



EULER POLİNOMLARI İLE YENİ BİR ÇOKLU KATMANLI REEL EMPEDANS UYUMLANDIRMA TEKNİĞİ VE İLETİM HATTI UYGULAMASI

Ömer KASAR*¹, Mesud KAHRİMAN¹, Mahmut Ahmet GÖZEL¹

¹ Süleyman Demirel Üniversitesi, Mühendislik Fakültesi, Elektronik ve Haberleşme Mühendisliği, Isparta, Türkiye

Anahtar Kelimeler

*Euler Polinomları,
Katmanlı Empedans
Uyumlandırma,
İletim Hattı,*

Özet

Bu çalışmada yeni bir çoklu katmanlı reel empedans uyumlandırma tekniği önerilmiştir. Bu teknik Euler metodu ile reel empedans uyumlandırma tekniğidir. Euler fonksiyonu ile yansıma katsayısı denklemi modellenmiştir. Euler polinomları ile her bir empedans uyumlandırma katmanında meydana gelebilecek yansıma katsayısı ifade edilmiştir. Empedans uyumlandırma için her katmanın karakteristik empedansının ne olması gerektiği matematiksel olarak ortaya konulmuştur.

Euler polinomları ile empedans uyumlandırma tekniğinin başarısını ortaya koymak için $Z_0 = 50 \Omega$ karakteristik empedansa sahip iletim hattı, $Z_L = 100 + j0 \Omega$ yük empedansı ile sonlandırılmıştır. Uyumsuzluk ve empedans uyumlandırma durumlarında yansıma sonuçları karşılaştırılmıştır. Yansıma 8-10 dB azaltılarak uyumlandırmada başarı sağlanmıştır.

A NEW MULTI STEPPED REAL IMPEDANCE MATCHING METHOD WITH EULER POLYNOMIALS AND ITS APPLICATION ON TRANSMISSION LINE

Keywords

*Euler Polynomials,
Stepped Impedance
Matching,
Transmission Line,*

Abstract

In this work; we propose a new multi stepped real impedance matching technique. The technique is Euler Polynomials real impedance matching technique. We modeled The Euler Function as reflection coefficient equation. Each matching layer expressed with Euler Polynomials as reflection coefficient. For impedance matching, what is the characteristic impedance of each layer is explained mathematically.

For indicate the success of the technique; the characteristic impedance of transmission line $Z_0 = 50 \Omega$ terminated with $Z_L = 100 + j0 \Omega$ real load impedance. There is a comparison between mismatching and the Euler matched situation. As a result, the reflection decreased 8-10 dB successfully.

Alıntı / Cite

Kasar Ö., Kahrıman M., Gözel M. A., (2017). Euler Polinomları ile Yeni Bir Çoklu Katmanlı Reel Empedans Uyumlandırma Tekniği ve İletim Hattı Uygulaması, *Journal of Engineering Sciences and Design*, 5(3), 547-552.

Yazar Kimliği / Author ID (ORCID Number)

Ö. Kasar, 0000-0003-1859-5236
M. Kahrıman, 0000-0003-0731-0936
M. A. Gözel, 0000-0002-0360-7188

Başvuru Tarihi / Submission Date	03.07.2017
Revizyon Tarihi / Revision Datte	26.09.2017
Kabul Tarihi / Accepted Date	15.11.2017
Yayım Tarihi / Published Date	18.12.2017

* İlgili yazar: omerkasar@sdu.edu.tr, +90-246-211-0867

1. Giriş

Bir hattın empedansı, yapısından, durumundan veya konumundan dolayı sahip olduğu reel veya sanal ya da hem reel hem de sanal omik değeridir. Empedans karmaşık sayılarla ifade edilir. ($Z = R + jX$). Empedans “Z”; reel kısım rezistans “R” ve sanal kısım “X” reaktanstan oluşur. Caron (1993). Pek çok uygulamada yük empedans $50+j 0$ olarak seçilmektedir. Görülen giriş empedansının çalışma frekansında bu değere mümkün olduğu kadar yakın olmasına dikkat edilmektedir (Şenel B 2017).

Bir iletim hattının **Giriş empedansı ise**; “ Z_0 ” karakteristik empedansına ve “ β ” yayılma sabitine sahip bir iletim hattının “ Z_L ” yük empedansından “ $-\ell$ ” kadar uzaktaki terminalleri arasında görülen empedans değeridir ve “ Z_{in} ” olarak ifade edilir. Denklem (1)’de giriş empedansını veren denklem bulunmaktadır (Balanis 2005).

$$Z_{in} = Z_0 \frac{Z_L + jZ_0 \tan \beta \ell}{Z_0 + jZ_L \tan \beta \ell} \quad (1)$$

Bir EM dalganın içinden geçtiği birbirinden farklı ortamların aynı karakteristik empedans değerine sahip olması ve buna bağlı olarak ortam arakesitlerinde yansımanın minimum olmasına ($\Gamma = 0$) **empedans uyumu** denir. Kaynak, iletim hattı ve yükten herhangi birinin karakteristik empedans diğerlerinden farklı olması durumuna da **empedans uyumsuzluğu** adı verilir (Cheng 1993). Yansımanın hangi oranda gerçekleştiğinin ölçüsü olarak **yansıma katsayısı Γ** tanımlanmıştır (Stutzman and Thiele 2012).

Ortamda (iletim hattı içerisinde) gelen EM dalganın taşıdığı güç ortam arakesitinden geçerken yani yük aktarılırken yansımadan dolayı azalacak ve tamamı iletilemeyecektir. Ortalama aktarılan güç (2)’den bulunabilir (Oliner, Jackson et al. 2007).

$$P_{akt} = \frac{1}{2} |V_g|^2 \frac{R_0}{(R_0 + R_L)^2 + (X_0 + X_L)^2} \quad (2)$$

Güç aktarımının maksimum olabilmesi için $Z_0 = Z_L^*$ olmalıdır. Bunun anlamı; iletim hattının karakteristik empedansının reel kısmı ile yük empedansının reel

kısmı birbirine eşit ($R_0 = R_L$) ve sanal kısımları da birbirinin ters işaretlisine eşit ($X_0 = -X_L$) olmalıdır (Pozar 2005).

Yüksek frekans uygulamalarda, mevcut problemleri tanımlayıp çözebilmek için yeni yaklaşımlar ortaya konmaktadır. Örneğin yükselteç güç modülünün doğrusal davranışını modellemek için veri madenciliği kullanan çalışma mevcuttur (Arı O. 2012).

Eğer iletim hattı girişinde hem reel hem sanal empedans uyumsuzluğu varsa; ya kompleks uyumlandırma teknikleri kullanılır, ya da giriş noktası iletim hattı boyunca ötelenerek empedansın reel olduğu nokta belirlenir ve bu noktada reel empedans uyumlandırma yapılabilir (Caron 1993).

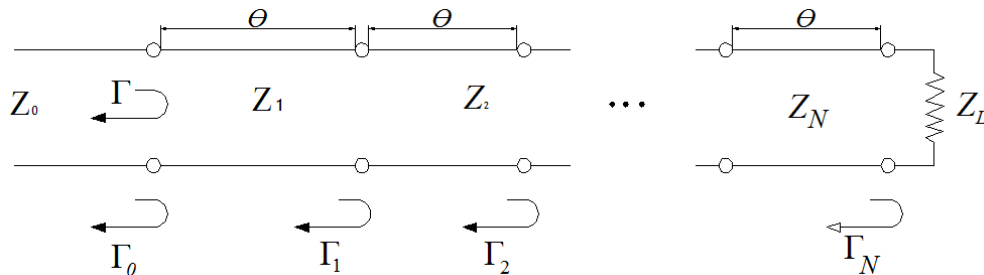
2. Çoklu Katmanlı Empedans Uyumlandırma

Çok katmanlı empedans uyumlandırma teknikleri; empedans uyumsuzluğunu yük empedansından iletim hattının empedansına uyumlandırmada tek katmanlı eşdeğerlerine göre daha başarılıdır. Literatürde çok katmanlı empedans uyumlandırma teknikleri geniş bantlı empedans uyumlandırma tekniklerine örnek olarak gösterilmektedir (Kumar and Ray 2002; Pozar 2005).

Çok katmanlı reel empedans uyumlandırma devreleri; teorik olarak N tane eşit uzunlukta ($\theta = \lambda/4$) empedans uyumlandırma katmanı içeren uyumlandırma devreleridir. Tek katmanlı empedans uyumlandırma devreleri istenilen bir dar bant için sağlanabilir. Fakat daha büyük bant genişliği ve daha az yansıma katsayısı elde edebilmek için çoklu katmanlar tercih edilmektedir (Balanis 2005). Şekil 1’de çok katmanlı bir empedans uyumlandırma devresi gösterilmiştir. Tüm bu yansıma katsayılarının birbirine etki ettiği de göz önüne alarak toplanacak olursa, toplam yansıma katsayısı (faz açısı $\theta = \pi/2$ için) (3)’te belirtilmiştir.

$$\Gamma(\theta) = \Gamma_0 + \Gamma_1 e^{-2j\theta} + \Gamma_2 e^{-4j\theta} + \dots + \Gamma_N e^{-2jN\theta} \quad (3)$$

Her bir terim için Fourier kosinüs serisine açılım yapıldığında toplam yansıma katsayısı N çift ise:



Şekil 1. Çok katmanlı emp. uyumlandırma devresinde hatların empedansları

$$\Gamma(\theta) = 2e^{-jN\theta} \left[\Gamma_0 \cos N\theta + \Gamma_1 \cos(N-2)\theta + \dots + \Gamma_n \cos(N-2n)\theta + \dots + \frac{1}{2} \Gamma_{N/2} \right] \quad (4a)$$

N tek ise:

$$\Gamma(\theta) = 2e^{-jN\theta} \left[\Gamma_0 \cos N\theta + \Gamma_1 \cos(N-2)\theta + \dots + \Gamma_{0n} \cos(N-2n)\theta + \dots + \Gamma_{(N-1)/2} \cos\theta \right] \quad (4b)$$

olarak bulunur (Pozar 2005).

Literatürde çok katmanlı empedans uyumlandırma tekniklerini modellemek için pek çok yöntem vardır. En çok kullanılan ve modelleme teknikleri Chebyshev ve Binom çok katmanlı empedans uyumlandırma tekniğidir. Bu uyumlandırma teknikleri Binom katsayılarını ve Chebyshev polinomlarını kullanır (Caron 1993; Kraus and Marhefka 2002; Yarman 2010). Bunun yanında matematiksel dağılımlar ve fonksiyonlar modellenerek pek çok çoklu empedans uyumlandırma tekniği modellenmiş ve çalıştırılmıştır (Aksen, Çimen et al. 1998; Chryssomallis and Sahalos 1999; Charalambides 2005; Manteghi 2009; Dottorato 2010; Dai, He et al. 2015; Mbinack, Tonye et al. 2015).

Yeterli N miktarı ve uygun Γ fonksiyonlar için istenilen bir yansıma katsayısı tepkisi (θ 'nın fonksiyonu olmak şartıyla) sentezlenebilir (Khare and Nema 2012). Bu sentez yeterli sayıda fonksiyon kullanılırsa Fourier serilerinin gerçekleşmesiyle uygun bir fonksiyon yaklaşımı olabilir (Lee 2004; Pozar 2005).

Bu çalışmada çoklu katmanlı empedans uyumlandırma metodu için Euler polinomları önerilmektedir. Yansımayı azaltmak için her bir katmanın karakteristik empedansını belirlemede Euler Fonksiyonu ve Polinomları kullanılacaktır.

3. Euler Polinomları ile Reel Empedans Uyumlandırma Tekniği

Sayılar teorisi ve analizde oldukça önemli olan Euler sayıları, trigonometrik fonksiyonların seri açılımı gösterimi olarak aşağıdaki teoremden incelenmiştir. Euler fonksiyonunun en genel gösterimi denklem (5)'te verilmiştir (Charalambides 2005; Aslan 2011)

$$E_n^N(x) = \sum_{n=0}^N \binom{N}{n} \frac{E_n}{2^n} \left(x - \frac{1}{2}\right)^{N-n} \quad (5)$$

Burada N fonksiyonun en yüksek derecesini, E_n^N Euler fonksiyonunu ve E_n ise (n=0,1,2,3...) sırasıyla Euler Polinomlarını ifade etmektedir. İlk dört Euler Polinomu (E_n) (6a-d)'de verilmiştir (Abramowitz and Stegun 1966).

$$E_0(x) = 1 \quad (6a)$$

$$E_1(x) = x - \frac{1}{2} \quad (6b)$$

$$E_2(x) = x^2 - x \quad (6c)$$

$$E_3(x) = x^3 - \frac{3}{2}x^2 + \frac{1}{4} \quad (6d)$$

Teoride çoklu katmanlarda meydana gelen toplam yansıma katsayısı (7)'de verilmiştir.

$$\Gamma_{total}(\theta) = \sum_{n=0}^N \Gamma_n e^{-j2n\theta} = A(1 + e^{-2j\theta})^N \quad (7)$$

Burada θ hattın açı cinsinde uzunluğu'dur ($\theta = \beta\ell = \pi/2$), A ise uyumlandırma sabiti olarak verilmiştir. A katsayısı, toplam yansımanın büyüklüğünden (8)'deki gibi çıkarılabilir (Lee 2004).

$$|\Gamma(\theta)| = 2^N \cdot |A| \cdot |\cos \theta|^N \quad (8)$$

Burada θ yerine 0 yazıldığında yani 0. Katman için yansıma da 0 olacağından A büyüklüğü (9)'dan bulunabilir.

$$A = 2^{-N} \frac{Z_L - Z_0}{Z_L + Z_0} \quad (9)$$

Yansıma katsayısı Euler denkleminin bir fonksiyonu olarak modellenenebilir. Denklem (5) ve (7) beraber yazılırsa ve $x \rightarrow \theta$ dönüşümü yapılarak (10) ve (11) elde edilir.

$$\Gamma_{total}(\theta) = A \cdot E_n^N = \sum_{n=0}^N \Gamma_n e^{-j2n\theta} \quad (10)$$

$$\Gamma(\theta) = A \cdot \sum_{n=0}^N \binom{N}{n} \frac{E_n}{2^n} \left(\theta - \frac{1}{2}\right)^{N-n} = \sum_{n=0}^N \Gamma_n e^{-j2n\theta} \quad (11)$$

Euler fonksiyonu ile empedans uyumlandırmada her bir katmana ait yansıma katsayısı da (12)'den bulunabilir.

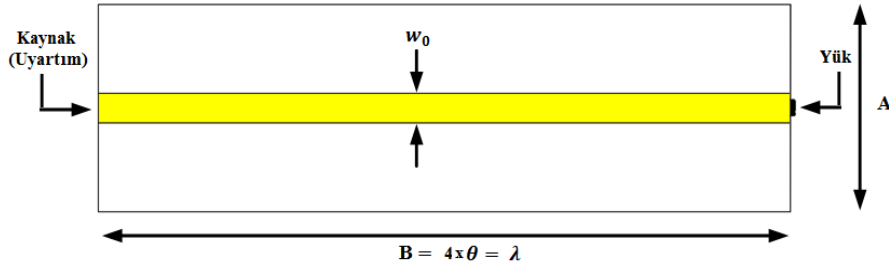
$$\Gamma_n(\theta) = A \cdot \binom{N}{n} \frac{E_n}{2^n} \left(\theta - \frac{1}{2}\right)^{N-n} \quad (12)$$

Euler çoklu katman empedans uyumlandırma tekniği, Z_L yük empedansının tamamen reel olduğu yerlerde geçerlidir. Burada her bir katmanın bir önceki katmana etki ettiğinden dolayı n. katmanına ait yansıma katsayısı (12)'de olduğu gibidir. Denklem (13) yardımıyla da her katmandan yansıyan EM dalganın büyüklüğü bulunabildiğinden bir sonraki katmanın da karakteristik empedansı tespit edilebilir.

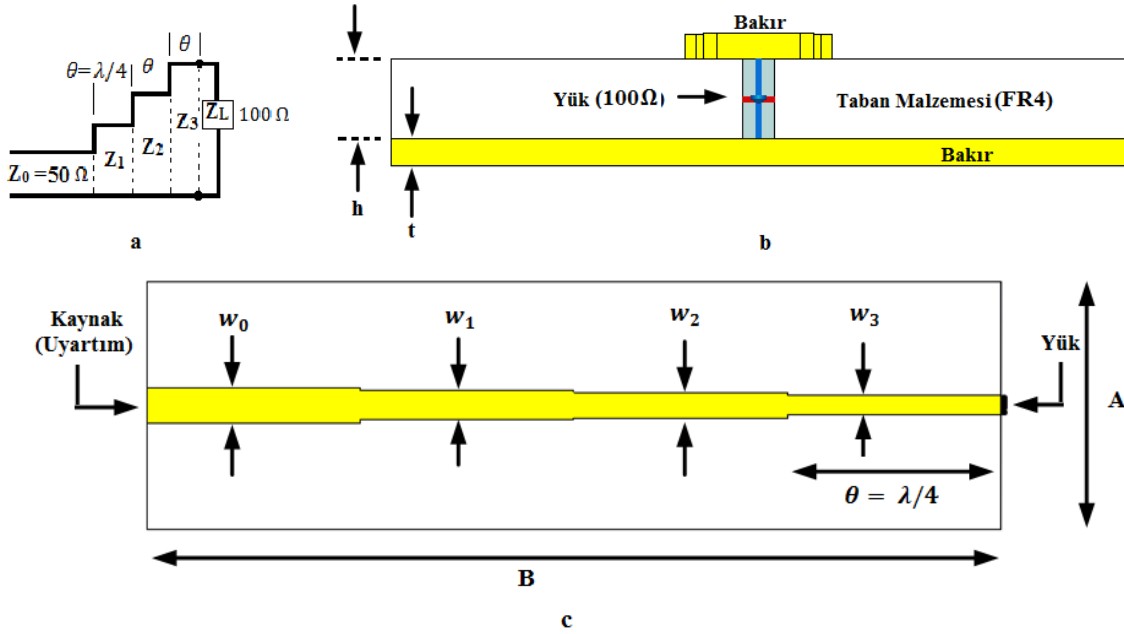
$$\Gamma_n = \frac{Z_{n+1} - Z_n}{Z_{n+1} + Z_n} \quad (13)$$

4. Euler Empedans Uyumlandırma Tekniğinin İletim Hattı Üzerinde Uygulaması

Bu çalışmada bir yük uyumsuzluğu problemine Euler polinomları ile empedans uyumlandırma tekniği uygulanmıştır. Uzunluğu boyu $\ell = \lambda = 4 \times \theta$ olan bir iletim hattının çıkış terminalinde $Z_L = 100 + j0 \Omega$ bir yük empedansı konularak uyumsuzluk durumu belirlenmiştir. Yük empedansı uyumsuz durumdaki



Şekil 2. 100 +j0 Ω yük ile sonlandırılmış 50 Ω iletim hattı



Şekil 3. Euler Empedans Uyumlandırma Uygulaması a) Şematik Görünüm b) Yan Kesitten Görünüm c) Üstten Görünüm

yansıma ile Euler fonksiyonu ile empedans uyumlandırılmış durumdaki yansıma grafikleri karşılaştırılmıştır. Tasarımda merkez frekansı $f = 2.4 \text{ GHz}$ olarak seçilmiştir. Bunun nedeni bu frekans civarında ISM Bandının ve WI-FI uygulamalarının çokça bulunmasıdır (Kaya A. 2008; Kaya A.; Coskun O. 2013). Seçilen frekans için yük uyumsuzluğu şekil 2 'de gösterilmiştir.

Euler empedans uyumlandırma metodunun çalışmasını test etmek için CST MWS programı üzerinde bir iletim hattı problemi modellenmiştir.

Arka yüzeyi bakır kaplı alttaş (FR4) malzeme üzerine iletim hattı oluşturulmuştur. İletim hattının çıkışına $Z_L = 100 + j0 \Omega$ yükü eklenmiştir. Tasarım üzerine bir uyartım portu eklenerek simüle edilmiş ve yansıma grafiği oluşturulmuştur.

Empedans uyumsuz durumda yükte görülen uyumsuzluk problemine N=3 katmanlı Euler metoduyla uyumlandırma yapılarak her bir katmanın karakteristik empedansı hesaplanmıştır. Empedans hesabından iletim hattı kalınlığı hesaplama denklemi kullanılarak her katman için iletim hattının kalınlığı hesaplanmıştır.

Euler empedans uyumlandırma metodunun iletim hattı uygulaması Şekil 3 a-c'de verilmiştir. Burada $A = 30 \text{ mm}$ uzunluğu yeterince büyük seçilmiştir. Bunun nedeni Elektromanyetik kenar etkilerinden en az seviyede etkilenmesidir. Buna ek olarak seçilen uzunluk devreyi gerçeklemek için uygun büyüklüktedir.

Bir diğer kenar $B = \lambda = 4 \times \theta = 69.2 \text{ mm}$ olarak seçilmiştir. Dolayısıyla $\theta = \lambda/4 = 17.30 \text{ mm}$ 'dir. Karakteristik Empedanslar sırasıyla $Z_0 = 50 \Omega$ için $w_0 = 2.87 \text{ mm}$, $Z_1 = 55.38 \Omega$ için $w_1 = 2.40 \text{ mm}$, $Z_2 = 59.49 \Omega$ için $w_2 = 2.1 \text{ mm}$ ve $Z_3 = 68.02 \Omega$ için $w_3 = 1.59 \text{ mm}$ 'dir.

5. Sonuç

Empedans uyumsuzluğu durumunda meydana gelen yansıma katsayısının büyüklüğü ($|\Gamma(\theta)|$) oldukça yüksektir. Bunun yanında Euler metodu ile reel empedans uyumlandırmada yansımanın düştüğü görülmüştür. Hatta literatürdeki bazı tekniklerden de daha iyi performans gösterdiği söylenebilir.

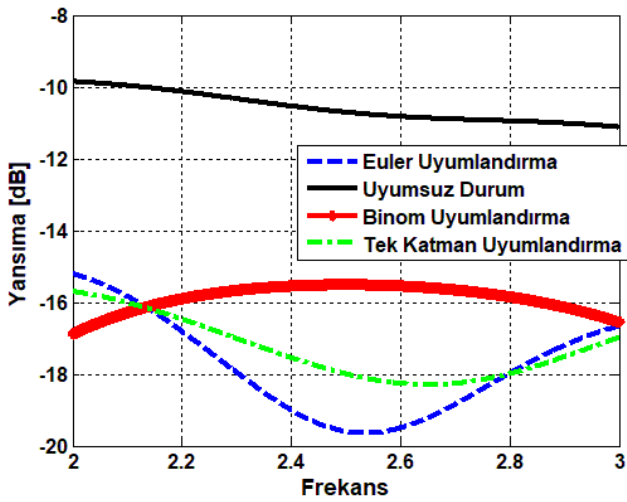
Şekil 4'te 2-3 GHz arasında meydana gelen empedans uyumsuzluğu ve Euler empedans uyumlandırma tekniği, tek katman uyumlandırma ve Binom uyumlandırmalarına ait yansıma katsayısı büyüklükleri logaritmik olarak verilmiştir.

Grafikte, Euler metodunun yansımayı azaltmadaki başarısı Tablo 1 'de sayısal değerlerle verilmiştir. Burada uyumlandırma tekniğine göre merkez frekansındaki yansımanın ne kadar azaldığı anlaşılmaktadır.

Tablo 1. Euler metodunun Diğer tekniklerle karşılaştırılması

Uyml. Tekniği	Minimum Yansı. olduğu frekans	Minimum Yansıma Değeri (dB)	Yansıma farkı (dB)
Uyumsuz Durum	2.4-2.7	11	-
Tek Katman Uyml.	2.6	18.2	7.2
Binom Uyml.	2	17	6
Euler Uyml.	2.5	19.6	8.6

Tablodan da anlaşılacağı gibi frekans kaymaları meydana gelmesine rağmen Euler Empedans uyumlandırma Binom yönteminden ve tek katman uyumlandırma tekniğinden daha düşük yansıma sergilemiştir.



Şekil 2. 100 Ω yük empedansı için Empedans uyumsuzluğu ve Euler Uyumlandırma tekniğine ait yansıma katsayısı büyüklükleri

6. Tartışma

Bu çalışmada yeni bir çoklu katman reel empedans uyumlandırma tekniği önerilmiştir. Bu teknik Euler polinomları ile reel empedans uyumlandırma tekniğidir. Euler polinomları yansıma katsayısı olarak modellenmiştir. Euler polinomları ile her bir empedans uyumlandırma katmanına ait yansıma

katsayısı ifade edilmiştir. Empedans uyumlandırma için her katmanın karakteristik empedansının ne olması gerektiği matematiksel olarak ortaya konulmuştur.

Euler polinomları ile empedans uyumlandırma tekniğinin başarısını ortaya koymak için $Z_0 = 50 \Omega$ karakteristik empedansa sahip iletim hattı üzerinde $Z_L = 100 + j0 \Omega$ yük modellenmiştir. Uyumsuzluk durumunun literatürdeki empedans uyumlandırma tekniklerine göre karşılaştırılmıştır. Euler empedans uyumlandırma tekniğinin tek katman ve Binom Empedans uyumlandırma tekniğine göre daha iyi performans gösterdiği ve uyumsuzluk durumundan yaklaşık 8.6 dB daha az yansıma sergilediği gösterilmiştir. Dolayısıyla Euler Uyumlandırma tekniği ile yansıma azaltılarak uyumlandırmada başarı sağlanmıştır.

Conflict of Interest / Çıkar Çatışması

Yazarlar tarafından herhangi bir çıkar çatışması beyan edilmemiştir.

No conflict of interest was declared by the authors.

Kaynaklar

- Abramowitz, M. and I. A. Stegun (1966). "Handbook of mathematical functions." Applied mathematics series 55: 62.
- Aksen, A., E. G. Çimen, et al. (1998). "A numerical real frequency broadband matching technique based on parametric representation of scattering parameters."
- Arı O., Görgün. A., Kaya A., Coşkun Ö., Kaya İ. (2012). "Karbon Nanotüp Malzeme İle Tasarlanan Heliks Antenlerin Performans Parametrelerinin İncelenmesi." SDU Teknik Bilimler Dergisi 2(4): 1-7.
- Aslan, N. (2011). Euler ve q-Euler Polinomları ve Yaklaşım Özellikleri. Yüksek Lisans Tezi Yüksek Lisans Tezi, Gaziantep Üniversitesi.
- Balanis, C. A. (2005). Antenna theory: analysis and design, John Wiley & Sons.
- Caron, W. N. (1993). Antenna impedance matching, American radio relay league.
- Charalambides, C. A. (2005). Combinatorial methods in discrete distributions, John Wiley & Sons.
- Cheng, D. K. (1993). "Fundamentals of engineering electromagnetics."

- Chryssomallis, M. and J. Sahalos (1999). "Filter synthesis using products of Legendre polynomials." *Electrical Engineering* 81(6): 419-424.
- Dottorato, P. (2010). "Analysis and Design of the Rectangular Microstrip Patch Antennas for TM_{0n0} operating mode." *Microwave Journal*: 8.
- Dai, Z., S. He, et al. (2015). "A new distributed parameter broadband matching method for power amplifier via real frequency technique." *IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques* 63(2): 449-458.
- Kaya A., Coşkun. Ö., Ardiç S.B.; (2008). "2.4 GHz (WLAN) İçin A-Sınıfı Güç Yükseltici Tasarımı." *Endüstri & Otomasyon Elektrik, Elektronik, Makina, Bilgisayar ve Kontrol Sistemleri Dergisi* 139: 22-25.
- Kaya A.; Coşkun O. (2013). "Single-Pole Double Throw Switches for 2.4 GHz Transceiver in Wireless Communication Applications." *The Arabian Journal of Science and Engineering* 38(12): 3421-3427.
- Khare, R. and R. Nema (2012). "Reflection Coefficient Analysis of Chebyshev Impedance Matching Using Different Algorithms " *International Journal of Innovative Research in Science, Engineering and Technology* 1(2): 5.
- Kraus, J. and R. Marhefka (2002). *Antennas for All Application*, Chapter 23, McGraw-Hill.
- Kumar, G. and K. Ray (2002). *Broadband microstrip antennas*, Artech House.
- Lee, T. H. (2004). *Planar microwave engineering: a practical guide to theory, measurement, and circuits*, Cambridge University Press.
- Manteghi, M. (2009). "Analytical calculation of impedance matching for probe-fed microstrip patch antennas." *Antennas and Propagation, IEEE Transactions on* 57(12): 3972-3975.
- Mbinack, C., E. Tonye, et al. (2015). "Microstrip-line theory and experimental study for the characterization of the inset-fed rectangular microstrip-patch antenna impedance." *Microwave and optical technology letters* 57(2): 514-518.
- Oliner, A. A., D. R. Jackson, et al. (2007). "Antenna Engineering Handbook." McGraw Hill.
- Pozar, D. M. (2005). *Microwave Engineering* 3e. USA, John Wiley & Sons, Inc.
- Stutzman, W. L. and G. A. Thiele (2012). *Antenna theory and design*, John Wiley & Sons.
- Şenel B, Şenel. F. A., Kahriman M., (2017). "Veri Madenciliği ile SBB5089Z Güç Yükseltec Modülünün Doğrusal Davranış Modellemesi." *International Journal of Scientific and Technological Research* 3(5): 20-29.
- Yarman, B. S. (2010). *Design of ultra wideband power transfer networks*, John Wiley & Sons.