınmış standartlaştırılmış artıklar üzerinden hesaplanan 20. dereceden Ljung ve Box (1978) ve McLeod ve Li (1983) istatistikleridir. Standart sapmalar parantez içinde gösterilmiştir.

Tablo 2

SV modellerine ilişkin tahmin sonuçları

| | SV | SV-2 | SV-J | SV-M | SV-MA | SV-t | SV-L |
|---------------------|-------------------|-------------------|-------------------|-------------------|-------------------|--------------------------|-------------------|
| μ | 0,20 (0,04) | 0,20 (0,04) | 0,21 (0,04) | 0,33 (0,07) | 0,20 (0,04) | 0,20 (0,04) | 0,18 (0,04) |
| μ_h | 0,67 (0,11) | 0,65 (0,10) | 0,57 (0,16) | 0,66 (0,11) | 0,66 (0,11) | 0,45 (0,16) | 0,63 (0,10) |
| ϕ_h | 0,91 (0,03) | 1,00 (0,08) | 0,95 (0,02) | 0,89 (0,03) | 0,90 (0,03) | 0,96 (0,02) | 0,87 (0,03) |
| ω_{h^2} | 0,12 (0,03) | 0,17 (0,04) | 0,06 (0,02) | 0,15 (0,05) | 0,14 (0,04) | 0,04 (0,02) | 0,17 (0,04) |
| ρ_h | | -0,15 (0,10) | | | | | |
| κ | | | 0,05 (0,02) | | | | |
| μ_κ | | | -0,65 (0,47) | | | | |
| σ_{κ^2} | | | 11,56 (7,64) | | | | |
| λ | | | | -0,07 (0,03) | | | |
| ψ | | | | | 0,02 (0,03) | | |
| v | | | | | | 7,15 (2,02) | |
| δ_1 | | | | | | | -0,28 (0,06) |
| $Q(20)$ | 32,76 (5,33) | 34,01 (5,00) | 34,12 (5,34) | 29,89 (5,76) | 34,06 (5,19) | 35,99 (3,92) | 33,98 (5,35) |
| $Q^2(20)$ | 20,81 (5,45) | 20,46 (5,66) | 20,55 (5,86) | 19,31 (4,70) | 21,53 (6,26) | 24,51 (5,06) | 20,70 (5,62) |
| ML | -2619,5 (0,04) | -2614,7 (0,13) | -2618,6 (0,27) | -2622,1 (0,07) | -2622,3 (0,11) | -2609,5 (0,02) | -2613,9 (0,08) |

Not: $Q(20)$ ve $Q^2(20)$ sırasıyla standartlaştırılmış model artıkları ve karesi alınmış standartlaştırılmış artıklar üzerinden hesaplanan 20. dereceden Ljung ve Box (1978) ve McLeod ve Li (1983) istatistikleridir. Standart sapmalar parantez içinde gösterilmiştir.

Bu çalışmada elde edilen ampirik bulgular, literatürdeki birçok çalışmanın sonuçlarıyla benzerlik göstermektedir. Özellikle, BIST-100 getiri oynaklığının tahmininde, bu çalışma kapsamında elde edilen sonuçlar SV modellerinin, GARCH modellerine kıyasla daha üstün bir performans sergilediğini ortaya koymaktadır. Bu sonuçlar, önceki çalışmaların, örneğin Chan ve Grant (2016) ile Abiyev (2015) tarafından yapılan varlık fiyatı volatilitesi tahminine odaklanan çalışmaların bulgularıyla uyumluluk göstermektedir. Ayrıca, GARCH ve SV temel modellerine kaldıraç etkisinin eklenmesiyle birlikte modellerin tahminlerinde önemli bir iyileşme gözlemlenmiştir. Bu bulgu, Selçuk'un (2005) çalışma sonuçlarıyla uyumlu iken, Yalçın'ın (2007) çalışmasıyla çelişmektedir. Bunun yanı sıra, çalışma çıktısı, Büberkök'ün (2019) BIST-100 getiri volatilitésinin asimetric olduğu ve volatilitenin kalıcılığına dair sonuçlarını desteklemektedir.

4. Sonuç

GARCH ve SV modelleri, finansal alandaki getiri volatilitésinin tahmin edilmesi ve risk yönetimi amacıyla sıklıkla kullanılan iki yaklaşımdır. GARCH modelleri, temel olarak finansal varlık fiyatlarının zaman içinde değişen volatilitésini modellemek üzere geliştirilmiştir. Bu modeller, geçmiş dönemlerin volatilité hareketlerini analiz ederek gelecekteki volatilité tahminlerini oluşturabilmektedir. Diğer taraftan, SV modelleri, GARCH modellerinden farklı olarak, volatilitéyi doğrudan zamanla değişen bir süreç olarak tanımlamakta ve bu nedenle daha esnek volatilité tahminlerine imkân tanımaktadır. Bu iki model ve türevleri, opsiyon fiyatlaması, risk yönetimi ve portföy optimizasyonu gibi finansal karar süreçlerinde kullanılarak daha etkili stratejilerin geliştirilmesine katkı sağlamaktadır.

Borsa İstanbul'da işlem gören ve piyasa değeri ile işlem hacmi açısından en üst sırada bulunan 100 hisse senedini içeren BIST-100 endeksi, yatırımcılar arasında önemli bir referans noktası olarak kabul edilmektedir. Bu endeks, geniş bir sektörel temsil sunarak Türkiye'nin ekonomik performansının bir göstergesi olarak değerlendirilmekte ve yatırımcılara genel piyasa eğilimleri hakkında bilgi sağlamaktadır. BIST-100 endeksine yönelik yaşanan gelişmeler, ekonomi politika belirleyicileri ve yatırımcılar tarafından dikkatle izlenmekte, endeksin performansındaki değişiklikler ekonomik görünüm ve finansal piyasa istikrarıyla ilgili önemli bilgiler sunmaktadır. Bu nedenle, BIST-100 endeksi, finansal karar alma süreçlerinde önemli bir rol oynamaktadır. Bu çalışmada, BIST 100 endeks oynaklığı farklı GARCH ve SV modelleri kullanılarak en iyi tahminci tespit edilmeye çalışılmıştır. Çalışmada kullanılan seriler günlük frekansta olup Ocak 2018 – Ağustos 2023 tarihleri arasında kapsamaktadır. Çalışma sonucunda elde edilen ampirik sonuçlar SV modeli ve buna ait farklı yaklaşımların (SV, SV-2, SV-J, SV-M, SV-MA, SV-t, SV-L), GARCH ve buna ait farklı yaklaşımlardan (GARCH (1,1), GARCH (2,1), GARCH-J, GARCH-M, GARCH-MA, GARCH-t ve GARCH-GJR) daha iyi performans gösterdiği görülmüştür. Bu bulgu bize stokastik volatilité modellerinin daha geleneksel olan GARCH modellerine göre daha iyi bir alternatif sunabileceğini göstermektedir. Genel itibarıyla BIST 100 getiri oynaklığının modellendiği 14 farklı model arasında en iyi tahmin performansını SV-t modeli göstermiştir.

Gelecekte yapılacak araştırmalarda, hizmetler, mali, sınai ve teknoloji vb. alt sektörler için endekslerin bunun gibi birçok farklı model yardımı ile tahmin edilmesinin önemli olacağı düşünülmektedir. Her biri farklı yaklaşım ile geliştirilen modellerin hangisinin hangi sektör endeksinde başarılı olacağı sektörlerin dinamiklerini anlamamız açısından şüphesiz çok faydalı olacaktır. Ayrıca, tek değişkenli olan bu modellerin çok değişkenli olacak şekilde genişletilmesi ve farklı finansal değişkenler ile birlikte analiz edilmesi finansal varlıklar arasındaki volatilité yayılmasının araştırılmasına katkı sunabilir.

Yazar beyanı

Araştırma ve yayın etiği beyanı

Bu çalışma bilimsel araştırma ve yayın etiği kurallarına uygun olarak hazırlanmıştır.

Etik kurul onayı

Bu çalışma için etik kurul onayı gerekmemektedir.

Yazar katkıları

Çalışma tek yazarlıdır.

Çıkar çatışması

Yazarlar açısından ya da üçüncü taraflar açısından çalışmadan kaynaklı çıkar çatışması bulunmamaktadır.

Destek beyanı

Bu çalışma için herhangi bir destek alınmamıştır.

Kaynakça

- Abiyev, V. (2015). Time-varying beta risk and its modeling techniques for Turkish industry portfolios. *İktisat İşletme ve Finans*, 30(352), 79-108. Doi: <https://doi.org/10.3848/iif.2015.352.4370>
- Adesina, K. S. (2013). Modelling stock market return volatility: GARCH evidence from Nigerian stock exchange. *International Journal of Financial Management*, 3(3), 37-46.
- Armağan, İ. Ü. (2023). BIST 100 endeks volatilitesinin koşullu değişen varyans modelleri ile incelenmesi. *Türkiye Mesleki ve Sosyal Bilimler Dergisi*, 11, 39-52. Doi: <https://doi.org/10.46236/jovost.1265004>
- Bollerslev, T. (1987). A Conditionally heteroskedastic time series model for speculative prices and rates of return. *The Review of Economics and Statistics*, 69(3), 542-547. Doi: <https://doi.org/10.2307/1925546>
- Büberkökü, Ö. (2019). Asimetrik stokastik volatilité modelinin BIST100 endeksine uygulanması. *Iğdır Üniversitesi Sosyal Bilimler Dergisi*, 18, 503-527. Doi: <https://doi.org/10.09.2018>
- Chan, J. C. C. (2013). Moving average stochastic volatility models with application to inflation forecast. *Journal of Econometrics*, 176(2), 162-172. Doi: <https://doi.org/10.1016/j.jeconom.2013.05.003>
- Chan, J. C. C., ve Eisenstat, E. (2015). Marginal likelihood estimation with the cross-entropy method. *Econometric Reviews*, 34(3), 256-285. Doi: <https://doi.org/10.1080/07474938.2014.944474>
- Chan, J. C. C., ve Grant, A. L. (2016). Modeling energy price dynamics: GARCH versus stochastic volatility. *Energy Economics*, 54, 182-189. Doi: <https://doi.org/10.1016/j.eneco.2015.12.003>
- Cont, R. (2001). Empirical properties of asset returns: Stylized facts and statistical issues. *Quantitative Finance*, 1(2), 223-236. Doi: <https://doi.org/10.1080/713665670>
- Çelik, A. (2021). Volatility of BIST 100 returns after 2020, calendar anomalies and COVID-19 effect. *BDDK Bankacılık ve Finansal Piyasalar Dergisi*, 15(1), 61-81. Doi: <https://doi.org/10.46520/bddkdergisi.986643>
- Dhamija, A. K. (2010). Financial time series forecasting: Comparison of various ARCH models. *Global Journal of Finance and Management*, 2(1), 159-172.
- Engle, R. F. (1982). Autoregressive conditional heteroscedasticity with estimates of the variance of United Kingdom inflation. *Econometrica*, 50(4), 987-1007. Doi: <https://doi.org/10.2307/1912773>
- Glosten, L. R., Jagannathan, R., ve Runkle, D. E. (1993). On the relation between the expected value and the volatility of the nominal excess return on stocks. *The Journal of Finance*, 48(5), 1779-1801. Doi: <https://doi.org/10.2307/2329067>
- Koopman, S. J., ve Hol Uspensky, E. (2002). The stochastic volatility in mean model: Empirical evidence from international stock markets. *Journal of Applied Econometrics*, 17(6), 667-689. Doi: <https://doi.org/10.1002/jae.652>
- Kuzu, S. (2018). Borsa İstanbul Endeksi (BIST 100) getiri volatilitesinin ARCH ve GARCH modeli ile tahmin edilmesi. *Muhasebe ve Vergi Uygulamaları Dergisi*, 608-624. Doi: <https://doi.org/10.29067/muvu.384418>
- Lim, C. M., ve Sek, S. K. (2013). Comparing the performances of GARCH-type models in capturing the stock market volatility in Malaysia. *Procedia Economics and Finance*, 5, 478-487. Doi: [https://doi.org/10.1016/s2212-5671\(13\)00056-7](https://doi.org/10.1016/s2212-5671(13)00056-7)
- Lin, Z. (2018). Modelling and forecasting the stock market volatility of SSE composite index using GARCH models. *Future Generation Computer Systems*, 79, 960-972. Doi: <https://doi.org/10.1016/j.future.2017.08.033>
- Liu, W., ve Morley, B. (2009). Volatility forecasting in the Hang Seng index using the GARCH approach. *Asia-Pacific Financial Markets*, 16(1), 51-63. Doi: <https://doi.org/10.1007/s10690-009-9086-4>
- Ljung, G. M., ve Box, G. E. P. (1978). On a measure of lack of fit in time series models. *Biometrika*, 65(2). Doi: <https://doi.org/10.1093/biomet/65.2.297>

- Magnus, F. J., ve Eric Fosu, O.-A. (2006). Modelling and forecasting volatility of returns on the Ghana stock exchange using GARCH models. *American Journal of Applied Sciences*, 3(10). Doi: <https://doi.org/10.3844/ajassp.2006.2042.2048>
- McLeod, A. I., ve Li, W. K. (1983). Diagnostic checking ARMA time series models using squared-residual autocorrelations. *Journal of Time Series Analysis*, 4(4), 269-273. Doi: <https://doi.org/10.1111/j.1467-9892.1983.tb00373.x>
- Ng, H. G., ve McAleer, M. (2004). Recursive modelling of symmetric and asymmetric volatility in the presence of extreme observations. *International Journal of Forecasting*, 20(1), 115-129. Doi: [https://doi.org/10.1016/S0169-2070\(03\)00008-6](https://doi.org/10.1016/S0169-2070(03)00008-6)
- Nguyen, C. T., ve Nguyen, M. H. (2019). Modeling stock price volatility: Empirical evidence from the Ho Chi Minh City stock exchange in Vietnam. *Journal of Asian Finance, Economics and Business*, 6(3), 19-26. Doi: <https://doi.org/10.13106/jafeb.2019.vol6.no3.19>
- Öner, S., ve Öner, H. (2023). Symmetric and asymmetric volatility: Forecasting the Borsa Istanbul 100 index return volatility. *Financial Internet Quarterly*, 19(1), 48-56. Doi: <https://doi.org/10.2478/fiqf-2023-0005>
- Selçuk, F. (2005). Asymmetric stochastic volatility in emerging stock markets. *Applied Financial Economics*, 15(12), 867-874. Doi: <https://doi.org/10.1080/09603100500077136>
- Singh, A. (2017). Modeling conditional volatility of Indian banking sector's stock market returns. *Scientific Annals of Economics and Business*, 64(3), 325-338. Doi: <https://doi.org/10.1515/saeb-2017-0021>
- Srinivasan, K. (2013). Modeling the symmetric and asymmetric volatility for select stock futures in India: Evidence from GARCH family models. *Ushus JBMgt*, 61-82. Doi: <https://doi.org/10.12725/ujbm.22.4>
- Tamilselvan, M., ve Manjula, V. (2016). A study on conditional volatility on nifty evidence from national stock exchange -India. *International Journal of Applied Business and Economic Research*, 14(6).
- Taylor, S. J. (1994). Modeling stochastic volatility: A review and comparative study. *Mathematical Finance*, 4(2), 183-204. Doi: <https://doi.org/10.1111/j.1467-9965.1994.tb00057.x>
- Wei, Y., Wang, Y., ve Huang, D. (2010). Forecasting crude oil market volatility: Further evidence using GARCH-class models. *Energy Economics*, 32(6), 1477-1484. Doi: <https://doi.org/10.1016/j.eneco.2010.07.009>
- Yalçın, Y. (2007). Stokastik oynaklık modeli ile İstanbul Menkul Kıymetler Borsası'nda kaldıraç etkisinin incelenmesi. *Dokuz Eylül Üniversitesi İktisadi ve İdari Bilimler Fakültesi Dergisi*, 22(2), 357-365.