

Didiş Kabar, M. G., Amaç, R. (2018). Ortaokul matematik öğretmen adaylarının öğrenci bilgisinin ve öğretim stratejileri bilgisinin incelenmesi: cebir örneği. *Abant İzzet Baysal Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 18 (1), 157-185.

Geliş Tarihi: 03/07/2017

Kabul Tarihi: 30/11/2017

ORTAOKUL MATEMATİK ÖĞRETMEN ADAYLARININ ÖĞRENCİ BİLGİSİNİN VE ÖĞRETİM STRATEJİLERİ BİLGİSİNİN İNCELENMESİ: CEBİR ÖRNEĞİ*

M. Gözde DİDİŞ KABAR**

Rabiya AMAÇ***

ÖZET

Bu çalışma ortaokul matematik öğretmen adaylarının cebirde harflerin kullanımı ile ilgili verilen sorular bağlamında öğrenci hatalarının olası kaynaklarına yönelik bilgilerini ve bu hatalar karşısında sergiledikleri öğretim yaklaşımlarını incelemiştir. Özel Öğretim Yöntemleri dersinde, derse kayıtlı 44 ortaokul matematik öğretmen adayı ile gerçekleştirilen çalışmada, öğretmen adayları kendilerine sunulan öğretim senaryolarında yer alan hatalı öğrenci çözümlerini inceleyerek öğrencilerin hatalarının olası kaynaklarını ve bu hatalara yönelik kendi yaklaşımlarını belirtmişlerdir. Çalışmanın verileri öğretmen adaylarının yazılı açıklamalarını içeren öğretim senaryoları aracılığıyla toplanmıştır. Çalışmanın bulguları matematik öğretmen adaylarının cebirde harflerin kullanımına yönelik sorularda ortaya çıkan öğrencilerin ortak hatalarının olası kaynakları ile ilgili bilgilerinin zayıf olduğunu göstermiştir. Aynı zamanda çalışmanın bulguları öğretmen adaylarının bu hatalara nasıl yaklaşacakları yönündeki öğretim bilgilerinin de yetersiz olduğunu ortaya çıkarmıştır. Bu çalışma çeşitli matematik konularında öğretmen adaylarının öğrencilerin ortak hatalarının kaynaklarına yönelik farkındalıklarının artması ve öğrencilerin yanlış yanıtlarına cevap verme becerilerinin gelişmesi için matematik öğretmen eğitimcilerine öğrenme fırsatları sağlamalarını önermektedir.

Anahtar Kelimeler: Matematik öğretmen adayları, cebir, öğrenci bilgisi, öğretim bilgisi

INVESTIGATING PRE-SERVICE MIDDLE-SCHOOL MATHEMATICS TEACHERS' KNOWLEDGE OF STUDENT AND INSTRUCTIONAL STRATEGIES: AN ALGEBRA CASE

ABSTRACT

This study examined pre-service middle-school mathematics teachers' knowledge of possible sources of students' errors. It also studied their instructional approaches in response to students' errors on questions involving the use of letters in algebra. This study was conducted with 44 pre-service mathematics teachers (grades 5-8) enrolled in a methods course. In this study, pre-service teachers examined students' errors, indicated possible sources of errors, and their pedagogical approaches in response to these errors. The data were collected through six teaching scenario tasks, including pre-service teachers' written explanations. The findings of this study indicated that pre-service mathematics teachers' knowledge of possible sources of students' common errors in the use of letters in algebra was poor. Moreover, the data also revealed that pre-service teacher's knowledge of instructional strategies used to respond to this type of error was poor. This study suggests that mathematics teachers should provide learning opportunities to increase pre-service teachers' awareness of and ability to respond to students' common errors in various mathematics topics.

Key Words: Pre-service middle school mathematics teachers, algebra, student knowledge, knowledge of teaching

*Bu çalışma Rabiya Amaç'ın yüksek lisans tezi ile ilgilidir.

** Gaziosmanpaşa Üniversitesi, Eğitim Fakültesi, Matematik ve Fen Bilimleri Eğitimi Bölümü, gozde.didis@gop.edu.tr

*** Kirazlı Orhan Seyfi Orhon Ortaokulu, Milli Eğitim Bakanlığı, amacr@windowslive.com

1. GİRİŞ

Son yıllarda matematik öğretmen eğitimi çalışmaları, öğretmenin sahip olması gereken pedagojik yeterliklerinden biri olarak öğretmenin öğrenci düşünme şekillerini bilmesine ve anlayabilmesine dikkat çekmektedir (Ball, Thames & Phelps, 2008). Matematik öğretmenlerinin ve öğretmen adaylarının öğrenci düşünme şekillerini bilmesine yönelik bilgisine verilen önemin artması ile birlikte (NCTM, 2000), öğretmenlerin ve öğretmen adaylarının öğrenci düşünme şekilleri bilgisini araştıran ulusal ve uluslararası araştırmaların sayısının da artmış olduğu görülmektedir (Didiş, Erbaş, Çetinkaya, Çakıroğlu & Alacacı, 2016; Wilson, Mojica & Confrey, 2013). Fakat özellikle yapılan ulusal matematik öğretmen eğitimi araştırmaları incelendiğinde, araştırmaların çoğunlukla matematik öğretmenlerinin veya öğretmen adaylarının belli bir konu alanında öğrenci hata ve kavram yanlışlarını bilmesine yönelik pedagojik alan bilgilerine odaklandığı görülmektedir (Şimşek & Boz, 2016). Matematik öğretmenin belli bir konu alanında öğrenci düşünme şekillerine yönelik ne bildiğinin yanında, öğrencilerin hatalı düşünme biçimleri ile karşılaştığında onlara nasıl cevap verebildiği de öğretmenin sahip olması gereken bir diğer önemli pedagojik yeterliktir (Even & Markovits, 1995). Even ve Markovits (1995) öğretmenlerin öğrencilerin sorularına ve düşüncelerine yönelik verdiği cevaplarının, öğrencilerin problem durumlarına akıl yürütmelerine ve bilgilerini yapılandırılmalarına yardım etmesi bakımından önemli olduğuna dikkat çekmektedir. Fakat matematik öğretmenlerinin ve öğretmen adaylarının öğrenci hatalarına yönelik nasıl cevaplar/dönütler verdiği, öğrenci hataları karşısında nasıl stratejiler ürettiğini araştıran ulusal çalışmalar sınırlı sayıda kalmaktadır (Didiş, Erbaş & Çetinkaya, 2016; Toluk-Uçar, 2011).

1.1. Araştırmanın Amacı

Bu çalışmada ortaokul matematik öğretmen adaylarının cebirde harflerin kullanımı ile ilgili verilen sorular bağlamında öğrencilerin ortak hatalarının olası kaynaklarına yönelik bilgilerinin ve bu hatalar karşısında sergiledikleri yaklaşımlarının incelenmesi amaçlanmıştır. Bu çerçevede bu çalışmada aşağıdaki araştırma sorularına cevap aranmıştır.

- 1- Cebirde harflerin kullanımı ile ilgili sorular bağlamında öğrenci hatalarını inceleyen ortaokul matematik öğretmen adaylarının öğrencilerin hatalarını dayandırdıkları sebepler nelerdir?
- 2- Ortaokul matematik öğretmen adaylarının inceledikleri öğrenci hataları karşısında sergiledikleri öğretim yaklaşımları nelerdir?

1.2. Araştırmanın Önemi

Bu çalışma hem öğretmen adaylarının öğrenci hataları karşısında verdikleri cevaplara yönelik öğretim stratejileri bilgilerini inceleyen sınırlı ulusal çalışmalara hem de cebir konu alanına yönelik yapılan öğretmen adaylarının öğrenci hata ve kavram yanlışları bilgilerinin inceleyen ulusal ve uluslararası çalışmalara katkı sağlayacaktır. Aynı zamanda çalışmanın bulguları ortaokul matematik öğretmen adaylarının cebir öğrenme alanına yönelik öğrenci hataları, hata kaynakları ve öğretim stratejileri ile ilgili pedagojik alan bilgi düzeyleri hakkında matematik (öğretmen) eğitimcilerini bilgilendirecektir.

2. TEORİK ÇERÇEVE

Bu çalışmanın teorik çerçevesini Shulman (1986), Grossman (1990) ve Ball vd.'nin (2008) öğretmen bilgisi modellerinde ortak olarak ele aldıkları pedagojik alan bilgisinin alt boyutları olan “*öğrenci bilgisi*” ve “*öğretim bilgisi*” oluşturmaktadır.

Shulman'ın (1986) pedagojik alan bilgisini (PAB) tanımlaması ile birlikte bu düşünceyi temel alan çeşitli öğretmen bilgisi modelleri tanımlanmıştır (Ball vd., 2008; Grossman, 1990). Grossman (1990) öğretmen bilgi modelinde pedagojik alan bilgisini “*öğrenci anlamalarının bilgisi, müfredat bilgisi ve öğretim stratejileri bilgisi*” şeklinde üç kategoride ele almıştır (s. 5). Ball ve arkadaşları (2008) benzer şekilde Öğretim için Matematik Bilgisi modelinde pedagojik alan bilgisini “*alan ve öğrenci bilgisi, alan ve öğretim bilgisi ve müfredat bilgisi*” şeklinde üç kategori altında açıklamışlardır (s. 403).

Shulman'ın (1986) tanımladığı pedagojik alan bilgisi, öğretim bilgisi olarak bir alana ilişkin sıklıkla öğretilen kavramların anlaşılmasını sağlamak için öğretmenin en faydalı temsilleri, en güçlü gösterimleri, örnekleri ve açıklamaları bilmesini içermektedir. Öğrenci bilgisi olarak ise belli konuların öğrenmesini nelerin kolaylaştıracağı ve zorlaştıracağına anlaşılmasını; yani öğretmenin farklı yaş ve geçmişe sahip öğrencilerin sahip oldukları ön bilgilerini, kavram yanlışlarını ve bunların nasıl giderileceğine yönelik gösterimleri bilmesini içermektedir (Shulman, 1986, s. 9). Ball vd.'nin (2008) tanımladığı alan ve öğrenci bilgisi, öğretmenin bir örnek seçtiği zaman öğrencilerin bu örnekte neyi ilgi çekici ve motive edici bulabileceklerini bilmesini veya belirlediği bir problemin öğrencilere zor veya kolay gelebileceğini tahmin etmesini, öğrencilerin gelişen ve tamamlanmamış düşünme biçimlerini yorumlayabilmesini gerektirir. Bu bilginin temelinde, belli bir matematik konusunda öğretmenin öğrencilerin ortak kavrayışlarını ve kavram yanlışlarını bilmesi yer almaktadır. Diğer taraftan alan ve öğretim bilgisi ise öğretmenin dersi planlarken hangi örneklerle başlayacağını ve hangi örneklerin öğrencilerin konuyu derinlemesine anlamasına yardımcı olacağını bilmesini, hangi temsillerin öğretimde avantaj veya sınırlılık sağlayacağını ve hangi öğretim yöntemlerin yarar sağlayacağını bilmesini içermektedir. Benzer şekilde Grossman'ın (1990) pedagojik alan bilgisinin alt boyutlarından biri olarak ele aldığı öğrenci anlamalarının bilgisi, öğretmenin belli bir konu alanında öğrencilerin anlamalarını, kavramalarını ve kavram yanlışlarını bilmesini içermektedir. Grossman (1990), öğretmenin uygun açıklamaları yapabilmesi ve gösterimleri kullanabilmesi için öğrencinin konu hakkında ne bildiğini ve neleri anlaşılabilir bulduğunu bilmesi gerektiğini ifade etmiştir. Grossman'ın (1990) öğretim stratejileri bilgisi ise belli konuların etkili öğretimi için öğretmenlerin açıklamaları ve etkinlikleri ile ilişkilidir.

2.1. Öğretmenlerin/Öğretmen Adaylarının Öğrenci Bilgisi ve Öğretim Stratejileri Bilgisi

Pedagojik alan bilgisi bağlamında öğretmen adaylarının öğrenci bilgisini inceleyen bazı çalışmalar, öğretmen adaylarının öğrencilerin cevaplarının arkasında yatan nedenleri analiz etme yeteneklerinin ve öğrencilerin hatalı cevaplarının olası kaynaklarına yönelik bilgilerinin sınırlı olduğunu belirtmiştir (Even & Tirosh, 1995; Tirosh, 2000). Örneğin, Even ve Tirosh (1995) fonksiyonlar ve tanımsız matematiksel işlemler konusuna yönelik lise matematik öğretmen adaylarının konu alan bilgilerini ve öğrenci bilgilerini araştırmış, öğretmen adaylarının öğrencilerin cevaplarının arkasında yatan nedenleri anlama yeterliklerinin zayıf olduğunu ortaya koymuştur. Tirosh (2000) ise öğretmen

adaylarının matematik öğretim yöntemleri dersini almadan önce ve dersi aldıktan sonra, kesirlerde bölme konusunda öğrencilerin ortak zorluklarının olası kaynakları ile ilgili farkındalıklarını incelemiş olduğu çalışmada, öğretmen adaylarının dersi almadan önce kesirlerde bölme konusunda öğrencilerin hatalı cevaplarının temel kaynaklarının farkında olmadığını belirtmiştir. Derse katılmadan önce kesirlerde bölme içeren etkinliklere yönelik öğrencilerin hatalı cevaplarının olası kaynağını, algoritma temelli veya okuduğunu anlamayla ilgili zorluklarına dayandıran öğretmen adayları, ders sonunda öğrencilerin doğal sayılarda bölmenin özelliklerini kesirlerde bölmeye dayandırma eğilimlerinin olduğunu fark etmişlerdir. Çalışmanın bulguları çerçevesinde, Tirosh (2000) öğretmenin eğitimi programlarında öğretmenin öğrencilerin ortak hatalı düşünüş biçimlerinin kazandırılabilmesine ve kazandırılması için uygun ortam sağlanmasının gerekliliğine dikkat çekmiştir. Hacıömeroğlu (2013) 27 sınıf öğretmeni adayının öğretime ilişkin matematiksel bilgilerini Ball vd.'nin (2008) "Öğretim için Matematiksel Bilgi" modeline göre incelemiş, modelin pedagojik alan boyutu kapsamında, bazı öğretmen adaylarının öğrencilerin toplama işleminde kullandığı farklı çözüm yaklaşımlarını ve öğrencilerin hatasının kaynağını anlamada güçlük çektiğini göstermiştir.

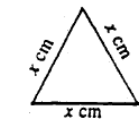
Diğer taraftan matematik öğretmenlerinin ve öğretmen adaylarının öğrencilerin sorularına, düşüncelerine veya hatalı çözümlerine yönelik nasıl cevap verdikleri ile ilgili öğretim bilgilerini inceleyen çalışmalar (Chick & Baker, 2005; Didiş, Erbaş & Çetinkaya, 2016; Ma, 1999), öğretmenlerin ve öğretmen adaylarının "gösterme, söyleme, yeniden açıklama, düşünceyi araştırmaya davet etme, bilişsel çatışma yaratma" gibi farklı yaklaşımlar sergilediklerini ortaya çıkarmıştır. Fakat bu araştırmalar öğretmenlerin ve öğretmen adaylarının birçoğunun genel yaklaşımlarının öğrencilere neyi, nasıl yapmaları gerektiğini söyledikleri ve gösterdikleri işlemsel temelli bilgi sunmaya yönelik açıklamalar şeklinde olduğuna dikkat çekmiştir. Örneğin, Even ve Markovits (1995) araştırma projesi kapsamında öğretmenlerin öğrencilerin sorularına, fikirlerine veya hipotezlerine yönelik cevaplarının özelliklerini incelemişlerdir. Çalışmanın ilk bulgularında bazı durumlarda öğretmenlerin öğrenci düşünme şekillerini ve düşünme şekillerinin kaynaklarını göz ardı ettiklerini, öğrencilerin düşüncelerini doğru ve yanlış olarak değerlendirdiklerini, öğrenci düşüncelerini anlasalar dahi, öğrencilere verdikleri cevapların öğrencilerin akıl yürütme süreçlerini destekler nitelikte olmadığını ortaya koymuştur. Aynı zamanda öğretmenlerin cevaplarının çoğunluğunun öğretmenlerin öğrencilere ne yapacaklarını söyledikleri, bilginin transferi şeklinde olduğunu belirtmişlerdir. Ma (1999), Amerikalı ve Çinli öğretmenlere bir öğretim senaryosunda, öğrencinin "*dikdörtgenin çevresi artarsa alanı da artar*" iddiasını göstererek, öğretmenlerin öğrencinin bu düşüncesine nasıl cevap verdiklerine yönelik stratejilerini incelemiştir. Çalışmanın bulguları hem Amerikalı hem de Çinli öğretmenlerin öğrencinin iddiasına yönelik stratejilerinin "övgü ile öğrenciye çözümü söyleme/açıklama" ve "övgü ile öğrencinin düşüncesini tartışmaya/araştırmaya davet etme" şeklinde olduğunu göstermiştir (s.86). Fakat Ma (1999) Amerikalı öğretmenlerin öğrencinin düşüncesine yönelik cevaplarının Çinli öğretmenlerinkine göre konu ile daha ilişkisiz olduğunu, öğrencilerin düşüncesini sorgulamaya yönelik sordukları soruların ve verdikleri örneklerin öğrencinin düşüncesine çok uygun olmayan örnekler olduğunu belirtmiştir. Benzer şekilde Ma (1999), üç basamaklı iki sayının çarpımı ile ilgili bir öğrenci hatasını, Amerikalı ve Çinli öğretmenlere sunarak öğrenci hatasındaki problemi belirlemelerini ve öğrenciye bu hatasını düzeltmesinde nasıl yardımcı olacaklarını açıklamalarını istemiştir. Çalışmanın bulguları Çinli ve Amerikalı öğretmenlerden bir kısmının öğrenciye doğru

yolu açıkladıkları açıklama ve gösterme stratejisini kullandıkları göstermiştir. Fakat Amerikalı öğretmenlerin açıklama ve gösterme stratejileri algoritmanın prosedürünü ve hesaplamaların adımlarını gösterme şeklinde işlemsel temelli olurken, Çinli öğretmenlerin stratejileri algoritmanın altında yatan mantığı gösterme şeklinde kavramsal temelli olmuştur. Ma'nın (1999) çalışmasına benzer olarak, Chick ve Baker (2005) ilkökul ve ortaokul öğretmenlerinin pedagojik alan bilgilerini varsayımsal durumlar ile oluşturulan senaryolarda öğrenci hatalarına verdiği cevaplar bağlamında incelemiş, öğretmenlerin öğrenci hatalarına yönelik "yeniden açıklama, bilişsel çatışma, öğrenci düşüncelerini irdeleme şeklinde" stratejiler kullandıklarını ortaya koymuştur. Chick ve Baker (2005) aynı zamanda öğretmenlerin tüm açıklamalarını işlemsel ve kavramsal açıdan ele almış, öğretmenlerin çıkarma ve bölme sorularına yönelik kullandıkları açıklamalarının doğasının işlemsel temelli olduğunu, alan ve çevre sorusu ile ilgili kullandıkları açıklamalarının doğasının çoğunlukla kavramsal veya kavramsal-ışlemsel temelli olduğunu ifade etmiştir. Toluk Uçar (2011) ise sınıf öğretmeni ve matematik öğretmeni adaylarının kesirlerde işlemler, sıfır sayısının tek ve çift olması, çemberin çevre formülü gibi bazı matematiksel durumlara verdikleri öğretimsel açıklamalarını inceleyerek, öğretmen adaylarının bu açıklamaları ile matematiksel bilgileri arasındaki etkileşime bakmıştır. Çalışmanın bulguları çalışmaya katılan öğretmen adaylarının büyük çoğunluğunun öğretimsel açıklamalarının kuralların tekrarı şeklinde işlemsel düzeyde olduğunu göstermiştir. Öğretmen adaylarının sadece bazıları kuralların altında yatan anlamları ve nedenlerini açıklamıştır. Bir öğretim senaryosu aracılığıyla benzer dikdörtgenlerin eksik kenarlarını bulma ile ilgili bir soruya yönelik öğrenci hatasını öğretmen adaylarının nasıl yorumladıklarını ve cevap verdiklerini inceleyen Son (2013), öğretmen adaylarının çoğunluğunun öğrenci hatalarına cevap verirken "göster/söyle" eğilimi, yani öğrenciye bilgiyi sunma eğilimi içinde olduklarını göstermiştir.

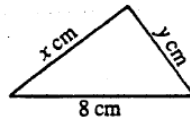
2.2. Öğrencilerin Cebirde Harflerin Kullanımına Yönelik Ortak Hata ve Kavram Yanılgıları

Değişken kavramı matematik eğitimi araştırmaları arasında oldukça ilgi görmüş ve geçmişten günümüze yapılan birçok araştırma öğrencilerin harflerin kullanımına yönelik ortak hatalarını, zorluklarını ve kavram yanılgılarını incelemiştir (Coady & Pegg, 1993; Knuth, Alibali, McNeil, Weinberg & Stephens, 2005; Küchemann, 1978; MacGregor & Stacey, 1997; Stacey & MacGregor, 1997). Bu çalışmalar değişken kavramının öğrenciler için oldukça zorlayıcı olduğuna, öğrencilerin değişken kavramına yönelik anlamalarının yeterli düzeyde olmadığına ve öğrencilerin çeşitli ortak zorluklarının ve kavram yanılgılarının olduğuna dikkat çekmiştir. Değişken kavramına yönelik yapılan araştırmaların sonuçları öğrencilerin (i) harfleri görmezden geldiklerini (ii) harfleri bir nesnenin/varlığın etiketi olarak yorumladıklarını veya fiziksel bir objeyi temsil ettiğini düşündüklerini (iii) harflere alfabedeki sıra değerlerine karşılık gelen sayıları atadıklarını (iv) harflerin sadece sabit bir değer aldığına inandıklarını ve birden fazla değer alabileceğini düşünemediklerini ve (v) cebirsel sonuçlar yerine bir sayısal değer bulma eğilimde olduklarını ortaya koymuştur (Coady & Pegg, 1993; Knuth vd., 2005; Küchemann, 1978; MacGregor & Stacey, 1997). Örneğin, Küchemann (1978) öğrencilerin değişkenler ile ilgili anlamalarını, geliştirdikleri bir cebir testi aracılığıyla 13-15 yaşlarında 3000 öğrenci üzerinde incelemiştir. Küchemann (1978) cebir testinde harflerin kullanımını (i) harflerin tek bir sayısal değeri temsil etmesi (ii) harflerin

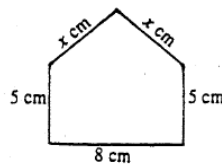
değerinin önemli olmaması (iii) harflerin bir nesne olarak kullanılması (iv) harflerin özel bir bilinmeyen olarak kullanılması (v) harflerin genelleştirilmiş sayılar olarak kullanılması (vi) harflerin değişken olarak kullanılması, olarak altı farklı seviyede ele almıştır (Altun, 2014; Küchemann, 1978). Küchemann'ın (1978) çalışmasının bulguları öğrencilerin özellikle harflerin genelleştirilmiş sayı ve değişken olarak kullanıldığı durumları anlamalarının yetersiz olduğunu göstermiştir. Coady ve Pegg (1993) benzer şekilde Küchemann'ın (1978) test sorularından üç tanesi üzerinde 278 öğrencinin cevaplarını incelemiş ve öğrencilerin düşük performanslarının sebebini incelemek amacıyla yirmi öğrenci ile birebir görüşme yapmıştır. Kullanılan sorulardan bir tanesi olan “ $2n$ veya $n + 2$, hangisi daha büyüktür? Açıklayınız.” sorusuna yönelik bazı öğrencilerin cevapları, öğrencilerin toplama ve çarpma işlemlerine odaklandığını, bu sebeple $2n$ 'in daha büyük olduğu düşüncesine vardığını ve bu düşüncüyü de n 'in bir pozitif değeri için doğrulamaya yöneldiklerini göstermiştir. Diğer bir soru olan “ $c + d = 10$ ve c, d den küçük ise, c 'nin değeri hakkına ne söyleyebiliriz?” sorusunda ise öğrencilerin genel olarak sembollerini manipüle etme yoluna giderek $c = 10 - d$ yazdıklarını veya c 'nin d 'den küçük olma fikrine odaklanarak $c < 10 - d$ sonucuna vardıkları ortaya çıkmıştır. “ $L + M + N = L + P + N$ ifadesi ne zaman doğrudur? Her zaman, bazen, asla? Cevabınızı daire içine alınız” sorusunda ise öğrencilerin $M \neq P$ ve farklı harfler farklı sayıları temsil eder şeklinde düşüncelerinden dolayı, bazı öğrencilerden verilen ifadenin asla doğru olamayacağı cevabının geldiği görülmüştür. Knuth vd. (2005) 6, 7 ve 8. sınıf öğrencilerinin eşitlik ve değişken kavramını anlamalarına odaklandıkları çalışmalarında, iki soru üzerinde öğrencilerin değişken kavramına atfettiği anlamları incelemiştir. “ $2n + 3$ cebirsel ifadesinde n sembolünün neyi temsil eder?” sorusunda öğrencilerin değişken olarak kullanılan bir harfi nasıl yorumladıklarını ve “ $3n$ ve $n + 6$, hangisi daha büyüktür?” sorusunda ise öğrencilerin değişen çokluklarla ilgili nasıl karar verdiklerini incelemiştir. Çalışmanın bulguları $2n + 3$ sorusuna yönelik öğrencilerin cevaplarının sınıf düzeyine göre farklılık gösterdiğini, 6. sınıf öğrencilerinin büyük bir kısmının soruyu cevaplamadığını veya harf birden fazla değer alabilir doğru cevabını veremediğini ortaya koymuştur. Benzer şekilde, çalışmanın bulguları, hangisi daha büyüktür sorusuna özellikle 6. sınıf öğrencilerinin doğru nedenlemeler ortaya koyamadığını, fakat 6. sınıf öğrencilerine göre, 7 ve 8. sınıf öğrencilerinin harfin birden fazla değer alabileceği şeklinde doğru bir nedenlemeyle soruya doğru cevap verebildiklerini göstermiştir. MacGregor ve Stacey (1994) çalışmasında, Küchemann'ın (1978) test sorularından olan geometrik bağlamda cebirsel ifadelerin yazılması ile ilgili aşağıdaki şekillerin çevrelerinin sorulduğu soruları kullanmış ve bazı öğrencilerin, (i) sorusunda x^3 , (ii) sorusunda $8xy$ ve (iii) sorusunda $x^2 + 5^2 + 8$ cevaplarını vermiş olduğunu bulmuştur.



(i)



(ii)



(iii)

MacGregor ve Stacey (1994) öğrencilerin bu hatalarının nedenini öğrencilerin terimlerin toplanması, çarpılması ile üs alma kavramlarını karıştırması ve üstel gösterimin yanlış

kullanması ile açıklamıştır. Aynı zamanda MacGregor ve Stacey (1994) soruların öğrencilere zor gelmesine cebirsel düşünme ve harflerin kullanımı ile ilişkili olmayan birçok nedenin de sebep olabileceğinden bahsetmiştir.

Diğer taraftan, Stacey ve MacGregor (1997) çalışmasında öğrencilerin harflerin kullanıma yönelik ortak olarak sergiledikleri hata, zorluk ve kavram yanlışlarına yönelik öğrencilerin hatalı düşünüş biçimlerinin farklı sebeplerden kaynaklandığına dikkat çekmiştir. Bu kaynaklardan bir tanesi öğrencilerin harflerin kullanımının matematik içi ve dışı birçok bağlamda başka anlamlarının kullanıldığını görmeleri ile ilgilidir. Örneğin, s.6'nin anlamı sayfa 6 olarak veya m'nin anlamı metre olarak öğrencilerin karşısına çıkmaktadır. Benzer şekilde, öğrenciler çoklukların genellikle isimlerinin ilk harfleri ile adlandırılması durumuyla da karşılaşmaktadırlar. Öğrencilerin bu deneyimleri harfleri bir nesnenin etiketi veya bir nesne olarak yorumlamalarına sebep olmaktadır. Diğer taraftan, öğretmen $5x$ 'in anlamının 5 'in x ile çarpıldığı anlamına geldiğini söylemiş olsa dahi, öğrencilerin deneyimleri onu toplama olarak görmeye veya basamak değeri gibi algılamaya yöneltmektedir. Stacey ve MacGregor'un (1997) ifade ettiği diğer bir sebep yeni öğrenilen bilginin öğrenciler tarafından yanlış yorumlanmasıdır. Örneğin öğrencilerden x kez 4 'ü yazması istendiğinde, üs gösterimini öğrenen öğrencilerin x^4 yazdıklarını, öğrenmeyen öğrencilerin böyle bir hata yapmadıklarını ifade etmiştir. Öğrencilerin aritmetikte deneyimlediği eşitlikle ilgili ön bilgilerinin etkisi de öğrencilerin hata yapmasına veya kavram yanlışına sahip olmasına temel teşkil etmektedir. Stacey ve MacGregor (1997), $3 + 5 = 8$ ifadesinde olduğu gibi 3 ile 5 'in toplamı 8 yapar (veya 8 'i verir) şeklinde eşitlik işaretine verir/yapar anlamlarının yüklenmesinin öğrencilerin eşitlik işaretini anlamlarına bir engel teşkil etmekte olduğunu ileri sürmüşlerdir. Öğrencilere engel teşkil eden diğer bir örnek olarak da $3 + 5 = 8 \times 7 = 56 \div 2 = 28$ gibi birden fazla adımlı işlemlerde eşitliğin soldan sağa doğru sınırlı kullanılmasının olduğunu belirtmişlerdir. Tirosh, Even ve Robinson (1998) ise çalışmasında öğrencilerin açık cebirsel ifadeleri bağlama veya bitirme eğilimlerinin (örneğin; $2x + 3 = 5x$) farklı olası kaynaklarına dikkat çekmiştir. Tirosh, Even ve Robinson (1998) öğrencilerin bu eğilimlerinin olası kaynaklarından biri olarak öğrencilerin kapanışın eksikliğini kabullenme (accepting lack of closure) ile ilgili bilişsel zorluklarına dikkat çekmektedir. Yani öğrenciler, örneğin $2x + 3$ gibi açık cebirsel ifadeleri sonuçlandırılmamış olarak görmekte, $5x$ veya 5 olarak bitirme eğilimi içinde olmaktadır. Öğrencilerin bu eğilimleri ise önceden sahip oldukları aritmetiksel ifadelerde belli bir sayısal cevap bulma bilgisi veya "+" işaretini gerçekleştirecek bir eylem olarak yorumlayarak terimleri bağlamaları ile açıklanmaktadır.

3. YÖNTEM

3.1. Araştırma Deseni

Bu çalışma 2016-2017 eğitim öğretim yılında bir devlet üniversitesinin İlköğretim Matematik Öğretmenliği programında Özel Öğretim Yöntemleri-1 dersi kapsamında gerçekleştirilmiştir. Özel Öğretim Yöntemleri-1 dersinin temel amaçları "Ortaokul (5-8) matematik programını tanıma, etkili bir ders planı hazırlama, problem çözme stratejilerini bilme, genel öğretim yöntem ve tekniklerini bilme, temel matematiksel kavramların öğretimini ve öğrencilerin bu konulardaki ortak zorluk ve kavram yanlışlarını bilme" şeklinde belirlenmiş olup, ders bu amaçlar doğrultusunda işlenmiştir.

Bu çalışma, bu dersin *öğretmen adaylarının temel matematiksel kavramların öğretimini ve öğrencilerin bu konulardaki ortak zorluk ve kavram yanlışlarını bilmesi* amacı kapsamında gerçekleştirilmiştir. Bu çalışma nitel bir çalışma olup, ortaokul matematik öğretmen adaylarının öğrencilerin ortak hatalarının olası kaynaklarına yönelik öğrenci bilgilerini ve bu hatalar karşısında sergiledikleri pedagojik yaklaşımlarına yönelik öğretim bilgilerini derinlemesine inceleyen bir durum çalışmasıdır.

3.2. Katılımcılar

Bu çalışmanın katılımcıları Özel Öğretim Yöntemleri-I dersine kayıt olan 44 üçüncü sınıf öğretmen adayıdır. Çalışmaya katılan öğretmen adaylarının yaşları 19-23 arasında olup, akademik not ortalamaları 26,54-80,21 (\bar{X} =60,08) arasında değişmektedir. Ders katılan öğretmen adaylarının hepsi daha önce matematik eğitimi kapsamlı dersler olan “Matematik ve Yaşam” ve “Öğretim Teknolojileri ve Materyal Geliştirme” derslerini almış olup, çalışmanın yürütüldüğü süreçte “Bilgisayar Destekli Matematik Eğitimi” dersini almaktaydılar. Çalışmaya katılan öğretmen adayları aldıkları bu dersler kapsamında matematik öğrenimi ve öğretimine yönelik belli temel kavram ve teorik bilgileri öğrenmişlerdir.

3.3. Araştırmanın Tasarımı ve Veri Toplama

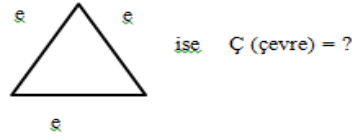
Özel Öğretim Yöntemleri-1 dersi haftalık dört saatlik bir ders olup, ders haftanın iki farklı günü iki saat olacak şekilde verilmiştir. Dersin temel amaçları çerçevesinde belirlenen her bir konunun öğretimine, öğretilen konuya bağlı olarak ortalama 4 ila 12 saat olacak şekilde zaman ayrılmıştır. Dersin birinci haftasında ilk olarak Ortaokul (5-8) matematik programını tanıtılması ve incelenmesine yer verilmiştir. Dersin ikinci ve üçüncü haftasında ders planı hazırlanmasının öğretimine, dördüncü, beşinci ve altıncı haftasında matematik öğretiminde problem çözme, problem çözme basamakları ve problem çözme stratejilerinin öğretimine, yedinci-sekizinci haftasında ise genel öğretim yöntem ve tekniklerinin öğretimine ve tüm bu konularla ilgili uygulamalara yer verilmiştir. Öğrenci çalışmalarını inceleme etkinliği akademik dönemin 9. haftasında başlamış olup üç buçuk hafta (14 saat) sürmüştür. Bu araştırma öğretmen adaylarının pedagojik alan bilgilerini inceleme ve geliştirmeye yönelik planlanan gerçek öğrenci çalışmalarını inceleme etkinliği kapsamında gerçekleştirilmiştir. Öğretmen adayları öğrenci çalışmalarını inceleme etkinliği süresince toplam 9 grup olacak şekilde 4-5 kişilik gruplar halinde çalışmışlardır.

Bu araştırma bir döngü şeklinde iki aşamalı gerçekleştirilmiştir. Araştırmanın birinci aşamasını öğretmen adaylarının gerçek öğrenci çalışmalarını inceleme etkinliği oluşturmaktadır. Bu etkinlik haftanın ilk iki saatlik dersi kapsamında gerçekleştirilmiştir. Bu etkinlik için, çalışma başlamadan önce, Küchemann’ın (1978) cebir testi sorularından yedinci sınıf öğrencilerinin düzeyine uygun sorular kullanılarak çalışmanın yazarları tarafından açık uçlu bir test hazırlanmıştır. Bu test bir devlet okulunda öğrenim gören 49 yedinci sınıf öğrencisine uygulanmıştır. Ölçeğin güvenilirliği için Cronbach’s alfa güvenilirlik katsayısına bakılmış ve .91 olarak bulunmuştur. Öğrencilerden elde edilen tüm yazılı cevaplar araştırmacılar tarafından detaylı olarak her bir soru için incelenmiştir. Aynı zamanda hatalı öğrenci çözümlerini belirleme sürecinde cebirde harflerin kullanımına yönelik alan yazında raporlanan ortak hatalı öğrenci zorlukları/kavram yanlışları incelenmiştir. Alan yazında raporlanan ortak hatalara/kavram yanlışlarına ve

hatalı çözümlere yönelik çeşitlilik dikkate alınarak her bir soru için öğrencilerden ortaya çıkan iki-üç farklı hatalı çözüm seçilerek öğretmen adaylarının incelemesi için öğrencilerin farklı hatalı çözümlerini içeren bir doküman hazırlanmıştır. Öğretmen adayları hazırlanan bu doküman aracılığıyla öğrencilerin olası cevaplarını tahmin etme, hatalı öğrenci çözümlerini analiz etme ve tespit etme süreçlerinden geçmiştir.

Araştırmanın ikinci aşamasını ise öğretmen adaylarının gerçek öğrenci çözümlerine dayalı olarak oluşturulan senaryolar üzerinde çalıştığı kısım oluşturmaktadır. Bu etkinlik haftanın ikinci iki saatlik dersi kapsamında gerçekleştirilmiştir. Bu etkinlik için bu çalışmanın yazarları tarafından öğretmen adaylarının öğrenci hatalarını inceledikleri sorular arasından, ilgili öğrenci çözümleri seçilmiş ve toplam altı tane yazılı öğretim senaryosu hazırlanmıştır (bk. Şekil 1 ve Ek). Öğretim senaryolarının hazırlanmasında alan yazındaki ilgili çalışmalar dikkate alınmıştır (Even & Markovits, 1995; Ma, 1999; Son, 2013; Tiros, 2000). Bu öğretim senaryolarının her biri öğrencinin hatalı çözümünü içermektedir. Öğretmen adaylarının öğrencilerin ortak hatalarının olası kaynaklarına yönelik bilgilerinin ve bu hatalar karşısında sergiledikleri yaklaşımlarının incelenmesi için, öğretim senaryolarında öğrencilerin hatalarının olası kaynaklarının neler olabileceği ve öğrencilerin bu hatalarına yönelik öğretmen adaylarının cevaplarının/dönütlerinin neler olabileceği sorulmuştur (bk. Şekil 1).

7.sınıfa yeni geçen Sude'ye öğretmeni, geçen yıl öğrenmiş oldukları konuyla ilgili aşağıdaki soruyu sormuştur.



Sude'nin verdiği cevap aşağıda gösterilmiştir.

$$e + e + e = e^3$$

Sude'nin öğretmeni olduğunuzu farz edelim.

- Sizce öğrencinin bu cevabı vermesinin temelinde yatan sorun nedir?
- Sude'nin bu yanıtını fark ettiğinizde/gözlemlediğinizde Sude'ye nasıl bir dönüt verirdiniz? Öğrencinin yaşadığı hatanın/zorluğun giderilmesine yönelik nasıl bir çözüm önerisinde bulunursunuz?

Şekil 1. Matematik öğretmen adaylarına sunulan öğretim senaryosu örneği (Senaryo 3)

Aynı zamanda öğretmen adaylarına verilen altı senaryodan dördünde yer alan öğrenci hatası için (Senaryo 3, Senaryo 4, Senaryo 5 ve Senaryo 6), o hatayı yapan öğrencinin öğretmeni ile diyalog halinde olduğu ve çözümünü sesli olarak açıkladığı ses kayıtları oluşturulmuştur. Öğretmen adayları, her hafta 2 tane olacak şekilde toplam 6 tane öğretim senaryosu üzerinde çalışmışlardır. Öğretmen adaylarına yazılı senaryolar sunulmuş, ilgili ses kayıtları dinletilmiştir. Öğretmen adaylarından gruplar halinde bu senaryoların içerdiği hatalı öğrenci çözümlerini inceleyerek tartışmaları, öğrenci hatasının olası nedenlerini ve çözüm önerilerini detaylı olarak verilen dokümanlara yazmaları

istenmiştir. Bu çalışma, döngünün ikinci aşamasına odaklanmış olup, çalışmanın verileri öğretmen adaylarının senaryolarda yer alan sorulara vermiş oldukları cevapları içeren yazılı dokümanlar aracılığıyla toplanmıştır.

3.4. Veri Analizi

Öğretmen adaylarının tüm cevapları öğrenci hatalarının kaynaklarını dayandırdıkları sebepler ve öğrencilerin hatalarının karşısında sergileyecekleri yaklaşımlar/stratejiler olacak şekilde iki tema altında incelenmiştir. Bu sebeple, çalışmanın verileri ilk olarak her bir senaryo için öğretmen adaylarının “öğrenci hata kaynaklarının tespitine yönelik açıklamaları” ile “öğretmen adaylarının öğrenci hataları ile karşılaştıklarında sergileyecekleri yaklaşımlarına/stratejilerine yönelik açıklamaları” şeklinde ikiye ayrılmış ve verilerin analizi bu doğrultuda yapılmıştır.

Öğretmen adaylarının öğrenci hatalarının olası kaynaklarına yönelik vermiş olduğu cevapların analizinde açık kodlama yapılmış olup (Corbin & Strauss, 2008), kodlar veri analizi sürecinde ortaya çıkmıştır. Oluşan kod listesi “sorunun anlaşılmasında, denklem çözme, bilinmeyen, ön bilgi eksiklikleri, aritmetiksel işlemler, cebirsel işlemler, sonuç bulma eğilimi, yanlış akıl yürütme, kolayca kaçma” kodlarını içermektedir. Öğretmen adaylarının öğrenci hataları karşısında geliştirmiş oldukları öğretim yaklaşımları ile ilgili kodlar ise ilgili alan yazından (Chick & Baker, 2005; Didiş, Erbaş & Çetinkaya, 2016; Ma, 1999; Son, 2013) belirlenerek, çalışmanın yazarları tarafından bir kod listesi oluşturulmuştur. Bu kod listesi “hatayı söyleme, doğruyu açıklama, gösterme, konuyu/kavramı yeniden öğretme, soru sorma, örnek gösterme, rehberlik etme, çözümü/sonucu kontrol ettirme, soruyu yeniden okutma” kodlarını içermektedir. Veri analizinin birinci aşamasında bu kodlar kullanılarak veriler kodlanmıştır. Kodlama sürecinde, “rehberlik etme” kodu verilerde gözlemlenmediği için kod listesinden çıkarılmış ve kodlama sürecinde ortaya çıkan “soruyu açıklama, yanlış fark ettirme, doğruyu fark ettirme” kodları kod listesine eklenmiştir. Oluşan son kod listesi, “soru sorma, soruyu açıklama, doğruyu açıklama/gösterme, doğruyu fark ettirme, konuyu/kavramı yeniden öğretme, yanlış gösterme, yanlış fark ettirme” şeklindedir.

Oluşan kod listesi ile verilerin tamamı tekrar kodlanmış, daha sonra kodlar arası ilişkiler incelenmiş ve kodlar ilişkilendirilerek veriler “açıklama -gösterme, fark ettirme, bilgi sunma ve düşüncüyü anlama-ileri taşıma” olarak dört kategori altında toplanmıştır (bk. Tablo 1). Oluşturulan tüm kategorilerin birbiriyle örtüşmeyen bağımsız yapıda olmalarına dikkat edilmiştir.

Çalışmanın güvenilirliğini sağlamak için tutarlık incelemesi yapılmıştır. Veri analizi sürecinde çalışmanın tüm verileri çalışmanın yazarları tarafından ayrı ayrı kodlanmış ve daha sonra kodlar karşılaştırılmıştır. Kodlamaların ilk karşılaştırılmasında kodlamalardaki farklılıklar tespit edilmiş ve %90 uzlaşmaya varılmıştır. Özellikle birden fazla kod içeren açıklamaların kodlanmasında araştırmacılar arasında uyumsuzluklar tespit edilmiştir. Bu farklılıklar çalışmanın yazarları tarafından tartışılmış, tekrar değerlendirilerek veriler yeniden kodlanmış ve tüm kodlarda fikir birliğine varılmıştır.

Tablo 1.

Öğretmen Adaylarının Öğrenci Hataları Karşısında Geliştirmiş Oldukları Öğretim Stratejileri ile ilgili Kategori Listesi

ACIKLAMA-GÖSTERME	FARK ETTİRME	BİLGİ SUNMA	DÜŞÜNCEYİ ANLAMA-İLERİ TAŞIMA
Soruyu açıklama	Doğru düşünceyi/çözümü fark ettirme	Konuyu/ Kavramı Yeniden Öğretme	Soru Sorma
Yanlış gösterme Doğruyu açıklama	Yanlışını fark ettirme		

4. BULGULAR

Çalışmanın bulguları öğretmen adaylarının (i) öğrenci hatalarının kaynağını dayandırdıkları sebepler ve (ii) bu öğrenci hataları karşısında sergiledikleri yaklaşımlar/stratejiler şeklinde iki tema altında sunulmuştur.

4.1. Öğretmen Adaylarının Öğrenci Hatalarının Kaynağını Dayandırdıkları Sebepler

Verilerin analizi, öğretmen adaylarının inceledikleri öğrenci hatalarının sebeplerini öğrencilerin soruyu anlamamasına, denklem çözmeyi ve cebirsel ifadeleri anlamamasına, bilinmeyen kavramını anlamamasına, öğrencilerin cebirsel ve aritmetiksel hatalarına, öğrencilerin ön bilgi eksikliklerine, öğrencilerin sonuç bulma eğilimi içinde olmalarına ve soyut düşünememelerine dayandırmakta olduklarını ortaya çıkarmıştır. Her bir senaryoda verilen sorudaki öğrenci hatasına göre öğretmen adaylarının öğrenci hatalarının kaynağını dayandırdıkları sebeplerin farklılık gösterdiği Tablo 2’de görülmektedir.

Verilerin analizi, öğretmen adaylarının birinci senaryoda (S1) verilen soruda öğrencinin hatasını dört grup öğretmen adayının öğrencilerin denklem çözmeyi anlamamasına (G1, G3, G6, G7) veya denklem çözme sürecindeki işlem hatasına (G5) dayandırdıklarını göstermiştir. Bir öğretmen adayı grubu (G2) hatayı öğrencinin akıl yürütememesine dayandırırken, bir grup öğretmen adayı (G8) öğrencinin eşitlik kavramını tam öğrenememesi ile ilişkilendirmiştir.

Aşağıda verilen alıntılar, S1’de verilen öğrencinin hatasını üçüncü grupta (G3) ve yedinci grupta (G7) yer alan öğretmen adaylarının öğrencinin denklem çözmeyi kavrayamaması ile nasıl ilişkilendirdiklerini örneklemektedir.

G3: Öğrenci $a + 5 = 8$ denkleminde 5’i eşitliğin diğer tarafına gönderirken işaret değiştireceğini kavrayamamış. $a + 5 = 8$ denklemindeki “=” ifadesini “+” yani toplama gibi düşünmüştür. Öğrencinin sorunu denklem çözmeyi yeterince kavrayamaması.

Tablo 2.
Öğretmen Adaylarının Öğrenci Hatalarını Dayandırdıkları Sebepler

SEBEP	SENARYO					
	S1	S2	S3	S4	S5	S6
Soruyu anlamama	G1 (Grup 1)	G5	-	-	-	-
Denklem çözmeyi anlamama veya işlem hatası	G1,G3 G5,G6,G7	G1	-	-	-	-
Cebirsel ifadeleri anlamama veya işlem hatası	G4,G8	-	G1,G3	G1,G3, G6,G7, G8	-	-
Bilinmeyen kavramını anlamama	G1	G3,G4, G6,G7, G8	-	-	G2,G3, G5,G6, G7,G8	G1,G5, G6,G7
Ön Bilgi eksiklikleri	-	-	G2,G3, G4,G5	-	G2,G3, G5,G6	G1,G3,G4 G5,G6,G7, G8
Aritmetik kaynaklı sonuç bulma eğilimi	-	-	G6,G8	G2	-	-
Soyut düşünememe	-	-	-	-	G1,G2,G3 G4,G6,G7	-
Diğer	G2,G8	G3	G7	-	-	G2,G9

G7: Öğrencinin denklem çözememesi. Sol taraftaki ifadeyi sağ tarafa geçirdiğinde işaret değiştireceğini görememesi yanlış cevap vermesinin temelinde yatan sorundur.

Yukarıda verilen iki alıntıda da görüldüğü gibi öğretmen adayları öğrencinin hatasını sağ taraftaki ifadeyi sol tarafa geçirirken işaret değiştirme hatası olarak görmekte ve bu durumu öğrencinin denklem çözmeyi anlamaması ile ilişkilendirmektedir.

İkinci senaryoda (S2) verilen öğrenci hatasını beş öğretmen adayı grubu (G3, G4, G6, G7, G8) öğrencilerin bilinmeyen kavramı ile ilgili zorluklarına dayandırmıştır. Bir grup (G1) öğretmen adayı ise öğrencilerin denklemi anlamaması, bir grup (G5) soruda verilenleri anlamaması ile ilişkilendirmiş olup, iki grup öğretmen adayı (G2 ve G9) ise öğrenci hatasının sebebine yönelik bir açıklama yapmamıştır. Öğrenci hatasını bilinmeyen kavramı ile ilişkilendiren öğretmen adayları öğrencilerin hatasının nedenini özellikle öğrencilerin bilinmeyene değer verme eğiliminde olmasına dayandırmıştır. Aşağıdaki alıntılar altıncı ve yedinci grupta yer alan öğretmen adaylarının, S2’de yer alan öğrenci hatasını bilinmeyen kavramına dayandırmalarını örneklemektedir.

G7: Sevim’in direkt bilinmeyenlere değer vermek istemesi ve değer verirken hepsine eşit sayılar vermesi Sevim’in yanlış cevap vermesinin temelinde yatan sorun.

G6: Öğrencinin bu yanlış cevabı vermesinin temelinde yatan sorun öğrencinin bilinmeyen kavramına bir değer vermek zorunda hissetmesidir. r, s, t gibi bilinmeyen kavramlarının matematiksel olarak bir sayı değeri olması gerektiğini düşünür aksi takdirde sonucu bulamayacağını düşünür.

S3'te verilen öğrenci hatasını ise aşağıda örneklendirildiği gibi dört grup öğretmen adayı (G2, G3, G4, G5) tarafından öğrencilerin ön bilgi eksikliklerine dayandırılmıştır. Bu gruplardan üçü (G2, G4, G5) öğrencinin hatasının temel kaynağını üslü ifadeler ile ilgili ön bilgilerindeki eksikliklerine dayandırmaktadır. Aşağıdaki alıntıda görüldüğü gibi G5'te yer alan öğretmen adayları öğrencinin hatasını, öğrencinin üslü sayılar bilgisini ve aritmetikteki bilgileri ile karıştırması şeklinde açıklamaktadır.

G5: Öğrencinin bu cevabı vermesinin temelinde yatan sorun, üslü ifadelerde tabanların eşit olması ve üslerin toplanması ile normal toplama işlemini karıştırmaktadır.

Diğer taraftan, G3'te yer alan öğretmen adayları, öğrencinin hatasını yanlış yorumlayarak, öğrencilerin hatasının kaynağını öğrencilerin alan ve çevre kavramına yönelik ön bilgi eksikliklerine dayandırmıştır. Bu öğretmen adaylarının aynı zamanda öğrenci hatasını öğrencinin bilinmeyen kavramını bilmemesine de dayandırdığı görülmektedir.

G3: Öğrenci bilinmeyenleri toplamayı bilmiyor. Aynı zamanda çevre ve alan hesabı konusunda ciddi sıkıntı yaşamaktadır. Öğrenci alanla çevre kavramını birbirine karıştırdığı için e.e.e = e³ şeklinde düşünmüştür.

S4'te verilen öğrenci hatasını beş grup öğretmen adayı (G1, G3, G6, G7, G8) öğrencilerin cebirsel ifadeleri anlamalarına veya cebirsel ifadelerde işlem yapmadaki eksikliklerine, iki grup öğretmen adayı (G4, G5) öğrencilerin sonuç bulma eğilimi içinde olmasına, bir grup öğretmen adayı (G2) ise öğrencilerin toplama ve çıkarma işlemini karıştırmasına (aritmetiksel) dayandırmıştır. Aşağıda verilen G8 ve G1'deki öğretmen adaylarının açıklamalarından görüldüğü gibi öğretmen adayları öğrenci hatasını öğrencinin cebirsel ifadelerde toplama ve çarpma işlemlerindeki eksiklikleri ile ilişkilendirmektedirler.

G8: Cebirsel ifadelerde toplama ve çarpma işlemlerini birbirine karıştırarak toplama yerine çarpma yapmıştır.

G1: Cebirsel ifadelerde toplama ve çarpma işlemlerinin tam anlaşılmadığını düşünüyoruz. e'ni değeri bilinmediği için e + 2'yi 2e olarak yazmış. Bilinmeyen olunca kafa karışıklığı olmuş.

Diğer taraftan G5 ve G4'teki öğretmen adaylarının açıklamaları öğrencinin hatasını öğrencinin sonuç bulma eğilimi ile ilişkilendirdiklerini göstermektedir.

G5: Cebirsel ifadelerde bilinmeyen ve sabit terimin toplamından bir sonuç elde etmeye çalışıyor.

G4: Zehra cebirsel bir ifadeyle rakamı illaki bir şeye eşitlemek istiyor. Böyle bir şeyi aklından geçirdiği için e + 2'yi çarpma şeklinde düşünüyor ve 2e şeklinde yazıyor. En temel sorunu toplamayı bir şeye eşitleme isteği ile karıştırıyor.

S5 ve S6'da ise verilen öğrenci hatalarını öğretmen adaylarının aynı anda birden fazla sebep ile ilişkilendirdikleri görülmektedir. S5'te dört grup öğretmen adayı (G2, G3, G5,

G6), öğrenci hatasını öğrencinin hem bilinmeyen kavramı ile hem de çokgen kavramı ile ilgili bilgi eksikliğine dayandırmıştır. Aşağıda verilen alıntıda G5'te yer alan öğretmen adaylarının hatanın sebebini öncelikle öğrencinin sahip olduğu bilinmeyen kavramı ile ilişkilendirmekte olduğu görülmektedir. G3'teki öğretmen adayları ise öncelikle öğrencinin hatasını öğrencinin çokgen kavramını bilmemesine ve algılayamamasına dayandırmaktadır.

G5: Öğrencinin bu cevabı vermesinin temelinde yatan sorun öğrencinin bilinmeyen kavramını tam olarak bilmemesidir. Öğrencinin çokgenler hakkında bilgi eksikliği olduğu görülmektedir.

G3: Öğrenci bilinmeyi somutlaştırmak istiyor. Öğrenci tam anlamıyla çokgen kavramını benimseyememiştir.

Bunlara ek olarak, altı öğretmen adayı grubunun (G1, G2, G3, G4, G6, G7) S5'te yer alan öğrencinin çokgenin kenarlarını tamamlayıp 18 kenarlı bir çokgen elde etmesi düşüncesini öğrencinin soyut düşünememesine dayandırmakta olduğu görülmektedir.

Aşağıdaki alıntılarda da örneklendirildiği gibi S6'da verilen öğrenci hatasında ise dört grup öğretmen adayı (G1, G5, G6, G7) öğrencinin hem bilinmeyen (veya değişken) kavramını bilmemesine hem de öğrencinin toplamının çarpmadan daha büyük sonuç üreteceği şeklindeki ön bilgisine yönelik yanılığın dayandırmaktadır.

G6: Öğrenci dört işlemler arasında üstünlük olduğunu düşünüyor. Toplamın çarpmadan büyük olduğunu düşünmesi gibi. Öğrencinin kafasında bilinmeyen kavramı tam olarak oturmamış.

G1: Değer verme isteği. Değer vermeye bir ile başlaması ve diğer değerleri düşünmemesi. Toplamayı çarpmadan büyük olarak görmesi.

G4: Öğrenci ifadeye bir harf girdiğinde en başından olayı kavrayamıyor. Sorun buradan kaynaklı gerçekleşiyor. $n + 2$ 'de $+2$ eklendiğinde $n + 2$ 'yi daha büyük görüyor. Buda onun toplamının çarpmadan daha büyük olduğu kavram yanılığın çıkmasını sağlıyor.

Diğer taraftan öğrencinin yazılı ve sözlü açıklamalarında yer almamasına rağmen iki öğretmen adayı grubu (G3, G8) aşağıdaki örneklendirildiği gibi öğrenci hatasını öğrencinin üslü sayılardaki zorlukları ile ilişkilendirmişlerdir.

G8: Öğrenci kararsız ne bilip bilmediğini bilmiyor. Cebirsel ifadelerde ve üslü sayılarda sıkıntı yaşıyor. $2n$ 'i nxn tipinde yapıyor. Bilinmeyenle bir sayının çarpımını bilmiyor.

Alıntıda görüldüğü gibi G8'deki öğretmen adayları öğrenci hatasını aynı zamanda öğrencinin kararsızlığı ve ne bildiğini bilmemesi gibi genel ifadelere dayandırıyorlar. Benzer şekilde S6'da G9'daki öğretmen adayları yine öğrenci hatasının sebebini genel ve belirsiz açıklama yaparak öğrencinin tek bir sonuca ulaşma isteğine dayandırıyor.

G9: Öğrenci birden fazla durum olduğunu bildiği halde, sadece bir durum üzerine odaklanmış. Belirsizlikten kurtulup tek bir sonuca ulaşmaya çalışmış.

4.2. Öğretmen Adaylarının Öğrenci Hatalarına Yönelik Yaklaşımları

Verilerin analizi, öğretmen adaylarının öğrencilerin hatalı düşünüş biçimleri karşısında sergiledikleri yaklaşımlarının "açıklama ve gösterme, bilgi sunma, fark ettirme, düşünceyi anlama-ileri taşıma" olarak dört kategori altında toplandığını ortaya

koymuştur (bk. Tablo 3). Ayrıca öğretmen adayları gruplarının öğrenci hataları karşısında tek tip bir yaklaşım sergilemediğini göstermiştir (bk. Tablo 4). Öğretmen adayları bazı hatalar karşısında öğrenci hatasını açıklama/gösterme eğiliminde olmuşken, bazı hatalarda öğrenci hatasını fark ettirme eğiliminde veya öğrencinin düşüncesini anlamaya-ileri taşımaya yönelik soru sorma eğiliminde olmuştur. Diğer taraftan, bazı öğretmen adayı gruplarının açıklamaları aynı öğrenci hatası karşısında birden fazla yaklaşımda bulduklarını göstermiştir. Örneğin, S1’de yer alan öğrenci hatası karşısında G4’te yer alan öğretmen adaylarının hem “soruyu açıklama” yaklaşımında bulunduğu hem de “öğrencinin yanlışını fark ettirme” yaklaşımında bulunduğu görülmektedir. Benzer şekilde S5’te yer alan öğrenci hatasına yönelik G3’te yer alan öğretmen adayları öğrenciye hem doğruyu açıklama eğiliminde olmuş, hem de konuyu yeniden öğretmek istemiştir. Öğretmen adaylarının öğrenci hatalı düşünüş biçimleri karşısında sergiledikleri her bir yaklaşıma yönelik bulgular aşağıda sunulmaktadır.

Açıklama-Gösterme. Açıklama-gösterme yaklaşımını sergileyen öğretmen adayları, öğrencinin hatası karşısında “verilenleri ve istenenleri söyleyerek soruyu açıklama, doğru çözümü işlemsel olarak gösterme veya öğrencinin yanlışını doğrudan gösterme” eğiliminde olmuşlardır (bk. Tablo 3). Aşağıda verilen alıntı S2’de verilen öğrenci hatası karşısında G5’te yer alan öğretmen adaylarının yaklaşımını örneklemektedir. Bu grupta yer alan öğretmen adaylarının açıklamalarından öğretmen adaylarının öncelikle öğrenci düşüncesini anlama amaçlı soru sorma eğiliminde oldukları görülmektedir. Daha sonra öğretmen adaylarının öğrenciye soruda verilenleri ve istenilenleri tekrar göstererek soruyu açıklamak ve sonrada doğru çözümü göstermek istedikleri görülmektedir.

G5: Öğrenciden şu soruları cevaplamasını isterdik. Neden bütün değerleri birbirine eşit aldın? Neden s ve t’den 5 eksilterek r’yi 20 buldun? Doğru cevapladığımı düşünüyor musun? Öğrenciye öncelikle $r = s + t$ ’nin soruda verildiğini gösteririz. Yaptığı $30 \div 3 = 10 = r = s = t$ işleminin yanlış olduğunu gösteririz. Verilenler olarak $r = s + t$ ve $r + s + t = 30$ olduğunu açıklarız. İstenilen olarak da $r = ?$ olduğunu söyleriz. Dolayısıyla $r + (s + t) = r + r = 30$ için $r = 15$ olması gerektiğini söyleriz.

Senaryo 4’te verilen öğrenci hatasında ise G4’te yer alan öğretmen adaylarının açıklama yaklaşımını aşağıdaki gibi olmuştur.

G4: Cebirsel ifadeyle rakamın toplamının toplam şeklinde yazılabileceğini illa bir şeye eşitlemesi gerektiğini anlatırız. $(e + 2)$ ’yi bu şekilde parantez içinde gösterip dikdörtgenin diğer kenarıyla çarpması gerektiğini söyleriz.

Tablo 3.

Öğretmen Adaylarının Öğrenci Hataları Karşısında Sergileyecekleri Yaklaşımlar

KATEGORİLER	DAVRANIŞLAR-EYLEMLER	
AÇIKLAMA-GÖSTERME	<ul style="list-style-type: none">Soruyu açıklamaDoğruyu açıklamaYanlış Gösterme	<ul style="list-style-type: none">Soruda verilen ve istenilenleri söylemeBir örnek/gösterim kullanarak veya işlemsel bir çözüm ile doğru çözümü açıklamaDoğrudan yanlışını gösterme
BİLGİ SUNMA	<ul style="list-style-type: none">Konuyu/kavramı yeniden öğretme	<ul style="list-style-type: none">Öğrencide eksik gördüğü konuyu/kavramı yeniden öğretme
FARK ETTİRME	<ul style="list-style-type: none">Doğru düşünceyi/çözümü fark ettirmeÖğrencinin yanlışını fark ettirme	<ul style="list-style-type: none">Günlük hayat problemi ile düşündürerek doğruyu fark ettirmeCebirsel ifadeyi sözel olarak ifade ederek doğruyu fark ettirmeSonucu kontrolü ile yanlış fark ettirmeÖrnek üzerinden çelişki yaratarak (özellikle harflere değer verme) yanlış fark ettirmeSorular aracılığıyla öğrenci düşüncesini anlayarak doğru çözümü veya öğrencinin yanlışını fark ettirme
DÜŞÜNCEYİ ANLAMA veya İLERİ TAŞIMA	<ul style="list-style-type: none">Öğrenci düşüncesini anlama veya öğrenci düşüncesini ileri taşıma	<ul style="list-style-type: none">Sorular aracılığıyla öğrenci düşüncesini açığa çıkarma veya üzerinde düşündürmeSorular aracılığıyla öğrenci düşüncesini ileri taşıma

Bilgi Sunma. Bilgi sunma yaklaşımını sergileyen öğretmen adayları, öğrenci hatası karşısında öğrencide eksik gördükleri konuyu yeniden öğretme yaklaşımı içinde bulunmuşlardır. G6'da bulunan öğretmen adaylarının S1'de yer alan öğrenci hatası karşısındaki açıklamaları, bu öğretmen adaylarının öğrenciye ilk olarak eşitlik kavramını yeniden öğretmek istemesine yönelik yaklaşımlarını örneklemiştir.

G6: Öğrenciye öncelikle eşitlik kavramını öğretip, bilinmeyeniyi yalnız bırakma yolunda işlemler yaptırırız. Bulduğu sonucu soruda verilen denklemde yerine yazıp sonucu yanlış bulduğunu görmesini sağlarız.

Diğer taraftan G3'te yer alan öğretmen adayları da S5'te verilen öğrenci hatasını öğrencilerin çokgen kavramını bilmemesi ile ilişkilendirmiş ve ilk olarak çokgenlerin çevre hesaplamasını öğrenciye yeniden anlatmak istemişlerdir.

G3: Öğrenci tam anlamıyla çokgen kavramını benimseyememiştir. Öğrenciye çokgen üzerinden çevre hesabı anlatılır. Örneğin kenarı 4 br olan karenin çevresi kaç birim olur? Buna benzer örnekler diğer çokgenler üzerinden öğrenciye anlatılarak çözmelerini isteriz. Daha sonra bu soruya dönerek diğer sorularda kenar uzunluğuyla kenar sayısı çarpıyorduk. Bu soruda da aynısını uygulamalıyız, diyerek doğru cevabı buldururuz.

Fark Ettirme. Fark ettirme yaklaşımını sergileyen öğretmen adayları öğrencinin hatası karşısında ya öğrencinin hatasını kendisinin fark etmesini sağlayıcı ya da öğrencinin doğru çözümü/matematiksel fikri fark etmesini sağlayıcı bir yaklaşım içinde olmuşlardır. Öğrencinin yanlışını fark etmesi için öğretmen adayları genel olarak “sonucun kontrolü ile yanlış fark ettirme veya örnek üzerinden çelişki yaratarak yanlış fark ettirme” şeklinde iki yol izlemişlerdir.

S3'te yer alan öğrenci hatasına yönelik G3'te bulunan öğretmen adaylarının bir örnek üzerinden çelişki yaratarak öğrencinin hatasını fark ettirme yaklaşımları aşağıdaki alıntıda örneklendirilmektedir.

G3: Sude'ye kenarları üç birim olan bir üçgen çizmesini ve bu üçgenin çevresini hesaplamasını tahtada göstermesini isteriz. $3 + 3 + 3 = 9$ olarak doğru sonucu bulur öğrenci. Peki az önce sorumuzu sen $e + e + e = e^3$ şeklinde cevaplamıştın. Şimdi “e” şeklinde ifade edilen bilinmeyen bizim kenarımız. Biz kenarı 3 olarak somutlaştırdık. Peki senin dediğine göre yapsak sonuç kaç olurdu? $3 + 3 + 3 = 3^3$, $9 \neq 27$ olarak öğrenciye yanlış fark ettirilir.

G1 ve G8'deki öğretmen adayları S4'te yer alan öğrencinin hatası karşısında öğrencide çelişki yaratarak öğrencinin yaptığı yanlış kendisinin fark etmesini sağlayacak bir yaklaşım sergilemektedirler.

G1: e'ye 2'den farklı bir değer verelim ve $e + 2 = 2e$ denkleminin sağlayıp sağlamadığına bakalım. Böyle bir eşitlik olmayacağı için $e + 2 = 2e$ olmadığını göstermeye çalışırız. $2e$ 'nin $2 \cdot e$ 'ye eşit olduğunu ve bunun $e + 2$ 'ye eşit olmadığını göstermeye çalışırız.

G8: e ifadesi yerine bir sayı verdiğimizde $e + 2$ 'nin $2e$ 'ye eşit olup olmadığını kontrol etmesi istenerek hatasının farkına varılması sağlanır.

Tablo 4.*Senaryolara göre Öğretmen Adaylarının Öğrenci Hatalarına Yaklaşımları*

YAKLAŞIMLAR		S1	S2	S3	S4	S5	S6
AÇIKLAMA - GÖSTERME	Soruyu açıklama	G4,G2	G5	-	-	-	-
	Yanlış gösterme	-	G3,G5, G6	-	-	-	-
	Doğruyu açıklama/ gösterme	G1	G3,G5	-	G1,G4, G8	G1,G3, G4	G3,G5
BİLGİ SUNMA	Konuyu/kavramı yeniden öğretme	G6	-	G4	-	G3	G3,G6
FARK ETTİRME	Öğrencinin yanlışını veya doğru düşünceyi/ çözümü fark ettirme	G2,G3, G4,G6	G1,G2, G4	G1,G3, G5,G6 G8	G1,G2, G3,G5, G6,G8	G1,G6	G1,G2, G3,G4, G9
DÜŞÜNCEYİ ANLAMA -İLERİ TAŞIMA	Öğrenci düşüncesini açığa çıkarma-anlama	G1,G2, G5,G8	G2,G5, G9	-	-	-	G7
	Öğrenci düşüncesini açığa çıkarma ve ileri taşıma	G7	G1,G7, G8	-	-	G2,G7	-
BELİRTİLMEMİŞ	Genel bir fikir verilmiş, özel bir yaklaşım belirtilmemiş.	-	-	G2,G7	G7	G5,G8	G8,G9

Benzer şekilde S1’de verilen öğrenci hatasında G6’da bulunan öğretmen adaylarının da öğrencinin bulduğu sonucu verilen denklemde yerine yazarak öğrencinin hatasını kendisinin fark etmesini sağlayıcı bir yaklaşım içinde olduğu görülmektedir.

G6: Bulduğu sonucu soruda verilen denklemde yerine yazıp sonucu yanlış bulduğunu görmesini sağlarız.

Diğer taraftan aşağıda verilen alıntılarda örneklendirildiği gibi bazı öğretmen adayları öğrencinin doğru çözümü/düşünceyi kendisinin fark etmesi yaklaşımı içinde olmuşlardır.

G3: " $a + 5 = 8$ " denkleminde a 'ya kaç eklersem 8'i elde ederim" sorusunu öğrenciye yöneltilir. Buradan a 'yı bulmasına yardımcı oluruz.

G2: $2n$ 'i, $n \times n$ olduğunu biliyor. Bizde farklı değerler vererek $n + 2$ 'nin daha büyük olmadığını görmesini sağladık. Farklı değerler verebileceğini de söylememiz gerekir. Farklı değerler alan n değeri, öncelikle 1 değerini vermesini, sonra 2 değerini, sonrada 3 değerini vermesini sağlayarak, birincide $n + 2$ 'nin büyük olduğunu, ikincide eşit olduğunu, üçüncüde $2n$ 'in büyük olduğunu görmesini sağladım.

Alıntılarda görüldüğü gibi, G2 ve G3'te yer alan öğretmen adayları direkt öğrencinin hatasına odaklanarak öğrencinin hatasını fark ettirmek yerine, sundukları yöntemle öğrencinin doğru düşünceyi/çözümü kendisinin fark etmesini sağlayıcı bir yaklaşımda olmuştur.

Düşünceyi Anlama-İleri Taşıma. Öğretmen adayları bazı hatalar karşısında öğrencinin ne düşündüğünü ve nasıl düşündüğü daha iyi anlamak için öğrenci düşüncesini açığa çıkarıcı tarzda sorular sormuşlardır. Öğrencilerin ne düşündüğünü anlamaya çalışan öğretmen adayları, ortak olarak S1'deki öğrenci hatasında "Cevap olarak $a + 13$ yazdın, neden?", " $a + 13$ ne ifade ediyor" veya "neden 8 ile topladın? $a + 13$ nereden geliyor?" sorularını sormuşlardır. S2'de verilen öğrenci hatasında ise "Bu üç sayının eşit olduğuna nasıl karar verdin?, 30'u neden 3'e böldün?" veya " s ve t 'den neden 5 sayısını çıkardın?" sorularını sormuşlardır.

Öğretmen adayları bazı öğrenci hataları karşısında öğrencinin düşüncesini anlamaya yönelik sorulara ek olarak, öğrencinin düşüncesinin üzerinde daha derin düşünmesini sağlayacak sorular sormaya çalışmışlardır. Öğrencinin hatalı düşüncesini daha iyi anlayıp düşüncesini ileri taşımak amaçlı sorular soran öğretmen adayları neden ve nasıl yaptın sorularına ilaveten, "Böyle olsaydı nasıl olurdu?" gibi sorular yöneltmeye çalışmışlardır. Örneğin S2'de verilen hatada G7'de yer alan öğretmen adaylarının öğrencinin çözümünün üzerinde düşünmesini sağlayarak düşüncesini ileriye taşımasına yönelik sorduğu sorular aşağıda verilen alıntıda sunulmaktadır.

G7: " $r = s = t$ eşit olmak zorunda mı 30'u 3'e böldün? s ve t sayılarından eşit miktarda çıkarıp neden r sayısına eklemek istedin? Neden s ve t 'den eşit değerler çıkarırken 5'ler çıkardın? 3 çıkarsan olur muydu? $r = s + t$ olduğunu söylüyorsun, peki bulduğun sonuca göre $20 = 5 + 5$ midir?"

Benzer şekilde S2'de verilen öğrenci hatasında ise G8'de yer alan öğretmen adaylarının ve S5'te verilen öğrenci hatasında G2'deki öğretmen adaylarının sorduğu sorular ile öğrencinin düşüncesini ileri aşamaya taşımak istedikleri görülmektedir.

G8: Neden hepsinin eşit olacağını düşündün? Farklı değerler versek sonuç değişir mi sence?"

G2: Nereden biliyoruz 18 kenarlı olduğunu? Bize burada n kenarlı demiş. Eşit kenar uzunluklarına sahip üçgen, dörtgen, beşgen ve altıgenin çevresini söyler misin? Peki o zaman n kenarlı çokgenin çevresini nasıl buluruz?"

Belirtilmemiş. Tablo 4'te görüldüğü gibi bazı öğretmen adayları ise yaklaşımlarını genel ifadelerle dile getirmişlerdir. Bu öğretmen adayları öğrencilerin hataları karşısında öğrencilerin hatasını fark ettirme, öğrenci hatasını açıklama yapma veya öğrenci düşüncesini ileri taşıma düşünceleri içinde olsalar da, öğrencinin hatasını nasıl fark

ettireceklerine veya öğrencinin anlamasını nasıl sağlayacaklarına yönelik davranışlar belirtmemişlerdir. Bu öğretmen adayları öğrenci hatasına yönelik “*Hatasını kendisinin bulmasını sağladık. Destekleyici testler verirdik. Ufak hatırlatma, tekrar yaptık*” (S3/G2), “*5xe = 5e ifadesi ile e + 5 ifadesinin eşit olup olmayacağını fark etmesini sağladık*” (S4/G7) veya “*öncelikle öğrencinin soruyu anlamasını sağlarız. Öğrenciye çokgenle ilgili genelleme yapabilmesi için sorular sorarız. Bu sayede öğrencinin genelleme yapmasını sağlarız*” (S5/G5) şeklinde genel ifadeler kullanmışlardır.

4. TARTIŞMA ve SONUÇ

Bu çalışmada cebirde harflerin kullanımı ile ilgili verilen sorular bağlamında ortaokul matematik öğretmen adaylarının öğrencilerin ortak hatalarının olası kaynaklarına yönelik öğrenci bilgileri ve bu hatalar karşısında sergiledikleri pedagojik yaklaşımlarına yönelik öğretim bilgileri incelenmiştir.

Çalışmanın bulguları ilk olarak öğrenci hatalarını inceleyerek yorumlayan öğretmen adaylarının öğrenci hatalarının kaynaklarını (i) öğrencilerin soruyu anlamamasına (ii) denklem çözmeyi ve cebirsel ifadeleri anlamamasına, (iii) bilinmeyen kavramını anlamamasına, (iv) öğrencilerin cebirsel ve aritmetiksel hatalarına, (v) öğrencilerin ön bilgi eksikliklerine, (vi) öğrencilerin sonuç bulma eğilimi içinde olmalarına ve (vii) soyut düşünememelerine dayandırdıklarını ortaya çıkarmıştır. Öğretmen adaylarının açıklamaları, öğretmen adaylarının bazı senaryolarda verilen hataların olası kaynaklarını doğru ve geçerli sebeplere dayandırırken, bazı hataların olası kaynaklarının ise farkında olmadıklarını göstermiştir. Örneğin, birinci senaryoda verilen öğrenci hatasını bazı öğretmen adayları “öğrencilerin eşitliğin diğer tarafına sayıyı yanlış geçirmesi” şeklinde işlemsel temelli bir anlayışla yorumlamıştır. Bu öğretmen adayları öğrencinin hatasının kaynağını ise öğrencinin denklem çözmeyi anlamaması, cebirsel ifadeleri anlamaması veya cebirsel işlemde hata yapması ile ilişkilendirmişlerdir. Öğretmen adaylarının ifade ettiği gibi öğrenci burada eşitliğin diğer tarafına sayıyı +5 olarak geçirerek “toplananın yer değiştirmesi” hatasını yapmıştır. Fakat öğrencinin hatasının olası sebebinin öğrencinin eşitlik kavramını sınırlı kavramasından yani eşitlik işaretinin ilişkisel anlamını anlamamasından kaynaklı olduğu görülmektedir (Falkner, Levi & Carpenter, 1999). Üçüncü senaryo da yer alan öğrenci hatasının olası kaynağının ise MacGregor ve Stacey’nin (1994) belirtmiş olduğu gibi öğrencinin terimleri toplama, çarpma ve üs/kuvvet alma konularını karıştırması ile ilgili olduğu ve Stacey ve MacGregor’un (1997) belirttiği gibi yeni öğrenilen bilginin öğrenci tarafından yanlış yorumlanması ilgili olduğu söylenebilir. Bu soruda daha önce doğal ve tam sayıların kuvvetlerini bulmayı öğrenmiş olan öğrenci $e + e + e$ ’yi e^3 şeklinde yazarak soruyu hatalı cevaplamıştır. Yazılı senaryo ile sunulan öğrencinin düşüncesini açıkladığı ses kayıtlarında da öğrenci e^3 ’ün açılımının $e + e + e$ olduğunu düşünerek karıştırdığı için e^3 yazdığını ifade etmiştir. Öğrencinin bu hatasını bazı öğretmen adayı grupları doğru bir düşünce ile öğrencilerin üslü sayılar ve cebirsel ifadelerde toplama işlemini birbirine karıştırmasına dayandırırken, bir grup öğretmen adayı ise çevre bağlamında verilen soru olmasından dolayı, hatalı bir yorumlama ile öğrencinin çevre-alan kavramını bilmemesine dayandırmıştır. Dördüncü senaryoda verilen öğrenci hatasında öğrencinin çözümünü açıkladığı ses kaydı öğrencinin $e + 2$ cebirsel ifadeleri sonuçlandırılmamış bir ifade olarak düşünüp $2e$ olarak yazma eğiliminde olduğuna işaret etmektedir. Bu sebeple, öğrencinin $e + 2$ ifadesini $2e$ olarak yazmasının olası sebeplerinden birinin Even, Tirosh ve Robinson’un (1998) çalışmalarında belirtmiş olduğu öğrencilerin kapanışın

eksikliği kabullenme (*accepting lack of closure*) ile ilgili bilişsel zorluğu olduğu söylenebilir. Öğrencinin bu hatası için sadece iki grup öğretmen adayı öğrencinin hatasını öğrencilerin sonuç bulma eğilimi şeklinde bir açıklamada bulunarak hatanın kaynağını öğrencinin bu eğilimi ile ilişkilendirmiştir. Diğer taraftan, altıncı senaryoda yer alan hatada öğrencinin hem yazılı hem sözlü açıklaması öğrencinin toplama işlemine odaklanarak, toplama işleminin çarpma işleminden daha büyük sonuç üretir düşüncesi içinde olduğunu göstermiştir. Öğrenci hatasının kaynağının olası sebebi Coady ve Pegg'in (1993) ve Knuth vd.'nin (2005) çalışmalarında belirttiği gibi öğrencinin toplama veya çarpma işlemlerine odaklanmasına işaret etmektedir. Bu hata için bazı öğretmen adayı grupları öğrencinin açıklamalarından yola çıkarak, öğrencinin hatasını öğrencinin toplamanın çarpmadan daha büyük sonuç üretir şeklindeki kavram yanlışlığına dayandırmıştır. Fakat bu öğretmen adayları aynı zamanda öğrenci hatasını öğrencilerin bilinmeyen kavramına yönelik zorluklarına, yani öğrencinin harfin sadece bir değer alabileceği şeklindeki düşüncesine dayandırmıştır.

Çalışmanın bu bulguları aynı zamanda öğretmen adaylarının öğrenci hatalarının kaynağını “cebirsal ifadelerde toplama çıkarma tam anlaşılmamış, öğrenci bilinmeyen kavramını bilmiyor, soruyu anlamamış, işlemi karıştırmış, ne bildiğini bilmiyor” şeklinde çok genel ifadelerle atıfta bulduklarını göstermektedir. Örneğin, öğretmen adayları birkaç hatanın kaynağı dışında hataların kaynağını “öğrenci bilinmeyen kavramını bilmiyor” şeklinde genel bir ifade ile açıklamış fakat öğrencilerin harfleri görmezden gelme eğilimleri veya harflerin sadece bir değer alabileceği yönünde harfleri algılayış biçimleri ile ilgili sebeplerle ilişkilendirmemiştir. Çalışmanın bulguları Tirosh, Even ve Robinson (1998), Even ve Tirosh (1995) ve Tirosh'un (2000) çalışmasında ortaya koyduğu öğretmenlerin ve öğretmen adaylarının çeşitli matematik konularında öğrenci hatalarının temel kaynakları ile ilgili farkındalıklarının yeterli düzeyde olmadığı bulguları ile benzerlik göstermektedir. Bu çalışmaya katılan öğretmen adaylarının öğrencilerin olası hata ve kavram yanlışlıklarını ve arkasında yatan nedenleri yeterli düzeyde bilmemesinin temel sebeplerinden biri olarak, öğretmen adaylarının öğrencilerin cebir ve cebirsal düşünme süreçlerine yönelik teorik (formel) olarak bilgilerinin olmaması gösterilebilir. Bu çalışmaya katılan öğretmen adayları cebirde harflerin kullanımı ile ilgili öğrenci hataları ve olası kaynaklarına yönelik daha önce aldıkları dersler kapsamında herhangi bir teorik eğitim almamışlardır. Çalışma süresince öğrenci hatalarını inceleyen öğretmen adayları öğrenci hatalarının kaynağına kendi deneyim ve yorumlarına dayalı olarak atıfta bulunmuşlardır.

İkinci olarak, çalışmanın bulguları öğretmen adaylarının öğrenci hataları karşısında tek tip bir yaklaşım biçimi sergilemediklerini ve öğretmen adaylarının yaklaşımlarının öğrenci hatalarına göre değişiklik gösterdiğini ortaya çıkarmıştır. Bu çalışmanın bulguları, alan yazında yapılan çalışmaların (Chick & Baker, 2005; Ma, 1999; Son, 2013) bulgularına benzer olarak, çalışmaya katılan öğretmen adaylarının bazı hatalar karşısında öğrencilere “doğru düşünceyi/çözümü açıklama”, “öğrencinin yanlışını gösterme” ve “soruyu açıklama” gibi öğrenciye ne yapması gerektiğini kendisinin söylediği açıklama-gösterme yaklaşımına veya bilgiyi kendisinin sunduğu konuyu/kavramı yeniden öğretme yaklaşımına yöneldiklerini göstermiştir. Diğer taraftan ise öğretmen adayları bazı öğrenci hataları karşısında öğrencinin yanlışını kendisinin fark etmesini ya da doğru düşünceye kendisinin ulaşmasını sağlayıcı yaklaşımda da bulunmaya çalışmışlardır. Özellikle S3, S4 ve S6'da en az beş öğretmen adayı grubu öğrencilerin hatalı çözümünün üzerinde düşünmesini sağlayıcı yaklaşımlar sergilemişlerdir. Bu bulgu öğretmen adaylarının

öğrencinin hatasını kendisinin keşfederek doğruya ulaşmasını sağlama yaklaşımının önemli olduğunun farkında olduklarına işaret etmektedir. Fakat öğretmen adaylarının bazı durumlarda açıklama-gösterme eğilimi içinde olması, bazı durumlarda ise öğrencinin akıl yürütme sürecini destekleyici yaklaşımlarda bulunması, öğretmen adaylarının öğrenci hatası karşısında tam olarak nasıl bir yaklaşım sergilemeleri gerektiğini bilmediklerini göstermektedir. Öğretmen adaylarının her hata karşısında öğrencileri düşündürecekleri, doğru matematiksel fikre veya çözüme kendilerinin ulaşmasını sağlayacakları yaklaşımları ortaya koyacak yeterli pedagojik donanıma sahip olmadıkları için doğrudan hatayı söylemek veya doğru çözümü açıklamak gibi bir yaklaşım içinde olmuş olabilecekleri de söylenebilir. Öğrenci hataları ile karşılaşıldığında nasıl yaklaşacağına karar verilmesi ne öğretmenler ne de öğretmen adayları için basit bir pedagojik yeterliktir. Öğretmen adaylarının öğrencilerin yaptığı hatanın kendisinin farkına varmasını sağlayıcı davranışlarda bulunabilmesi için bilgi ve deneyime ihtiyaçları vardır.

Çalışmanın bulguları aynı zamanda öğretmen adaylarının özellikle S1 ve S2’de verilen öğrenci hataları karşısında öğrenci hatasına cevap olabilecek bir yaklaşım üretmekten ziyade sadece nasıl düşündüğünü ortaya çıkarmaya yönelik sorularla öğrenci düşüncesini anlamaya yöneldiklerini göstermiştir. Bu bulgu öğretmen adaylarının bu senaryolarda verilen öğrencinin hatalı düşünüş biçimini anlamakta zorlandıklarına işaret etmektedir. S1 ve S2’de yer alan öğrenci hataları ile ilgili öğrencilerin çözüm süreçlerini sesli olarak ifade etmiş oldukları ses kayıtları olmadığı için, sadece senaryolarda yazılı olarak sunulan öğrenci çözümleri öğretmen adaylarına öğrencinin nasıl düşündüğünü anlamaya yönelik yeterli bilgi sağlamamış olabilir.

Sonuç olarak, bu çalışmanın bulguları ülkemizde öğretmen adaylarının cebir öğrenme alanı ile ilgili öğrenci hatalarının olası kaynaklarına yönelik bilgi eksiklerini ortaya koymuştur. Buna ek olarak ise öğretmen adaylarının öğrenci hataları ile karşılaştıklarında sergiledikleri yaklaşım biçimlerini ortaya koyarak, öğretmen adaylarının öğrencinin hatasının kendisinin farkına varmasını sağlayıcı davranışlar sergileme konusunda yeterli pedagojik donanıma sahip olmadıklarına dikkat çekmiştir. Bu çalışma ortaokul düzeyinde cebir öğrenme konu alanına odaklanmış olup, konu alanı bakımından alan yazındaki diğer çalışmalardan farklılık göstermektedir. Bu çalışmanın bulguları hem öğretmen eğitimi ile ilgili çalışmalara hem de cebir öğrenimi ve öğretimi ile ilgili çalışmalara katkı sağlayacaktır.

Hem ulusal hem uluslararası çalışmaların bulgularında ortaya çıkan matematik öğretmen adaylarının benzer şekilde bilgi eksikliklerinin olmasının ve benzer öğretim yaklaşımları/davranışları sergilemesinin temel sebeplerinden bir tanesi olarak hizmet öncesinde aldıkları eğitim gösterilebilir. Hizmet öncesi öğretmen eğitimi programlarında verilen eğitimin içeriğinin teorik düzeyde kalması, hem aldıkları dersler kapsamında hem de öğretmenlik uygulaması stajlarında öğretmen adaylarına öğrencilerle birebir etkileşim içinde oldukları, öğrencilerin matematiksel düşüncelerini dinleyecekleri, anlayacakları, değerlendirecekleri uygun fırsatların sağlanmaması, öğretmen adaylarının öğrencilere ve öğretime yönelik pedagojik alan bilgilerinin gelişimini yetersiz kılmaktadır. Çalışmanın bulguları matematik öğretmen adaylarının mesleğe başlamadan önce farklı konu alanlarında pedagojik alan bilgilerinin geliştirilmesi için hem teorik eğitim hem de uygulamaya dayalı eğitim almaya ihtiyaçları olduklarına işaret etmektedir. Bu sebeple matematik (öğretmen) eğitimcilerine önemli görevler düşmektedir. Bu çalışma

matematik (öğretmen) eğitimcilerine matematik öğretimi içerikli derslerde hem öğrenci hatalarının olası kaynaklarını anlayabilmeleri hem de hatanın kaynaklarına yönelik doğru kararlar verebilmeleri açısından öğretmen adaylarının öğrenci hatalarını uygulamalı olarak inceledikleri ve hatalarının sebeplerini tartıştıkları uygulamaya dayalı bir öğretim ortamı oluşturmalarını önermektedir. Aynı zamanda öğretmen adaylarının uygulamaya dayalı aldıkları eğitimlerinin, araştırma çalışmalarının sonuçlarından elde edilen teorik bilgiler içeren bir eğitimle de desteklenmesini önermektedir.

KAYNAKÇA

- Altun, M. (2014). *Ortaokullarda (5, 6, 7 ve 8. sınıflarda) matematik öğretimi (10. Baskı)*. Bursa: Alfa Aktüel Yayınları.
- Ball, D. L., Thames, M. H., & Phelps, G. (2008). Content knowledge for teaching: What makes it special? *Journal of Teacher Education*, 59(5), 389–407.
- Chick, H. L., & Baker, M. K. (2005). Investigating teachers' responses to student misconceptions. In Chick, H. L., & Vincent, J. L. (Eds). *Proceedings of the 29th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (Vol. 2, pp. 249–256). Melbourne, Australia: PME.
- Coady, C., & Pegg, I. (1993). An exploration of students' responses to the more demanding Küchemann test items. In W. Atweh, C. Kanes, M. Carss, & G. Booker (Eds.), *Proceedings of the Sixteenth Annual Conference of MERGA* (pp. 191-196). Brisbane: MERGA.
- Corbin, J., & Strauss, A. (2008). *Basics of qualitative research: Techniques and procedures for developing grounded theory*. Thousand Oaks: Sage Publications.
- Didiş, M. G., Erbaş, A. K., & Çetinkaya, B. (2016). Matematik öğretmen adaylarının öğrenci hatalarına yönelik pedagojik yaklaşımlarının matematiksel modelleme bağlamında incelenmesi. *İlköğretim Online*, 15(4), 1367-1384.
- Didiş, M. G., Erbaş, A. K., Çetinkaya, B., Çakıroğlu, E. & Alacacı, C. (2016). Exploring prospective secondary mathematics teachers' interpretation of student thinking through analysing students' work in modelling. *Mathematics Education Research Journal*, 28(3), 349-378.
- Even, R., & Markovits, Z. (1995). Some aspects of teachers' and students' views on student reasoning and knowledge construction. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 26(4), 531-544.
- Even, R., & Tirosh, D. (1995). Subject matter knowledge and knowledge about students as sources of teacher presentations of the subject-matter. *Educational Studies in Mathematics*, 29(1), 1-20.
- Falkner, K. P., Levi, L., & Carpenter, T. P. (1999). Children's understanding of equality: A foundation for algebra. *Teaching Children Mathematics*, 6(4), 232-236.
- Grossman, P. L. (1990). *The making of a teacher: Teacher knowledge and teacher education*. New York, NY: Teachers College Press.
- Hacıömeroğlu, G. (2013). Sınıf öğretmeni adaylarının öğretim için matematiksel bilgisi: öğrencilerin toplama ve çıkarma işlemlerine ilişkin çözümlerinin analizi. *Eğitim ve Bilim*, 38(168), 332-346.
- Knuth, E., Alibali, M. W., McNeil, N. M., Weinberg, A., & Stephens, A. C. (2005). Middle school students' understanding of core algebraic concepts: Equivalence & variable. *ZDM*, 37(1), 68-76.
- Küchemann, D. (1978). Children's understanding of numerical variables. *Mathematics in School*, 7(4), 23-26.

- Ma, L. (1999). *Knowing and teaching elementary mathematics: Teachers' understanding of fundamental mathematics in China and the United States*. Mahwah, NJ: Erlbaum.
- MacGregor, M., & Stacey, K. (1994). Progress in learning algebra: Temporary and persistent difficulties. In G. Bell, B. Wright, N. Leeson, & J. Geake (Eds.), *Challenges in mathematics education: Constraints on construction (Proceedings of the 17th Annual Conference of the Mathematics Education Research Group of Australasia, Vol 2, pp. 403-410)*. Lismore, NSW: MERGA
- MacGregor, M., & Stacey, K. (1997). Students' understanding of algebraic notation: 11–15. *Educational Studies in Mathematics*, 33(1), 1-19.
- National Council of Teachers of Mathematics [NCTM] (2000). *Principles and standards for school mathematics*. Reston, VA: Author.
- Shulman, L. S. (1986). Those who understand: Knowledge growth in teaching. *Educational Researcher*, 15(2), 4–14.
- Son, J. W. (2013). How preservice teachers interpret and respond to student errors: ratio and proportion in similar rectangles. *Educational Studies in Mathematics*, 84(1), 49–70.
- Stacey, K., & MacGregor, M. (1997). Ideas about symbolism that students bring to algebra. *The Mathematics Teacher*, 90(2), 110-113.
- Şimşek, N., & Boz, N. (2016). Analysis of pedagogical content knowledge studies in the context of mathematics education in Turkey: A meta-synthesis study. *Educational Sciences: Theory and Practice*, 16(3), 799-826.
- Tirosh, D. (2000). Enhancing prospective teachers' knowledge of children's conceptions: The case of division of fractions. *Journal for research in Mathematics Education*, 31(1), 5-25.
- Tirosh, D., Even, R., & Robinson, N. (1998). Simplifying algebraic expressions: Teacher awareness and teaching approaches. *Educational studies in mathematics*, 35(1), 51-64.
- Toluk-Uçar, Z. (2011). Öğretmen adaylarının pedagojik içerik bilgisi: Öğretimsel açıklamalar. *Turkish Journal of Computer and Mathematics Education*, 2(2), 87-102.
- Wilson, P. H., Mojica, G. F., & Confrey, J. (2013). Learning trajectories in teacher education: Supporting teachers' understandings of students' mathematical thinking. *Journal of Mathematical Behavior*, 32(2), 103–121.

EXTENDED ABSTRACT

1. Introduction

Researchers agree that Pedagogical Content Knowledge (PCK) includes: (i) knowledge of students' understanding, (ii) knowledge of instructional strategies, and (iii) curricular knowledge (Ball, Thames, & Phelps, 2008; Grossman, 1990; Shulman, 1986). Following PCK, this study examined pre-service mathematics teachers' knowledge of possible sources of students' errors, and their pedagogical approaches in response to students' errors, in the context of questions involving the use of letters in algebra.

This study contributes to the national and international research regarding pre-service teachers' knowledge of students' common errors and misconceptions in the domain of algebra. Moreover, it also contributes to the limited national research investigating pre-service teachers' knowledge of instructional strategies in terms of their responses to students' errors.

2. Method

This study was conducted in a methods course offered in a mathematics education program at a public university. The participants of this study were 44 pre-service middle-school mathematics teachers who were in their third year of the program. The data was collected during the fall semester of the 2016-2017 academic year.

This study included two interrelated steps. In accordance with the aim of the study, the authors initially designed a test using Küchemann's (1978) test items. Then, the test was given to 49 seventh-grade students attending a public middle school to obtain student data. Next, by using student data, a document, *Student Work*, was prepared by the authors. *Student Work* included students' various incorrect responses for each question on the test. In the first step of the study, pre-service teachers were provided with *Student Work* and asked to examine and determine students' common incorrect responses. In the second step, pre-service teachers were provided with teaching scenario tasks and asked to explain their approaches to student's incorrect responses. These tasks were designed with the incorrect responses on which pre-service teachers worked in the first step. Also, while designing tasks, students' common incorrect answers, as reported in the literature, were considered. Pre-service teachers worked on the six tasks in nine groups of 4 or 5. The data were collected through the pre-service teachers' written responses to the tasks. Qualitative data analyses were then carried out in two steps. In the first step, pre-service teachers' explanations/attributions regarding the possible sources of students' incorrect responses were open-coded (Corbin & Strauss, 2008) and analyzed. In the second step, pre-service teachers' approaches to students' incorrect answers were analyzed. In this step, the code list was derived from the related literature (Didiş, Erbaş & Çetinkaya, 2016; Ma, 1999; Son, 2013) and used to analyze the data. To ensure the reliability of coding, the authors of this study independently coded all data and compared their results.

3. Findings, Discussion and Results

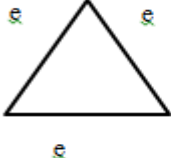
The analysis of the data initially showed that pre-service teachers attributed the sources of students' errors to the following reasons: (1) student does not understand the question, (2) student does not comprehend equation solving, (3) student does not comprehend



algebraic expressions, (4) student does not comprehend the unknown variable concept, (5) student does not have prerequisite knowledge, (6) student makes mistakes in arithmetic, (7) student has tendency to finish open algebraic expressions, and (8) student does not have abstract thinking. Although the pre-service teachers correctly attributed some sources of errors, the results showed that they were mostly unaware of the possible sources of errors. For example, in scenario 1, errors were related to students' lack of comprehension involving the equals sign. However, pre-service teachers attributed the sources of errors to students' lack of comprehension in terms of solving the equation. The data also showed that pre-service teachers mostly provided general expressions to explain the possible sources of student's errors.

Secondly, the data revealed that pre-service teachers displayed four different approaches in response to students' errors: (1) explain-demonstration, (2) delivering information, (3) helping the student to explore his/her own error or hinting at the correct solution, and (4) helping students complete their thinking. The findings regarding pre-service teachers' approaches are in line with the findings of previous studies (e.g., Didiş, Erbaş & Çetinkaya, 2016, Ma, 1999; Son, 2013). The data showed that pre-service teachers' approaches differed for the same error, i.e., pre-service teachers applied "explain-demonstrate" or "delivering information" approaches to the same error. On the other hand, they also intended to engage the student in finding their error on their own for another type of error. This finding can be interpreted that pre-service teachers may be aware of the issue of helping the student to explore their errors. However, they do not have adequate knowledge and ability to produce ways to explore students' errors on their responses.

Briefly, the findings displayed pre-service mathematics teachers' pedagogical content knowledge in terms of possible sources of knowledge of students' common errors in the domain of algebra and knowledge of teaching strategies to response these errors were poor. As the researchers (Even & Tirosh, 1995; Tirosh, 2000) pointed out that pre-service teachers can acquire knowledge of students' ways of thinking about various mathematics topics in teacher preparation programs. As Even and Markovits (1995) and Even and Tirosh (1995) emphasized, teachers' ability to respond students' ways of thinking requires an understanding of students' ways of thinking. Therefore, this study suggests that the mathematics teacher educators initially should provide learning opportunities for pre-service teachers to analyze students' common incorrect responses and interpret students' reasoning behind their responses in the mathematics teaching courses. Moreover, the mathematics teacher educators should also provide more opportunities for pre-service teachers to discuss appropriate interventions to address students' incorrect responses.

Ek. Senaryolarda Verilen Hatalı Öğrenci Cevapları

SENARYO 1	<p>7.sınıf öğrencisi olan Eray' a öğretmeni $a + 5 = 8$ ise a'nın kaç olabileceğini bulmasını ister. Eray'ın verdiği cevap aşağıda gösterilmiştir.</p> <p>yeni a ile 5 toplayınca 8 çıktıya bizden a'nın cevabını istiyor $5 + 8 = 13$ toplarız ve a + 13 yazarız</p>
SENARYO 2	<p>Sevim, çalışma kitabında $r = s + t$ ve $r + s + t = 30$ ise $r = ?$ sorusuna rastlar. Sevim'in çözümü aşağıdaki gibidir.</p> <p>$\frac{30}{3} = 10 = r = s = t$ r sayısı s ile t'nin toplamına eşit olduğuna r sayısı s ve t sayılarından eşit miktarda $r = 20$ $s = 5$ $t = 5$ sayı çıkartarak ve kendine ekleyerek.</p>
SENARYO 3	<p>7.sınıfa yeni geçen Sude' ye öğretmeni, geçen yıllarda öğrenmiş oldukları konuyla ilgili aşağıdaki soruyu sormuştur.</p> <p> ise Ç (çevre) = ?</p> <p>Sude'nin verdiği cevap aşağıda gösterilmiştir.</p> <p>$e + e + e = e^3$</p>

SENARYO 4	<p>Zehra'dan aşağıdaki dikdörtgenin alanını bulması istenmiştir.</p>  <p>Zehra aşağıdaki cevabı vermiştir.</p> <p>$e+2=2e$ $2e \cdot 5$ şeklinde</p>
SENARYO 5	<p>Sevda, çalışma kitabında 'n kenarlı bir çokgenin her bir kenarının uzunluğu 2 birim ise çevresinin kaç birim olduğunu bulunuz sorusuna rastlar.</p> <p>Sevda'nın çözümü aşağıdaki gibidir.</p>  <p>$2 \cdot 18 \text{ yanıtı} = 36 \text{ çevresi}$</p> <p>yaşının çevresini bulur ya da aynı dursa toplar</p>
SENARYO 6	<p>7.sınıfa yeni geçen Merve'ye öğretmeni, öğrenmiş oldukları konuyla ilgili aşağıdaki soruyu sormuştur.</p> <p>$2n$ ya da $n+2$, Hangisi daha büyüktür?</p> <p>Merve'nin verdiği cevap aşağıda gösterilmiştir</p> <p>bence $2n$ daha küçük $n+2$ daha büyük diye düşünüyorum. Bana öyle geliyor. $2n$ sade $2n$'dir. $2+n$ 2 ile n toplamıdır diye öyle yazdım.</p>