

8. Sınıf Öğrencilerinin Üçgenler Konusunda Problem Kurma Çalışmalarının İncelenmesi

Elif Türnüklü*, Ayşe Simge Ergin**, Mustafa Zeki Aydoğdu***

Makale Geliş Tarihi:08/11/2017

Makale Kabul Tarihi:04/12/2017

Öz

Bu çalışmada sekizinci sınıf öğrencilerinin üçgenler konusuna yönelik problem kurma çalışmalarını incelemek ve kurdukları problemleri analiz etmek amaçlanmıştır. Verileri elde etmek amacıyla ilgili alanyazın, ders kitapları incelenerek ve uzman görüşü alınarak toplam 11 tane problem kurma durumu oluşturulmuştur. Öğrencilere problem kurma durumları verilerek problem üretmeleri istenmiştir. Öğrencilerin kurdukları problemler bazı ölçütlere göre sınıflandırılmış ve matematiksel nitelik bakımından da analiz edilmiştir. Verilerin analizinde betimsel analiz tekniği kullanılmıştır. Analiz sonuçlarının güvenilirliği için iki araştırmacı tarafından problemler kodlanmış ve değerlendirme sonuçları güvenilir çıkmıştır. Elde edilen bulgularda yazılan problemlerin sadece %33'lük kısmının verilen duruma uygun, matematiksel ve yeterli olduğu ortaya çıkmıştır. Bu problemlerin de genellikle düşük matematiksel nitelikte olduğu görülmüştür. Araştırmada öğrencilerin problem olmayan cümleler ve matematiksel olmayan problemler oluşturdukları da tespit edilmiştir. Sonuç olarak üçgenler konusunda yapılan bu çalışma öğrencilerin problem kurma becerilerini ortaya çıkarmaktadır.

Anahtar Kelimeler: Problem kurma, 8. sınıf öğrencileri, geometri, üçgenler

Investigation of Studies an 8th Grade Students' Problem Posing about Triangles

Abstract

In this study, it is aimed to investigate the problem posing studies conducted on 8th grade students' problem posing about triangles and to analyse the problems they have posed. In order to obtain the data, a total of 11 problem-posing situations were asked to create by examining related literature, textbooks and expert opinion. Students are asked to create problems by giving problem-posing situations to students. Problems of students are classified according to some criteria and analysed in terms of mathematical quality. In the analysis of the data, descriptive analysis was used. Problems were coded by two researchers for the reliability of the analysis, results and the evaluation results were reliable. It ensures that only 33% of the problems found in the findings are mathematical, adequate and appropriate to the given situation. These problems are often found to have low mathematical complexity. It has been found that there are unproblematic sentences and non-mathematical problems in the studies.

Keywords: Problem posing, 8th grade students, geometry, triangles

* Dokuz Eylül Üniversitesi, Buca Eğitim Fakültesi, Matematik Eğitimi Anabilim Dalı, İzmir, Türkiye, elif.turnuklu@deu.edu.tr

** MEB, Metin Seçkin Ortaokulu, Çerkezköy, Tekirdağ, Türkiye, asmge@hotmail.com

***MEB, Söğütlüçeşme Ortaokulu, Küçükçekmece, İstanbul, Türkiye, mustafazeki20@hotmail.com

Giriş

Problem çözme; bireyin problem cümlesini anlaması, çözüm için uygun planı seçmesi, planı uygulaması ve cevabın mantıklı olup olmadığını kontrol etmesinden oluşan bilişsel bir süreçtir (Polya, 1997). Problem kurma ise; matematiksel deneyimlere dayanan, öğrencilerin somut durumlara bireysel yorumlarını katarak anlamlı matematik problemi oluşturmasını içeren bir süreç olarak tarif edilebilir (Stoyanova & Ellerton, 1996). Problem çözme becerilerinin son adımı olarak da gösterilen problem kurma becerileri (Gonzales, 1996), öğrencilerin matematiği anlamalarına ışık tutması, matematik yönündeki mizacını geliştirmesi ve bağımsız öğrenen olmalarına yardım eden bir yol olması ile dikkat çekmektedir (Silver & Cai, 1996). Problem çözme uzun yıllardır eğitim sistemine tutunmuşken, problem kurma da eğitim sisteminde yer edinmeye başlamıştır (Stanic & Kilpatrick, 1988). Problem kurma yaklaşımı son yıllarda öğrencilerin matematiksel gelişimi için önemli bir strateji olarak görülmektedir.

Araştırmacılara göre öğrencilerin kendi öğrenmelerini gerçekleştirmesinde problem kurma yaklaşımı önemli bir yere sahiptir (Cunningham, 2004). Bu durum birçok nedenle açıklanabilir. Cai ve Hwang (2002), problem kurma etkinliklerinin genellikle zihinsel bir süreç gerektiren çalışmalar olduğundan; English (1997), öğrencilerin becerilerine katkı yapmasına, öğrencilerin kavramsal algılarını, tutumlarını ve düşünme biçimlerini gözlemeye olanak tanıdığından; Silver (1997), problem kurma etkinlikleri ile öğrencilerin matematiğe karşı daha yaratıcı yaklaşımlar sergileyebileceğinden bahsetmiştir. Ayrıca birçok araştırmacı problem kurmanın öğrencilerin problem çözme becerilerinin gelişmesinde büyük öneme sahip olduğunu ifade etmektedir (English, 1997; Silver, 1994). Dolayısıyla problem kurma, öğrencilerin matematiksel anlayışlarının gelişiminde oldukça etkiye sahiptir. Ayrıca problem kurarken bireysel bir süreç gerçekleşeceğinden dolayı bireyin o kavramla ilgili varsa hata ve yanlışlarını ortaya çıkarma şansı doğacaktır (Cai & Hwang, 2002). Her ne kadar problem kurma birçok ülkede vurgulanan bir konu olsa da Çin ve Amerika gibi bazı ülkelerde eğitim sisteminin içine yerleşen bir konu olmadığı ortaya çıkmıştır (Van Harpen & Presmeg, 2013). İlgili araştırmalar incelendiğinde bazı problem kurma çalışmalarında ortaya çıkan performansların da beklenenden düşük olduğu görülmektedir (Van Harpen & Shriraman, 2013). Bu durumlar matematik eğitiminde problem kurma becerileri ile ilgili bazı sorunların bulunduğunu ve bu sorunlarda incelenmesi gereken bir takım yönlerin olduğunu göstermektedir.

Ülkemizdeki eğitim sisteminin 2005 yılı itibari ile yapılandırmacı eğitim anlayışla şekillenmesiyle birlikte akıl yürütme, problem çözme, problem kurma ve bunları ilişkilendirme gibi üst düzey zihinsel becerilerin kazandırılmasına dikkat çekilmiştir. MEB'in Ortaokul matematik dersi öğretim programında problem kurma süreci, problem çözme becerilerini geliştiren son adım olarak kendini göstermiştir (MEB, 2013, 2017). Ayrıca Ortaöğretim (9-12. Sınıflar) matematik dersi öğretim programında da problem kurma, öğrencilerin problem çözme süreci aşamalarından biri olarak ele alınmış ve problem çözme yeterlilikleri ile ilişkilendirilmiştir (MEB,

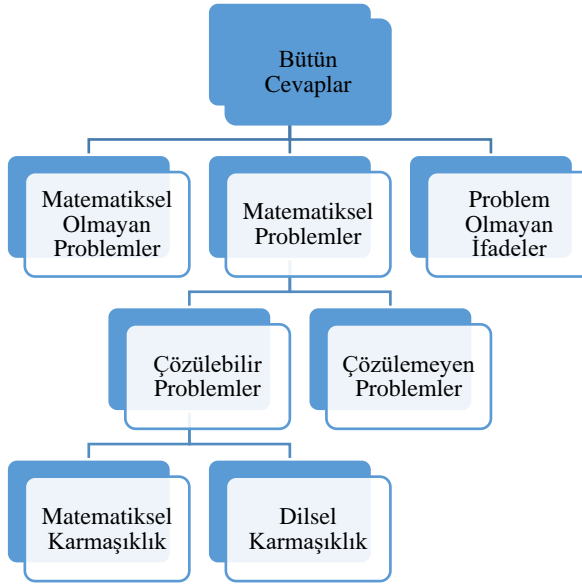
2013, 2017). Ancak, matematik öğretiminde öğrencilerden kendi problemlerini oluşturmalarının istenmesi oldukça az görülmektedir (Tertemiz ve Sulak, 2013).

Bu konu üzerine ülkemizde ve birçok ülkede yapılmış araştırmalar bulunmaktadır. Yapılan araştırmalar incelendiğinde problem kurmanın birçok bağlamda ele alındığı ortaya çıkmıştır. Silver (1994) ve Silver ve Cai (1996), problem kurma çalışmalarını zamanlama faktörü ile ele almış, hangi biçimde olması gerektiği ile ilgili yapısal durumlara odaklanmıştır. Stoyanova ve Ellerton (1996) problem kurma durumlarını ele alarak problem kurma türlerini *yapılandırılmamış (serbest)*, *yarı yapılandırılmış* ve *yapılandırılmış* olarak kategorize ederek teorik bir yapı sunmuştur. Genel anlamda herhangi bir kısıtlama yapılmaksızın öğrencinin yapay ya da doğal bir durumdan bir problem üretmesi istenirse yapılandırılmamıştır. Ancak açık bir durum verilerek (Bir tablo, bir resim, bir şekil, bir sonuç...) öğrencilerden problem kurması istenirse yarı yapılandırılmıştır (Abu-Elwan, 1999). Belirli bir duruma bağlı problem kurma becerileri isteniyor ise yapılandırılmış durum söz konusudur. Belirli stratejiler kullanarak verilen hedefi yerine getirmesi gerekmektedir. Bazı araştırmacılar ise öğrencilere problemler kurdurmuş ve bunları sınıflandırmaya yönelik çalışmalar yapmışlardır (Leung, 2012; Silver & Cai, 1996). Ayrıca literatürde kurulan problemlerin değerlendirme bağlamında ele alındığı çalışmalar da bulunmaktadır. Bunlardan bazıları; öğrencilerin oluşturdukları problemleri nitelik bakımından analiz edilmesi (Kwek & Leng, 2015) ve problemlerin nicelik, esneklik ve orijinallik bakımından değerlendirmesidir (Van Harpen & Sriraman, 2013; Yuan & Sriraman, 2011).

Silver ve Cai (2005) yaptıkları incelemelerde problem kurma etkinliklerinin değerlendirilmesinde ise genellikle 3 ölçüt kullanılmışlardır. Bunlar:

1. Nicelik (Quantity)
2. Orijinallik (Originality)
3. Karmaşıklık (Complexity)' tir.

Silver ve Cai' nin (1996) sınıflandırma şemasında kurulan problemler matematiksel olmayan problemler, matematiksel problemler ve problem olmayan ifadeler şeklinde ayrılmıştır. Ardından matematiksel problemler çözülebilirliğine göre ve belirli karmaşıklık ölçütlerine göre ayrılmıştır (*Şekil 1*).



Şekil 1. Öğrencilerin kurdukları problemleri sınıflandırma şeması (Silver & Cai,1996, s.526)

Silver ve Cai (2005) problemin karmaşıklığını ise 4 ölçüte ayırmıştır. Bunlar:

- Problemin zorluğu
- Dilsel karmaşıklık
- Gömülü matematiksel ilişkilerin karmaşıklığı
- Matematiksel karmaşıklık

Yukarıda ifade edilen ölçütlerden son madde matematiksel karmaşıklık problemlerin önemli niteliklerinden biridir ve problemi kuran kişinin matematiksel bilgilerini, bilişsel süreçlerini ortaya çıkarır (Kwek, 2015). Şekil 1'e göre yazılan problemlerin matematiksel karmaşıklığına bakmak için çözülebilir matematiksel problem olması gerekmektedir. Matematiksel karmaşıklık düşük, orta ve yüksek seviye olarak sınıflandırılabilir. Her bir seviye matematiği bilmeyi ve uygulamayı (örneğin; muhakeme etme), istenenleri yapmayı, kavramları anlamayı ve problem çözmeyi içermektedir (Kwek & Leng, 2008). Matematiksel karmaşık şöyle tanımlanabilir (National Assessment of Educational Progress, 2005):

Düşük Matematiksel Nitelik: Daha önce çözülen problemlerin hatırlanmasıyla kurulan ve tek adımda çözülebilen problemlerdir.

Orta Matematiksel Nitelik: Düşük nitelikteki problemlere göre daha çok düşünmeyi gerektiren problemlerdir. Bu problemler genellikle birden fazla matematiksel bilgi ve beceriyi bir araya getirmeyi gerektirir. Ayrıca, muhakeme etmeyi, problem çözme stratejisini, teorilerin uygulanmasını gerektiren ve birkaç basamakta çözülebilen problemlerdir.

Yüksek Matematiksel Nitelik: Problemi çözecek kişiyi muhakeme etmeye, analiz etmeye, sentezlemeye sevk eder. Bu problemlerin çözümü birkaç basamakta gerçekleşmelidir.

Bütün bu bilgiler ışığında yapılan araştırmalara bakıldığında, problem kurma yaklaşımının belirli açılarla incelendiği ve bazı konu alanlarıyla ilgili olduğu görülmektedir. Genellikle öğretmen veya öğretmen adaylarıyla yürütülen çalışmalarının mevcut olduğu (Baştürk, Ergin ve Türnüklü, 2013; Yıldız ve Özdemir, 2014), ilköğretim düzeyindeki öğrenciler ile yapılan çalışmaların da çoğunlukla sayılar öğrenme alanı içerisinde araştırıldığı görülmüştür (Işık ve Kar, 2012; Tertemiz ve Sulak, 2013). Işık ve Kar (2012) yedinci sınıf öğrencileriyle yaptıkları problem kurma çalışmalarında kesir konusunu ele almışlardır. Şengül-Akdemir ve Türnüklü (2017) altıncı sınıf öğrencilerinin açılar ile ilgili problem kurma süreçlerini incelemiştir. Lavy ve Bershadsy (2003) ise çalışmalarında öğretmen adaylarının geometrik cisimler üzerine belirli problem kurma stratejileri kullanarak yaptıkları çalışmaları incelemiştir. Bu çerçevede, geometri alanına yönelik problem kurma durumlarının incelendiği araştırmalara oldukça az rastlanılmıştır. Bu durumdan dolayı öğrencilerin geometri konuları ile ilgili problem kurma sürecinde karşılaştıkları durumları ortaya çıkarmak, kurulan problemleri inceleyebilmek adına bu çalışmayı yapma ihtiyacı duyulmuş ve araştırmada geometri öğrenme alanında önem taşıyan üçgenler konusu seçilmiştir.

Dolayısıyla bu çalışmada sekizinci sınıf öğrencilerinin üçgenler konusundaki problem kurma çalışmaları ve kurdukları problemlerin matematiksel nitelik bakımından değerlendirilmesi amaçlanmıştır.

Yöntem

Araştırmada nitel araştırma yöntemine başvurulmuştur. Bu yöntem gözlem, görüşme ve doküman analizi gibi nitel bilgi toplama yöntemleri kullanıldığı ve nitel bir sürecin izlendiği araştırma modelidir (Yıldırım ve Şimşek, 2005). Bu araştırmada da öğrencilere problem kurmaları istenilen sorular ile nitel veriler elde edilmiştir. Nitel araştırmalarda araştırmacı verileri inceler, kodlar ve kategorize eder. Ardından elde ettiği kategorilere bağlı olarak araştırma sonuçlarını ortaya koyar (Merriam, 1998).

Katılımcılar

Bu araştırmanın çalışma grubunu, İstanbul ilinin bir ilçesindeki bir devlet okulunda sekizinci sınıfta öğrenim gören önceki dönemlere ait matematik dersi karne not

ortalamalarına (5, 6 ve 7. Sınıf) göre farklı başarı düzeylerindeki öğrenciler (n=35) oluşturmuştur. Çalışma grubunun seçiminde amaçlı örnekleme yöntemlerinden ölçüt örnekleme yöntemi kullanılmıştır. Ölçüt örnekleme, örneklemin problemle ilgili olarak belirlenen niteliklere sahip kişiler, olaylar, nesnelere ya da durumlardan oluşturulmasıdır (Büyüköztürk, Kılıç Çakmak, Akgün, Karadeniz ve Demirel, 2009). Araştırma üçgenler konusu ve özelinde kenar-açı ilişkileri, Pisagor bağıntısı içeren çalışmalar ile tasarlandığından grubunun seçiminde 8.sınıf öğrencileri olması ölçüt olarak kullanılmıştır. Çünkü MEB matematik dersi öğretim programında ilgili konulara yönelik kazanımlar sekizinci sınıfta verilmektedir (MEB, 2013).

Veri Toplama Aracı

Araştırmada veri toplamak için araştırmacılar tarafından, MEB matematik dersi öğretim programında 8.sınıf üçgenler konusunda yer alan “kenar uzunluğu ilişkileri”, “kenar uzunlukları ile açı ilişkileri” ve “Pisagor Bağıntısı”na yönelik kazanımlar ele alınmıştır. İlgili literatür, ders kitapları incelenerek toplam 11 tane problem kurma sorusu oluşturulmuştur. Sorular bu çalışmada Stoyanova ve Ellerton (1996) tarafından serbest, yarı-yapılandırılmış ve yapılandırılmış olarak belirlenen problem kurma türleri dikkate alınmıştır. Bu bağlamda oluşturulan 11 sorunun 2’si serbest, 3’ü yapılandırılmış ve 6’sı yarı yapılandırılmış olarak dizayn edilmiştir. Soruların kapsam geçerliği ve görünüş geçerliği konusunda uzman görüşünden yararlanılmıştır. Soruların açık ve anlaşılır olup olmadığı incelenmiş ve son hali verilmiştir.

Verilerin Analizi

Literatürde kurulan problemleri analiz etme yolunda birçok strateji ile karşılaşmak mümkündür. Bunlardan biri Tablo 1’de gösterilen Leung’un (2012) problemleri sınıflama şeklidir.

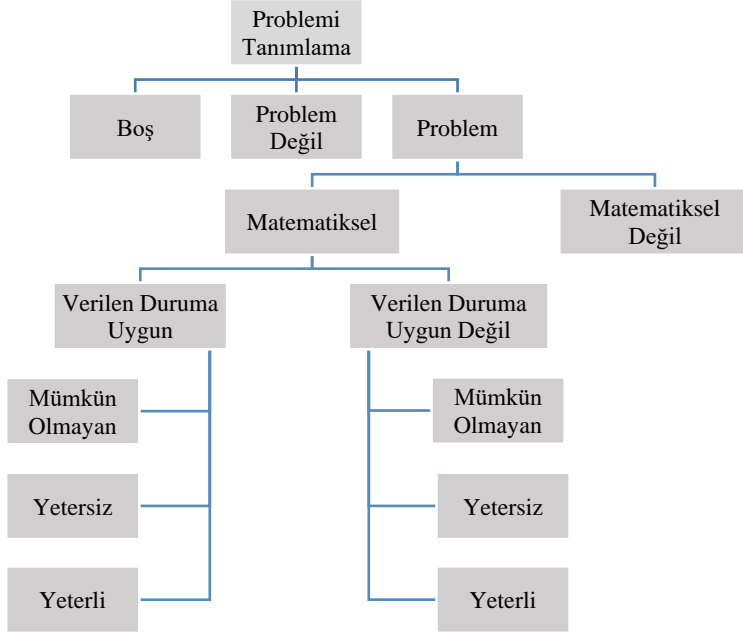
Tablo 1.

Leung’un (2012) Problemleri Sınıflama Kategorileri

Türü	Özellikleri
Problem Değil	Sadece bir betimleme yapılan veya soru kökü içermeyen
Matematiksel Olmayan	Matematiksel bir durum taşımayan
Mümkün Olmayan	Herhangi bir çözümü bulunamayan
Yetersiz	Eksik bilgi içeren
Yeterli	Yanıtı bulunan

Bu çalışmada elde edilen veriler incelenirken Leung’un (2012) problemleri sınıflama stratejilerinden yararlanılmıştır. Leung’un (2012) bu kategorilerini geliştirerek Baştürk, Ergin ve Türnüklü (2013) başka bir problem sınıflama şeması oluşturmuşlardır. Bu çalışmada araştırmacılar Baştürk, Ergin ve Türnüklü’nün (2013) kategorilerine bazı eklemeler yaparak yeni bir sınıflama şeması düzenlenmişlerdir (Şekil 2). Bu çalışmada kurulan problemlerin analizi de Şekil 2’de yer verilen şema ile gerçekleştirilmiştir.

Geliştirilen şemada kurulan problemler tanımlanırken öncelikle boş, problem değil ve problem olarak kategorize edilmiştir. Tamamen yanıtız veya birkaç ifade ile yazılıp bırakılan yanıtlar boş olarak ele alınmıştır. Sadece bir tanımlamanın yapıldığı veya soru kökü yer almayan yanıtlar problem değil olarak nitelendirilmiştir. Örneğin, öğrenciler verilen ifadelerin yerlerini değiştirerek hikâyeyi soru kökü içermeyecek şekilde yeniden yazmışlarsa bu kategoridedir.



Şekil 2. Problemleri sınıflama şeması

Problem olanlar ise matematiksel veya matematiksel olmayan şeklinde ayrılmıştır. Matematiksel olmayanlar, matematiksel olarak çözülemeyen ya da sonucu açıkça belirgin olan problemleri içermektedir. Bu tür yanıtlarda matematiksel işlemler ile çözüme ulaşılması mümkün değildir. Matematiksel olan problemler ise verilen durum kullanılarak yazılmışsa duruma uygun; verilen durum kullanılmamışsa verilen duruma uygun değil şeklinde iki dala ayrılmıştır. Örneğin, durumda verilen ifadeleri kullanmamış ise duruma uygun değildir. Daha sonra her bir dal mümkün olmayan, yetersiz ve yeterli şeklinde kategoriler içermektedir. Verilen bilgiler ile çözümün bulunamayacağı yanıtlar mümkün olmayan, eksik verilerin eklenmesi halinde problemin çözümünün yapılabileceği yanıtlar yetersiz, verilen bilgiler ile çözüme ulaşılabilen yanıtlar ise yeterli olarak ele alınmıştır (Şekil 2).

Sınıflanan problemlerin nitelik bakımından incelenmesinde ise National Assessment of Educational Progress'te (2005) yer alan "Öğrencilerin Kurdukları Problemlerin Matematiksel Karmaşıklığının Değerlendirilmesi" rubriğinden yararlanılmıştır. Verilerin analizinde betimsel analiz tekniği kullanılmıştır. Analiz sonuçlarının güvenilirliği için İki araştırmacı tarafından problemler kodlanmış ve uyuşma yüzdesi % 80 bulunmuştur. Puanlayıcılar arası değerlendirme sonuçlarının güvenilir sayılabilmesi için uyuşma yüzdesinin %75'in üzerinde olması gerekmektedir (Şencan, 2005).

Bulgular ve Yorum

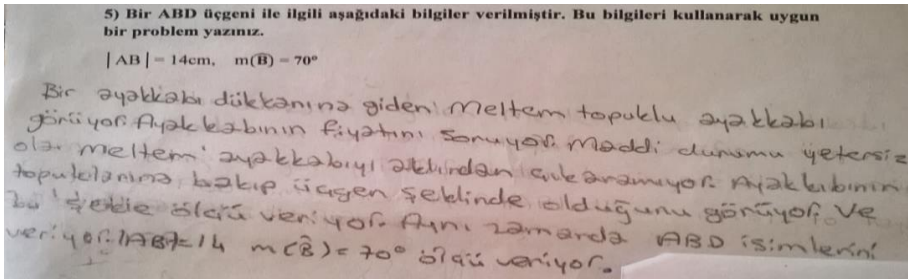
Araştırmanın katılımcıları tarafından toplamda 366 tane kurulmuş problem elde edilmiştir. Elde edilen veriler doğrultusunda sekizinci sınıf öğrencilerinin üçgenler konusuna yönelik kurdukları problemlerinin sınıflandırılmasına ilişkin bulgular Tablo 2'de yer almaktadır.

Tablo 2.

Öğrencilerin Kurdukları Problemlerin Sınıflandırma Yüzdeleri

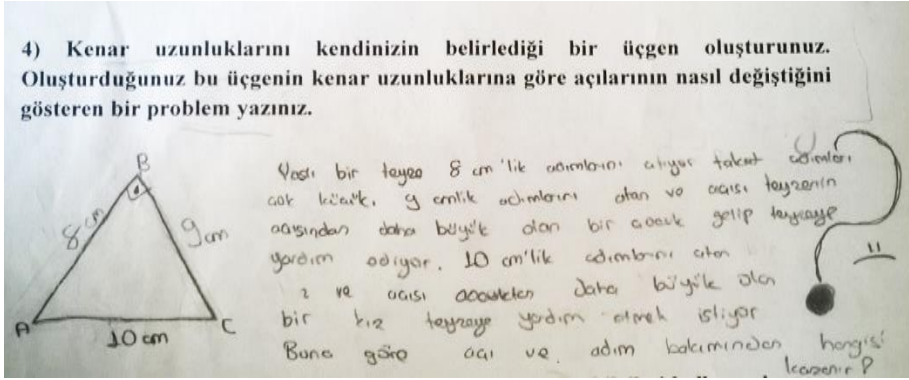
Türü	Frekans (f)	%
Matematiksel Problem	324	84.15
Matematiksel Olmayan Problem	42	10.93
Problem Değil	9	2.33
Boş	10	2.59
Toplam	385	100

Tablo 2'de verilen bilgiler analiz edildiğinde öğrencilerden elde edilen cevapların yaklaşık %84'ünün matematiksel problem, yaklaşık %11'nin ise matematiksel olmayan problem olduğu saptanmıştır. Bu durum yazılan problemlerden matematiksel olanların daha çok olduğunu göstermiştir. Ayrıca öğrencilerin oluşturdukları durumların bir kısmının problem olmadığı (%2.33) ve öğrenci cevaplarından bazılarının boş (%2.59) olduğu görülmüştür. Öğrencilerin verdikleri cevaplardan örnekler ise aşağıda yer verilmiştir:



Şekil 3. Örnek 1(Problem değil)

Örnek 1’de (Şekil 3) soru kökü içermeyen bir yanıt bulunmaktadır. Problem betimlenerek başlanmış ancak herhangi bir soru sorulmadan bırakılmıştır. Bu durumda verilen yanıt problem değil kategorisine girmiştir. Örnek 2’ de (Şekil 4) ise matematiksel işlemler ile çözüme ulaşılması mümkün olmayan bir durum yer almaktadır. Dolayısıyla matematiksel olmayan bir probleme örnek olarak gösterilebilir.



Şekil 4. Örnek 2 (Matematiksel olmayan problem)

Öğrencilerin kurdukları matematiksel problemlerin sınıflandırılmasına ait bulgular Tablo 3’te verilmiştir.

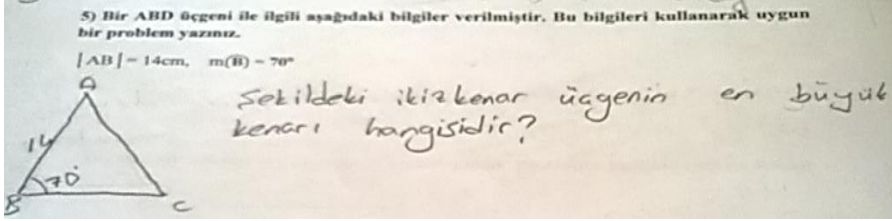
Tablo 3.

Öğrencilerin Kurdukları Matematiksel Problemlerin Sınıflandırma Yüzdeleri

Türü	Frekans (f)	%
<i>Verilen Duruma Uygun</i>		
Mümkün Olmayan Problem	36	9.36
Yetersiz Problem	56	14.55
Yeterli Problem	127	32.98
<i>Verilen Duruma Uygun Değil</i>		
Mümkün Olmayan Problem	13	3.37
Yetersiz Problem	35	9.09
Yeterli Problem	57	14.80
Toplam	324	84.15

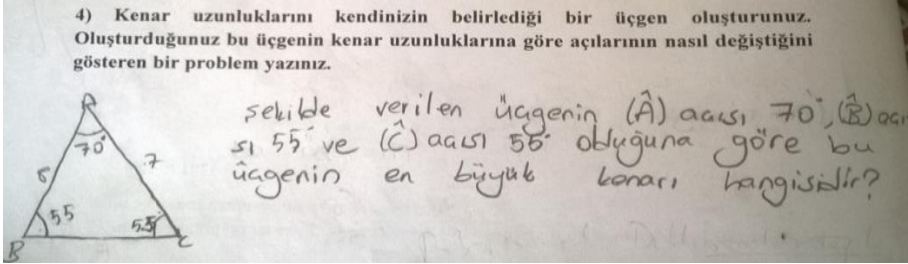
Tablo 3’te verilen bilgiler analiz edildiğinde, öğrencilerin kurdukları problemlerin büyük bir kısmında verilen durumların kullandığı (%56.89), belirli bir kısmında ise verilen durumu kullanmayarak (%27.26) problem oluşturdukları anlaşılmaktadır. Örneğin problem kurma durumunda bir dik üçgende hipotenüsün uzunluğu 13 cm olarak verilmiş ancak öğrenci yazdığı problemde bir kare çizip kenar uzunluğuna 23 cm olarak verirse duruma uymamış olduğunu anlaşıyor. Öğrencilerin oluşturdukları verilen duruma uygun problemler ise mümkün olmayan problem (%9.36), yetersiz

problem (%14.55) ve yeterli problem (%32.98) olarak dağılım göstermiştir. Dolayısıyla alınan yanıtlardan sadece %32.98'lik kısmının yeterli, verilen duruma uygun ve matematiksel problem niteliğinde olduğu anlaşılmaktadır. Öğrencilerin verilen duruma uymayarak oluşturdukları problemler ise mümkün olmayan problem (%3.37), yetersiz problem (%9.09) ve yeterli problem (%14.80) şeklinde görülmüştür. Öğrencilerin kurdukları bazı problem örnekleri aşağıdadır:

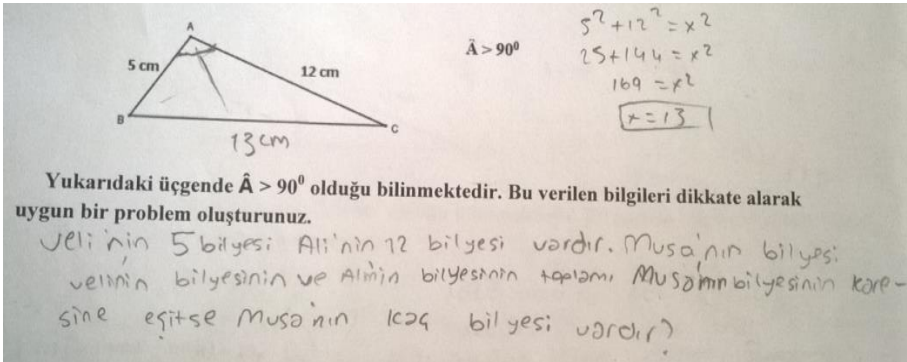


Şekil 5. Örnek 3 (Problem-matematiksel-verilen duruma uygun –yetersiz)

Örnek 3'te ve Örnek 4'te yer alan yanıtlarda, verilen durumların kullanıldığı görülmüştür. Ancak Örnek 3'te yer alan ifadeler çözüme ulaşmada eksik kalmaktadır. Örnek 4'te ise verilen bilgiler ile böyle bir üçgenin çizilmesi ve çözümün bulunması mümkün değildir.



Şekil 6. Örnek 4(Problem-matematiksel-verilen duruma uygun-mümkün olmayan)



Şekil 7. Örnek 5 (Problem-matematiksel-verilen duruma uygun değil-yeterli)

Örnek 5’te verilen durum (geometri) ile öğrencinin kullanım şekli(sayılar) farklılık göstermektedir. Örneğin 12 cm olarak verilen kenar uzunluğu, 5 bilge olarak probleme aktarmıştır. Verilen durum dışına çıkarak sadece sayıları kullanmıştır. Yazılan problem çözülebilir olduğu için yeterli olarak ifade edilmiştir.

Öğrencilerin kurdukları problemler nitelikleri bakımından incelenirken kurulan matematiksel olmayan problemler, mümkün olmayan problemler ve yetersiz problemler değerlendirmeye alınmamış olup sadece yeterli problemler değerlendirmeye alınmıştır. Değerlendirmeye alınmayan gruplarda kurulan problemler mevcut verilenlerle çözülemeyen problemler olduğundan nitelik bakımından incelenmesi söz konusu olmamıştır. Çünkü bir problemin niteliğinden bahsetmemiz için problemin çözülebilen bir matematik problemi olması gerekir (Silver & Cai, 1996). Öğrencilerin kurdukları yeterli problemlerin sınıflandırılmasına ait bulgular Tablo 4’te verilmiştir.

Tablo 4.

Öğrencilerin Kurdukları Yeterli Problemleri Nitelik Bakımından Sınıflandırma Yüzdeleri

Nitelik	Frekans (f)	%
Düşük	145	78.80
Orta	2	14.68
Yüksek	12	6.52
Toplam	184	100

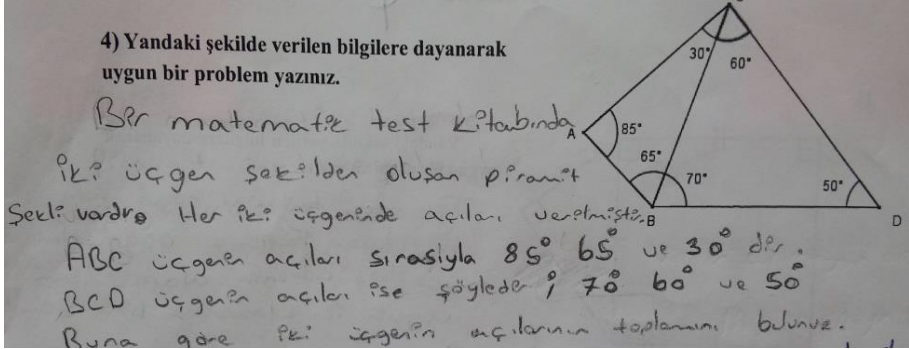
Tablo 4’te verilen bilgiler incelendiğinde, düşük matematiksel nitelikteki problemler (%78.80) en çok karşılaşılan problemler olurken yüksek matematiksel nitelikteki problemler (%6.52) en az karşılaşılan problemler olmuştur. Orta matematiksel nitelikteki problemler ise yaklaşık %15’ini oluşturmaktadır. Bu da öğrencilerin kurdukları problemlerin matematiksel niteliklerinin oldukça düşük olduğunu göstermektedir. Yüksek nitelikte kurulan problem sayısı ise toplamda sadece 12 tanedir. Öğrencilerin kurdukları farklı nitelikteki problemler türlerinden bazı örnekler aşağıda verilmiştir:

3) “Bir dik üçgende hipotenüsün uzunluğu 13 cm dir.” ifadesini tamamlayarak bir problem yazınız.

Bir dik üçgende hipotenüsün uzunluğu 13 cm dir
Bir dik kenarı ise 6cm ise diğer dik kenarı kaç
cm'dir?

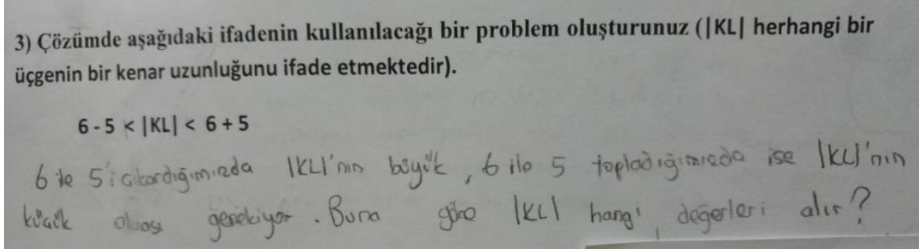
Şekil 8. Örnek 6 (Düşük matematiksel nitelikte)

Örnek 6'da $13^2 = 6^2 + x^2$ işleminde x ' in ešiti problemin çözümdür. Problem tek basamakta ve alt düzey bir matematiksel bilgi ile çözülebilen bir problem olduğundan düşük matematiksel nitelikte bir problemdir.



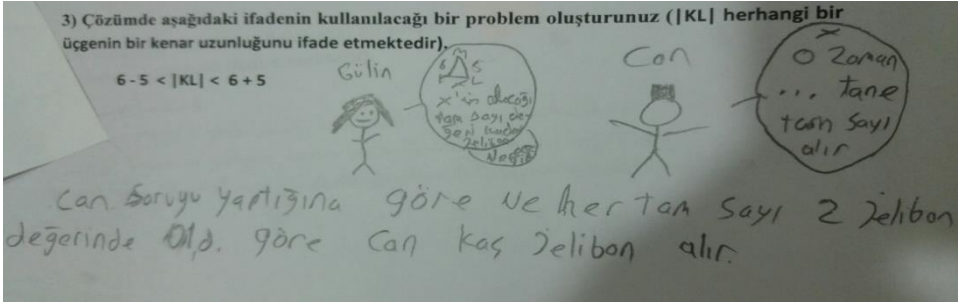
Şekil 9. Örnek 7 (Düşük matematiksel nitelikte)

Örnek 7'de $180^\circ + 180^\circ =$ işleminin sonucu problemin çözümdür. Problem, sadece toplama bilgisiyle çözülebilen herhangi bir muhakeme gerektirmeyen bir problem olduğundan düşük matematiksel niteliktedir.



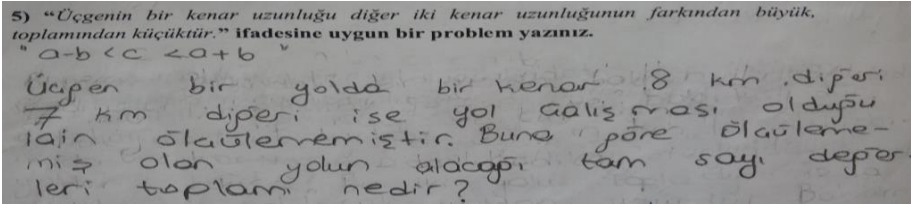
Şekil 10. Örnek 8 (Düşük matematiksel nitelikte)

Örnek 8'de problemin çözüm yöntemi problemin içinde yer almaktadır (6 ile 5'i çıkardığımızda 6 ile 5'i topladığımızda). Sorunun çözümünde akıl yürütmeye ihtiyaç duymadan soruda istenenleri yazarak sonuca ulaşılmaktadır. Herhangi bir matematiksel beceriye ihtiyaç duyulmadan çözülebildiğinden düşük matematiksel nitelikte bir problemdir.



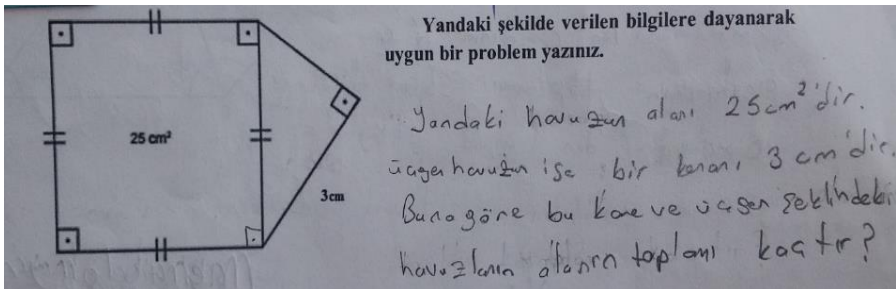
Şekil 11. Örnek 9 (Orta Matematiksel Nitelikte)

Örnek 9'da problemin çözümüne ulaşmak için birden çok işlem gerekmektedir. Problemden istenen dolaylı olarak istendiğinden problemi anlamak ve çözmek için muhakeme etmek gerekmektedir. Bu nedenle orta matematiksel nitelikte bir problemidir.



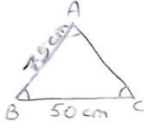
Şekil 12. Örnek 10 (Orta Matematiksel Nitelikte)

Örnek 10'da ve Örnek 11'de matematiksel bilgi bir senaryoya dayandırılmıştır. Problem birden fazla basamakta çözülebilmektedir. Problemin çözümünde bir çözüm stratejisi gerekmektedir. Bu nedenle de; orta matematiksel nitelikteki problemlere örnek olarak verilebilir.



Şekil 13. Örnek 11 (Orta matematiksel nitelikte)

5) "Üçgenin bir kenar uzunluğu diğer iki kenar uzunluğunun farkından büyük, toplamından küçüktür." ifadesine uygun bir problem yazınız.

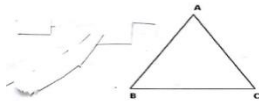


Bir yagene benzeyen şekil vardır. Bu şeklin kenarlarını isimlendirdiğimizde yandaki şekil ortaya çıkmaktadır. Bu şeklin BC kenarının uzunluğu 50 cm'dir. AB kenarı ise 75 cm'dir. Bakıldığında AC kenarının alabileceği en büyük tam sayı değeri Alinin yaşını vermektedir. Alinin ablasının yaşı Alinin yaşının iki katından 20 eksiktir. Buna göre Alinin ablasının yaşı kaçtır?

Şekil 14. Örnek 12 (Yüksek matematiksel nitelikte)

Örnek 12 çözümünde birden fazla aşama gerektirecek bir problemdir. Problemin çözümü için birden fazla matematiksel bilgi ve beceriyi gerekmektedir. Bu nedenle; yüksek matematiksel nitelikte bir problemidir.

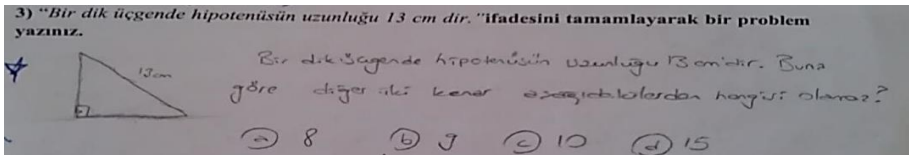
B)Aşağıda çizilmiş üçgenle ilgili açı ve kenar ilişkileri verilmiştir. Bu bilgileri dikkate alarak bir problem yazınız.



Bir üçgen şeklindeki tarlanın kenarlarındaki çiftleri yenilemek isteyen bir çiftçi önce bu üçgen şeklindeki tarlanın en büyük açının karşısındaki kenarı 150 dakikada en büyük açığı gören kenarın uzunlukları ise bu çiftçi önce bu tarlanın kenar uzunlukları 120 dakikada bitiriyor. Sonra c kenarına bu tarlanın çiftlerini yenilemek için en fazla kaç saat harcar?

Şekil 15. Örnek 13 (Yüksek matematiksel nitelikte)

Örnek 13'te de problemin çözümü birden fazla basamakta gerçekleşmektedir. Birden fazla kazanım bir araya getirilerek oluşturulmuş bir problemdir. Problemin matematiksel senaryoya dayandırılmıştır ve çözümünde muhakeme etmeyi, matematiksel bilgi ve beceriyi gerektirir. Bunlarla birlikte Örnek 14 gibi bazı yanıtların test sorusu gibi hazırlanması oldukça dikkat çekici olmuştur.



Şekil 16. Örnek 14

Tartışma, Sonuç ve Öneriler

Bu çalışma sekizinci sınıf öğrencilerinin üçgenler konusu üzerine problem kurma çalışmalarını değerlendirmek ve üretilen problemleri matematiksel nitelik

bakımından analiz etmek amacıyla gerçekleştirilmiştir. Araştırmada elde edilen bulgular sınıflama ve nitelik bakımından ele alınarak incelenmiştir. Araştırmanın sonuçları öğrencilerin üçgenler konusunda problem kurma çalışmaları hakkında bilgi vermiş ve belirli ölçütler ile değerlendirilmiştir.

Araştırmada ortaya çıkan veriler analiz edildiğinde bazı etkinliklerin boş bırakıldığı, bazılarının problem olmayan bir cümle olarak cevaplandırıldığı, bazılarının ise matematiksel olmayan problemlerin yer aldığı görülmüştür. Ayrıca kurulan problemlerin büyük bir çoğunluğu matematiksel problem kategorisinde yer almıştır. Bu problemlerin ise %32.98 'inin verilen duruma uygun-yeterli ve %14.80 'nin verilen duruma uygun değil-yeterli olmak üzere toplamda yaklaşık %48'inin matematiksel-yeterli olduğu ortaya çıkmıştır. Üçgenler konusuna yönelik yapılan bu çalışmada öğrencilerin problem kurmada zorlandıkları ve kurulan problemlerin üçte ikilik kısmının matematiksel olarak yeterli olmadığı tespit edilmiştir. Lisede okuyan öğrenciler ile yapılan çalışmalarda da benzer sonuçların çıktığı, performansların düşük olduğu sonucu çıkmıştır (Harpen & Presmeg, 2013; Harpen & Shriraman, 2013). Örneğin Çin'de ve USA'de eğitimciler tarafından problem kurma vurgulanan bir konu olsa da sınıflara hala yerleşen bir konu olmadığı ortaya çıkmıştır. Öğretmen adaylarıyla yapılan bir çalışmada da problem kurma becerilerinde yüksek bir performans görülmemiştir (Baştürk, Ergin ve Türnüklü, 2013).

Yanıtı bulunan problemler (yeterli problemler) incelendiğinde ise; yaklaşık %79'unun *düşük*, yaklaşık %15'inin *orta* ve yaklaşık %6'sının *yüksek matematiksel karmaşıklık niteliğinde* olduğu görülmüştür. Matematiksel nitelik arttıkça kurulan problem yüzdesinin azaldığı tespit edilmiştir. Literatürde bulunan çalışmalarda da benzer sonuçların çıktığı görülmüştür. Yedinci sınıfta öğrenim gören öğrencilerle yapılan çalışmada öğrencilerin %81'nin düşük, %13'nün orta ve %6'sının yüksek matematiksel nitelikte problemler kurduğu; dokuzuncu sınıfta öğrenim gören öğrencilerle yapılan çalışmada ise öğrencilerin sadece %3'nün yüksek matematiksel nitelikte problemler kurduğu tespit edilmiştir (Kwek, 2015; Kwek & Leng, 2008). Ayrıca kurulan bazı problemlerin test sorusu gibi hazırlanması da dikkat çekmiştir. Bu durum sekizinci sınıfların sınav sürecinin yansımaları olarak yorumlanabilir. Ders içi ve ders dışı test ağırlıklı soruların çözümü problem kurma durumlarını etkileyen bir etken olabilir.

Yapılan çalışmada öğrencilerin kurdukları düşük matematiksel nitelikteki problem sayısı (n=145), orta (n=27) ve yüksek (n=12) matematiksel nitelikteki problem sayısının toplamından fazladır. Bu da öğrencilerin yüksek matematiksel nitelikte problem yazmakta zorlandıklarını ortaya koymuştur. Tertemiz ve Sulak (2013) beşinci sınıf öğrencileri ile ilgili yapmış oldukları çalışmalarında öğrencilerin problem kurarken daha çok basit düzeyde problem kurma tekniklerini kullandıkları üst düzeyde zihinsel beceri gerektiren problem kurma tekniklerine uygun problemler kurmadıkları sonucuna varmıştır. Gökkurt, Örnek, Hayat ve Soylu (2015), sekizinci sınıf öğrencileri ile yapmış oldukları araştırmada öğrencilerin çoğunun verilen

problemde sadece sayısal değerleri değiştirerek problemi yazdıklarını ya da çözümünü olmayan mantıksız problemler kurduklarını ifade etmiştir. Öğrencilerin problem kurma becerilerini geliştirmek dolayısıyla kurulan problemlerin niteliklerini arttırmak adına uygun ortamların sağlanması gerektiği ortaya çıkmaktadır.

Araştırmada elde edilen bulgular ve sonuçlar doğrultusunda aşağıda verilen önerilerde bulunulmuştur.

- Problem kurma sürecinin matematiksel bilgiyi kullanmada, anlamada, kavramada, uygulamada vb. bir yol olduğu düşünüldüğünde sınıflarda problem kurma çalışmalarının artırılması önerilebilir.
- Problem kurma sürecinde, öğrencilerin kurdukları problemlerin matematiksel olup olmadığı, soruda çözüm için yeterli elemanın verilip verilmediği gibi durumları düşündürmeye yönelik uygulamalar yapılabilir. Dolayısıyla kurulan problemlerin niteliğini arttırmaya yönelik uygulamalar öne çıkabilir.
- Bunlarla birlikte kurulan problemlerin değerlendirme süreçleri üzerine detaylı incelemelerin yapılması önem taşıyabilir.
- Problem kurma çalışmaları konuyla ilgili öğrencilerin birikimlerini görmeye olanak tanıdığından farklı yaş gruplarıyla benzer çalışmalar yürütülebilir.
- Üçgenler ile ilgili yapılan bu araştırma diğer geometri konuları ile ilgili yapılabilir. Böylelikle geometride problem kurma becerileri hakkında daha derin ve detaylı bilgiler elde edilebilir.

Kaynakça

- Abu-Elwan, R. (1999). *The development of mathematical problem posing skills for prospective middle school teachers*. Paper presented at the proceedings of the International Conference on Mathematical Education into the 21st Century: Social Challenges, Issues and, Cairo, Egypt.
- Baştürk, B., Ergin, A.S., & Türnüklü, E (2013). Investigating problem posing processes of preservice primary mathematics teachers. In A.M. Lindmier, & A. Heinze, (Eds.), *37th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (Vol. 5, p. 14). Kiel, Germany: PME.
- Büyüköztürk, Ş., Kılıç Çakmak, E., Akgün, Ö.E., Karadeniz, Ş., ve Demirel, F. (2009). *Bilimsel araştırma yöntemleri* (4. Baskı). Ankara: Pegem Akademi.
- Cai, J., & Hwang, S. (2002). Generalized and generative thinking in U.S. and Chinese students' mathematical problem solving and problem posing. *Journal of Mathematical Behavior*, 21(4), 401-421.
- Cunningham, R.F. (2004). Problem posing: An opportunity for increasing student responsibility. *Mathematics and Computer Education*, 38(1), 83-89.

- Gonzales, N.A. (1996). Problem formulation: Insights from student generated questions. *School Science and Mathematics*, 96(3), 152-157.
- Gökkurt, B., Örnek, T., Hayat, F., ve Soylu, Y. (2015). Öğrencilerin problem çözme ve problem kurma becerilerinin değerlendirilmesi. *Bartın Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 4(2), 751-774. doi: 10.14686/buefad.v4i2.5000145637
- Van Harpen, X.Y., & Presmeg, N.C. (2013). An investigation of relationships between students' mathematical problem-posing abilities and their mathematical content knowledge. *Educational Studies in Mathematics*, 83(1), 117-132.
- Van Harpen, X.Y., & Sriraman, B. (2013). Creativity and mathematical problem posing: An analysis of high school students' mathematical problem posing in China and the USA. *Educational Studies in Mathematics*, 82, 201–221.
- Işık, C., ve Kar, T. (2012). 7. sınıf öğrencilerinin kesirlerde toplama işlemine kurdukları problemlerin analizi. *İlköğretim Online*, 11(4), 1021-1035.
- Kwek, M.L., & Leng, L. W. (2008). Using problem posing as an assessment tool. *10th Asia Pacific Conference on Giftedness*, Singapore.
- Kwek, M.L. (2015). Using problem posing as a formative assesment tool. *Mathematical Problem Posing*, 273-292.
- Lavy, I., & Bershadsky, I. (2003). Problem posing via “what if not?” strategy in solid geometry—a case study. *The Journal of Mathematical Behavior*, 22(4), 369-387.
- Leung, S.S. (2012). Teacher simplementing mathematical problem posing in the classroom: challenges and strategies. *Educational Studies in Mathematics*, 83(1), 103-116. doi:10.1007/s10649-012-9436-4
- Milli Eğitim Bakanlığı [MEB] (2013). *Ortaokul matematik dersi öğretim programı ve kılavuzu*. MEB Yayinlari, Ankara.
- Milli Eğitim Bakanlığı [MEB] (2017). *Ortaokul matematik dersi öğretim programı ve kılavuzu*. MEB Yayinlari, Ankara.
- Merriam, S. (1998). *Qualitative research and case study applications in education*. San Francisco: Jossey-Bass.
- National Assesment of Educational Progress (2005). *The nation's report card: Mathematics 2005*. Washington, DC: Author.
- Polya, G. (1997). *Nasil çözmeli?* (Çev.: F. Halatçı). İstanbul: Sistem Yayıncılık.
- Silver, E. (1994). On mathematical problem posing. *For the Learning of Mathematics*, 14(1), 19-28.

- Silver, E.A., & Cai, J. (1996). An analysis of arithmetic problem posing by middle school students. *Journal for Research in Mathematics Education*, 27(5), 521-539.
- Silver, E.A. (1997). Fostering creativity through instruction rich in mathematical problem solving and problem posing. *ZDM Mathematics Education*, 29(3), 75-80.
- Silver, E.A., & Cai, J. (2005). Assessing students' mathematical problem posing. *Teaching Children Mathematics*, 12(3), 129-135. (ERIC No: EJ749674)
- Stoyanova, E., & Ellerton, N.F. (1996). A frame work for researching to students' problem posing in school mathematics. In P. Clarkson (Ed.), *Technology in mathematics education* (pp. 518-525). Melbourne: Mathematics Education Research Group of Australasia.
- Şencan, H. (2005). *Sosyal ve davranışsal ölçmelerde güvenirlik ve geçerlik*. Ankara: Sözkese Matbaacılık.
- Şengül-Akdemir, T., ve Türnüklü, E. (2017). Ortaokul 6. sınıf öğrencilerinin açılar ile ilgili problem kurma süreçlerinin incelenmesi. *International Journal of New Trends in Arts, Sports & Science Education*, 6(2), 17-39.
- Tertemiz, N.I., ve Sulak, S.E. (2013). İlköğretim 5. sınıf öğrencilerinin problem kurma becerilerinin değerlendirilmesi. *İlköğretim Online*, 12(3), 713-729.
- Yıldırım, A., ve Şimşek, H. (2005). *Sosyal bilimlerde nitel araştırma yöntemleri (5. Baskı)*. Ankara: Seçkin Yayıncılık.
- Yıldız, Z., & Özdemir, A.S. (2014). A study on the problem posing performance of student mathematics teachers. *International Journal of Academic Research Part B*, 6(5), 44-48.
- Yuan, X., & Sriraman, B. (2011). An exploratory study of relationships between students' creativity and mathematical problem-posing abilities. In B. Sriraman, & K.H. Lee (Eds.), *The elements of creativity and giftedness in mathematics* (pp. 5-28). Rotterdam, The Netherlands: Sense.

Extended Abstract

The ability of problem posing, also shown as a step in problem-solving skills, contributes to students' own learning while shedding light on math comprehending. The problem-posing approach has begun to take a new place in the education system. Especially in recent years, it is seen as an important strategy for the development of the students' mathematical comprehending. There are many reasons for this. For example, with the problem-solving approach, students can exhibit more creative approaches to mathematics (Silver, 1997) and problem-solving skills (English, 1997). In addition, this approach allows individuals to observe their thinking skills as it involves study that requires mental processes (Hwang, 2002). So problem-posing is quite influential in the development of students' mathematical comprehending and skills. There are researches on this subject in our country and in many countries.

Examining the research reveals that problem-posing has been dealt with in many contexts. Some researchers have created problems for students and have attempted to classify them (Leung, 2012; Silver & Cai, 1996). Kwek and Leng (2015) analyzed the problems of the students in terms of quality. Surveys that investigate the problem-posing situations of the students at the secondary school level in the area of geometry are rarely found in the research. Therefore, in this study, it is aimed to investigate the eighth grade students' problem posing about the triangle and to analyze their problems in terms of mathematical quality.

In this research, qualitative research method has been used since it aims to obtain descriptive information related to the subject. The study's target group consisted of students in the eighth grade ($n = 35$) in a public school in a district of Istanbul. A total of 11 problem-solving questions were prepared for the specific gains on the 8th class triangles by examining the relevant literature, textbooks and expert opinions. When the data obtained in this study were examined, it was inspired from the of Leung's problems' classification strategies (2012). In the qualitative examination of the classified problems, the "Assessment of the Mathematical Complexity of the Problems of the Students' Problems", which was included in the National Assessment of Educational Progress (2005), was used. In the analysis of the data, descriptive analysis technique was used. For the reliability of the analysis results, problems were coded by two investigators and the percentage of agreement was found to be 80%. More than 75% of the consensus scores indicate the study's reliability (Sencan, 2005).

In accordance with the obtained data, the problems that eighth grade students pose for the triangles are categorized. Approximately 84% of students' posed problems were named as mathematical problems, and about 11% were non-mathematical problems. In addition, it was observed that some of the situations created by the students were not a problem (2.33%) and some of the students' responses were empty (2.59%). The written mathematical problems are re-classified according to their appropriateness to given situation. In most of the posed problems 56.89% of students have used the given situation in the problems, and 27.26% have not used the given situation. Those who posed sufficient problems according to the given situation constitute 32,98% of the students. However, when the mathematical quality is examined, it is found that the number of problems with low quality is very high. High-quality problems accounted for about 6%. Moreover, when the data are analyzed, the problems that the students have posed include mistakes, misconceptions and deficiency.

In conclusion, this study was conducted in order to examine the problems that the eighth grade students posed on the triangle theme and to analyze the posed problems in terms of mathematical quality. The results obtained in the research were examined with regard to classification and quality. It gave information about the students' problem posing about triangles and was evaluated with certain criteria. A large majority of the problems that have been posed are in the mathematical problem

category. Approximately 48% of these problems are mathematical-only. 33% of the problems are found to be appropriate for the given situation. The conclusion that is obtained in this study on the subject of triangles has shown that the required skills are not obtained in two thirds of the posed problems. Similar results were found in the studies conducted with the high school students and it was concluded that the performances were lower than expected (Van Harpen & Presmeg, 2013; Van Harpen & Shriraman, 2013) Furthermore, it was determined that the amount of posing high quality problems was low; on the other hand, the amount of posing low quality problems was high.