



SDU International Journal of Educational Studies

Prospective Middle School Mathematics Teachers' Use of Computational Strategies in Multiplication and Division of Decimals

Seçil Yemen-Karpuzcu¹, Semanur Kandil^{1,2}, Mine Işıksal-Bostan²

¹Orta Doğu Teknik Üniversitesi

²Bartın Üniversitesi

To cite this article:

Yemen-Karpuzcu, S., Kandil, S. & Işıksal-Bostan, M. (2017). Prospective middle school mathematics teachers' use of computational strategies in multiplication and division of decimals. *SDU International Journal of Educational Studies*, 4(2), 96-109.

[Please click here to access the journal web site...](#)

SDU International Journal of Educational Studies (SDU IJES) is published biannual as an international scholarly, peer-reviewed online journal. In this journal, research articles which reflect the survey with the results and translations that can be considered as a high scientific quality, scientific observation and review articles are published. Teachers, students and scientists who conduct research to the field (e.g. articles on pure sciences or social sciences, mathematics and technology) and in relevant sections of field education (e.g. articles on science education, social science education, mathematics education and technology education) in the education faculties are target group. In this journal, the target group can benefit from qualified scientific studies are published. The publication languages are English and Turkish. Articles submitted the journal should not have been published anywhere else or submitted for publication. Authors have undertaken full responsibility of article's content and consequences. *SDU International Journal of Educational Studies* has all of the copyrights of articles submitted to be published.

Ortaokul Matematik Öğretmen Adaylarının Ondalık Gösterimlerle Çarpma ve Bölme İşlemlerinde Kullandıkları Hesaplamaya Dayalı Stratejiler

Prospective Middle School Mathematics Teachers' Use of Computational Strategies in Multiplication and Division of Decimals

Seçil Yemen-Karpuzcu^{1*}, Semanur Kandil^{1, 2}, Mine Işıksal-Bostan¹

¹Orta Doğu Teknik Üniversitesi

²Bartın Üniversitesi

Özet

Bu çalışmanın amacı ortaokul matematik öğretmen adaylarının ondalık gösterimlerle çarpma ve bölme işlemlerinde kullandıkları hesaplamaya dayalı stratejileri incelemektir. Bu amaçla, öğretmen adaylarının, ondalık gösterimlerle yapılan çarpma ve bölme işlemlerinde ondalık işaretin yerini belirlemeye ilişkin performanslarına, ondalık gösterimlerle çarpma ve bölme işlemlerini yaparken kullandıkları stratejilere ve bu işlemleri yaparken ortaya çıkan hatalarına odaklanılmıştır. Çalışma Ankara'da bir devlet üniversitesinde ilköğretim matematik öğretmenliği programında Matematik öğretim yöntemleri-1 dersini alan 49 öğretmen adayının katılımıyla gerçekleştirilmiştir. Veri toplama aracı olarak açık uçlu bir test uygulanmıştır. Bu test çarpma ve bölme işlemlerinin her biri için 3 soru içermektedir. Ayrıca, bu test verilen her bir soruya verilen cevabın gerekçesini ve düşünme yolunu açıklamayı içermektedir. Öğretmen adaylarının bu sorulara verdikleri cevaplarının ve açıklamalarının analizinde betimsel istatistik (frekans) ve nitel içerik analizi yöntemleri kullanılmıştır. Verilerin analizi sonucunda, öğretmen adaylarının büyük çoğunluğunun çarpma ve bölme işlemlerinde ondalık işaretin yerini doğru olarak belirlediği görülmüştür. Öğretmen adaylarının çözümleri kurala dayalı ve hesapsal tahmine dayalı stratejiler olmak üzere iki kategoriye ayrılmıştır. Kurala dayalı strateji altında kesre çevirme, ezber, kesri genişletme ve üslü ifade yöntemlerinin; hesapsal tahmine dayalı strateji altında ise ön-son, referans ve yuvarlama yöntemlerinin kullanıldığı görülmüştür. Ayrıca, yanlış yapan az sayıda öğretmen adayı ezber veya kesre çevirme yöntemlerini kullanırken hatalar yapmıştır.

Anahtar Kelimeler: Çarpma, Bölme, Ondalık gösterim, Ortaokul matematik öğretmen adayları, kesir

Abstract

The aim of this study was to investigate prospective middle school mathematics teachers' use of computational strategies in multiplication and division of decimals. In this respects, the focus was the teachers' performances, strategies, and errors in placing the decimal point in multiplication and division with decimals. The participants were 49 prospective middle school mathematics teachers in a public university. The data were collected through a written test which included two sets of items on multiplication and division with decimals. Descriptive statistics (frequency) and qualitative content analysis were used in the data analysis. The findings revealed that most of the teachers placed the decimal point correctly while conducting multiplication and division operations with decimals. In addition, their written explanations on their answers were divided into two categories as rule based strategy and computational estimation based strategy. It was seen that while the methods of convert to fraction, rote memorization, expand the fraction and convert to

*İletişim: Seçil Yemen Karpuzcu, Orta Doğu Teknik Üniversitesi Eğitim Fakültesi, secilyemen@gmail.com

exponential notation were categorized under the rule based strategy, the methods of front-end, benchmark and rounding were categorized under the computational estimation based strategies. In addition, few participants who gave incorrect answers made errors in using the methods of rote memorization and convert to fraction.

Key words: Multiplication, Division, Decimals, Prospective middle school mathematics teachers

GİRİŞ

Ondalık gösterim ve sayıların ondalık gösterimleri ile yapılan işlemler ortaokul matematik programlarında yer alan başlıca kavramlardan biridir (Common Core State Standards Initiative [CCSSI], 2010; Milli Eğitim Bakanlığı [MEB], 2013, 2017). Temel dört işlem problemlerini çözmede ve fen kavramlarını anlamada kolaylık sağlayan ondalık gösterimler, pratikte ölçme alanında ve birçok meslekte yaygın olarak kullanılması açısından önemlidir (Baykul, 2005; Van de Walle, Karp ve Williams, 2013). Ülkemizde ortaokul matematik dersi öğretim programında, ondalık gösterim konusu beşinci sınıfta ele alınmaya başlanmaktadır. Bu sınıf düzeyinde öğrencilerin ondalık gösterimleri kesirlerle ilişkilendirmeleri ve ondalık gösterimlerle toplama ve çıkarma işlemi yapmaları beklenmektedir. Altıncı sınıfa gelindiğinde ise, öğrencilerin ondalık gösterimleri verilen sayıları çözümlenmeleri ve ondalık gösterimlerle çarpma ve bölme işlemlerini yapmaları beklenmektedir (MEB, 2017).

Matematik eğitime ilişkin alanyazın incelendiğinde, öğrencilerin ondalık gösterimler konusu üzerine oldukça kavram yanlışlığına sahip olduğu belirlenmiştir (Bell ve Baki, 1997; Sulak, Ardahan, Avcıoğlu ve Sulak, 1999; Thipkong ve Davis, 1991; Yılmaz, 2007). Daha özel olarak belirtmek gerekirse, ondalık gösterimlerle ilgili öğrencilerle yapılan çalışmalar, öğrencilerin tam sayılarda işlemlerle ilgili kavram yanlışlıklarını ondalık gösterimlere genellediğini ve benzer kavram yanlışlıklarını ondalık gösterimlerle işlemlerde de yaşadığını göstermektedir (Greer, 1987). Örneğin, öğrencilerin büyük çoğunluğu çarpma ve bölme işlemleri ile ilgili deneyimlerinden yola çıkarak, çarpma işlemi sonucu daima büyütür; bölme işlemi ise sonucu daima küçültür genellemeleri yapmakta ve yanlış olan bu genellemeleri ondalık gösterimlerle çarpma ve bölme işlemlerine de yansıtmaktadır (Lim, 2011; Sulak ve diğ., 1999). Mevcut çalışmanın odağını da kavram yanlışlıklarının fazlasıyla yaşandığı ondalık gösterimlerle yapılan çarpma ve bölme işlemleri oluşturmaktadır.

Alanyazında yapılan diğer çalışmalar incelendiğinde, ondalık gösterimlerle işlem yapmanın sayı duyusu ve hesapsal tahmin ile ilişkilendirildiği görülmektedir (Şengül ve Gülbağcı-Dede, 2013; Yang, 2005, 2007). Sayı duyusu, öğrencilerin sayılar ve işlem özellikleri arasında ilişki kurmasını sağlayan kavramsal bir ağıdır (Sowder, 1992). Öyle ki, Sowder'e (1992) göre, sayı duyusu öğrencilerin sayı problemlerini esnek ve yaratıcı yöntemlerle çözmesine olanak sağlamaktadır. Sayı duyusunun incelendiği çalışmalarda ise, bu kavramsal ağa sahip olan öğrenciler hesapsal tahmin stratejisi kullanırken, bu kavramsal ağa sahip olmayan öğrencilerin kurala dayalı strateji veya standart algoritmalar kullandığı görülmektedir. Örneğin, Yang (2005) 6. sınıf öğrencilerinin sayı duyusu stratejilerine yönelik yaptığı çalışmada, öğrencilerin ondalık gösterimlerle çarpma işlemine yönelik çözüm stratejilerini incelemiştir. Bu amaçla, çalışmaya katılan 21 öğrenciden hesap yapmadan, tahmin yürüterek $534,6 \times 0,545 = 291357$ işleminin sonucunda ondalık işaretin (virgül) yerini belirlemesi istenmiştir. Bu soruya yanlış yanıt veren öğrencilerin (%86) çözümleri incelendiğinde, öğrencilerin çözüme yönelik açıklama yapamadığı ya da çözüm için kurala dayalı strateji kullandığı görülmüştür. Kurala dayalı strateji olarak, öğrencilerin sunduğu açıklama örneği "birinci çarpanın ondalık kısmı 1 basamaklı, ikinci çarpanın ondalık kısmı ise 3 basamaklı olduğu için sonucun ondalık kısmı $1 + 3 = 4$ basamaklı olmalı. Bu yüzden cevap 29,1357" (s. 10) şeklindedir. Ayrıca sonuçlarda, hiçbir öğrencinin hesapsal tahmin yöntemlerinden biri olan referans noktasını (yani, 0,5'i bir referans noktası olarak görüp işlem yapmadan çarpımın birinci çarpanın yarısı kadar olacağını tahmin etme) kullanmadığı bu soruya, sadece 3 öğrenci doğru yanıt vermiştir. Doğru cevap veren bu öğrencilerin açıklamaları incelendiğinde ise, onların da kurala dayalı strateji kullandıkları görülmüştür. Daha detaylı olarak anlatmak gerekirse, bu öğrencilerin çarpanların son basamaklarına odaklanarak "Birinci çarpanın

ondalık kısmı 1 basamaklı, ikinci çarpanın ondalık kısmı ise 3 basamaklı olduğu için sonucun ondalık kısmı $1 + 3 = 4$ basamaklı olmalı. Ama iki çarpanın son basamağında bulunan sayıların çarpımı $6 \times 5 = 30$ olduğu için çarpımın sonunda bir tane sıfır olacağından, ondalık kısım $4 - 1 = 3$ basamaklı olmalıdır. O yüzden sonuç 291,357” (s. 10) şeklinde açıklama yaparak doğru sonuca ulaştığı belirlenmiştir.

Alanyazında öğretmenlerle ve öğretmen adayları ile yapılan çalışmalar incelendiğinde ise, ondalık gösterimlerle yapılan işlemlerde virgülün yerini bulmada sadece öğrencilerin değil, öğretmenlerin de sorun yaşadığı görülmüştür (Reys ve Yang, 1998; Şengül ve Gülbağcı-Dede, 2014; Yang, 2007; Yang, Reys ve Reys, 2009). Örneğin, Şengül ve Gülbağcı-Dede (2014), yükseköğrenim gören 11 matematik öğretmenin problem çözme stratejilerini sayı duyusu bileşenleri doğrultusunda incelemiştir. Bu amaçla çoktan seçmeli bir soruda, öğretmenlerden hesap yapmadan, tahmin yürüterek $0,4975 \times 9428,8$ işleminin sonucunu bulmaları istenmiştir. Bu soruda, öğretmenlerin sayı duyusu stratejilerinden biri olan referans noktasını kullanarak soruyu cevaplaması beklenmiştir. Bulgularda, iki öğretmen sayı duyusu stratejisi kullanarak soruyu doğru çözerken, dokuz öğretmen kurala dayalı strateji kullanarak soruyu yanlış çözmüştür. Referans noktasını uygun şekilde kullanan öğretmenlerden biri, 0,4975 sayısını 0,5 kabul ederek, sonucun 9428,8 sayısına yakın bir sayı olması gerektiği şeklinde hesapsal tahmine dayalı bir açıklama yapmıştır. Kurala dayalı stratejiye baktığımızda ise, öğretmenlerden bazıları virgülden sonraki basamakları sayarak işlemin sonucunda virgülden sonra beş basamak olması gerektiği fikriyle yanlış seçeneği (yani, 46,90828) işaretlemiştir. Öğretmenlerden bir kısmı ise, çarpanların sadece son basamağına odaklanarak, çarpımın sonunda, $5 \times 8 = 40$ olduğundan dolayı bir tane “0” olacağından sonucun ondalık kısmının $5 - 1 = 4$ basamaklı olması gerektiğini düşünerek hata (yani, 469,0828) yapmıştır.

Çalışmanın Amacı

Öğretmen adaylarının ondalık gösterimlerle yapılan işlemlerde kullandıkları hesaplamaya dayalı stratejilerini ortaya koyan çalışmalara öğretmenlerin konu alan bilgisini yansıtması açısından ihtiyaç duyulmaktadır. Yukarıda bahsedilen çalışmalara bakıldığında, ondalık gösterimlerle yapılan çarpma işleminin anlamlandırılmasına ilişkin hem öğrencilerin hem de öğretmenlerin sorun yaşadığı görülmüştür. Diğer bir deyişle, öğrencilerin sayı duyusuna dayalı stratejiler geliştirmesinde öğretmenlere büyük görev düşmesine rağmen öğretmenlerin de bu konuda yetersiz oldukları tespit edilmiştir (Şengül ve Gülbağcı-Dede, 2014; Yang ve diğ., 2009). Ayrıca, öğretmen adayları ile yapılan bu çalışmalar, ondalık gösterimlerle yapılan işlemleri anlamının hesapsal tahmine dayalı stratejileri anlamakla da ilişkili olduğunu göstermiştir (Şengül 2013; Şengül ve Gülbağcı-Dede, 2014; Yang 2007; Yang ve diğ., 2009). Ancak bu çalışmalar ondalık işaretin yerini belirlemede kullanılan stratejileri tek bir soru üzerinden (yani, iki sayının çarpımı) belirlemiş ve bu stratejileri sayı duyusuna dayalı veya kurala dayalı olarak belirlemenin ötesine geçmemiştir (Şengül ve Gülbağcı-Dede, 2014; Yang ve diğ., 2009). Bu çalışmada Kandil, Yemen-Karpuzcu ve Işıksal-Bostan’ın (2017) devam çalışması olarak, öğretmen adaylarına çarpma ve bölme işleminde kullandıkları hesaplamaya dayalı stratejileri ortaya koymak için ondalık işaretin yerini belirlemeye ilişkin birden fazla soru yöneltilmiştir. Ayrıca, bu çalışmada alanyazındaki diğer çalışmalardan farklı olarak ondalık gösterimlerle çarpma ve bölme işlemlerinde kullanılan hesapsal stratejilere ve yapılan hatalara birlikte odaklanılmıştır.

Dolayısıyla, bu çalışmanın amacı ortaokul matematik öğretmen adaylarının çarpma ve bölme işleminde kullandıkları hesaplamaya dayalı stratejileri incelemektir. Daha özel belirtmek gerekirse, amaç, öğretmen adaylarının, ondalık gösterimlerle yapılan çarpma ve bölme işlemlerinde ondalık işaretin yerini belirlerken sergiledikleri performanslarını, kullandıkları stratejileri ve yaptıkları hataları incelemektir. Bu amaç doğrultusunda aşağıdaki araştırma soruları belirlenmiştir.

- Ondalık gösterimlerle çarpma ve bölme işlemlerinde ondalık işaretin yerini bulmada öğretmen adaylarının performansları ne düzeydedir?
- Ondalık gösterimlerle çarpma ve bölme işlemleri sorularına doğru cevap veren öğretmen adayları hangi stratejileri kullanmaktadır?

- Ondalık gösterimlerle çarpma ve bölme işlemleri sorularına yanlış cevap veren öğretmen adaylarının yaptıkları hatalar nelerdir?

YÖNTEM

Araştırma Deseni

Bu çalışmada, ortaokul matematik öğretmen adaylarının var olan bilgilerini açıklamak amaçlandığından, tarama yöntemi kullanılmıştır. Tarama modeli çalışmaları bir gruba ait onlara özgü özellikleri belirlemeyi amaçlar (Büyüköztürk, Kılıç, Akgün, Karadeniz ve Demirel, 2014). Bu doğrultuda, ortaokul matematik öğretmen adaylarının çarpma ve bölme işlemini yaparken ondalık işaretin yerini belirleme performansları, ondalık işaretin yerini doğru belirledikleri cevaplarda kullandıkları stratejileri ve ondalık işaretin yerini yanlış belirledikleri cevaplardaki hataları belirlenmiştir.

Katılımcılar

Bu çalışmada, veriler 2015-2016 öğretim yılının güz (birinci) döneminde toplanmıştır. Katılımcılar, Ankara'da bir devlet üniversitesinde ilköğretim matematik öğretmenliği programında Matematik öğretim yöntemleri-1 dersini alan 49 öğretmen adaydır. Verilerin toplandığı sırada, bu derste ondalık gösterimler ve işlemler konusu işlenmiştir. Öte yandan, katılımcılar sayılar öğrenme alanına dair doğal sayılarda çarpma ve bölme işlemleri ve problem durumları üzerine dersler işlemiştir. Ayrıca, öğretmen adayları, genel matematik derslerini tamamlamış ancak öğretmenlik deneyimi dersi almamıştır.

Veri Toplama Aracı

Bu çalışmada veri toplama aracı olarak açık uçlu bir test uygulanmıştır. Bu test çarpma ve bölmeye ilişkin 2 soru grubu içermektedir. Çarpma işlemi sorularında, iki doğal sayının çarpımı verilmiş ve verilen çarpma işlemine dayanarak işlem yapmadan ondalık gösterimlerde çarpımdaki ondalık işaretin yeri ve cevabın gerekçesi sorulmuştur. Paralel olarak, bölme işlemi sorularında, iki doğal sayının bölümü verilmiş ve verilen bölme işlemine dayanarak işlem yapmadan ondalık gösterimlerde bölümdeki ondalık işaretin yeri ve cevabın gerekçesi sorulmuştur. Bu sorular aşağıda verilmiştir (Şekil 1).

- | |
|---|
| <p>1. $1268 \times 155 = 196540$ olduğuna göre, aşağıdaki sorularda çarpma işlemi yapmadan ondalık işaretin yerini belirleyiniz. Cevabınızın gerekçesini ve nasıl düşündüğünüzü yazınız.</p> <p>1a. $12,68 \times 1,55 = \dots\dots\dots$ (Çünkü, $\dots\dots\dots$)</p> <p>1b. $1,268 \times 0,155 = \dots\dots\dots$ (Çünkü, $\dots\dots\dots$)</p> <p>1c. $126,8 \times 15,5 = \dots\dots\dots$ (Çünkü, $\dots\dots\dots$)</p> <p>2. $109781 \div 7 = 15683$ olduğuna göre, aşağıdaki sorularda bölme işlemi yapmadan ondalık işaretin yerini belirleyiniz. Cevabınızın gerekçesini ve nasıl düşündüğünüzü yazınız.</p> <p>2a. $1097,81 \div 0,7 = \dots\dots\dots$ (Çünkü, $\dots\dots\dots$)</p> <p>2b. $109,781 \div 7 = \dots\dots\dots$ (Çünkü, $\dots\dots\dots$)</p> <p>2c. $109781 \div 0,07 = \dots\dots\dots$ (Çünkü, $\dots\dots\dots$)</p> |
|---|

Şekil 1. Ondalık gösterimlerle çarpma ve bölme testi

Verilerin Analizi

Bu çalışmada, veriler hem sayısal işlem sonuçlarından hem de yapılan işlemlere dair yazılı açıklamalardan oluşmaktadır. Verilerin analizinde betimsel istatistik (frekans) ve nitel içerik analizi yöntemleri kullanılmıştır (Schreier, 2012). Sayısal işlem sonuçları için frekans analizi yöntemi ile doğru ve yanlış cevaplarının frekansları hesaplanmıştır. Çalışmanın odağını oluşturan yazılı açıklamaların analizinde kodlama ve kümeleme yaklaşımı kullanılmıştır (Miles ve Huberman, 1994). Öğretmen adaylarının verilen soruları cevaplarırken sundukları açıklamalar alanyazın doğrultusunda kodlanmıştır. Diğer bir deyişle, öğretmen adaylarının çarpma ve bölme işlemlerinde kullandıkları stratejilere ilişkin kodlar ve temalar belirlenmiştir. Bu stratejiler iki tema altında toplamıştır: kurala dayalı strateji ve hesapsal tahmine dayalı strateji. Buna göre kurala dayalı strateji altında çıkan yöntemler kesre çevirme, kesri genişletme, üslü ifade ve ezber başlıkları altında kodlanmıştır. Dolayısıyla kurala dayalı strateji standart algoritmalar ya da ezbere dayalı yöntemlerden oluşmaktadır. Hesapsal tahmine dayalı strateji altında çıkan yöntemler yuvarlama, ön-son, referans noktası başlıkları altında kodlanmıştır. Dolayısıyla, hesapsal tahmine dayalı strateji zihinsel hesaplama ile birlikte çıkarımların yapıldığı yöntemlerden oluşmaktadır. Her iki tema (strateji) altında çıkan kodların (yöntemler) açıklamaları aşağıda verilmiştir.

- *Kesre çevirme*: Ondalık olarak verilen sayıları kesre çevirerek kesirlerde çarpma ve bölme algoritmasını kullanır ve çıkan kesri ondalık ifadeye çevirerek ondalık işaretini yerleştirir.
- *Ezber*: Sayılarda virgülden sonra kaç basamak olduğunu sayarak bu basamak sayıları ile işlem yapar. Örneğin, çarpmada her iki sayı için virgülden sonra kaç basamak varsa bu basamak sayılarını toplayıp sonuçta da bu basamak sayısı kadar sağdan sola doğru gidip ondalık işareti yerleştirir.
- *Kesri genişletme*: Bölme işlemi için, verilen bölme işlemini birinci çarpanı pay ve ikinci çarpanı payda olarak kesir biçiminde yazıp, bu kesirdeki sayıların ondalık kısımlarından kurtulmak için kesri 10, 100, 1000 gibi 10'un kuvveti bir sayı ile çarpıp, çıkan sonuca göre ondalık işaretin yerini belirler.
- *Üslü ifade*: Ondalık olarak verilen sayıları tam sayı ve 10'un kuvveti biçiminde üslü ifadeye çevirir ve bu üslü ifadelerle işlem yapar ve sonuçta 10'un kuvvetinde belirtilen sayı ile ondalık işaretin yerini belirler.
- *Yuvarlama*: Hesaplamaı daha kolay yapabilmek için işlemdeki bir veya iki sayı yerine daha uygun bir sayıyı kullanarak hesapsal tahminle ondalık işaretin yerini belirler (Sowder ve Wheeler, 1989).
- *Ön-son*: Hesaplamaı daha kolay yapabilmek için işlemdeki ondalık gösterimlerin tam kısımlarına odaklanıp geri kalanını görmezden gelerek hesapsal tahminle ondalık işaretin yerini belirler (Sowder ve Wheeler, 1989; Van de Walle ve diğ., 2013).
- *Referans noktası*: Hesaplamaı daha kolay yapabilmek için işlemdeki sayılardan biri yerine 0,5, 1 veya 10 gibi bir sayıyı ölçüt kabul edip, işlemin sonucunun ölçütle yapılan işleme göre daha büyük veya daha küçük olduğunu tahmin ederek ondalık işaretin yerini belirler (Yang ve diğ., 2009).

BULGULAR

Bu çalışmanın amacı ortaokul matematik öğretmen adaylarının ondalık gösterimlerle yapılan çarpma ve bölme işlemlerinde kullandıkları hesaplama dayalı stratejileri incelemektir. Bu doğrultuda, öğretmen adaylarının, ondalık gösterimlerle yapılan çarpma ve bölme işlemlerinde ondalık işaretin yerini belirlemeye ilişkin performanslarına, ondalık gösterimlerle yapılan bu çarpma ve bölme işlemlerini doğru yaparken kullandıkları stratejilere ve bu işlemleri yanlış yaparken ortaya çıkan hatalara ilişkin bulgular verilmiştir.

Öğretmen Adaylarının Ondalık Gösterimlerle Çarpma ve Bölme İşlemlerinde Performansları

Öğretmen adaylarının kullandıkları stratejileri detaylı olarak vermeden önce, açık uçlu testteki çarpma ve bölme işlemlerinde ondalık işaretin (virgülün) yerini belirleme performansları Tablo 1’de verilmiştir. Tablo 1’den de görülebileceği gibi, öğretmen adaylarının çarpma ve bölme işlemlerinde performansları benzer çıkmıştır. Öğretmen adaylarının birçoğu çarpma ve bölme işlemlerinde ondalık işaretin yerini doğru olarak belirlemiştir. Diğer bir ifade ile hem çarpma hem de bölme işlemlerinde yapılan yanlış sayısı çok yakındır.

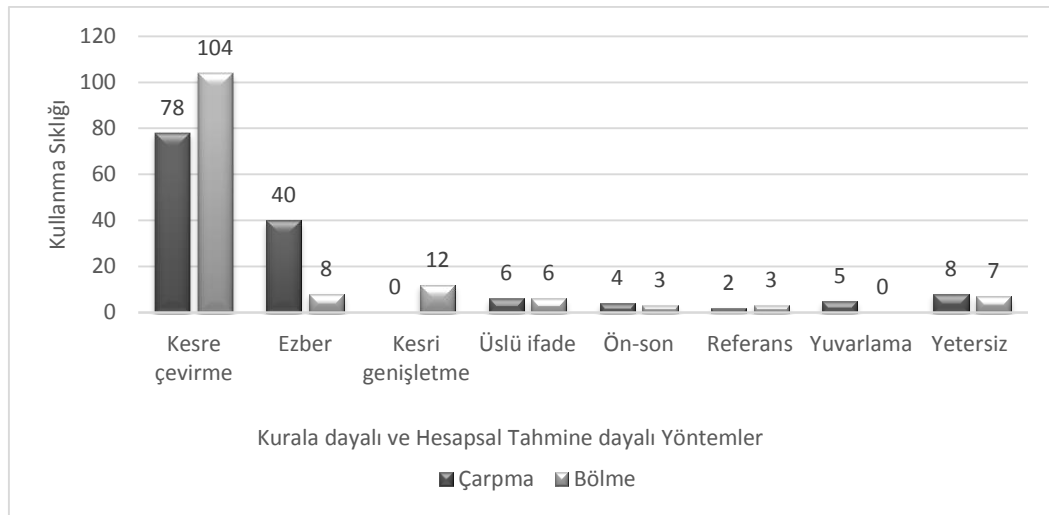
Tablo 1. Ondalık gösterimlerle çarpma ve bölme işlemleri performansları

	Çarpma			Bölme		
	1a	1b	1c	2a	2b	2c
Doğru cevap (%)	49 (% 100)	47 (%96)	47 (%96)	48 (%98)	48 (%98)	47 (%96)
Yanlış cevap veya cevap yok (%)	0	2 (%4)	2 (%4)	1 (%2)	1 (%2)	2 (%4)
Toplam	49	49	49	49	49	49

Ondalık Gösterimlerle Çarpma ve Bölme İşlemlerinde Doğru Cevaplarda Kullanılan Stratejiler

Ondalık işaretin yerini doğru olarak cevaplayan öğretmen adaylarının her bir işlem altındaki 3 soruya ilişkin açıklamaları incelenmiştir. Öğretmen adaylarının açıklamalarında, ondalık gösterimlerle yapılan işlemlerde kurala dayalı ve hesapsal tahmine dayalı stratejilerin kullandığı görülmüştür.

Öncelikle, öğretmen adaylarının kullandıkları yöntemlerin frekansı her bir işlem altındaki üç soruda kullanılan toplam yöntem sayısına oranla açıklanmıştır. Çarpma işleminde, üç soruya getirilen 143 açıklamanın 124’ü (%86,7) kurala dayalı strateji, 11’i (%7,7) hesapsal tahmine dayalı strateji altında toplanmıştır. Bölme işleminde ise, üç soruya getirilen 143 açıklamanın 130’u (%90,9) kurala dayalı strateji, 6’sı (%4,2) hesapsal tahmine dayalı strateji altında toplanmıştır. Kurala dayalı strateji kullanan öğretmen adaylarının açıklamaları kesre çevirme, ezber, kesri genişletme ve üslü ifade yöntemleri altında toplanmıştır (Şekil 2). Hesapsal tahmine dayalı strateji kullanan öğretmen adaylarının açıklamaları ön-son, referans ve yuvarlama yöntemleri altında toplanmıştır (Şekil 2). Ayrıca öğretmen adaylarının kullandıkları yöntemi belirlemede yetersiz kalan açıklamaları yetersiz başlığı altında verilmiştir.



Şekil 2. Ondalık gösterimlerle çarpma ve bölme işlemlerinde kullanılan yöntemler

Şekil 2’de görüldüğü gibi ondalık gösterimlerle yapılan çarpma işlemlerinde, kurala dayalı strateji altında toplanan açıklamaların 78’i (%54,5) kesre çevirme, 40’ı (%28) ezber ve 6’sı (%4,2) üslü ifade yöntemi altında toplanmıştır. Ondalık gösterimlerle yapılan çarpma işlemlerinde, hesapsal tahmine

dayalı strateji altında toplanan açıklamaların 4'ü (%2,8) ön-son, 2'si (%1,4) referans ve 5'i (%3,5) yuvarlama yöntemi altında toplanmıştır. Ayrıca 8 (%5,6) açıklamanın yetersiz olduğu görülmüştür. Ondalık gösterimlerle yapılan bölme işlemlerinde ise, kurala dayalı strateji altında toplanan açıklamaların 104'ü (%72,7) kesre çevirme, 12'si (%8,4) kesri genişletme, 8'i (%5,6) ezber, 6'sı (%4,2) üslü ifade yöntemi altında toplanmıştır. Ondalık gösterimlerle yapılan bölme işlemlerinde, hesapsal tahmine dayalı strateji altında toplanan açıklamaların 3'ü (%2,1) ön-son, 3'ü (%2,1) referans yöntemi altında toplanmıştır. Ayrıca 7 (%4,9) açıklamanın yetersiz olduğu görülmüştür.

Ondalık gösterimlerle yapılan çarpma ve bölme işlemleri altında her bir soru için kullanılan bu stratejiler, yöntemler ve onların frekansları Tablo 2'de verilmektedir.

Tablo 2. Ondalık gösterimlerle çarpma ve bölme işlemlerinde kullanılan yöntemler

Strateji	Yöntem	Çarpma				Bölme			
		1a	1b	1c	Toplam	2a	2b	2c	Toplam
Kurala Dayalı	Kesre çevirme	27	25	26	78 (% 54,5)	35	32	37	104 (% 72,7)
	Ezber	13	14	13	40 (% 28)	3	4	1	8 (% 5,6)
	Kesri genişletme	0	0	0	0	5	3	4	12 (% 8,4)
	Üslü ifade	2	2	2	6 (% 4,2)	2	2	2	6 (% 4,2)
Hesapsal Tahmine Dayalı	Ön-son	2	0	2	4 (% 2,8)	0	3	0	3 (% 2,1)
	Referans	2	0	0	2 (% 1,4)	2	1	0	3 (% 2,1)
	Yuvarlama	2	0	3	5 (% 3,5)	0	0	0	0
Diğer	Yetersiz	1	6	1	8 (% 5,6)	1	3	3	7 (% 4,9)
	<i>Toplam</i>	49	47	47	143 (%100)	48	48	47	143 (%100)

Verilere baktığımızda, öğretmen adaylarının bir kısmının bazı sorularda birden fazla strateji kullanırken, bir kısmının ise bazı sorularda tek bir strateji altında birden fazla yöntem kullandığı görülmüştür. Dolayısıyla, çalışmanın devamında verilen öğretmen adayı frekanslarını doğru yorumlamak adına, Tablo 2'de verilen her bir işlem altındaki üç soruda kullanılan yöntemlerin frekansına ihtiyaç duyulmuştur. Bu doğrultuda, çarpma ve bölme işlemlerinde kullanılan yöntemlerin sayısına ilişkin bulgular, öğretmen adaylarının frekansı üzerinden verilmiştir.

Çarpma işlemi

Ondalık gösterimlerle yapılan çarpma işleminde kullanılan stratejilere ve yöntemlere bakıldığında ilk göze çarpan sonuç, çarpma işleminde 38 öğretmen adayının tüm sorularda sadece kurala dayalı strateji kullanarak doğru cevaba ulaşmış olduğudur. Bu öğretmen adaylarından 25'i kesre çevirme, 10'u ezber, 2'si üslü ifade yöntemini kullanmıştır. Ek olarak, çarpma işleminde, 4 öğretmen adayı bazı sorularda hesapsal tahmine dayalı strateji kullanmış bazı sorularda ise yetersiz açıklama yapmıştır. Bu öğretmen adaylarından birincisi iki soruda (1a ve 1c) yuvarlama yöntemini, ikincisi iki soruda (1a ve 1c) ön-son yöntemini, üçüncüsü bir soruda (1a) referans bir soruda (1c) yuvarlama yöntemini, dördüncüsü ise bir soruda (1a) referans ve bir soruda (1c) ön-son yöntemini kullanmıştır.

Devamında, çarpma işleminde, 2 öğretmen adayı bazı sorularda kurala dayalı strateji bazı sorularda hesapsal tahmine dayalı strateji kullanmıştır. Bu öğretmen adaylarından biri ön-son ve ezber yöntemlerini, diğeri yuvarlama ve ezber yöntemlerini kullanmıştır. Ayrıca, çarpma işleminde, 1 öğretmen adayı bir soruda (1a) kurala dayalı strateji (kesre çevirme yöntemi), bir soruda (1c) hesapsal tahmine dayalı strateji kullanmış, diğeri soruda yetersiz açıklama yapmıştır. Son olarak, çarpma işleminde 1 öğretmen adayı tüm soruların açıklama kısmını boş bırakmıştır. Bu bulgular doğrultusunda, çarpma işleminde kullanılan yöntemler aşağıda detaylı olarak değerlendirilmiştir.

Kurala dayalı strateji kullanan 44 öğretmen adayından 27'si kesre çevirme, 15'i ezber, 2'si üslü ifade yöntemini kullanmıştır. En çok kullanılan yöntem olan kesre çevirme yöntemini kullanan öğretmen adayları, ondalık gösterimleri kesre çevirerek işlem yapmış ve sonucun paydasından yola çıkarak virgölün yerini belirlemiştir. Ayrıca, bu yöntemi kullanan öğretmen adaylarının bir kısmı ise çarpanların yalnızca paydalarına odaklanarak birim kesirlerle ($\frac{1}{100}, \frac{1}{1000}$ gibi) işlem yapmıştır. Örneğin, birçok öğretmen adayı 1a sorusunda ($12,68 \times 1,55$) verilen çarpım değerleri için $\frac{1}{100} \cdot \frac{1}{100} = \frac{1}{10000}$ sonucundan yola çıkarak çarpım sonucunun (196540) 10000'e bölüneceğine karar verip virgülü yerleştirmiştir.

En çok kullanılan ikinci yöntem, kurala dayalı strateji altında yer alan ve basamak sayma olarak da ifade edilen ezber yöntemi olmuştur. Bu çözümler incelendiğinde ise, öğretmen adaylarının her iki çarpanda virgülden sonraki basamak sayılarını toplayıp, çarpımda sağdan sola o kadar basamak giderek virgölün yerini belirledikleri görülmüştür (Şekil 3).

b) $1,268 \times 0,155 = 0,196540$ (Çünkü: virgülden sonra toplam 6 basamak var bu nedenle sonucu sola doğru 6 basamak kaydırılır.)

Şekil 3. Ondalık gösterimlerle çarpma işleminde ezber yöntemi örneği

Ayrıca, kurala dayalı strateji kullananların ikisi ise üslü ifade yöntemiyle tüm sorularda doğru sonuca ulaşmıştır. Örneğin, 1c sorusu için, bir öğretmen adayı ondalık olarak verilen sayıları üslü ifade olarak yazmış ve çarpmıştır (Şekil 4).

$$(1268) \cdot 10^{-1} \times (155) \times 10^{-1} = 196540 \cdot 10^{-2}$$

"2" basamakları 2 birim sola
"j" kaydırılarak

Şekil 4. Ondalık gösterimlerle çarpma işleminde üslü ifade yöntemi örneği

Hesapsal tahmine dayalı strateji kullanan 7 öğretmen adayından 4'ü yuvarlama, 3'ü ön-son, 2'si referans yöntemini kullanmıştır. Hesapsal tahmine dayalı strateji altında en fazla kullanılan yuvarlama yönteminde, Şekil 5'te görüldüğü gibi öğretmen adayları çarpanların yaklaşık değerlerinden yola çıkarak çarpımı tahmin etme yoluna gitmiştir. Bu soruda (1a) öğretmen adayı, 12,68'i 12'ye yuvarlayarak ve 1,55'i 1,5'a yuvarlayarak cevabın yaklaşık olarak 18 çıkacağını tahmin etmiş ve buna göre virgülü yerleştirmiştir.

a) $12,68 \times 1,55 = \dots 19,6540$ (Çünkü: 12'nin 1,5 katının değeri 18 olmasından.)

Şekil 5. Ondalık gösterimlerle çarpma işleminde yuvarlama yöntemi örneği

Öğretmen adaylarının üçü, virgülden önceki tam kısma odaklanarak işlem yapılan ön-son yöntemini kullanmıştır. Bu yöntemde öğretmen adayları ondalık kısmı görmezden gelerek sadece tam kısımları çarpmış ve çarpımı tahmin ederek virgölün yerini belirlemiştir (Şekil 6).

a) $12,68 \times 1,55 = \dots 19,6540$ (Çünkü: tam kısımlara bakarsak $12 \times 1,5 = 18$. Cevap 12'den büyük bir sayı ama 19 kadar büyük olamaz.)

Şekil 6. Ondalık gösterimlerle çarpma işleminde ön-son yöntemi örneği

Öğretmen adaylarının ikisi, referans yöntemini kullanarak bir sayıyı ölçüt kabul edip işlemin sonucunun ölçütle yapılan işleme göre daha büyük veya daha küçük olduğunu tahmin etmiştir. Örneğin, 1a sorusunda 12,68 sayısını 1,55 ile çarparken, 1 ve 2 sayısını ölçüt kabul edip sonucun 12,68'den büyük ama 24'ten küçük olacağını tahmin ederek virgülü yerleştirmiştir (Şekil 7).

a) $12,68 \times 1,55 = 19,6540$.. (Çünkü virgülden önce 9,6 arasına gelmelidir. Çünkü biz 12,68 sayısını 1'den büyük 2'den küçük olan bir sayıyla çarpıyoruz. Sonuçta 12,68 ve 24 arasında olmalı)

Şekil 7. Ondalık gösterimlerle çarpma işleminde referans yöntemi örneği

Bölme işlemi

Ondalık gösterimlerle yapılan bölme işleminde kullanılan stratejilere ve yöntemlere bakıldığında ilk göze çarpan sonuç, çarpma işlemine benzer şekilde, bölme işleminde de 38 öğretmen adayının tüm sorularda sadece kurala dayalı strateji kullanarak doğru cevaba ulaşmış olduğudur. Bu öğretmen adaylarından 28'i kesre çevirme, 3'ü kesri genişletme, 2'si üslü ifade yöntemini tüm sorular için kullanırken, 2 öğretmen adayı iki soruda (2a, 2b) ezber, bir soruda (2c) kesre çevirme yöntemi kullanmıştır. Ek olarak, bölme işleminde, 3 öğretmen adayı bazı sorularda kurala dayalı strateji kullanmış, bazı sorularda ise yetersiz açıklama yapmıştır. Bunlardan biri bir soruda (1a) kesri genişletme yöntemi kullanmış diğer sorularda (2b, 2c) yetersiz açıklama yapmıştır; diğeri bir soruda (2c) kesre çevirme yöntemini uygulamış diğer sorularda yetersiz açıklama yapmıştır; en sonuncusu iki soruda (2a, 2c) kesre çevirme yöntemi kullanmış diğer soruda (2b) yetersiz açıklama yapmıştır.

Devamında, 2 öğretmen adayı bazı sorularda kurala dayalı bazı sorularda hesapsal tahmine dayalı strateji kullanmıştır. Bunlardan biri, iki soruda (2a, 2c) kesri genişletme yöntemini bir soruda ön-son yöntemini kullanmış, diğeri iki soruda (2a, 2c) kesre çevirme bir soruda ise (2b) referans yöntemini kullanmıştır. Son olarak, 2 öğretmen adayının bazı sorularda hesapsal tahmine dayalı strateji kullandığı, bazı sorularda yetersiz açıklama yaptığı görülmüştür. Bu öğretmen adayları iki soruda (2a, 2b) sırasıyla referans ve ön-son yöntemlerini kullanmış diğer soruda (2c) yetersiz açıklama yapmıştır. Bu bulgular doğrultusunda, bölme işleminde kullanılan yöntemler aşağıda detaylı olarak verilmiştir.

Kurala dayalı strateji kullanan 47 öğretmen adayından 39'u kesre çevirme, 5'i kesri genişletme, 4'ü ezber, 2'si ise üslü ifade yöntemini kullanmıştır. Çarpma işleminden farklı olarak, bölme işleminde kesri genişletme yöntemi kullanılmıştır. En çok kullanılan yöntem olan kesre çevirme yöntemini kullanan öğretmen adayları ondalık ifadeyi kesir olarak yazmış ve kesirlerde bölme işlemi algoritmasını uygulamıştır. Bu yöntemi kullanan bir öğretmen adayının açıklaması aşağıda verilmiştir (Şekil 8).

a) $1097,81 \div 0,7 = \dots 15683$.. (Çünkü: $\frac{109781}{100} \div \frac{10}{100}$ işleminden 10'lu bölme)

Şekil 8. Ondalık gösterimlerle bölme işleminde kesre çevirme yöntemi örneği

Kesri genişletme yöntemini kullanan 5 öğretmen adayı virgülden kurtarmak deyimini kullanarak hesaplama yapmıştır. Burada öğretmen adayları bölme işlemini bir kesir gibi düşünmüş ve verilen sayıları tam sayıya dönüştürmek için her iki sayıyı da aynı sayı ile çarparak genişletme yapmıştır. Şekil 9'da görüldüğü gibi, aslında öğretmen adayları burada hem bölüneni hem de böleni tam sayıya dönüştürmek için her iki sayıyı da 1000 ile çarpmıştır. Daha sonra bölünen ya da bölenin sonuna eklenen sifra göre bölümün nasıl değişeceğini yorumlayarak virgülün yerini belirlemiştir.

b) $109,781 \div 7 = \dots 15,683$.. (Çünkü: sayıları virgülden kurtardıktan sonra 7'nin 7000'e dönüştürülmesi ve bölen 1000 katı artırılıp için bölümünde 0 olarak 270000000 gösterildi)

Şekil 9. Ondalık gösterimlerle bölme işleminde kesri genişletme yöntemi örneği

Bölme işleminde ezber yöntemini 4 öğretmen adayı kullanmıştır. İki öğretmen adayı sadece 2a ve 2b sorularında, bir öğretmen adayı sadece 2b sorusunda, diğer öğretmen adayı tüm bölme sorularında bu yöntemi kullanarak doğru cevaba ulaşmıştır. Bu yöntemi kullanan bir öğretmen adayının açıklaması aşağıda verilmiştir (Şekil 10). Bu çözümler incelendiğinde ise, öğretmen adaylarının bölünen ve bölenin virgülden sonraki basamak sayıları farkı kadar, bölümde sağdan sola giderek virgülün yerini belirledikleri görülmüştür.

b) $109,781 \div 7 = \dots 15,683 \dots$ (Çünkü: bölünece virgülden önce 3, bölünece virgülden sonra 0 basamak var o zaman $(3-0) = 3$ virgülden sonra 3 basamak demektir.)

Şekil 10. Ondalık gösterimlerle bölme işleminde ezber yöntemi örneği

Bölme işleminde üslü ifade yöntemini iki öğretmen adayı kullanmıştır. Bu çözümler incelendiğinde, öğretmen adaylarının, ondalık ifadeleri tam sayı ve 10 'un kuvveti bir sayının çarpımı şeklinde göstererek bölme işlemini yaptıkları ve ardından 10 'un kuvvetine göre sağdan sola kaç basamak gideceğini veya sayının sağına kaç sıfır koyacağını belirlediği görülmüştür (Şekil 11).

a) $1097,81 \div 0,7 = \dots 1568,3 \dots$ (Çünkü: $\frac{109781}{7} \times 10^{-2} = 15683 \times 10^{-1} = 1568,3$
 b) $109,781 \div 7 = \dots 15,683 \dots$ (Çünkü: 15683×10^{-3}
 c) $109781 \div 0,7 = \dots 15683,0 \dots$ (Çünkü: $15683 \times 10^2 \rightarrow 2$ basamak sağa "0" ek.)

Şekil 11. Ondalık gösterimlerle bölme işleminde üslü ifade yöntemi örnekleri

Hesapsal tahmine dayalı strateji kullanan öğretmen adaylarından 3'ü ön-son ve 3'ü referans yöntemini kullanmıştır. Ön-son yönteminde, Şekil 12'de görüldüğü gibi öğretmen adayları bölünen ve bölünen ondalık kısmını görmezden gelerek, tam kısımları ile bölme işlemi yapmıştır. Elde ettikleri sonuç doğrultusunda ise bölümü tahmin ederek virgüli yerleştirmiştir.

b) $109,781 \div 7 = \dots 15,683 \dots$ (Çünkü: \rightarrow Sayının 109 kısmını 7 ye bölerek tam kısmı 2 basamaklı bir sayı çıkar tahmin ederiz. 7 ye bölerek tam kısmı 2 basamaklı en büyük olan $10 \times 7 = 70$

Şekil 12. Ondalık gösterimlerle bölme işleminde ön-son yöntemi örneği

Şekil 12'deki açıklamada, öğretmen adayı 109 'u 7 'ye bölerek tam kısmın 2 basamaklı bir sayı çıkacağını belirtmiş ve sağlamasını da düşünüp bölümü en küçük iki basamaklı sayı (10) alarak 10 çarpı 7 'den en azından 70 çıkacağını tahmin ederek virgüli yerleştirmiştir.

Ayrıca, referans yöntemini kullanan öğretmen adayları bir sayıyı ölçüt kabul edip işlemin sonucunun ölçütle yapılan işleme göre daha büyük veya daha küçük olduğunu tahmin ederek virgüli yerleştirmiştir. Örneğin, bir öğretmen adayı, Şekil 13'teki gibi 1 'i referans noktası olarak incelemiş ve değerlendirmiştir.

a) $1097,81 \div 0,7 = \dots 1568,3 \dots$ (Çünkü: $1097,81$ sayısı 1 den daha küçük bir sayıya bölünmüş. Cevap 1097 'den büyük ama ona yakın olmalı.)

Şekil 13. Ondalık gösterimlerle bölme işleminde referans yöntemi örneği

" $1097,81 \div 0,7$ " sorusunda referans yöntemini kullanan bir diğer öğretmen adayı, $0,5$ 'i referans noktası olarak almış, bölünenin yarısına ($0,5$ 'e) yakınlığından yola çıkarak bölümün bölünenin yaklaşık iki katına eşit olacağı tahmininde bulunmuştur. Buradan yola çıkarak da bölümde virgülin yerini belirlemiştir.

Soru 2b'de referans yöntemini kullanan başka bir öğretmen adayı, Şekil 14'te görüldüğü gibi bölünenin 1 'den büyük ama 10 'dan küçük olduğunu gözetmiştir. Bunları referans alarak, cevabın $10,9$ 'dan büyük olacağını tahmin etmiş ve cevap $15,683$ olacak şekilde virgüli yerleştirmiştir.

b) $109,781 \div 7 = \dots 15,683 \dots$ (Çünkü: Sayımız 1 'den büyük bir sayıya bölünüyor bu sayı $1-10$ aralığında yani sonuçta $10,9$ dan büyük olacak

Şekil 14. Ondalık gösterimlerle bölme işleminde referans yöntemi örneği

Ondalık Gösterimlerle Çarpma ve Bölme İşlemlerinde Yapılan Hatalar

Ondalık gösterimlerle çarpma ve bölme işlemine yönelik virgülü yanlış yere yerleştiren öğretmen adaylarının hepsinin kurala dayalı strateji (yani, kesre çevirme veya ezber yöntemi) kullandığı belirlenmiştir. Öğretmen adaylarının bazıları kurala dayalı strateji uygularken işlem hataları yapmış, bazıları ise ezbere dayalı yanlış yöntemler ortaya koymuştur. Çarpma işleminde ezber yöntemi kullanan 3 öğretmen adayından biri 1b sorusunda, ikisi 1c sorusunda hata yapmıştır. Yine çarpma işleminde, kesre çevirme yöntemini kullanan 1 öğretmen adayı 1b sorusunda hata yapmıştır. Bölme işleminde ise ezber yöntemini kullanan 1 öğretmen adayı 2c sorusunda hata yapmıştır. Yine bölme işleminde, kesre çevirme yöntemini kullanan 3 öğretmen adayından biri 2a sorusunda, biri 2b sorusunda ve diğeri de 2c sorusunda hata yapmıştır.

Örneğin, çarpma işleminde (soru 2b) ondalık işaretin yerini yanlış belirleyen bir öğretmen adayı ezbere dayalı olarak ondalık işaretin yerini ondalık kısımdaki rakam sayısı ile ilişkilendirerek açıklamıştır. Ancak sayım yaparken yanlış yapan öğretmen adayı ondalık işareti yanlış yere koymuştur (Şekil 15).

b) $1,268 \times 0,155 = .196540...$ (Çünkü: Çarpma işlemi içinde de virgülden sonra 3 basamak var. Çarpımda virgülden sonra 6 basamak olmalı.)

Şekil 15. Ondalık gösterimlerle yapılan çarpma işlemi için yanlış bir cevap örneği

Bölme işleminde yanlış verilen bir cevaba örnek olarak, soru 2a'da ondalık işaretin yerini belirleyen bir öğretmen adayı ondalık olarak verilen sayıları kesre çevirerek açıklamış, ancak virgülün yerini yanlış hesaplamıştır (Şekil 16). Daha detaylı olarak söylemek gerekirse, $1097,81 \div 0,7$ işlemi için aşağıdaki cevabı veren öğretmen adayının, açıkça yazmasa da $0,7$ 'yi $\frac{7}{10}$ 'a çevirdiği ve bölünen sayının $\frac{7}{10}$ ile bölünmesinin aslında o sayının 10 ile çarpılmasına karşılık geldiği hesaplamasını yaptığı görülmüştür. Öte yandan, sonucu yazarken bölünen sayının ($1097,81$) ondalık kısmını dikkate almamış veya görmemiştir.

a) $1097,81 \div 0,7 = .156830...$ (Çünkü: Bölme işleminde bölüneni 10'a bölmek bölünenin 10 ile çarpılmasını demektir. Yani yanına 10'ı koyarız.)

Şekil 16. Ondalık gösterimlerle yapılan bölme işlemi için yanlış bir cevap örneği

Bölme işleminde bir diğer yanlış cevap örneği olarak, soru 2c'de ondalık işaretin yerini belirleyen bir öğretmen adayı, verilen sayıların ondalık kısımlarında kaç basamak olduğuna bakarak ve $2 - 0 = 2$ hesabına dayanarak açıklama yapmıştır, ancak bu açıklamasının ve dolayısıyla cevabının yanlış olduğu görülmüştür (Şekil 17).

c) $109781 \div 0,07 = .156830...$ (Çünkü: bölünen de virgülden sonra 0 bölünen de virgülden sonra 2 basamak $2-0=2$ o zaman sonuçta virgülden sonra 2 basamak stabilizir.)

Şekil 17. Ondalık gösterimlerle yapılan bölme işlemi için yanlış cevap örneği-2

Şekil 17'deki yanlış cevabı veren öğretmen adayı bu yöntemle soru 2a ve 2b'yi doğru cevaplamıştır. Dolayısıyla öğretmen adayının bu ezber yöntemini kullanırken bölünenin ondalık kısmındaki basamak sayısının bölünenin ondalık kısım basamak sayısından az olması durumunda zorluk yaşadığı düşünülmektedir.

SONUÇ VE TARTIŞMA

Bu çalışmada, öğretmen adaylarının çarpma ve bölme işlemlerindeki performansları ortaya konmuş, bu işlemlere doğru cevap verenlerin kullandıkları stratejileri ve yanlış cevap verenlerin hataları kurala dayalı ve hesapsal tahmine dayalı stratejiler kategorileri altında incelenmiştir.

Öğretmen adaylarının performanslarına bakıldığında, öğretmen adayları hangi yöntemi kullanmış olursa olsun, neredeyse tamamı hem çarpma hem de bölme işleminin sonucunda ondalık işareti doğru yerleştirmiştir. Bu noktada bu çalışmanın sonuçları, iki ondalık gösterimin çarpımında virgülün yerini belirlemeye yönelik soru içeren, Yang ve diğ.'nin (2009) çalışma sonuçlarından farklılaşmaktadır. Bahsi geçen çalışmada, çok sayıda öğretmen adayı (%69) verilen soruyu yanlış cevaplamıştır. Araştırmacılar öğretmen adaylarından, çarpanların ondalık işaretleri unutulmuş hesap makinesinde yapılan " $0,4975 \times 9428,8 = 4690828$ " (s. 389) işleminin sonucunda ondalık işaretin nerede olacağını işlem yapmadan belirlemelerini istemiştir. Burada öğretmen adaylarının ondalık gösterimlerin son basamaklarına odaklanarak ' $75 \times 8 = 600$ ' olduğundan dolayı çarpımın sonunda iki tane sıfır olması gerektiğini fark etmeleri beklenmiştir. Öğretmen adaylarının büyük çoğunluğu ise bunu göremedikleri için virgülü olması gerekenden iki basamak sola yerleştirerek yanlış cevap vermiştir. Ancak, sorunun işlendiği bağlama baktığımızda, hesap makinesi ile ondalık işaretler olmadan yapılan işlem sonucunda 469082800 sayısının bulunması gerekirdi. Dolayısıyla, çok sayıda öğretmen adayının hata yapmasının nedeninin sorunun sorulduğu hesap makinesi bağlamı ve sonucun verilmiş şekli olduğu söylenebilir. Yang ve diğ.'nin (2009)'nin bu çalışmasında öğretmen adaylarının büyük çoğunluğu bundan dolayı hata yapmış olabilir. Benzer şekilde Şengül ve Gülbağcı-Dede (2014) de öğretmenlerin $0,4975 \times 9428,8$ işleminin sonucunda virgülün yerini belirlemesini bekledikleri çalışmada, 11 öğretmenden 9'u hata yapmıştır. Bunun sebebi ise öğretmenlerin yine ondalık gösterimlerin son basamaklarının çarpımı sonucunda meydana gelecek sıfırları fark edememesi olarak belirtilmiştir. Mevcut çalışmada ise, öğretmen adaylarına iki tam sayının gerçek çarpım sonucu verilmiş ve öğretmen adaylarının büyük çoğunluğu, belki de bu nedenden dolayı, hangi stratejiyi kullanırsa kullansın ondalık gösterimlerle çarpma sorularını doğru cevaplamıştır. Bu sonuçlardan yola çıkarak, hesap makinesi bağlamı kullanımı hassas bir konu olduğundan, çalışmalarda öğretmen adaylarına çarpımın son basamaklarındaki sıfır(lar)ın verilmesi gerektiği düşünülmektedir.

Öte yandan, alanyazında işlemler üzerine yapılan çalışmalar incelendiğinde, bölme işleminin diğer işlemlere kıyasla daha karmaşık ve zor olduğu görülmektedir (Ma, 1999). Bu çalışmanın bulgularına baktığımızda, öğretmen adaylarının çarpma ve bölme işlemlerinde performanslarının aynı düzeyde olduğu görülmüştür. Bunun sebebi, öğretmen adaylarının büyük çoğunluğunun ondalık gösterimlerle bölme işleminde kesre çevirme yöntemini kullanmış olması olabilir. Yapılan çalışmalarda öğretmen adaylarının çarpmayı bölmeye tercih ettikleri ve özellikle kesirlerde bölme yaparken ters çevirip çarpma yöntemini kullandıkları belirtilmektedir (Unlu ve Ertekin, 2012). Mevcut çalışmada da öğretmen adaylarının büyük çoğunluğu, her ne kadar çarpma ve bölme işlemlerini yapmadan ondalık işaretin yerini belirlemeleri istense de, bölme işlemi altındaki sorularda verilen ondalık gösterimleri önce kesre çevirmiş ve ters çevirip çarpma yöntemi ile elde ettiği kesir sonucuna bağlı olarak virgülün yerini belirlemiştir. Dolayısıyla, burada öğretmen adayları, ondalık gösterimlerle bölme işlemi yaparken kesirlerde çarpma işlemi yoluyla ondalık işaretin yerini belirlemeyi tercih etmiştir. Sonuç olarak, öğretmen adaylarının bu tercihi, onların ondalık gösterimlerle yapılan çarpma işleminde de çoğunlukla kesre çevirme yöntemini kullandıkları düşünüldüğünde, bölme işlemindeki performanslarının çarpma işlemindeki performanslarına yakın olmasının sebebi olabilir.

Daha özelden ise birçok öğretmen adayının doğru cevaplarında kurala dayalı strateji kullandığı belirlenmiştir. Özellikle, bu strateji altındaki kesre çevirme yönteminin her iki işlem için de en sık tercih edilen yöntem olduğu görülmüştür. Çarpma işleminde ezber yöntemi ikinci sıklıkla tercih edilirken, bölme işlemine özgü olarak görülen kesri genişletme yönteminin de bölme işleminde en sık tercih edilen ikinci strateji olduğu görülmüştür. Ancak, ezber yöntemi bölme işleminde çarpma işlemine kıyasla daha az görülmüştür. Bunların yanı sıra üslü ifade yönteminin de her iki işlemde az da olsa tercih edildiği görülmüştür. Ayrıca, bu işlemlerde az sayıda öğretmen adayının hesapsal tahmine dayalı strateji kullanarak doğru yanıt ulaştığı belirlenmiştir. Öte yandan, yanlış cevap veren öğretmen adaylarının tamamı ezber veya kesre çevirme yöntemlerini kullanırken hatalar yapmıştır. Dolayısıyla ezber işlem yapan bu öğretmen adaylarının, yaptıkları işlemlere kavramsal bir açıklama bulamadıkları görülmüştür.

Ancak her ne kadar çarpma işleminde en çok hata yapılan yöntem ezber yöntemi ve bölme işleminde en çok hata yapılan yöntem kesre çevirme yöntemi olsa da, bu hataların bu yöntemlerle ilişkisi anlamında yorum yapmak için yeterli sayıda veri elde edilememiştir. Ancak yine de ezber yönteminin,

öğretmen adaylarını yapılan işlemde ve sayılar arasındaki ilişkileri anlamaktan uzaklaştırdığı gözlemlenmiştir. Dolayısıyla, daha büyük çalışma grupları ile bu çalışma tekrarlandığında benzer çıkarımlar yapılabilir. Bu da öğretmen adaylarının hesapsal stratejilere ilişkin yetkinlik kazanmaları için yapılacak çalışmalara ve öğretmen eğitimcilerine yol gösterebilir.

Öğretmen adaylarının ondalık gösterimlerle çarpma işlemi sonucunda virgölün yerini belirlemesine yönelik çalışmaların bulgularına bakıldığında, hesapsal tahmine dayalı strateji olarak referans noktası yöntemine odaklanıldığı ve bu stratejiyi kullanan öğretmen adaylarının referans noktası yöntemi kullanarak tahmin yürüttükleri görülmüştür (Şengül ve Gülbağcı-Dede, 2014; Yang ve diğ., 2009). Mevcut çalışmada ise, hesapsal tahmine dayalı strateji kullananların sayısı az olmasına rağmen, bu strateji altında sadece referans noktası yöntemi değil, ayrıca ön-son ve yuvarlama yöntemleri de kullanılmıştır. Burada bazı öğretmen adaylarının doğal sayılara yönelik Matematik öğretim yöntemleri-1 dersinde öğrendikleri hesapsal tahmin yöntemlerini ondalık gösterimlerle işlemlere genelleştirebildikleri görülmektedir. Bu açıdan bakıldığında, matematik öğretim yöntemleri dersinin öğretmen adaylarının soruları yanıtlarken kullandıkları yöntemlerde ne denli etkili olduğu gözlemlenmiştir. Bu sebeple, matematik öğretim yöntemleri dersi kapsamında hesapsal tahmin konusuna daha fazla yer verilmesinin ve matematik öğretim yöntemleri dersine lisans programlarında ders saati bazında daha fazla zaman ayrılmasının öğretmen adaylarına konu alan bilgilerini geliştirmeleri açısından fayda sağlayacağına inanılmaktadır. Ayrıca, ortaokul matematik öğretmen adaylarının hesaplama dayalı stratejileri farklı işlemlerde ve farklı sayı kümelerinde veya gösterimlerle incelenebilir. Böylece öğretmen adaylarının çeşitli konularda geliştirdiği bu stratejiler bir bütün halinde toplanabilir ve yorumlanabilir ve bunlar öğretmen eğitiminde eğitimciler için yol gösterici olabilir.

KAYNAKLAR

- Baykul, Y. (2005). *İlköğretimde matematik öğretimi (1-5. Sınıflar için) (8. Baskı)*. Ankara: Pegem A Yayıncılık.
- Bell, A. & Baki, A. (1997). *Ortaöğretim matematik öğretimi (Cilt I)*. Ankara: Yüksek Öğretim Kurumu yayınları.
- Büyüköztürk, Ş., Kılıç, E., Akgün, Ö., Karadeniz, Ş., & Demirel, F. (2014). *Bilimsel araştırma yöntemleri*. Ankara: Pegem Akademi.
- Common Core State Standards Initiative [CCSSI] (2010). Common core state standards for mathematics. Retrieved from http://www.corestandards.org/assets/CCSSI_Math%20Standards.pdf.
- Greer, B. (1987). Nonconservation of multiplication and division involving decimals. *Journal for Research in Mathematics Education*, 18(1), 37-45.
- Kandil, S., Yemen-Karpuzcu, S. & Işıksal-Bostan, M. (2017, August 21-25). *Prospective middle school mathematics teachers' solution strategies regarding multiplication with decimals*. Paper presented at the European Conference on Educational Research. Copenhagen, Denmark.
- Lim, K. H. (2011). Addressing the multiplication makes bigger and division makes smaller misconceptions via prediction and clickers. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 42(8), 1081-1106.
- Ma, L. (1999). *Knowing and teaching elementary mathematics*. Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.
- Miles, M. B. & Huberman, A. M. (1994). *Qualitative data analysis (2nd edition)*. Thousand Oaks, CA: Sage Publications.
- Milli Eğitim Bakanlığı [MEB] (2013). *Ortaokul matematik dersi (5, 6, 7 ve 8. sınıflar) öğretim programı*. Ankara.
- Milli Eğitim Bakanlığı [MEB] (2017). *İlkokul ve ortaokul matematik dersi (1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 ve 8. sınıflar) öğretim programı*. Ankara.
- Reys, R. E., & Yang, D. C. (1998). Relationship between computational performance and number sense among sixth-and eighth-grade students in Taiwan. *Journal for Research in Mathematics Education*, 29(2), 225-237.
- Schreier, M. (2012). *Qualitative content analysis in practice*. Sage Publications.
- Sowder, J. (1992). Estimation and number sense. In D. A., Grouws (Ed.), *Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning*, pp. 371-389, New York: Macmillan.
- Sowder, J. T., & Wheeler, M. M. (1989). The development of concepts and strategies used in computational estimation. *Journal for Research in Mathematics Education*, 20(2), 130-146.
- Sulak, H., Ardahan, H., Avcıoğlu, A. & Sulak, H. (1999). Sayıların öğretiminde yanlışların teşhisi ve alınması gereken tedbirler. *Araştırma Vakfı Projesi*, Selçuk Üniversitesi, Konya.

- Şengül, S. (2013). Identification of number sense strategies used by pre-service elementary teachers. *Educational Sciences: Theory & Practice*, 13(3), 1965-1974.
- Şengül, S., & Gülbağcı-Dede, H. (2014). Matematik öğretmenlerinin sayı hissi problemlerini çözerken kullandıkları stratejiler. *Turkish Journal of Computer and Mathematics Education*, 5(1), 73-88.
- Şengül, S., & Gülbağcı, H. (2013). 7. ve 8. Sınıf öğrencilerinin sayı hissi ile matematik öz yeterlikleri arasındaki ilişkinin incelenmesi. *International Journal of Social Science*, 6(4), 1049-1060.
- Thipkong, S., & Davis, E. J. (1991). Preservice elementary teachers' misconceptions in interpreting and applying decimals. *School Science and Mathematics*, 91(3), 93-99.
- Unlu, M., & Ertekin, E. (2012). Why do pre-service teachers pose multiplication problems instead of division problems in fractions?. *Procedia-Social and Behavioral Sciences*, 46, 490-494.
- Van de Walle, J. A., Karp, K. S., & Williams, J. M. B. (2013). *Elementary and middle school mathematics: Teaching developmentally (8th ed.)*. Boston, MA: Pearson Education, Inc.
- Yang, D. C. (2005). Number sense strategies used by 6th-grade students in Taiwan. *Educational Studies*, 31(3), 317-333.
- Yang, D. C. (2007). Investigating the strategies used by pre-service teachers in Taiwan when responding to number sense questions. *School Science and Mathematics*, 107(7), 293-301.
- Yang, D. C., Reys, R. E., & Reys, B. J. (2009). Number sense strategies used by pre-service teachers in Taiwan. *International Journal of Science and Mathematics Education*, 7(2), 383-403.
- Yılmaz, Z. (2007). İlköğretim ikinci kademe öğrencilerinin ondalık sayılar konusundaki kavram yanlışları (Uşak ili örneği). (Yüksek lisans tezi, Eskisehir Osmangazi Üniversitesi, Eskisehir). Retrieved from <http://tez2.yok.gov.tr/> (200721).

Prospective Middle School Mathematics Teachers' Use of Computational Strategies in Multiplication and Division of Decimals

Seçil Yemen-Karpuzcu^{1†}, Semanur Kandil^{1,2}, Mine Işıksal-Bostan¹

¹Middle East Technical University

²Bartın University

Extended Abstract

Introduction: Decimals are important in terms of measurement and the widespread use in many professions since it makes easier to interpret the four basic operations and science concepts (Van de Walle, Karp & Williams, 2013; Baykul, 2005). Decimals and operations with decimals are the major concepts in middle school mathematics curricula (Common Core State Standards Initiative [CCSSI], 2010; Ministry of Education [MoNE], 2013, 2017). When the studies about decimals in the literature are examined, it is seen that there are many misconceptions on decimals (Bell & Baki, 1997; Sulak et al., 1999; Thipkong & Davis, 1991; Yılmaz, 2007). Considering the difficulties with decimals, the focus of the current study is multiplication and division with decimals. The studies on this topic show that multiplication with decimals is associated with number sense and both students and teachers have difficulties in computations with decimals. Although teachers have major responsibility on the development of students' computational estimation strategies as a construct of number sense, it was observed that teachers were not capable on this subject (Şengül & Gülbağcı-Dede, 2014; Yang, Reys & Reys, 2009). For that reason, it is important to understand prospective middle school mathematics teachers' computational strategies in multiplication and division with decimals. Therefore, the purpose of the current study is to investigate the prospective teachers' performances on placing the decimal point in multiplication and division of two decimals, their computational strategies while correctly placing the decimal point, and their errors while incorrectly placing the decimal point.

Method: In the current study, the survey method was used to reveal prospective middle school mathematics teachers' computational strategies used in multiplication and division with decimals. The participants of the study were 49 prospective middle school mathematics teachers in a public university in Ankara. The data were collected through a written test which included two sets of items on multiplication and division with decimals. In each set, there were three computation questions that ask participants to place decimal point on the given result of multiplication and division. For example, one of the items related to division was "It is known that $109781 \div 7 = 15683$. Where should the decimal point go for the result of the operation $1097,81 \div 0,7 = ?$ Explain your solution way and reasoning." In the data analysis, descriptive statistics (frequency) and qualitative content analysis methods were used. The participants' written explanations were categorized in terms of rule based and computational estimation based strategies. Each strategy was also coded within the methods under these strategies.

Results: The findings showed that almost all participants correctly answered the questions related to find the place of decimal point in both multiplication and division with decimals. When the solution strategies related to multiplication with decimals were examined, it was seen that rule based and computational estimation based strategies were used by prospective mathematics teachers. Explanations of the teachers who used the rule based strategy were categorized as convert to fraction, rote memorization and convert to exponential notation methods, while explanations of the teachers who used the computational estimation based strategy were categorized as front-end, benchmark and rounding methods. The teachers also used rule based and computational based estimation based strategies in division with decimals. Most of the teachers used the rule based strategy and they explained their solutions under convert to fraction, rote memorization, expand the fraction and convert to exponential notation methods. In addition, the teachers who used the computational estimation based strategy in division applied front-end and benchmark methods. When the explanations of the teachers who placed the decimal point incorrectly in multiplication and division with decimals were examined, it was seen that they used rote memorization and convert to fraction methods under the rule based strategy.

[†]Corresponding Author: Seçil Yemen-Karpuzcu, Middle East Technical University Faculty of Education, secilyemen@gmail.com

Conclusion: The findings revealed that prospective middle school mathematics teachers' performances were similar in multiplication and division with decimals. Different from Yang et al.'s (2009) and Şengül and Gülbağcı-Dede's (2014) studies, most of the teachers correctly answered the questions about multiplication with decimals. It was concluded that this might be the result of the calculator context in those studies since it was asked to place the decimal point of the product of two decimals relating with the product of two numbers that was given without the zeros in the last digits. While correctly answering the questions in multiplication and division, the teachers mostly used convert to fraction method as a rule based strategy. In addition, while rounding method was used only in multiplication, expand the fraction method was used only in division. Moreover, it was concluded that although most of the teachers correctly answered the questions using rote memorization method, the teacher who incorrectly answered the questions used rote memorization in multiplication with decimals. However, the rote memorization method was rarely used in division with decimals. When considered the relation between the multiplication and division with decimals in the teachers' explanations, it was concluded that the reason of teachers' similar performances in these operations might be using the method of convert to fraction in placing the decimal point and teachers' understanding of fraction and decimal relation. Finally, although the computational estimation based strategy was not used by most of the teachers, some of the teachers used various methods of computational estimation based strategy that were mentioned in the subject of natural numbers and operations in the methods of mathematics teaching course. In this regard, it is suggested to give more importance to computational estimation and number sense in methods courses and to give more credits to methods courses in mathematics education programs.

Key words: Multiplication, Division, Decimals, Prospective middle school mathematics teachers