

VAR MODELİN DAYANIKLI TAHMİNİ: İKTİSADİ BÜYÜME -ENFLASYON İLİŞKİSİ ÜZERİNE BİR İNCELEME

Özlem YORULMAZ*
Karun NEMLİOĞLU**

Özet

Uygulamalarda zaman serilerinin genel yapısının dışında, serideki gözlemlerin çoğunluğundan farklı yapı sergileyen düzensiz gözlemlerle yüzleşilmesi olasıdır. Bu tür gözlemler aykırı olarak isimlendirilir; aykırı gözlemlerin analiz üzerinde yanıltıcı, istenmeyen ve olumsuz etkileri olabilir. Bu açıdan aykırı gözlemlerden etkilenmeyen dirençli yapıdaki dayanıklı tahmincilerin kullanımı önerilir. Çalışmada ARMA ve VARMA modellerinde karşılaşılan aykırı gözlem türlerine, bunların teşhisine, VAR modelinin dayanıklı tahminine değinilmiş ve dayanıklı VAR modeli ile 1950-2006 yılları arasındaki Türkiye'deki büyüme oranı ve enflasyon ilişkisi ilişkisi incelenmiştir.

Anahtar Kelimeler: EKK, Dayanıklı VAR, MLTS, aykırı gözlemler

ROBUST ESTIMATION OF THE VECTOR AUTOREGRESSIVE MODEL: AN INVESTIGATION OF THE RELATIONSHIP BETWEEN ECONOMIC GROWTH AND INFLATION

Abstract

In applications it is probable to confront irregular observations which are different from the majority of the time series data and do not conform the general pattern. These observations are named as outliers. Outliers may have undesirable, damaging and misleading effects on statistical analyses. Hence, it is purposed to use

* Dr., İstanbul Üniversitesi, İktisat Fakültesi, Ekonometri Bölümü, İstatistik Anabilim Dalı, yorulmaz@istanbul.edu.tr

** Prof.Dr., İstanbul Üniversitesi, İktisat Fakültesi, Ekonometri Bölümü, İstatistik Anabilim Dalı, karun@istanbul.edu.tr

robust estimators that are outlier resistant. In the study, outlier types which may be encountered in ARMA and VARMA models, outlier detection approaches, robust estimation of VAR model were touched on and besides the relationship between the economic growth rate and inflation in Turkey between years of 1950-2006 was investigated.

Key Words: OLS, Robust VAR, MLTS, outliers

1. Giriş

İktisadi çalışmalara ilişkin istatistiksel modelleme ve çıkarsama yapılabilmesi ancak belli varsayımların sağlanmasıyla mümkündür. Bu varsayımlardan en bilineni ve sıklıkla kullanılanı verinin normal dağılması üzerine olmakla beraber uygulamada veriyi oluşturan gözlemlerin çoğunluğunun bu varsayımı temsil edebilmesinin yanısıra bazı gözlemlerin çoğunluktan farklı, sıra dışı bir yapı sergilediği bilinmektedir. Bu şekilde farklı, verinin çoğunluğundan anlamlı biçimde sapma gösteren, verinin çoğunluğunun izlediği istatistiksel dağılımı izlemeyen gözlemler genellikle literatürde ‘aykırı’ olarak isimlendirilir. Verinin analiz sürecinde aykırı gözlemlerin varlığının dikkate alınmayarak normallik varsayımının dikkate alınması, En Çok Olabilirlik (EÇO) yöntemine ya da En Küçük Kareler (EKK) yöntemine dayalı tahminlerin yapılması etkin olmayan, yanlış olan tahminlerle karşı karşıya kalınmasına neden olur. Bu açıdan bu tür gözlemlerin dikkate alınarak modelleme yapılması yada bu tür gözlemlerden etkilenmeyen tahmin yöntemlerinin kullanılması gerekir.

Aykırı gözlemlerin teşhis edilmesi ve etkilerinin belirlenip kontrol altına alınması üzerine yapılmış fazla sayıda araştırma olmakla beraber, bu konuda yapılan çalışmaların sayısı alanlarına göre oranlandığında iktisadi zaman serilerinin fazla yer tutmadığı söylenebilir. Zaman serilerinin akışı **aykırı gözlem** ya da **müdahaleler** başlığı altında değerlendirilen genel düzeni bozan olaylar yüzünden zaman zaman değişebilir. Genel düzeni bozacak olaylar tatiller, grev, satış promosyonları, politika değişimleri, ekonomik krizler, beklenmeyen sıcak ya da soğuk hava dalgaları, savaş, doğal afetler, reklamlar v.s. şeklinde sıralanabileceği gibi ölçüm ya da kayıt hatası kaynaklı da olabilir.

Gerek ARMA gibi tek değişkenli gerekse VARMA gibi çok değişkenli zaman serisi modellerinin tahmininde özellikle EKK ve EÇO gibi tahmin metodlarının kullanılması, aykırı gözlemlerin varlığında, zaman serilerinin analiz sürecinin hemen hemen tüm adımlarını olumsuz etkiler. Literatürde, bu modellerin parametre tahmininde kullanılan tekniklerin aykırı gözlem karşısında dirençsiz olduğu, bu yüzden dayanıklı tahmin yöntemlerine başvurulması gerektiği vurgulanır. Çalışmada ARMA ve VARMA modellerinde karşılaşılabilen aykırı gözlem türleri, bunların teşhisleri ve VARMA modelinin dayanıklı tahmininden söz edilmiştir. Son bölümde ise büyüme oranı ve enflasyon arasındaki ilişki VARMA modelinin klasik ve dayanıklı tahminleriyle ayrı ayrı incelenmiş ve bu serilerdeki aykırı gözlemler belirlenmiştir.

2. Aykırı Gözlem Türleri

Zaman serilerinde aykırı gözlem konusunu ilk kez Fox ele almıştır. Ototegresif modellere dayalı zaman serilerinde karşılaşılabilecek aykırı gözlem türlerini iki sınıfa ayırmış, **I. tür (additive-AO)** ve **II. tür (innovational-IO)** olarak isimlendirmiştir. Literatüre Tsay'ın önerdiği üç farklı aykırı gözlem türü daha eklenene kadar uzunca bir süre sadece AO ve IO türü aykırı gözlemler yer tutmuştur. Tsay'ın bu çalışmada önerdiği aykırı gözlemler **Level Shift-LS (seviye değişimi)**, **Temporary Change-TC (geçici değişim)** ve **Variance Change-VC (varyans değişimi)**'dir. Seviye ve varyans değişimi kimi yazarlar tarafından aykırı gözlem olarak sınıflandırılmak yerine yapısal değişim olarak ele alınır ve bu değişim kalıcı olarak değerlendirilir. Aykırı gözlemlerin dikkate alınmaması halinde çıkarsamaların doğruluğu, güvenilirliği etkilenebilir ve araştırmacı yanlış model seçimi, yanlış tahmin ve öngörülerle yüzleşebilir.

2.1 ARMA Modellerde Karşılaşılan Aykırı Gözlemler Ve Teşhisi

İlgilenilen y_t zaman serisi için p ve q dereceli ARMA modeli aşağıdaki gibi ifade edilmek üzere, aykırı gözlem türleri bu yapıya bağlı kalarak açıklanmıştır:

$$(y_t - \mu) - \phi_1(y_{t-1} - \mu) - \dots - \phi_p(y_{t-p} - \mu) = -\theta_1 u_{t-1} - \dots - \theta_q u_{t-q} + u_t \quad (2.1)$$

Burada u_t sıfır ortalamalı ve sabit σ_u^2 varyanslı şok/hata terimidir. Bu eşitlik gecikme işlemcisi kullanılarak kapalı biçimde aşağıdaki gibi yazılır:

$$\phi(B)(y_t - \mu) = \theta(B)u_t$$

Yukarıdaki eşitlikte yer alan 'B' gecikme işlemcisi olarak bilinir, $By_t = y_{t-1}$ şeklinde gösterilir ve yine aynı eşitlikte yer alan $\phi(B)$ ile $\theta(B)$ şeklinde polinomial gecikme işlemcilerine karşılık gelir. Bu işlemcilerin açılımı şöyledir:

$$\phi(B) = 1 - \phi_1 B - \phi_2 B^2 - \dots - \phi_p B^p$$

$$\theta(B) = 1 - \theta_1 B - \theta_2 B^2 - \dots - \theta_q B^q$$

Orijinal seri y_t ve gözlenen seri z_t iken ve y_t serisi yukarıdaki ARMA(p,q) modeli ile ifade edilmek üzere,

$$Z_t = Y_t + \omega L(B)I_t \quad (2.2)$$

modeli üzerinden aykırı gözlemler aşağıdaki tanımlanır. Burada $I_t^{(T)}$ $t = T$ zamanı hariç diğer gecikmelerde sıfır değerini alan kukla değişkendir. ω 'nin aldığı değerler Y_t 'nin başlangıç değerinden sapmayı gösterir.

AO türü aykırı gözlemler, T noktasında gerçekleşen beklenmeyen grev, kaza gibi dışsal kaynaklı değişimlere karşılık gelir, kendinden sonra gelen gözlemleri etkilemez, sistem dışındaki faktörlerin gerçekleşmesine neden olur. Kimi durumlarda bir kayıt hatasının sonucu olarak da karşılaşılabilmektedir. AO türü aykırı gözlemlerin çeşitli istatistikler üzerinde önemli etkileri vardır.¹

(2.2) modelinde $L(B) = 1$ için AO tanımlıdır.

$$Z_{t=} \begin{cases} y_t \dots \dots \dots t \neq T \\ y_t + \omega_A \dots \dots t = T \end{cases} \quad (2.3)$$

$$= y_t + \omega I_t^{(T)}$$

$$= \frac{\theta(B)}{\phi(B)} u_t + \omega I_t^{(T)}$$

IO türü aykırı gözlemler, olayın gerçekleştiği T zamanında etkili olmakla kalmaz, izleyen dönemleri de etkileyerek süreci değiştirir. AO ve IO arasındaki temel fark IO'nun süreçte yeni kısa süreli bir etkiyi (kimi kaynaklarda trend olarak da adlandırılan) vurgulamasıdır. Ancak süreç sonrasında normal seyrine döner. Ayrıca literatürde, AO'dan farklı olarak sürecin üzerindeki içsel etkiyle belirlenebileceği ifade edilir. IO için model orijinal sürecin hatasına eklenerek oluşturulur.²

(2.2) modelinde $L(B) = \frac{\theta(B)}{(1-B)\phi(B)}$ için IO tanımlıdır.

$$z_t = y_t + \frac{\theta(B)}{\phi(B)} \omega I_t^{(T)} \quad (2.4)$$

¹ William Wei, **Time Series Analysis: Univariate and Multivariate Methods**, Pearson Addison Wesley, 2.bs, 2006, s. 223.

² Lon-Mu Liu, **Time Series Analysis and Forecasting**, Scientific Computing Associates Corp. 2.bs, 2009, s. 128.

$$= \frac{\theta(B)}{\phi(B)}(u_t + \omega I_t^{(T)})$$

LS türü aykırı gözlemler, serinin ortalama seviyesinin değişimine karşılık gelir, belli bir noktada başlayan ve gözlenen periyodun sonuna kadar devam eden bir süreçtir. Birçok çalışmada da bu tür ortalama seviyesindeki kalıcı ve sürekli değişimin, durağan süreci durağan olmayan hale dönüştürebileceği vurgulanmıştır. LS varlığında, gözlenen zaman serisi ve orijinal zaman serisi arasındaki ilişki şöyledir:³

(2.2) modelinde $L(B) = \frac{1}{(1-B)}$ için LS tanımlanır.

$$z_t = \begin{cases} y_t & t < T \\ y_t + w_L & t = T \end{cases} \quad (2.5)$$

TC türü aykırı gözlemler, seri üzerindeki başlangıç etkisi AO'ya benzer fakat sonrasında etki, takip eden gözlemler üzerinde de devam ettiği için, TC türü aykırı gözlemler AO ve LS'nin genellemesi olarak ele alınır. TC'nin etkisi kalıcı değildir ve üstel olarak azalma gösterir.⁴

(2.2) modelinde $L(B) = \frac{1}{(1-\delta B)}$ ($0 < \delta < 1$) için TC tanımlıdır.

(2.6)

ARMA modellerde aykırı gözlem belirlenmesi için tanımlanan çeşitli süreçler olmakla beraber bunlar arasında en bilineni Chang, Tiao ve Chen (1988)'in önerdikleri süreçtir. Bu süreç kısaca şöyle özetlenebilir: Öncelikle ARMA modeli, modelde hiçbir aykırı gözlem yokmuş gibi tahmin edilir. Tahmin edilen artıklar üzerinden her bir gözlem için ayrı ayrı düşünülecek şekilde olabilirlik oran istatistikleri hesaplanır. Mutlak değeri en büyük olan test istatistiği, önceden belirlenen kritik değerle kıyaslanır; test istatistiği kritik değerden daha büyükse aykırı gözlem elde edilmiş olur. Bulunan aykırı gözlemin etkisi dikkate alınır ve bu işlem hiçbir aykırı gözlem kalmayana kadar devam eder.

³ H.P. Franses, **Time Series Model for Business and Economic Forecasting**, Cambridge, Cambridge University Press, 2002, s. 144.

⁴ H. P. Franses, **a.g.e** , s.139.

2.2 VARMA Modellerde Karşılaşılan Aykırı Gözlemler Ve Teşhisi

Tek boyutlu zaman serilerinde görülen bu aykırı gözlem tanımlamaları genelleştirilerek çok değişkenli için tanımlamalara ulaşılır. Çok değişkenli ARMA modelinde görülen aykırı gözlem türleri Galeano, Pena ve Tsay'in çalışmasında şöyle tanımlanır: ⁵

$Y = (Y_1', \dots, Y_n')'$ serisinin yerini k tane seriye karşılık gelen $Y_t = (Y_{1t}, \dots, Y_{kt})'$ alır.

$Y_t = X_t + \alpha(B)\omega I_t^{(h)}$ modelinde, X_t ARMA model yapısına uygun vektördür, $I_t^{(h)}$ ise $I_h^{(h)} = 1$ ve $t \neq h$ iken $I_t^{(h)} = 0$ değerlerini alan kukla değişkendir. $\omega = (\omega_1, \dots, \omega_k)'$ aykırı gözlem büyüklüğünü gösterir. $\alpha(B)$ matris polinomudur ve yapısı aykırı gözlemlerin türlerini belirlemede öne çıkar. Buna göre türler ve tanımlamalar kısaca şöyledir:

- $\alpha(B) = \Psi(B)$ eşitliği sözkonusu ise **çok değişkenli kademeli aykırı gözlem (MIO) türünün** varlığından söz edilir. Şok (innovation) kısmındaki aykırı gözlemdir ve zaman serisinin yapısındaki içsel değişim olarak isimlendirilir. Zaman serisi üzerindeki etkisi modele bağlı olmakla beraber birden fazla ardışık gözlemi etkiler.

- $\alpha(B) = I$ olması halinde **çok değişkenli anlık aykırı gözlem (MAO) türü** vardır. Ölçüm hatası gibi dışsal bir nedeni olabilir ve sadece bir gözlemi etkiler.

- $\alpha(B) = (I - B)^{-1}$ ise **çok değişkenli seviye kayması (MLS)** olarak isimlendirilir. Kalıcı bir etkisi vardır ve serilerin ortalamalarının düzeyini değiştirir.

- $\alpha(B) = (I - \delta B)I$ iken ($0 < \delta < 1$), **çok değişkenli geçici değişim (MTC)** şeklinde bilinir. Seriler üzerinde başlangıçta bir etkisi vardır ve bu etki sabit oranda azalarak devam eder.

Çok değişkenli zaman serilerinde aykırı gözlemlerin teşhisi için çeşitli çalışmalar olmakla beraber bunlar arasında en fazla öne çıkan Tsay, Pena ve Pankratz ile Galeano, Pena ve Tsay'in çalışmalarıdır. Bunlardan ilki, tek değişkenli zaman serilerini çok değişkenli zaman serilerinde kullanılabilecek şekilde, tekli ve birleşik olabilirlik oran istatistiklerine bağlı olarak geliştirmişlerdir. Buna göre, öncelikle veride aykırı gözlem olmadığı varsayılarak seriler için çok değişkenli ARMA modeli kurulur, tek değişkenli duruma benzer şekilde tekrarlı bir süreçle çok

⁵ Pedro Galeano, Daniel Pena, Ruey S. Tsay, "Outlier Detection in Multivariate Time Series By Projection Pursuit", *Journal of the American Statistical Association*, 101, 474, 2006, s. 655-660.

değişkenli aykırı gözlemler belirlenir. Diğer yaklaşımda ise, ilk adımda uygun başlangıç modeli belirlenmez. Zaman serisi vektörlerine tek değişkenli metoda dayalı izdüşüm teknikleri uygulanır, çok değişkenli zaman serisinin basıklığını maksimize eden lineer kombinasyonları bulunur ve sonrasında aykırı gözlemlerin belirlenmesinde tek değişkenli metodlar kullanılır. Buna göre izdüşümü alınmış hemen hemen her seride en az bir tane tek değişkenli aykırı gözlemin bulunduğu varsayılır ve bunlar değerlendirilerek çoklu olanlara ulaşılır. Uygulamada da kullanılan izdüşüm izlemeye dayalı bu algoritma en genel haliyle dört aşamada özetlenir. Buna göre;

- Maksimum ayırımın izdüşümleri elde edilir
- İzdüşümleri alınmış tek değişkenli serilerde aykırı gözlemler araştırılır.
- Tek değişkenli analizde elde edilen tüm aykırı gözlemler çok değişkenli çatısı altında incelenir ve etkileri ortadan kaldırılır.
- Bu sürece hiç aykırı gözlem kalmayana kadar devam edilir.

Teşhis aşamasında öncelikle LS belirlenir sonra IO, AO türü aykırı gözlemler ve TC noktaları bulunur. Son olarak, temizlenen zaman serisi için model oluşturulur.

3. VAR Modeli Klasik Ve Dayanıklı Tahmini

Tek değişkenli otoregresif modellerin çok değişkenli şekilde ifade edilmesiyle vektör otoregresif (VAR) modellere ulaşılır. y_t , p boyutlu durağan zaman serilerine karşılık gelen zaman serisi vektörünü göstermek üzere vektör otoregresif model gösterimi şöyledir:

$$y_t = B_0' + B_1'y_{t-1} + \dots + B_k'y_{t-k} + \varepsilon_t \quad (3.1)$$

Denklemden, B_0' başlangıç parametresini ve B_1', \dots, B_k' eğim parametrelerini göstermektedir. ε_t , p boyutlu hata vektörüdür, bağımsız ve özdeş olarak dağılır.

VAR modeli çok değişkenli regresyon modeli şeklinde düşünülerek EKK ile çözüm sağlanabilir. Yukarıdaki ifade matrisel formda yazılmak üzere,

$$y_t = B'x_t + \varepsilon_t$$

$t = k + 1, \dots, T$ ve $x_t = (1, y_{t-1}', \dots, y_{t-k}')'$ dır.

$B = (B_0', B_1', \dots, B_k')$ tüm bilinmeyen regresyon katsayılarını içerir. Bağımsız ve bağımlı değişkenlere ait matrislerin gösterimi sırayla şöyledir:

$$X = (x_{k+1}, \dots, x_T)', Y = (y_{k+1}, \dots, y_T)'$$

EKK tahmininin matrisel gösterimi şöyledir:

$$\hat{B}_{EKK} = (X'X)^{-1}X'Y$$

(3.2) varyans-kovaryans matrisi ise,

$$\hat{\Sigma}_{EKK} = \frac{1}{n-p} (Y - X\hat{B}_{EKK})'(Y - X\hat{B}_{EKK}) \text{ 'dır.}$$

(3.3)

EKK ile VAR modeli tahmin sürecinde, seride aykırı gözlemlerin varlığı halinde yanıltıcı sonuçlara ulaşılması olasıdır. Bu noktada önerilen çeşitli yaklaşımlar mevcuttur, bunlar genellikle EKK tahmincisi yerine LMS, LTS, LAD⁶ gibi tahmincileri kullanılmaktadır. VAR modelinin parametre tahminleri için Croux ve Joossens çalışmalarında Çok Değişkenli En Küçük Kırılmış Kareler (**MLTS**) tahmincisi ile EKK tahmincisinin yerini değiştirmişlerdir. Ayrıca Reber, Terpstra ve Chen, VAR modelini ağırlıklandırılmış LAD (L1) tahmincisini kullanarak tahmin etmişlerdir. Çalışmalarında veride AO ve IO türü aykırı gözlemlerin bulunması halinde LAD tahmincisinin davranışını izlemişler ve sonuç olarak parametre tahminlerinin asimptotik olarak normal dağıldığını, LAD tahmincisinin EKK tahmincisine göre çok daha etkin sonuçlar verdiğini görmüşlerdir. Bu çalışmada MLTS tahmincisine dayalı tahmin tekniğine yer verilmiştir. **MLTS** tahmincisi, EKK tahmincisinden elde edilen artıklar üzerinden bulunan kovaryans matrisinin determinantını minimum yapan h tane gözlemde oluşan alt kümelerden faydalanır ve bu alt kümeler **MCD** tahmincisi ile elde edilir.

Süreç kısaca şöyle özetlenebilir:⁷

MLTS tahmini, artıkların Mahalanobis uzaklıklarının kareleri üzerinden en küçük h tanesinin toplamını minimize eden B vektörüne karşılık gelir.

$$\hat{B}_{MLTS} = \arg \min_{B, \Sigma: |\Sigma|=1} \sum_{s=1}^h d_{s:n}^2(B, \Sigma)$$

(3.4)

Burada $d_{1:n}(B, \Sigma) \leq \dots \leq d_{n:n}(B, \Sigma)$ ifadesi artıkların Mahalanobis uzaklıklarının dizilimini gösterir, Mahalanobis uzaklıkları ise şöyle hesaplanır:

⁶ LAD, LMS, LTS ve MCD tahmincilerine ait özet bilgiler ekte yer almaktadır.

⁷ Christophe Croux, Kristel Joossens, "Robust Estimation of the Vector Autoregressive Model by a Least Trimmed Squares procedure", **COMPSTAT 2008, Physica-Verlag HD**, 2008, s. 489.

$$d_s(B, \Sigma) = ((y_t - B'x_t)' \Sigma^{-1} (y_t - B'x_t))^{1/2} \quad (3.5)$$

Ağırlıklandırma işlemiyle MLTS tahmincisinin etkinliğini yükseltilir, bu yeni ağırlıklandırılan tahminci RMLTS olarak bilinir:

$$\hat{B}_{RMLTS} = \hat{B}_{OLS}(J) \text{ ve } \hat{\Sigma}_{RMLTS} = c_\delta \hat{\Sigma}_{OLS}(J)$$

$$J = \{j \in \{1, \dots, n\} \mid d_j^2(\hat{B}_{MLTS}, \hat{\Sigma}_{MLTS}) \leq q_\delta\} \text{ ve } q_\delta = \chi_{q, 1-\alpha}^2$$

Bu sözü edilen süreç boyunca Mahalanabis uzaklığı kritik değerden büyük olan gözlemler aykırı olarak kabul edilebilir. Önerilen kritik değerler şöyledir: $\delta = 0.01$ olarak alınır, c düzeltme faktörünü belirleyen orandır. α ise $\alpha = \%25$ olarak belirlenen, $\alpha \approx 1 - h/n$ yaklaşık eşitliğini sağlayan kırılma oranıdır. c_α , Σ 'nin tutarlı tahminini elde etmek için kullanılan düzeltme faktörüdür. Yazarlar çalışmalarında, çok değişkenli normal dağılım söz konusuysen $c_\alpha = (1 - \alpha) / F_{\chi_{p+2}}^2(q_\alpha)$ şeklinde gösterilebileceğinin Croux ve Haesbroeck tarafından ispatlandığını belirtmişlerdir.

MLTS tahminlerine ait varyans kovaryans matrisi ise şöyle gösterilir:

$$\hat{\Sigma}_{RMLTS} = \frac{c_\delta}{m(k) - p} \sum_{t \in J(k)} \hat{\varepsilon}_t(k) \hat{\varepsilon}_t'(k) \quad (3.6)$$

Burada $\hat{\varepsilon}_t(k)$, VAR(k) modelinden elde edilen artıklardır ve m(k), J(k)'daki elemanların sayısını göstermektedir.

Croux çalışmasında VAR modelinin derecesinin dayanıklı yaklaşımla belirlenmesi konusuna da değinmiştir. Bilindiği gibi VAR modelinin derecesini belirlemede benimsenen genel yaklaşım değişen k değerlerini gözönüne alıp bilgi kriter(ler)ini hesaplayarak, minimum değeri vereni belirlemektir. Bilgi kriterlerinin birçoğu VAR(k) modelinin olabilirlik fonksiyonunun logaritması ile hesaplanır. Model seçiminde kullanılan bilgi kriterinin genel formu şu şekilde ifade edilebilir:

$$\frac{-2}{n} l_k + h(n) \frac{(kp+1)p}{n} \quad (3.7)$$

Eşitlikte $(kp+1)$ bilinmeyen parametrelerin sayısını gösterir, l_k ise olabilirlik fonksiyonunun logaritmasıdır. Bilgi kriteri $h(n)$ 'in formlarına göre isimlendirilir: $h(n)=2$ ise Akaike bilgi kriteri, $h(n)=2\log(\log(n))$ ise Hannan Quin kriteri ve $h(n)=\log(n)$ ise Schwarz kriterini gösterir.

(3.7) ifadesinde yeralan l_k şöyle açık yazılabilir:

$$l_k = -\frac{n}{2} \log \det \Sigma - \frac{np}{2} \log(2\pi) - \frac{1}{2} \sum_{t=k+1}^T \varepsilon_t' \Sigma^{-1} \varepsilon_t \quad (3.8)$$

Yazarlar, aykırı gözlemlerin bu noktada model seçim kriterini etkilemelerini önlemek için Σ RMLTS'nin kullanılmasını önerirler.

Aynı çalışmada VAR modellerinin çok değişkenli regresyon modeli olarak ele alınmasının çeşitli dezavantajlarına değinilmiştir. Konu dahilinde bu dezavantajlardan en önemlisi, orjinal serideki ε oranında aykırı gözlem bulunması halinde modelde açıklayıcı değişken olarak yeralan k tane gecikmeli serinin k ε tane aykırı gözlem üretebilmesidir. Bu yüzden, eğer dayanıklı regresyon tahmincisinin kırılma noktası $1/2$ ise, VAR(k) modelinin tahmininde bu $1/(2k)$ 'ya kadar düşecektir. Bu problemi çözmek için dayanıklı filtreleme yöntemleri önerilmiştir.

Yazarlar literatürde çeşitli filtreleme tekniklerinin bulunduğunu ama bunların tek değişkenli seriler için geçerli olduğunu belirtmişler ve çok değişkenli zaman serileri için henüz bu teknikler üzerine çok fazla çalışmanın olmadığını vurgulamışlardır.

4. Büyüme Oranı ve Enflasyon ilişkisinin Klasik ve Dayanıklı

Yaklaşımla İncelenmesi

İktisat literatürünün önemli tartışma konularından biri olan enflasyon ve ekonomik büyüme arasındaki ilişki uygulama konusu olarak belirlenmiş ve bu amaçla Türkiye'nin 1950-2006 yılları arasındaki enflasyon ve büyüme oranları dikkate alınmıştır. Enflasyon ve büyüme oranları arasındaki ilişki üzerine yapılan çalışmalar farklı sonuçlara işaret eder. Çalışmaların bir kısmı enflasyonun büyümeyi olumlu etkilediği sonucuna varırken bir kısmı- özellikle de son dönemlerde yapılanlar enflasyonun büyümeyi olumsuz yönde etkilediği sonucuna varır. Yanısıra bazı çalışmalarda enflasyon ve büyüme arasındaki ilişki istatistiksel açıdan anlamlı bulunamamıştır.

Çalışmada öncelikle ilgilenilen periyot içerisinde enflasyon ve büyüme oranı serileri üzerinden izdüşüm izleme tekniği kullanılarak aykırı gözlemler ve türleri belirlenmiştir. Bunlar şöyledir:

1954	IO
1981	LS
1994	LS
1999	IO
2001	LS

Aykırı gözlem olarak belirlenen bu gözlemlerin karşılık geldiği tarihsel olaylar şöyle sıralanmıştır:

1954	IO	Ekonomik kriz, ihracat oranının azalması, enflasyon oranının %3'lerden %20'lere çıkışı
1981	LS	Ekonomik ve siyasi kriz, enflasyon ve işsizlik oranında ciddi artışlar
1994	LS	Ekonomik kriz, dövize olan talep, Türk Lirasının değer kaybı
1999	IO	Asya krizinin etkisi, depremler, bankacılık sektöründeki kriz
2001	LS	Siyasi kriz etkisi, IMF'nin çöken programı, işsizlik oranı ve döviz kurunda rekor artış

Enflasyon ve büyüme oranı serileri arasındaki ilişki VAR modeli ile açıklanmaya çalışılmıştır. VAR modeli parametrelerinin tahmin sürecinde, EKK ve MLTS yaklaşımları gözönünde bulundurulmuştur. Bilindiği gibi literatürde VAR modelindeki değişkenlerin durağan olup olmamasının gerekliliği tartışma konusudur. Bir kısım yazarlar durağan olmayan serilerle yapılan analizin istatistiksel açıdan doğru olmayan sonuçlar ortaya koyabileceğini belirtirken, bir diğer kısım yazarlarsa durağanlaştırma işleminin bilgi kaybına neden olabileceğini belirtmekte ve VAR analizinin amacının parametre tahmini olmadığını, değişkenler arasındaki ilişki belirlenmesinde kullanıldığını savunmaktadırlar. Burada ilk yaklaşım üzerinden hareket edilmiştir. Bu amaçla ilk aşamada değişkenlerin durağanlığı sınanmıştır, sonrasında durağan haldeki değişkenler arasındaki ilişkinin VAR modeli ile açıklanma sürecinde klasik ve dayanıklı yaklaşım kullanılmıştır.

Serilerin durağanlıklarının sınanmasında Genelleştirilmiş Dickey Fuller ve Phillips Perron testleri kullanılmış buna göre, büyüme oranları serisinin durağan olduğu (I(0)), enflasyon serisininse ikinci farkla durağan hale geldiğini (I(2)) sonucuna ulaşılmıştır.

Gerek klasik gerekse dayanıklı yaklaşımla tahmin edilen modeller için AIC ve dayanıklı AIC kriterlerine göre uygun gecikme sayısı 1 olarak belirlenmiştir.

Uygun gecikme sayısı belirlenen VAR modelinin EKK tahmin yöntemine göre elde edilen katsayıları şöyledir:

Tablo 4.1: EKK tahmin yöntemiyle elde edilen VAR parametre tahminleri

	Büyüme	Enflasyon
C	5.4453 (0.8873) [6.1369]	-0.0265(0.0216) [-1.2269]
Büyüme(-1)	-0.1665 (0.1399) [-1.1901]	0.0058(0.0034) [1.7059]
Enflasyon(-1)	-6.0707 (5.7562) [-1.0546]	0.0485(0.1399) [0.3467]

*Tabloda sırasıyla (), [] içindeki değerler standart hatayı ve t test skorunu göstermektedir.

Katsayılarla ilişkin t testi skorlarına bakıldığında % 95 anlamlılık düzeyinde enflasyon ve büyüme oranı arasında ilişki yoktur. Fakat MLTS sonuçları ile tahmin edilen katsayıların aynı anlamlılık düzeyinde değerlendirilmesiyle elde edilen sonuç farklıdır.

Tablo 4.2: MLTS tahmin yöntemiyle elde edilen VAR parametre tahminleri

	Büyüme	Enflasyon
C	6.2735(0.3700) [16.95]	0.0115(0.0571) [0.2014]
Büyüme(-1)	-0.0710 (0.0583) [-1.2178]	0.0003(0.0090) [0.0333]
Enflasyon(-1)	-18.6179(2.4006)[-7.7555]	0.1685(0.3707) [0.4545]

*Tabloda sırasıyla (), [] içindeki değerler standart hatayı ve t test skorunu göstermektedir.

Buna göre enflasyonun gecikmeli değeri büyüme oranı üzerinde etkilidir.

5. Sonuç

Enflasyon ve büyüme oranları serilerinde aykırı gözlem olarak adlandırılan çeşitli siyasi ve ekonomik kriz dönemleriyle karşılaşmak kaçınılmazdır. Aykırı gözlemlerin varlığının tahmin ve çeşitli test süreçleri üzerindeki etkileri gözönüne alındığında, ya bu aykırı gözlem etkilerini dikkate alan modelleme yapma yada bu aykırı gözlemlerden etkilenmeyen tahmin süreçleri ile modelleme yapma gerekliliği ortaya çıkar. Burada 1950-2006 yılları arasındaki enflasyon ve büyüme oranları arasındaki ilişki incelenirken önce seriler üzerindeki aykırı gözlemler tespit edilmiştir. Sonrasında Croux tarafından önerilen, aykırı gözlemlerden etkilenmeyen dayanıklı MLTS tahmincisi ile VAR modeli parametreleri tahmin edilmiştir. Dayanıklılı tahmin sonucuna dayalı olarak değerlendirilen ilişki, EKK'ya dayalı olarak elde edilenden farklıdır. EKK'ya dayalı olarak elde edilen sonuca göre büyüme oranı ve enflasyon arasında ilişki yoktur fakat MLTS'ye dayalı tahmin sonuçları enflasyonun gecikmeli değeri ile büyüme oranı arasında ilişkiye dikkat çekmektedir.

6. Kaynakça

- AGULLO, Jose, Christophe CROUX, Stefan VAN AELST: “The Multivariate Least-Trimmed Squares Estimator”, **Journal of Multivariate Analysis**, Vol. 99, 2008, s.311-318.
- BALKE, N. S., T. S. FOMBY: “Large Shocks, Small Shocks, and Economic Fluctuations: Outliers in Macroeconomic Time Series”, **Journal of Applied Econometrics**, 9, 1994, s.181–200.
- BERBER, Metin, Seyfettin ARTAN: “Enflasyon ve Ekonomik Büyüme İlişkisi: Türkiye Örneği ”, **Turkish Economic Association**, Discussion Paper, 2004-21
- CHANG, I, G. TIAO, C.CHEN: “Estimation Of Time Series Parameters In The Presence Of Outliers”, **Technometrics**, 30, 1988, s. 193–204.
- CHEN, C., L. M. LIU: “Forecasting Time Series With Outliers”, **Journal Of Forecasting**, 12, 1993, s.13–35.
- CROUX, C, A. RUIZ-GAZEN: “High Breakdown Estimators for Principal Components: The Projection-Pursuit Approach Revisited”, **Journal of Multivariate Analysis**,95, 2005, s. 206-226.
- ENDERS, Walter: **Applied Econometric Time Series**, 2. Bs., New York, John Wiley&Sons, 2004.
- FRANSES, Philip Hans: **Time Series Models for Business and Economic Forecasting**, Cambridge, Cambridge University Press 1998.
- FRANSES, Philip,H., Dick VAN DIJK: **Non-Linear Time Series Models in Empirical Finance**, Cambridge University Press, 2002.
- PENA Daniel, George TIAO, Ruey TSAY, **A Course in Time Series Analysis**, New York, Wiley, 2001.
- REBER, John C., Jeff T. TERPSTRA, Xianzhe CHEN: “Weighted L_1 -estimates for a VAR(p) Time Series Model”, **Journal of Nonparametric Statistics**, 20, 5, 2008, s.395–411.
- RICARDO, A., R. MARONNA, M.DOUGLAS, Y. J. VICTOR: **Robust Statistics**, New York, John Wiley & Sons, 2006.
- ROUSSEEUW, P.J., A. M. LEROY: **Robust Regression and Outlier Detection**, New York, Wiley, 1987.
- WILLIAM, Wei: **Time Series Analysis: Univariate and Multivariate Methods**, 2.Bs, USA, Pearson Addison Wesley, 2006.

EK

E.1. En Küçük Mutlak Sapmalar Yöntemi (Least Absolute Deviations-LAD)

En küçük mutlak sapmalar (LAD) yönteminde $\hat{\beta}$ vektörünün seçimi $Min_{\hat{\beta}} \sum_{i=1}^n |e_i|$ amaç fonksiyonu ile mümkündür. Çeşitli iteratif yaklaşımlarla çözüme ulaşılır.

E.2 En Küçük Medyan Kareler (Least Median Squares-LMS)

Rousseeuw (1984), bir çok yazarın EKK amaç fonksiyonunda tanımlı “kare” yerine değişik değerler kullanarak dayanıklı sonuçlar elde etmeye çalıştığını, oysa “ \sum ” yerine “medyan” $Min_{\hat{\beta}} medyan e_i^2$ yazılarak diğerlerinden daha dirençli, çok daha az duyarlı, kırılma noktası %50 olan tahminci elde edilebileceğini ifade etmiştir. Algoritma kısaca şöyle tanımlanabilir: p parametre sayısını göstermek üzere eleman sayısı en az p+1 olan tüm mümkün altkümeler elde edilir, her bir altküme için EKK tahmincileri bulunur ve bu tahmincilerle tüm gözlemler üzerinden elde edilen artıkların karelerinin ya da mutlak değerlerinin medyanı alınarak LMS amaç fonksiyonu elde edilir. Bu işlem altküme sayısı kadar tekrarlanarak amaç fonksiyonunu minimum yapan LMS parametre tahminlerine ulaşılır. LMS’ nin kırılma noktası % 50’ dir, bu yönüyle EKK ve LAD tahmincilerine göre oldukça yüksek bir kırılma noktasına sahiptir.

E.3 En Küçük Kırpılmış Kareler (Least Trimmed Sum of Squares-LTS)

Rousseeuw (1984) bu tahminci için amaç fonksiyonunu şöyle tanımlamıştır:

$$Min_{\hat{\beta}} \sum_{i=1}^h (e^2(\hat{\beta}))_{i:n}$$

Yine verideki gözlem ve değişken sayıları dikkate alınarak çeşitli altkümeler elde edilir. Her bir altküme için h gözlem üzerinden EKK katsayıları bulunur ve bu katsayılarla kalıntıların kareleri sıralanır, hedef alınan belirli bir sıradaki kalıntıdan küçük bütün kalıntılar toplanır ve bu toplam başka tahminler sonucu elde edilen toplamdan daha düşük yapılmaya çalışılır. Rousseeuw h değerini $(n+p+1)/2$ olarak önermiş ve ayrıca çalışmasında gerek LTS’nin amaç fonksiyonunun LMS’ye göre daha düzgün olmasından gerekse LTS’nin istatistiksel etkinliğinin LMS’ye göre daha fazla olmasından dolayı LTS metodunun LMS ile yer değiştirebilir nitelikte olduğunu belirtmiştir.

E.4 En Küçük Varyans-Kovaryans Determinantı (Minimum Covariance Determinant-MCD)

Bu yöntem Rousseeuw (1984) tarafından önerilmiştir. Amaç varyans-kovaryans matrisinin determinantını en küçük yapacak olan h tane gözlemden oluşan veriyi bulmaktır. Elde edilecek olan h gözlemden hesaplanan ortalama MCD yer tahmincisi, aynı gözlemlerden elde edilecek varyans-kovaryans matrisi de yayılım tahmincisi olacaktır. $h, (n+p+1)/2$ ' ninnin tam kısmı olarak belirlenebilir.

Bu iki yöntem için hemen burada belirtmek gerekir ki, LTS ve MCD kırılma noktaları en yüksek olan tahmincilerdendir.

E.5 Mahalanobis Uzaklığı

Aykırı gözlemlerin belirlenme sürecinde öne çıkan bir uzaklıktır, x vektörleri ve μ ortalama vektörü arasındaki Mahalanobis uzaklığının karesi, Σ varyans-kovaryans matrisi dikkate alınarak şöyle gösterilir:

$$d(x, \mu, \Sigma) = (x - \mu)' \Sigma^{-1} (x - \mu)$$

$x \square N(\mu, \Sigma)$ ise $d(x, \mu, \Sigma) \square \chi_p^2$ 'dir.

