



PID Controller Design Based on Reference Model in Fractional Order Control Systems

T. Doğruer^{1*}, A. Yüce², N. Tan²

Abstract: In the modeling of physical systems, fractional order systems are known to perform a more successful modelling than integer order systems. In this paper, PID controller design was performed according to a reference model for a fractional order system. The main purpose of the study is to obtain PID controller parameters according to a desired time response in the output signal. It is aimed to obtain the optimum PID parameters by minimizing the error between the reference model and controlled system. Integral performance criteria were used to minimize the error. The reference model is a transfer function of a second order system. This transfer function has two parameters that need to be set. These parameters are natural frequency (ω_n) and damping ratio (ζ). By setting these two parameters, desired unit step response curve can be obtained. PID controller parameters were obtained by optimization method. Optimization describes problem-solving processes in a systematic way by minimizing or maximizing a real function and placing values in the function. PID controller parameters are obtained by optimizing according to model transfer functions. By applying the calculated PID controller parameters to the fractional order control system, the unit step responses are obtained. The success of the optimization method can be seen from the graphs obtained and from the given tables.

Keywords: PID Controller, Optimization, Fractional order systems

Kesir Dereceli Kontrol Sistemlerinde Referans Modele Dayalı PID Kontrolör Tasarımı

Özet: Fiziksel sistemlerin modellenmesinde, kesir dereceli sistemler tamsayı dereceli sistemlere göre daha başarılı bir modelleme gerçekleştirebilmektedir. Çalışmada, kesir dereceli bir sistem için referans bir modele göre PID kontrolör tasarımı gerçekleştirilmiştir. Çalışmanın temel amacı, çıkış sinyalinde istenen bir zaman cevabına göre PID kontrolör parametrelerini elde etmektir. Referans model ile denetlenen sistem arasındaki hata minimize edilerek optimum PID parametrelerinin elde edilmesi amaçlanmıştır. Hatayı minimize etmek için sıklıkla integral performans kriterleri kullanılır. Referans olarak alınan sistem ikinci mertebeden bir sistemin transfer fonksiyonudur. Bu transfer fonksiyonu ayarlanması gereken iki parametreye sahiptir. Bu parametreler doğal frekans (ω_n) ve sönüm oranıdır (ζ). Bu iki parametre ayarlanarak istenilen birim basamak cevap eğrisi elde edilebilir. PID kontrolör parametrelerinin elde edilmesi optimizasyon yöntemiyle gerçekleştirilmiştir. Optimizasyon bir gerçek fonksiyonu minimize ya da maksimize etmek amacı ile fonksiyona değerler yerleştirerek sistematik bir şekilde problem çözüm işlemlerini tanımlar. Bu model transfer fonksiyonlarına göre optimizasyon işlemi gerçekleştirilerek, PID kontrolör parametreleri elde edilebilir. Bulunan PID kontrolör parametrelerinin kesir dereceli kontrol sistemine uygulanmasıyla, denetlenen sistem çıkışında birim basamak cevapları elde edilir. Optimizasyon yönteminin başarısı elde edilen grafiklerden ve oluşturulan tablolardan görülmektedir.

Anahtar Kelimeler: PID Kontrolör, Optimizasyon, Kesir dereceli sistemler

¹Gaziosmanpaşa Üniversitesi, Elektronik ve Otomasyon Bölümü, 60250, Tokat, Türkiye

²İnönü Üniversitesi, Mühendislik Fakültesi, Elektrik-Elektronik Mühendisliği, 44280, Malatya, Türkiye

* Corresponding author (İletişim yazarı): *tufan.dogruer@gop.edu.tr

Citation (Atıf): Doğruer, T., Yüce, A., Tan, N. (2017). Kesir Dereceli Kontrol Sistemlerinde Referans Modele Dayalı PID Kontrolör Tasarımı. Bilge International Journal of Science and Technology Research, 1 (Special Issue): 52-58.

1. Giriş

Kontrol sistemlerinin tasarım aşamasında iki temel bileşenden biri kontrol edilen sistem, diğeri ise kontrol eden sistemdir. Kontrol sistemlerinin tasarımındaki temel amaç, kontrol sisteminden beklenenleri karşılayacak şekilde kontrolör yapısının seçimi ve kontrolör parametrelerinin tespit edilmesidir. Bu çalışmada, kesir dereceli bir sistem için PID kontrolör tasarımı gerçekleştirmek amacıyla bir yöntem sunulmuştur.

Fiziksel sistemlerin modellenmesinde, kesir dereceli sistemler tamsayı dereceli sistemleri modellerken daha başarılı sonuçlar elde edilebilmektedir. İlk olarak 1695 yılında adından bahsedilen kesir dereceli hesaplamalar, günümüzde giderek artan bir kullanım alanına sahip olmuştur. Günümüz dünyasında, kontrol ve birçok alanda kesir dereceli sistemler ile ilgili birçok çalışma görmek mümkündür (Battula ve Reddy, 2008; Bohannan, 2008; Cervera ve Baños, 2006; Lokenath, 2003; Panda ve Dash, 2006; Pu vd., 2006).

Kontrol sistemlerinde kullanılan farklı kontrolör yapıları mevcuttur. Bunlardan en çok kullanılanlar PID, PI, PD, faz İlerlemeli ya da faz gerilemeli kontrolör şeklindedir. Çalışmada tercih edilen PID kontrolör birçok avantajından dolayı geniş bir kullanım alanına sahiptir. Hesaplanması gereken parametre sayısı az, yapısı basit, dayanıklı ve güvenilebilir olması bu kontrolörleri ön plana çıkarmaktadır. PID kontrolörler oransal-integral-türev bileşenlerinin üstün yanlarını tek bir yapı altında toplayan kontrolörlerdir. İntegral bileşeni sistemde kalıcı hal hatasını sıfıra yaklaştırırken, türev etki sistemin cevap hızını artırmaktadır. PID kontrolörlerin parametrelerinin ayarlanmasında literatürde kullanılan birçok yöntem mevcuttur. Bunlardan en çok bilinenleri Ziegler-Nichols, Aström-Hägglund şeklindedir (Åström ve Hægglund, 2001; Ziegler ve Nichols, 1942). Klasik tasarım yöntemlerinin yanında optimizasyon yöntemleri de mevcuttur. Gelişmiş bilgisayar yazılımları kullanılarak ve model oluşturularak PID kontrolör parametrelerini hesaplamak mümkündür.

Referans model olarak kullanılacak olan ikinci mertebeden transfer fonksiyonunda doğal frekans (ω_n) ve sönüm oranı (ζ) değerlerinin ayarlanmasıyla istenilen çıkış cevabı elde edilebilir. PID kontrolör parametrelerinin elde edilmesi işleminde integral performans

kriterlerinden yararlanılır. En küçük hata değerini veren PID kontrolör parametreleri belirlenir.

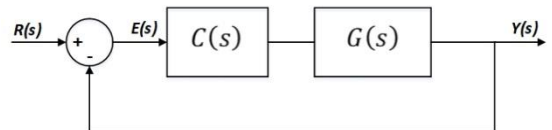
Sunulan bu çalışma beş bölümden oluşmuştur. Giriş bölümünden sonra, ikinci bölümde kesir dereceli sistemlerden bahsedilmiştir. Üçüncü bölüm, çalışmada referans model olarak alınan ikinci mertebeden kontrol sistemleri ile ilgilidir. Dördüncü bölümde PID kontrolörlerin yapısı, optimizasyon yöntemi ve yöntemin uygulamasına yer verilmiştir. Son bölüm, sonuç bölümüdür.

2. Kesir Dereceli Sistemler

Türev dereceleri tamsayı olmayan (reel sayı) değerler alabilen, diferansiyel denklemlerle ifade edilen kesir dereceli sistemler olarak adlandırılır. Kesir dereceli hesaplamaların tarihi 17.yüzyıla dayanmaktadır. İlk kullanım L'Hospital ve Leibniz arasındaki mektuplaşma ile 1695 yılında başlamıştır (Xue vd., 2006). 1823 yılında ilk uygulama Abel tarafından geliştirilmiştir. Daha sonraki yıllarda Riemann, Liouville ve Holmgren ilk sistematik çalışmaları 19.yüzyılda yapmışlardır (Monje vd., 2010). İlk zamanlarda kısıtlı hesaplama gücünden dolayı sınırlı sayıda çalışma gerçekleştirilirken, son yıllarda bilgisayar bilimindeki hızlı gelişmeye paralel olarak bu alanda yapılan çalışmalar artmıştır.

Kesir dereceli hesaplama matematiğin bir kolu olarak ifade ediliyor olsa da, farklı bilim alanlarında uygulamalarını görmek mümkündür. Bu alanlardan birisi de kontrol mühendisliği alanıdır. Kesirli hesaplamaların kontrol alanında yapılan ilk uygulaması 1958 yılında Tustin tarafından gerçekleştirilmiştir (Tustin, 1958). Daha sonra Manabe yapmış olduğu çalışmalarla bu alana katkı sağlamıştır (Manabe, 1961; Manabe, 1963). Son yıllarda konu ile ilgili çok sayıda çalışma literatürde yerini almıştır.

Kesir dereceli türev ve integraller için yaygın olarak kullanılan üç tanım vardır. Bunlar Grünwald-Letnikov, Riemann-Liouville ve Caputo tanımlarıdır. Bu tanımlarla ilgili daha detaylı bilgi için (Gutiérrez vd., 2010) incelenebilir.



Şekil 1. Birim geri beslemeli kontrol sistemi

Şekil 1’de birim geri beslemeli bir kontrol sisteminin blok diyagramı gösterilmiştir. Burada $C(s)$ kontrolörü, $G(s)$ kontrol edilecek sistemi gösterir. Şekilde gösterilen $G(s)$ kesir dereceli bir sistem olduğunda transfer fonksiyonu Denklem 1 ile ifade edilir (Chen vd., 2009; Xue vd., 2006). Burada α_i ($i=0,1,2\dots n$) ve β_i ($i=0,1,2\dots m$) reel sayıları, a_i ($i=0,1,2\dots n$) ve b_i ($i=0,1,2\dots m$) sabit terimleri gösterir.

$$G(s) = \frac{b_m s^{\beta_m} + b_{m-1} s^{\beta_{m-1}} + \dots + b_0 s^{\beta_0}}{a_n s^{\alpha_n} + a_{n-1} s^{\alpha_{n-1}} + \dots + a_0 s^{\alpha_0}} \quad (1)$$

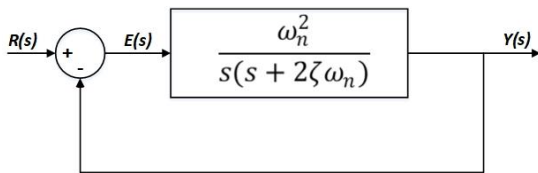
Kesir dereceli sistemlerin tamsayı yaklaşımlarının elde edilmesinde kullanılan birçok yaklaşım vardır. Bunlardan en çok bilinenleri Matsuda, Oustaloup, Carlson gibi yaklaşıklık yöntemleridir (Carlson ve Halijak, 1964; Matsuda ve Fujii, 1993; Oustaloup vd., 2000). Çalışmada Matsuda’nın 4. dereceden yaklaşıklık metodu kullanılmıştır. Bu yöntemde irrasyonel bir fonksiyonun geçtiği frekans aralıkları belirlenir. Logaritmik aralıklı olan bu frekans noktaları kullanılarak irrasyonel fonksiyona sürekli kesir açılımı yöntemi uygulanır. Eğer bu frekans noktaları s_k , $k=0,1,2\dots$ olarak seçilirse, yaklaşım Denklem 2 ile ifade edilir (Matsuda ve Fujii, 1993).

$$H(s) = a_0 + \frac{s-s_0}{a_1} + \frac{s-s_1}{a_2} + \frac{s-s_2}{a_3} + \dots$$

$$a_i = v_i(s_i), \quad v_0(s) = H(s), \quad v_{i+1}(s) = \frac{s-s_i}{v_i(s)-a_i} \quad (2)$$

3. İkinci Dereceden Kontrol Sistemleri

İkinci mertebeden bir kontrol sistemine ait blok diyagram Şekil 2’de gösterilmiştir.



Şekil 2. İkinci mertebeden örnek bir kontrol sistemi

Sistemin açık çevrim transfer fonksiyonu Denklem 3’teki gibidir.

$$G(s) = \frac{Y(s)}{E(s)} = \frac{\omega_n^2}{s(s + 2\zeta\omega_n)} \quad (3)$$

Kapalı çevrim sistemin transfer fonksiyonu Denklem 4’te verildiği gibidir (Katsuhiko, 2010).

$$G(s) = \frac{Y(s)}{R(s)} = \frac{\omega_n^2}{s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2} \quad (4)$$

Burada, ω_n doğal frekansı, ζ sönüm oranını ifade eder. Kontrol sistemlerinde çıkış büyüklüklerinin zamana göre değişimi büyük önem ifade eder. Bir kontrol sisteminin zaman cevabı geçici hal yanıtı ve sürekli hal yanıtı olarak iki kısma ayrılır. Geçici hal yanıtında, kontrol sisteminin en kısa sürede kararlı hale ulaşması ve düşük bir aşma yapması beklenir.

İkinci mertebeden sistemin karakteristik denklemi, kapalı çevrim transfer fonksiyonunun paydası sifira eşitlenerek bulunur ve Denklem 5 ile ifade edilir.

$$\Delta(s) = s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2 = 0 \quad (5)$$

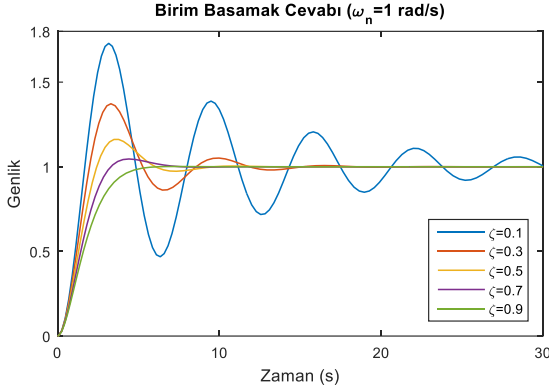
$R(s) = 1/s$ birim basamak giriş fonksiyonu için sistem çıkışı Denklem 6 ile ifade edilir.

$$Y(s) = \frac{\omega_n^2}{s(s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2)} \quad (6)$$

Denklem 6 ile ifade edilen eşitliğe ters dönüşüm uygulanarak Denklem 7 elde edilir (Katsuhiko, 2010; Kuo, 1987).

$$y(t) = 1 - \frac{e^{-\zeta\omega_n t}}{\sqrt{1-\zeta^2}} \sin(\omega_n \sqrt{1-\zeta^2} t + \cos^{-1} \zeta) \quad (7)$$

Denklem 7’den görüldüğü üzere, çıkış cevabını etkileyen iki parametre doğal frekans (ω_n) ve sönüm oranıdır (ζ). Bu iki parametrenin değişimi yüzde aşma değeri, yükselme, yerleşme ve tepe zamanı gibi geçici hal yanıtı parametrelerini etkilemektedir. Doğal frekans sabit bir değer alındığında sönüm oranına göre birim basamak cevapları Şekil 3’te gösterilmiştir.



Şekil 3. İkinci mertebeden örnek sistemde çeşitli sönüm oranları için birim basamak cevapları

4. PID Kontrolör Tasarımı

Bu bölümde, PID kontrolörün yapısından bahsedilerek, çalışmada oluşturulan optimizasyon yöntemi anlatılmıştır. Ayrıca simülasyonu gerçekleştirilen bir kesir dereceli sistem örnek olarak sunulmuştur.

4.1. PID kontrolörün yapısı

Kontrol sistemlerinin vazgeçilmez öğelerinden birisi olan PID kontrolörler çeşitli nedenlerden dolayı kullanıcılar tarafından tercih edilmektedir. Ayarlanabilir parametre sayısının az olması, yapısının basit olması tercih edilme sebeplerinin başında gelmektedir. Ayrıca güvenilirliği ve dayanıklılığı diğer tercih sebepleridir.

PID kontrolör içeren birim geri beslemeli bir kontrol sisteminin blok diyagramı Şekil 1’de gösterilmiştir. Kontrolör yapısı $C(s)$ ile gösterilmiştir. PID kontrolörler üç temel kontrolörün (oransal-integral-türev) birleşmesinden meydana gelir ve kontrol sinyali $u(t)$, Denklem 8 ile gösterilir (Katsuhiko, 2010).

$$u(t) = k_p e(t) + k_i \int_0^t e(t) dt + k_d \frac{d}{dt} e(t) \quad (8)$$

PID kontrolörün transfer fonksiyonu Denklem 9 ile gösterilir (Katsuhiko, 2010).

$$C(s) = k_p + \frac{k_i}{s} + k_d s \quad (9)$$

PID kontrolörün transfer fonksiyonu zaman sabitleri cinsinden Denklem 10 ile ifade edilir.

$$C(s) = k_p \left(1 + \frac{1}{T_i s} + T_d s\right) \quad (10)$$

Burada, zaman sabitleri $T_i = k_p/k_i$ ve $T_d = k_d/k_p$ şeklindedir.

PID kontrolörler ihtiyaç durumunda $k_d=0$ yapılarak PI kontrolör ya da $k_i=0$ yapılarak PD kontrolör olarak kullanılabilirler. PID kontrolörler genel anlamda sistemin hem geçici hem de kalıcı hal durumunda etkilidirler.

4.2. Optimizasyon yöntemi

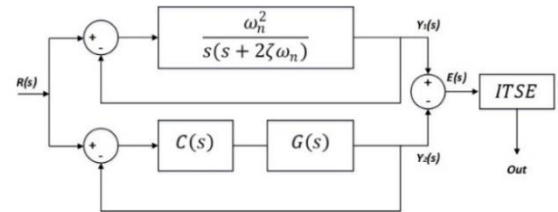
PID kontrolör parametrelerinin hesaplanmasında kullanılan modelin blok diyagramı Şekil 4’te verilmiştir. Şekilde referans model ve denetlenen sistemin arasındaki fark hata olarak tanımlanır. Hatayı minimize etmek için integral performans kriterlerinden yararlanılır. Burada tercih edilen integral performans kriteri ITSE (integral of time-weighted squared error) kriteridir. ITSE kriteri Denklem 11 ile ifade edilir (Atherton, 2009).

$$J = \int_0^{\infty} t \cdot e^2(t) dt \quad (11)$$

Burada t zamanı, $e(t)$ hatayı ifade etmektedir. Şekil 4’te oluşturulan modelde hata Denklem 12’deki gibi yazılabilir.

$$E(s) = Y_1(s) - Y_2(s) \quad (12)$$

PID kontrolörün K_p , K_i ve K_d parametrelerine başlangıç değerlerinin girilmesiyle optimizasyon algoritması başlatılır. Şekil 4’te yer alan referans modelde doğal frekans ve sönüm oranı değerlerinin girilmesiyle, en uygun PID kontrolör parametreleri elde edilir.



Şekil 4. Oluşturulan modelin blok diyagramı

4.3. Simülasyon sonuçları

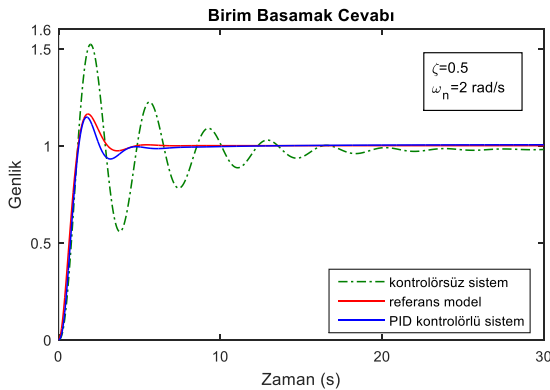
Şekil 1’de verilen kontrol sisteminde kesir dereceli transfer fonksiyonunu aşağıdaki gibi düşünelim.

$$G(s) = \frac{5}{s^{0.5}(s^2 + 2s + 1)} \quad (13)$$

Referans modelin iki parametresine göre (ω_n ve ζ) elde edilen kontrolör parametreleri Çizelge 1’de verilmiştir. Bu uygulama için referans modelde 9 farklı transfer fonksiyonuna göre kontrolör parametreleri hesaplanmıştır. PID kontrolör parametrelerinin Denklem 13’teki transfer fonksiyonuna uygulanmasıyla elde edilen birim basamak cevapları şekillerde sunulmuştur.

Çizelge 1. PID kontrolör parametreleri

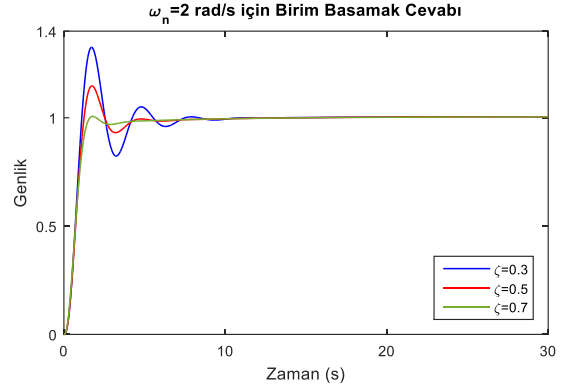
ζ	K_p	K_i	K_d
$\omega_n=2 \text{ rad/s}$			
0.3	1,401	0,048	0,306
0.5	1,443	0,037	0,543
0.7	1,700	0,032	0,919
$\omega_n=3 \text{ rad/s}$			
0.3	3,302	0,068	0,757
0.5	3,302	0,054	1,091
0.7	3,551	0,046	1,516
$\omega_n=4 \text{ rad/s}$			
0.3	6,045	0,087	1,291
0.5	6,014	0,070	1,724
0.7	6,378	0,060	2,258



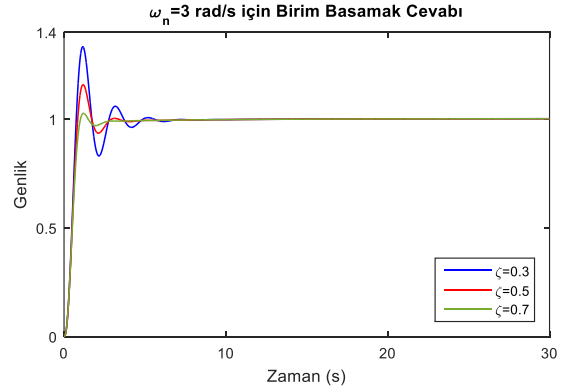
Şekil 5. Kontrolörlü ve kontrolörsüz sistemlerin kapalı çevrim birim basamak cevapları

Şekil 5, kontrolörsüz sistem, referans model ve PID kontrolörlü sistemin kapalı çevrim birim basamak eğrilerini göstermektedir. PID kontrolörlü

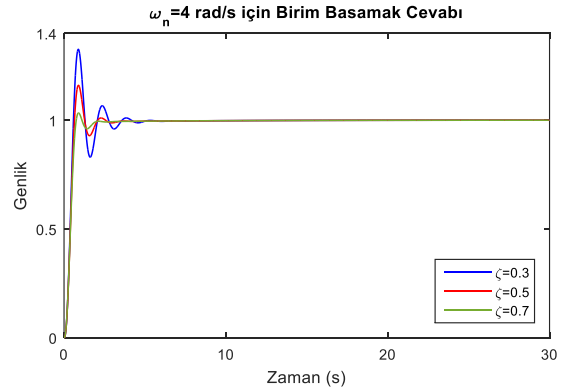
sistemin referans modelle çok yakın bir cevap sağladığı şekilden açıkça görülmektedir.



Şekil 6. PID kontrolörlü sistemlerin birim basamak cevapları ($\omega_n=2 \text{ rad/s}$)

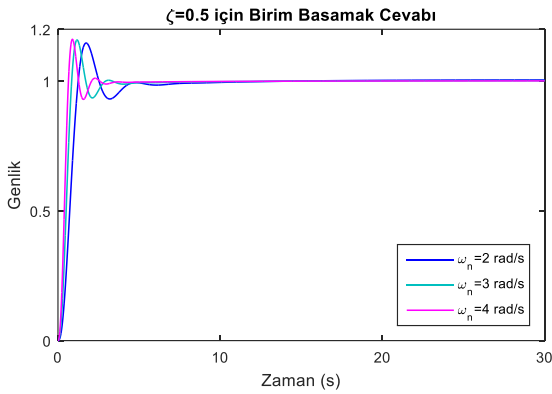


Şekil 7. PID kontrolörlü sistemlerin birim basamak cevapları ($\omega_n=3 \text{ rad/s}$)



Şekil 8. PID kontrolörlü sistemlerin birim basamak cevapları ($\omega_n=4 \text{ rad/s}$)

Şekil 6, 7 ve 8 sırasıyla $\omega_n=2$ rad/s, $\omega_n=3$ rad/s, $\omega_n=4$ rad/s doğal frekanslarına göre tasarımı yapılmış, PID kontrolörlü sistemlerin kapalı çevrim birim basamak cevap eğrilerini göstermektedir. PID kontrolörler üç farklı sönüm oranı göz önüne alınarak tasarlanmıştır. Şekil 6 incelendiğinde, sönüm oranı $\zeta=0.3$ değerinde iken yüzde aşma değerinin yaklaşık %32 civarında olduğu görülüyor. $\zeta=0.5$ olduğunda yüzde aşma değerinin %14'lerde olduğu şekilden ve Çizelge 2'den görülmektedir. $\zeta=0.7$ değeri için ise yüzde aşmanın neredeyse hiç olmadığı açıktır. Şekil 7 ve Şekil 8'de de benzer durum söz konusudur. Doğal frekans değişmediği sürece, sönüm oranının yüzde aşma değerini doğrudan etkilediği açıktır.



Şekil 9. PID kontrolörlü sistemlerin birim basamak cevapları ($\zeta=0.5$)

Şekil 9, farklı doğal frekans değerlerine göre tasarımı yapılmış, PID kontrolörlü sistemin kapalı çevrim birim basamak cevap eğrisini göstermektedir. Sönüm oranı ($\zeta=0.5$) sabit kalırken ve doğal frekanslar değişirken yüzde aşma değerlerinde çok fazla değişme olmadığı, bunun yanında zaman parametrelerinin değiştiği şekilden görülmektedir.

Çizelge 2, örnek olarak incelenen sistemin PID kontrolörlü kapalı çevrim çıkışındaki birim basamak cevaplarına ait zaman parametrelerini ve yüzde aşma değerlerini gösterir.

Çizelge 2. Zaman parametreleri ve yüzde aşma değerleri

	$\zeta=0.3$	$\zeta=0.5$	$\zeta=0.7$
$\omega_n=2$ rad/s			
Yükselme zamanı	0,70	0,79	0,92
Yerleşme zamanı	7,07	4,25	4,25
Tepe zamanı	1,71	1,74	1,78
Yüzde aşma (%)	31,92	14,18	0,25
$\omega_n=3$ rad/s			
Yükselme zamanı	0,47	0,53	0,61
Yerleşme zamanı	4,59	2,66	2,38
Tepe zamanı	1,16	1,18	1,20
Yüzde aşma (%)	33,05	15,64	2,48
$\omega_n=4$ rad/s			
Yükselme zamanı	0,36	0,40	0,46
Yerleşme zamanı	3,39	1,94	1,73
Tepe zamanı	0,88	0,89	0,90
Yüzde aşma (%)	32,56	16,00	3,30

5. Sonuçlar

Çalışmada, kesir dereceli bir sistem için ideal bir zaman cevabına göre PID kontrolör tasarımı gerçekleştirilmiştir. Farklı doğal frekans (ω_n) ve sönüm oranı (ζ) değerleri için referans modeller oluşturulmuştur. Referans model transfer fonksiyonlarına göre optimizasyon işlemi gerçekleştirilerek, PID kontrolör parametreleri elde edilmiştir. Bulunan PID kontrolör parametrelerinin kesir dereceli kontrol sistemine uygulanmasıyla, birim basamak cevapları elde edilmiştir. Yüzde aşma değeri ve zaman parametrelerinin referans model ve denetlenen sistem çıkışlarında hemen hemen aynı değerler olduğu görülmüştür. Yöntemin başarısı elde edilen grafiklerden ve oluşturulan tablolardan görülmüştür.

Teşekkür

Bu çalışma, TÜBİTAK 1001 programı çerçevesinde 115E388 no'lu proje olarak TÜBİTAK tarafından desteklenmiştir. Bu destekten dolayı TÜBİTAK'a teşekkür ederiz.

Kaynaklar

- Åström, K., Hägglund, T. (2001). The future of PID control. Control engineering practice, 9(11), 1163-1175.
- Atherton, D. (2009). Control engineering: Bookboon.
- Battula, K., Reddy, K. (2008). Active And Passive Realization Of Fractance Device Of Order 1/2 , pp.1-6.

- Bohannon, G.W. (2008). Analog Fractional Order Controller in Temperature and Motor Control Applications. *Journal of Vibration and Control*, 14(9-10),1487-1498.
- Carlson, G., Halijak, C. (1964). Approximation of fractional capacitors $(1/s)^{(1/n)}$ by a regular Newton process. *IEEE Transactions on Circuit Theory*, 11(2), 210-213.
- Cervera, J., Baños, A. (2006). Automatic loop shaping in qft by using crone structures. *IFAC Proceedings Volumes*, 39(11), 207-212.
- Chen, Y., Petras, I., Xue, D. (2009). Fractional order control-A tutorial. Paper presented at the American Control Conference, ACC'09, pp.1397-1411.
- Gutiérrez, R.E., Rosário, J. M., Tenreiro Machado, J. (2010). Fractional order calculus: basic concepts and engineering applications. *Mathematical Problems in Engineering*, 2010.
- Katsuhiko, O. (2010). *Modern control engineering*.
- Kuo, B.C. (1987). *Automatic control systems: Prentice Hall PTR*.
- Lokenath, D. (2003). *Recent applications of fractional calculus to science and engineering (Vol. 2003)*.
- Manabe, S. (1961). The noninteger integral and its application to control systems. *English Translation Journal Japan*, 6, 83-87.
- Manabe, S. (1963). The system design by the use of a model consisting of a saturation and noninteger integral. *English Translation Journal Japan*, 47-150.
- Matsuda, K., Fujii, H. (1993). $H(\infty)$ optimized wave-absorbing control - Analytical and experimental results. *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, 16(6), 1146-1153.
- Monje, C.A., Chen, Y., Vinagre, B.M., Xue, D., Feliu-Batlle, V. (2010). *Fractional-order systems and controls: fundamentals and applications: Springer Science & Business Media*.
- Oustaloup, A., Levron, F., Mathieu, B., Nanot, F. M. (2000). Frequency-band complex noninteger differentiator: characterization and synthesis. *IEEE Transactions on Circuits and Systems I: Fundamental Theory and Applications*, 47(1), 25-39.
- Panda, R., Dash, M. (2006). Fractional generalized splines and signal processing. *Signal Processing*, 86(9), 2340-2350.
- Pu, Y.-F., Yuan, X., Liao, K., Zhou, J., Ni, Z., Pu, X., Zeng, Y. (2006). A recursive two-circuits series analog fractance circuit for any order fractional calculus - art. no. 60271Y (Vol. 6027).
- Tustin, A., Allanson, J., Layton, J., Jakeways, R. (1958). The design of systems for automatic control of the position of massive objects. *Proceedings of the IEE-Part C: Monographs*, 105(1S), 1-57.
- Xue, D., Zhao, C., Chen, Y. (2006, 25-28 June 2006). A Modified Approximation Method of Fractional Order System. Paper presented at the 2006 International Conference on Mechatronics and Automation.
- Ziegler, J.G., Nichols, N.B. (1942). Optimum settings for automatic controllers. *trans. ASME*, 64(11).