Kuram ve Uygulamada

SOSYAL BİLİMLER DERGİSİ

Social Sciences: Theory & Practice

ISSN: 2619-9408

Geliş/Received: 11.06.2024 *Kabul/Accepted:* 05.08.2024

Makale Türü: Derleme

Türkiye'de Matematiksel Soyutlama Üzerine Yapılan Çalışmaların Sistematik Derlemesi*

*Betül KESKİN***

*Duygu ALTAYLI ÖZGÜL****

ÖZ

Bu araştırmanın amacı, Türkiye'de matematik eğitimi alanında matematiksel soyutlamaya ilişkin yapılan lisansüstü tezler ve makaleleri inceleyerek genel eğilimleri ortaya koymaktır. Araştırmada, nitel araştırma yöntemlerinden doküman incelemesi kullanılmıştır. Veriler, Yüksek Öğretim Kurulu Ulusal Tez Merkezi'nde yer alan açık erişimli lisansüstü tezler ve Google Akademik'te bulunan makalelerden elde edilmiştir. 2006-2023 yılları arasında yayımlanan 34 RBC+C Teorisi, dört Piaget Soyutlama Teorisi ve 22 APOS Teorisi ile ilgili toplam 60 tez ve 2010-2023 yılları arasında yayımlanmış 25 makale incelenmiştir. Verilerin analizinde betimsel içerik analizi modeli kullanılmıştır. Lisansüstü tezler ve makaleler; türlerine, yayımlandıkları yıllara, örneklem türlerine, konu edindikleri öğrenme alanlarına, yararlandıkları stratejilere, sonuçlarına ve önerilerine göre değerlendirilmiştir. Araştırma sonucunda, tezlerin çoğunlukla yüksek lisans düzeyinde olduğu ve genellikle ortaokul ve lisans öğrencileri üzerinde çalışıldığı tespit edilmiştir. Çalışmaların daha çok sayılar ve işlemler öğrenme alanlarında yapıldığı ve RBC/RBC+C teorisi, APOS teorisi, ACE döngüsü ile gerçekçi matematik eğitimi üzerine yoğunlaştığı belirlenmiştir. Sonuç olarak, matematiksel soyutlama üzerine çalışacak araştırmacılara ve eğitim-öğretim uygulamalarına yönelik çeşitli öneriler sunulmuştur.

Anahtar Kelimeler: Soyutlama, RBC , APOS, Piaget, matematik eğitimi

A Systematic Review of Studies on Mathematical Abstraction in Turkey

ABSTRACT

This research aims to explore the trends in mathematical abstraction in graduate theses and articles in Turkey's mathematics education field. The study employs a qualitative research method, specifically document analysis. Data was collected from open-access graduate theses available in the National Thesis Center of the Higher Education Council and articles found through Google Scholar. A total of 60 theses published between 2006-2023, including 34 on RBC+C Theory, 4 on

Atıf Bilgisi: Keskin, B., & Altaylı Özgül, D. (2024). Türkiye'de matematiksel soyutlama üzerine yapılan çalışmaların sistematik derlemesi. *Kuram ve Uygulamada Sosyal Bilimler Dergisi*, *8(2)*, 492-522. Doi: 10.48066/kusob.1499646

[*] Bu makale, ikinci yazarın danışmanlığında hazırlanan "Matematiksel soyutlamaya yönelik Türkiye'de yapılan çalışmaların incelenmesi: İçerik analizi" adlı yüksek lisans tezinden üretilmiştir.

[**]Doktora öğrencisi , Sivas Cumhuriyet Üniversitesi, Eğitim Fakültesi, Matematik ve Fen Bilimleri Eğitimi Bölümü, ksknbet@gmail.com , ORCID: orcid.org/0000-0002-3341-2656

[***] Dr. Öğr. Üyesi, Sivas Cumhuriyet Üniversitesi, Eğitim Fakültesi, Matematik ve Fen Bilimleri Eğitimi Bölümü, altayliduygu@gmail.com, ORCID: orcid.org/0000-0003-2749-5050

Piaget's Abstraction Theory, and 22 on APOS Theory, as well as 25 articles published between 2010-2023, were examined. Descriptive content analysis was used to analyze the collected data. The theses and articles were categorized by type, publication year, sample type, learning areas, strategies used, results, and recommendations. The research found that most theses were at the master's level and commonly involved middle school and undergraduate students. The studies predominantly focused on numbers and operations learning areas and were based on RBC/RBC+C theory, APOS theory, ACE cycle, and realistic mathematics education. The findings offer various suggestions for researchers and educational practices, providing a guide for future research on mathematical abstraction.

Keywords: Abstraction, RBC Model, APOS Theory, Piaget's Abstraction Theory, Mathematics education, Review

Giriş

Bilginin öğrencilerin zihinlerinde oluşma sürecini doğrudan gözlemlemek mümkün olmasa da bilginin nasıl oluştuğunu ve hangi içsel süreçlerden geçtiğini bilmek, öğretmenlerin öğretim sürecine doğru ve etkili müdahale yapmalarına olanak tanıyacaktır (Sancho, 2008). Posner (1970), bu süreci soyutlama süreci olarak tanımlamıştır. Soyutlama; matematiksel bir nesne, bir prosedür veya ikisinin koordinasyonu olabilen belirli bir durumda, durumun bir bileşeninde neyin esas olduğunun belirlenmesidir (Dubinsky, 2000). Soyutlama süreci ise daha önce oluşturulmuş matematiksel bilgilerin dikey olarak yeniden düzenlenerek yeni bir matematiksel yapı oluşturma aktivitesidir (Hershkowitz, Schwarz ve Dreyfus, 2001). Matematik, soyutlama prensiplerine dayalı bir bilim olduğundan ve matematiksel kavramlar soyutlama yoluyla elde edildiğinden, matematik eğitiminde bilginin soyutlanması önemli bir husus olarak değerlendirilmektedir (Altun 2008). Matematik eğitiminde soyutlama süreci, belli bir öğrenme ortamı içerisinde bilginin oluşturulma süreci olarak düşünülebilir (Ron, Dreyfus ve Hershkowitz, 2010). Matematiksel soyutlamada, kişi genellikle bu özü biçimsel bir dil veya bir dizi aksiyom gibi sistematik bir şekilde ifade eder (Dubinsky, 2000). Öğrencinin bilgiyi oluşturma aşaması, bir anlamda bilginin soyutlanması ile doğrudan ilişkilidir (Hershkowitz ve ark., 2001).

Soyutlama, matematik öğrenmede merkezi bir süreçtir ancak gözlemlenmesi oldukça zordur (Dreyfus, Hershkowitz ve Schwarz, 2001). Ayrıca soyutlama nesnel bir süreç olmamakla birlikte; bağlama, katılımcıların geçmişine ve çevre ile etkileşimlerine büyük ölçüde bağlıdır (Dreyfus ve ark., 2001). Birçok öğrenci soyut matematiksel kavramları ve ilişkileri anlamlandırmakta zorluk çekmektedir. Matematik sınavlarında başarılı olan öğrenciler bile nadiren kavramlara günlük örnekler verebilmekte veya genellemenin değerini açıklayabilmektedir. Bu durumun önemli bir nedeni öğretmenlerin ve eğitimcilerin soyutlama ve genellemenin doğasını sıklıkla yanlış anlamalarıdır (Mitchelmore, 2002). Bu kapsamda kavramların öğretiminden önce öğrencilerin bu kavramlar hakkında sağlam bir anlayışa sahip olmaları gerektiği vurgulanmakta ve öğretmenin temel kavramları anlayan bir öğrenciyi daha ileri kavramları oluşturmaya yönlendirebileceği belirtilmektedir (Hassan ve Mitchelmore, 2006). Kavramların öğrenme süreçlerini anlamak ve öğrenenlerin geçtiği aşamaları incelemek, onların bilgi yapılarını oluştururken kullandıkları bilgileri tanıma ve kullanma şekillerini anlamamıza yardımcı olur. Bu yaklaşım, öğrenenlerin karşılaştığı zorlukların nedenlerini ve bu zorlukların bilişsel adımlar içindeki yerini araştırmacılara açıklar. Ayrıca, öğrenenlerin bilgi yapılarını geliştirme süreçlerine dair bilgi edinmek için bir temel oluşturur (Kobak-Demir ve Gür, 2020).

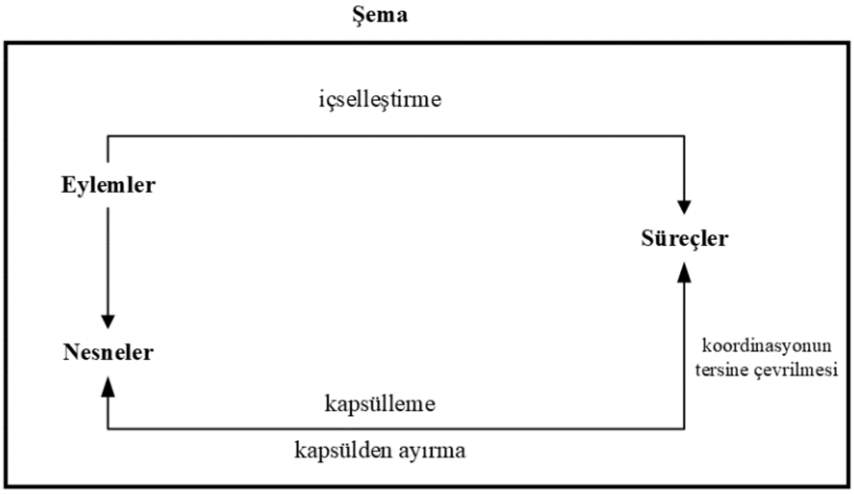
Soyutlama, başlangıçta bilgi kuramcılarının odaklandığı bir kavram olmuş olsa da öğrenme süreci üzerindeki araştırmaların artmasıyla birlikte, eğitim kuramcılarının da ilgisini çekmiş ve üzerinde araştırma yapılan bir kavram haline gelmiştir (Altun ve Yılmaz 2008). Alan yazında soyutlama ile ilgili birçok görüş yer almaktadır. Piaget'in bilişsel kuramı soyutlamanın temelinde yer almaktadır. Literatür incelendiğinde soyutlama sürecini incelemeyi amaçlayan çeşitli teorilerin ortaya çıktığı görülmektedir. Bu teorilerde soyutlama süreci; bilişsel (Piaget, APOS) ve sosyokültürel (RBC) olmak üzere iki farklı bakış açısıyla yorumlanmaktadır. Bilişsel yaklaşımda, soyutlamanın sadece insan zihninde gerçekleşen bir süreç olduğu ve öğrenmenin konuya ilişkin örneklerdeki benzerliklerden hareketle gerçekleşeceği belirtilmektedir (Tutak ve Güder, 2014). Soyutlama sürecini sosyokültürel bakış açısıyla ele alan araştırmacılar ise öğrenmenin çevreden, araç kullanımından, sosyal etkileşimden ve ortamı çevreleyen koşullar aracılığıyla gerçekleşeceğini belirtmektedirler (Kaplan ve Açıl, 2015).

Piaget'nin Soyutlama Teorisi

Piaget'nin soyutlama teorisi, düşüncenin gelişimindeki temel zihinsel yapıların ana mekanizması olarak öne çıkar. Piaget soyutlama kavramını deneysel/ampirik ve yansıtıcı (derin) soyutlama olarak iki şekilde ele almıştır (von Glasersfeld, 1991). Deneysel soyutlamanın kaynağı fiziksel bilgi iken yansıtıcı soyutlamanın kaynağı mantıksal matematiksel bilgidir. Deneysel soyutlamalar gözlemlerle, yansıtıcı soyutlamalar ise koordinasyonlarla ilgilidir (Piaget, 1977). Bu teoriye göre, bireyin zihnindeki tüm mantıksal-matematiksel yapılar yansıtıcı soyutlama ile oluşturulur (Arnon, Dubinsky, Oktaç, Fuentes, Trigueros ve Weller, 2013). Piaget'nin teorisinde nesnelerin renginin soyutlanması, sayının soyutlanmasından doğası gereği çok farklı kabul edilmektedir. Nesnelerden özelliklerin soyutlanması için Piaget deneysel soyutlama terimini kullanırken, sayının soyutlanması için yansıtıcı soyutlama terimini kullanmıştır (Kamii ve Baker-Housman, 2000).

APOS Teorisi

APOS Teorisi, Piaget'in yansıtıcı soyutlama mekanizmasını temel alarak, daha gelişmiş matematiksel kavramların anlaşılmasına odaklanır ve matematiksel kavramların öğrenilme sürecine dair bir yaklaşım sunar (Dubinsky, 1991). Bu teoriye göre, matematik öğrenimi, belirli türde zihinsel yapıların, matematiksel problem durumlarına yanıt olarak oluşturulmasıyla gerçekleşir (Dubinsky, 2000). Diğer bir ifadeyle, matematiksel bir kavramın oluşumunda, bireydeki zihinsel nesneler belli bir dönüşüm sürecine tabi tutulur (Dubinsky, Weller, Stenger ve Vidakovic, 2008). APOS, öğrencilerin matematik anlayışındaki zihinsel yapıları temsil eden *"Eylem (**A**ction), Süreç (**P**rocess), Nesne (**O**bject) ve Şema (**S**chema)"* kelimelerinin baş harflerinden oluşan bir kısaltmadır. APOS çerçevesinin ilk düzeyi *eylem* düzeyidir. Eylem; birey tarafından temelde dışsal olarak algılanan nesnelerin dönüşümüdür ve işlemin nasıl gerçekleştirileceğine dair açık bir şekilde veya bellekten adım adım talimatlar alması anlamına gelmektedir (Dubinsky ve McDonald, 2001). Fonksiyon kavramını anlamak için net bir açıklamaya ihtiyaç duyan ve sadece ifadede yer alan değişkenleri değiştirebilen bir bireyin, fonksiyonları anlama seviyesinin "eylem" düzeyinde olduğu kabul edilir (Dubinsky, 2005). Bu bağlamda, eylem düzeyi en düşük soyutlama seviyesi olarak kabul edilmekle birlikte, bir nesneyi anlayabilmek için temel bir başlangıç noktasıdır (Arnon ve ark., 2013). *Süreç* düzeyi, eylemle aynı dönüşümü gerçekleştiren ve bireyin kontrolünde olan içsel bir yapıdır; dolayısıyla öğrenci, aynı eylemi dış uyaranların yönlendirmesi gerekmeden gerçekleştirebilir (Asiala, Brown, DeVries, Dubinsky, Mathews ve Thomas, 1996). *Nesne* düzeyi, bireyin belirli bir sürece uygulanan işlemleri yansıtma, sürecin bir bütün olarak farkına varma ve dönüşümlerin (eylem veya süreç) bu süreci etkileyebileceğini anlama yeteneği olarak tanımlanır (Asiala ve ark., 1996). Bir kavramın nesne olarak algılanabilmesi için o kavramın üzerinde eylemlerin ve süreçlerin uygulanabileceğinin bilinmesi gerekmektedir (Harel, Selden ve Selden, 2006). *Şema* yapısı ise, en yüksek soyutlama düzeyi olarak kabul edilmektedir. Şemalar, bireylerin matematiksel kavramlara ilişkin oluşturdukları zihinsel yapıların açıklamalarını, organizasyonunu ve örneklendirmelerini içermektedir (Arnon ve ark., 2013). Bir öğrencinin matematiksel anlayışı nesne düzeyinde olduğunda, belirli bir matematiksel kavramla ilişkili eylemler, süreçler ve nesneler, yapılandırılmış bir biçimde düzenlenerek bir şema oluşturabilir (Asiala ve ark., 1996). Bu yapıcı sürecin temelinde içselleştirme, kapsülleme (muhafaza etme), koordinasyon, tersine çevirme ve genelleme bulunmaktadır (Dubinsky, 1991). APOS Teorisinin bilişsel yapılarını oluşturan döngü, bazı mekanizmalarıyla birlikte Şekil 1'de verilmiştir.



Şekil 1. *APOS Teorisi (Asiala ve ark., 1996)*

Şekil 1'e göre; eylemler nesneler üzerinde çalışırlar; eylemler süreçler halinde içselleştirilir; süreçler nesneler halinde kapsüllenir ve nesneler geldikleri süreçlere geri kapsüllenir (kapsülden ayrılırlar). Sistemin tamamı bir şemanın parçasıdır (Arnon ve ark., 2013).

RBC/RBC+C Soyutlama Modeli

Sosyokültürel açıdan soyutlama sürecini inceleyen teorilerden biri de RBC modelidir. Hershkowitz, Schwarz ve Dreyfus (2001) tarafından ortaya atılan bu modelde, matematiksel soyutlama sürecinin analiz edilebilmesi için gözlenebilir epistemik eylemler olan *Tanıma* (**R**ecognizing), *Kullanma* (**B**uilding with) ve *Oluşturma* (**C**onstructing) yer almaktadır. Bu eylemler, soyutlama süreci hakkında derinlemesine bilgi sahibi olmayı sağlamaktadır. Epistemik eylemler sözlü ifadelerle ve fiziksel eylemler ile gözlenebildiğinden dolayı iç içe bir yapıya sahiptir (Hershkowitz, Schwarz ve Dreyfus, 2001; Dreyfus, 2007). Bu eylemler sıralı bir şekilde olduğu gibi bazen de birbirinin tamamlayıcı şeklinde olabilmektedir (Dreyfus, 2007).

Epistemik eylemlerden *Tanıma*, öğrencinin matematiksel durumdaki ön bilgilerini fark etmesidir. *Kullanma*, önceden oluşturulan bilgiler ışığında verilen gerekçeyi gerçekleştirme veya problemi çözümleme aşamasıdır. Kullanma bir ön bilgiyi öğrenciye hatırlatma ve ipucu verilmesi şeklinde de gerçekleştirilebilir (Hershkowitz ve ark., 2001). Tanıma bir farkına varma süreciyken kullanma ise matematiksel bir durumda verilen yararlanmaktır. *Oluşturma*, mevcut matematiksel bilgi yapılarının birleştirilmesi ve bu yapılar arasında tekrar düzenleme yapılması sonucunda yeni bir anlamın ortaya çıkması sürecidir (Bikner-Ahsbahs, 2004).

Dreyfus (2007) tarafından RBC modeline pekiştirme (**C**onsolidation) epistemik eyleminin eklenmesiyle, RBC+C modeli olarak isimlendirilmeye başlanmıştır. RBC+C modeli, soyutlama süreçlerini belirli bağlamlarda tanımlamaya yönelik bir eğilim sergiler. Her soyutlama süreci, belirli bir sosyal ortamda gerçekleşir ve bu nedenle öğrenciler arasındaki sosyal ilişkileri, öğrencilerle öğretmenler arasındaki etkileşimleri içerir. Bu bağlam, sürecin ayrılmaz bir parçası haline gelir ve öğrenciler, verilen bağlama uygun bir şekilde davranma eğilimindedirler (Kidron ve Dreyfus, 2010).

Matematiksel soyutlama yeteneği, ileri matematiksel düşünmenin temel bir öğesi olmakla birlikte öğrenciler için de büyük bir önem taşımaktadır. Çünkü bu beceri sayesinde öğrenme süreci daha anlamlı ve kalıcı hale gelir ve öğrenciler kavramları oluştururlar. Ancak bu beceriyi geliştirmek oldukça zorlu bir süreçtir (Fitriani ve Nurfauziah, 2019). Bu becerinin incelenmesi öğrencilerin soyut matematiksel kavramları zihinlerinde nasıl oluşturduklarına yönelik ipuçları sağlamaktadır. Literatürde öğrencilerin soyutlama süreçlerinin incelendiği birçok çalışma yapılmıştır (Kobak-Demir, 2017). Bu çalışmalarda farklı soyutlama teorilerinin öğrencilerin bilgiyi oluşturma süreçlerini gözlemlenebilir kıldığı, soyutlama teorileri ile öğrenme stratejilerinin kullanımının soyutlama becerisi üzerindeki olumlu etkisi, farklı başarı düzeyine sahip öğrencilerle oluşturulan grup çalışmalarının soyutlama becerisi üzerine etkisi gibi konular ön plana çıkmaktadır.

Bu noktada yapılan çalışmaların matematiksel soyutlama kapsamında incelenmesi, analiz edilmesi, yorumlanması ve sonuçlarının açık bir şekilde diğer araştırmacılar ve eğitimcilerle paylaşılması sağlayacağı farkındalık bakımından değerli olduğu düşünülmektedir. Nitekim literatürde matematiksel soyutlama alanında yapılmış derleme çalışmaları da yer almaktadır. Topuz, Cantürk, Günhan (2020)'ın çalışmasında; Türkiye'de, APOS, RBC ve soyutlama teorileri üzerine yapılan kapsamlı araştırmalar, YÖK Tez Merkezi, ULAKBİM, Google Akademik ve sempozyumlar üzerinden taranarak incelenmiştir. Bu kapsamda toplam 27 lisansüstü tez, 15 makale ve 8 bildiri detaylı bir şekilde ele alınmıştır. Şefik, Uzun ve Dost (2021), APOS teorisi üzerine yapılan çalışmaların içerik analizini gerçekleştirdikleri çalışmalarında, 2000-2020 yılları arasında yayımlanan 18 lisansüstü tezi ile 107 ulusal ve uluslararası makaleyi analiz etmişlerdir. Bu çalışmada, 2023 yılına kadar Türkiye'de matematik eğitimi alanında soyutlama konusunu ele alan lisansüstü tezler ve Google Akademik'te yer alan makaleler içerik analizi yöntemiyle incelenmiştir. Bu çalışmanın, soyutlama alanındaki mevcut durumu ortaya koyarak literatüre önemli bir katkı sağlayacağı düşünülmektedir. Ayrıca bu alandaki eksiklikleri belirleyerek gelecekte yapılacak araştırmalara rehberlik etmesi beklenmektedir.

Matematiksel soyutlama alanındaki çalışmaların genel eğilimlerinin ve incelenen yayınlar arasındaki benzerlik ve farklılıkların belirlenmesi, soyutlama alanındaki gelecek çalışmalara yön vermek amacıyla önemlidir. Bu nedenle bu araştırmada, Türkiye'de APOS teorisi, RBC modeli ve Piaget Soyutlama modeli ile ilgili olarak yapılan tez ve makalelerin, çeşitli değişkenler açısından kapsamlı bir şekilde incelenmesi amaçlanmıştır.

Bu amaç doğrultusunda aşağıdaki alt problemlere cevap aranmıştır:

1. APOS teorisi, RBC modeli ve Piaget Soyutlama modeline ilişkin lisansüstü tezler türüne (Yüksek Lisans-Doktora) göre nasıl bir dağılım sergilemektedir?
2. APOS teorisi, RBC modeli ve Piaget Soyutlama modeline ilişkin yapılan yayınlar, yayımlandıkları yıllara göre nasıl bir dağılım sergilemektedir?
3. APOS teorisi, RBC modeli ve Piaget Soyutlama modeline ilişkin yapılan lisansüstü tezler ve makaleler örneklem türlerine göre nasıl bir dağılım sergilemektedir?
4. APOS teorisi, RBC modeli ve Piaget Soyutlama modeline ilişkin yapılan lisansüstü tezler ve makaleler öğrenme alanlarına göre nasıl bir dağılım sergilemektedir?
5. APOS teorisi, RBC modeli ve Piaget Soyutlama modeline ilişkin yapılan lisansüstü tezler ve makaleler kullanılan strateji/yönteme göre nasıl bir dağılım sergilemektedir?
6. APOS teorisi, RBC modeli ve Piaget Soyutlama modeline ilişkin yapılan lisansüstü tezler ve makaleler araştırmanın sonuçlarına göre nasıl bir dağılım sergilemektedir?
7. APOS teorisi, RBC modeli ve Piaget Soyutlama modeline ilişkin yapılan lisansüstü tezler ve makaleler araştırmanın önerilerine göre nasıl bir dağılım sergilemektedir?

Yöntem

Araştırmanın Modeli

Türkiye'de matematiksel soyutlama ile ilgili yapılan çalışmaların sistematik derlemesinin yapılması amacıyla yapılan bu çalışmada nitel araştırma yaklaşımlarından doküman incelemesi yöntemi tercih edilmiştir. Doküman incelenmesi, araştırılması hedeflenen olgu veya olgular hakkında bilgi içeren yazılı materyallerin analizini kapsamaktadır (Tanrıöğen, 2014).

Araştırmanın Kapsamı ve Süreci

Verilerin Toplanması

Araştırmanın verilerini, 2023 yılı ağustos ayına kadarki matematiksel soyutlama ile ilgili yapılmış; Yüksek Öğretim Kurulu Ulusal Tez Merkezi veri tabanında yer alan lisansüstü tezler ve Google Akademik' te taranan makaleler oluşturmaktadır. Araştırmaya dahil edilecek tez ve makaleler seçilirken; yayınlardaki makalelerdeki örneklemin sadece Türkiye sınırlarından seçilmiş olması, yayınların matematik eğitimi alanında olması ve makalelerin tezden üretilmemiş olması kriterlerine dikkat edilmiştir. Ayrıca yayınların seçilmesinde herhangi bir zaman sınırlaması yapılmamıştır. Araştırma kapsamındaki lisansüstü tezler ve makaleler; "soyutlama", "bilgi oluşturma süreci", "APOS", "RBC", RBC+C" anahtar kelimeleri kullanılarak taranmıştır. Yapılan tarama sonucunda 32 RBC+C Teorisi, 4 Piaget Soyutlama Teorisi ve 22 APOS Teorisi ile ilgili olmak üzere toplam 58 adet lisansüstü teze ulaşılmıştır. Bunun yanısıra 16 RBC+C Teorisi, 7 APOS Teorisi ile ilgili olmak üzere 23 makaleye ulaşılmıştır. Ulaşılan 58 adet lisansüstü tezin her birine yapılan bu çalışmaya dahil edilme kriterlerinden elde edilme sırası esas alınarak kod verilmiştir. RBC/RBC+C Teorisi' ne dahil edilen 32 lisansüstü tez için "R_1, R_2, R_3, ..., R_{32}'' şeklinde kod verilmiştir. APOS Teorisi' ne dahil edilen 22 lisansüstü tez için "A_1, A_2, A_3, ..., A_{22}'' kodları verilmiştir. Son olarak Piaget Soyutlama Teorisine ilişkin 4 lisansüstü tez de "P_1, P_2, P_3, P_4'' şeklinde kodlanmıştır. RBC/RBC+C Teorisi'ne dahil edilen 16 makale için "R_{33}, R_{34}, R_{35}, ..., R_{48}" şeklinde kod verilmeye devam edilmiştir. APOS Teorisi'ne dahil edilen 7 makale için "A_{23}, A_{24}, ... , A_{29}" şeklinde kod verilmiştir. İncelenen lisansüstü tezlerin ve makalelerin listesi; yayınlanma yılı, yazar, tez adı ve tez türü bilgileriyle birlikte EK-1'de ayrıntılı olarak sunulmuştur.

Verilerin Analizi

Araştırma kapsamında, matematiksel soyutlamaya ilişkin yapılan çalışmaların belirlenen kriterlere göre sistematik olarak incelenmesi amaçlanmıştır. İnceleme sonucunda ise çalışma kapsamına dâhil edilen çalışmalar belirlenen kriterler çerçevesinde genel eğilimlerinin ne yönde olduğu belirlenmeye çalışılmıştır. Bu bağlamda yapılan çalışmada toplanan verilerin analizi için betimsel içerik analizi modeli tercih edilmiştir. Betimsel içerik analizi belirli bir konu içinde bağımsız olarak gerçekleştirilen, yayınlanmış, veya yayınlanmamış, tüm çalışmaların ele alınıp eğilimlerinin tanımlayıcı bir boyutta değerlendirilmesini içeren sistemli çalışmalardır (Çalık, Ünal, Coştu ve Karataş, 2008; Suri ve Clarke, 2009, Sözbilir, Kutu ve Yaşar, 2012, Ültay, Akyurt ve Ültay, 2021). Betimsel içerik analizi aracılığıyla belirlenmiş, alan veya konu içinde araştırma yapmak isteyen gelecek araştırmacılara genel eğilimin ne olduğu gösterilmekte ve analiz sonuçlarının gelecek araştırmalara yön vermesi beklenmektedir (Miles ve Huberman, 1994; Krippendorff, 2004; Yıldırım ve Şimşek, 2008).

Araştırmaya dahil edilen çalışmaların her biri araştırmacı tarafından ayrıntılı olarak incelenmiştir. Ardından kod ve temalar oluşturulmuştur. Elde edilen bu verilerin frekans ve yüzdeleri Microsoft Excel aracılığıyla hesaplanarak tablolaştırılmıştır. Toplanan verilere ilişkin hiyerarşik sırlama, yığılma ve değişimlerin daha açık şekilde anlaşılması için oluşturulan tablolar ayrıca şekiller ile desteklenmiştir.

Araştırmanın Geçerlik ve Güvenilirliği

Araştırmanın geçerliğini sağlamak amacıyla araştırmacı, yapılan çalışmanın her aşamasını şeffaf bir şekilde açıklamaya çalışmıştır. Verilerin toplanması ve analizi süreci ise detaylı şekilde açıklanmıştır. Ayrıca araştırma süreci boyunca elde edilen veriler daha önce matematiksel soyutlamaya ilişkin çalışması bulunan bir öğretim üyesi tarafından incelenmiştir. Araştırmanın her bir aşamasında öğretim üyesinin görüşleri doğrultusunda gerekli düzeltmeler yapılarak araştırma tamamlanmıştır.

Kodlamaların güvenirliğinin sağlanması amacıyla çalışmalar içerisinden her bir teoriyi konu alan dörder tane olmak üzere toplamda 12 adet çalışma veri setinden rastgele seçilmiş ve iki farklı matematik eğitimcisi tarafından birbirlerinden bağımsız olarak kodlanmıştır. Yapılan kodlamalar sonucunda ortaya çıkan farklılıklar üzerine kodlayıcılar arasında fikir alışverişi gerçekleştirilerek bulgulara son hali verilmiştir. Örneğin; karma yöntem araştırma modelinin kullanıldığı bazı araştırmalarda araştırma deseninin açıkça belirtilmediği belirlenmiştir. Bu çalışmalara ilişkin karma yöntem modeli altında "belirtilmemiş" kategorisinin yer alması kararlaştırılmıştır. Söz konusu bu çalışmalar bu kategori altında değerlendirilmiştir. Ayrıca araştırma alt problemlerinden çalışmaların öğrenme alanlarının incelenmesinde örneklem grubu öğretmen ve lisans öğrencileri olan çalışmalarda öğrenme alanı bulunmadığı tespit edilmiştir. Bu çalışmaların ise "öğrenme alanı yok" kategorisinde değerlendirilmesine ilişkin fikir birliğine varılmıştır.

Araştırma ve Yayın Etiği

Bu çalışmada, Yükseköğretim Kurumları Bilimsel Araştırma ve Yayın Etiği Yönergesi' nde belirtilen tüm kurallara uyulmuştur. Yönergede *Bilimsel Araştırma ve Yayın Etiğine Aykırı Eylemler* başlığı altında açıklanan eylemlerden hiçbiri gerçekleştirilmemiştir.

Bulgular

Çalışmaların Türlerine Göre Dağılımı

Araştırma kapsamında incelenen çalışmaların türlerine ve çalışmada kullanılan soyutlama teorisine ait betimsel istatistikler Tablo 1'de verilmiştir.

Tablo 1'e göre Türkiye'de matematiksel soyutlamaya ilişkin toplam 58 lisansüstü teze ve 23 makaleye ulaşılmıştır. Çalışmaların 38'i yüksek lisans tezinden, 20'si ise doktora tezinden oluşmaktadır. Ayrıca yüksek lisans tezlerinden 20'sinde doktora tezlerinin de 15'inde olmak üzere RBC/RBC+C teorisinin daha çok kullanıldığı görülmektedir. APOS teorisinin yüksek lisans tezlerinin 15'inde ve doktora tezlerinin yedisinde kullanıldığı görülmektedir. Teorilerde en az tercih edilen Piaget soyutlama teorisinin; yüksek lisans tezlerinin üçünde, doktora tezlerinin birinde olmak üzere toplamda dört tezde kullanıldığı görülmektedir. Makalelerin ise 16'sı RBC/RBC+C teorisi ile yedisi de APOS teorisi ile ilgilidir.

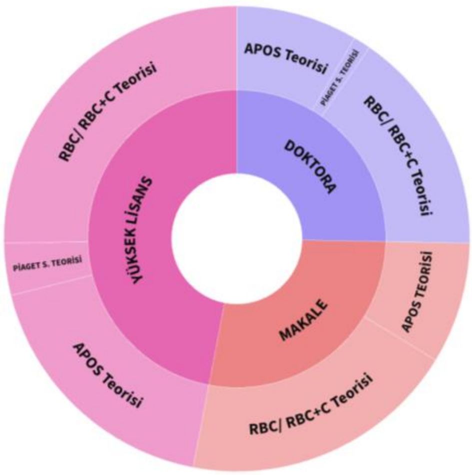
İncelenen çalışmaların sayılarının kullanılan soyutlama türlerine göre dağılımını görsel olarak frekans değerleriyle birlikte karşılaştırılması amacıyla Şekil 2 oluşturulmuştur.

Şekil 2 incelendiğinde, yüksek lisans tezlerinin doktora tezlerine göre daha fazla oranda yapıldığı tespit edilmiştir. Yapılan çalışmalarda RBC/RBC+C teorisinin, doktora ve makale türlerinde daha çok tercih edildiği, Piaget'in soyutlama teorisinin ise en az tercih edilen olduğu görülmektedir.

Tablo 1. Çalışmaların türlerine ve soyutlama teorilerine göre dağılımı

Çalışma Türü	Soyutlama Teorileri	Çalışmalar	(f)
Yüksek Lisans	RBC/RBC+C Teorisi	R_1, R_2, R_5, R_6, R_7, R_8, R_{11}, R_{12}, R_{14}, R_{15}, R_{16}, R_{17}, R_{23}, R_{27}, R_{28}, R_{30}, R_{31}, R_{32}, R_{33}, R_{34}	20

	APOS Teorisi	A_1, A_4, A_6, A_7, A_8, A_9, A_{10}, A_{11}, A_{13}, A_{14}, A_{15}, A_{17}, A_{18}, A_{19}, A_{21}	15
	Piaget Soyutlama Teorisi	P_2, P_3, P_4	3
Toplam			**38**
Doktora	RBC /RBC+C Teorisi	R_3, R_4, R_9, R_{10}, R_{13}, R_{19}, R_{20}, R_{21}, R_{22}, R_{24}, R_{25}, R_{26}	12
	APOS Teorisi	A_2, A_3, A_5, A_{12}, A_{16}, A_{20}, A_{22}	7
	Piaget Soyutlama Teorisi	P_1	1
Toplam			**20**
Makale	RBC /RBC+C Teorisi	R_{33}, R_{34}, R_{35}, R_{36}, R_{37}, R_{38}, R_{39}, R_{40}, R_{41}, R_{42}, R_{43}, R_{44}, R_{45}, R_{46}, R_{47}, R_{48}	16
	APOS Teorisi	A_{23}, A_{24}, A_{25}, A_{26}, A_{27}, A_{28}, A_{29}	7
Toplam			**23**



Şekil 2. *Çalışmaların türleri ve soyutlama teorilerine göre dağılımı*

Çalışmaların Yıllara Göre Dağılımı

Araştırmada incelenen çalışmaların yayın yıllarına göre dağılımlarından elde edilen frekans değerleri Tablo 2'de sunulmuştur.

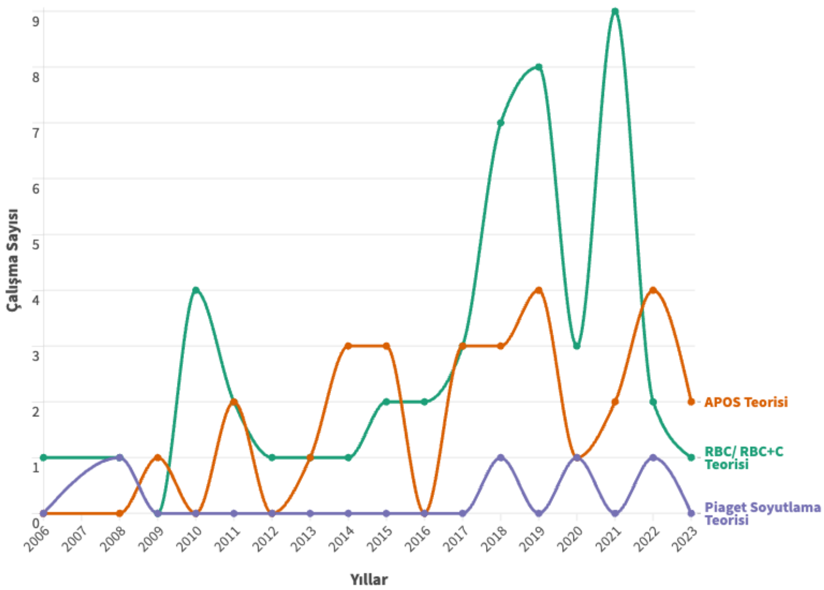
Tablo 2 incelendiğinde matematiksel soyutlama konusundaki ilk çalışma 2006 yılında RBC teorisine ilişkin yapılmıştır. Çalışma yapılan yıllar arasında alan yazına en az katkı yapılan yılların ise birer çalışma ile 2006, 2009 ve 2012 yıllarının olduğu görülmektedir. 2007 yılında ise herhangi bir çalışma yapılmamıştır.

İncelenen çalışma sayılarının yıllara göre dağılımının frekans değerleriyle birlikte soyutlama teorisi türlerinin de karşılaştırılması amacıyla Şekil 3 oluşturulmuştur.

Tablo 2. Çalışmaların yayın yıllarına göre dağılımı

Yıl	Çalışmalar	(f)
2006	R_{25}	1
2008	R_{40}, P_3	2
2009	A_{12}	1
2010	R_{22}, R_{23}, R_{30}, R_{36}	4

2011	R_9, R_{47}, A_{22}, A_{25}	4
2012	R_4	1
2013	R_{43}, A_5	2
2014	R_3, A_{17}, A_{21}, A_{28}	4
2015	R_{28}, R_{42}, A_3, A1$_0$, A_{27}	5
2016	R_{34}, R_{45}	2
2017	R_{19}, R_{32}, R_{48}, A_1, A_{18}, A_{20},	6
2018	R_{10}, R_{26}, R_{29}, R_{33}, R_{41}, R_{44}, R_{46}, A1$_4$, A_{19}, A_{29}, P_1	11
2019	R_1, R_2, R_5, R_6, R_7, R_8, R_{27}, R_{39}, A_4, A_{11}, A_{13}, A_{24}	12
2020	R_{13}, R_{14}, R_{21}, A_7, P_4	5
2021	R1$_1$, R_{12}, R_{18}, R_{20}, R_{24}, R_{31}, R3$_5$, R_{37}, R_{38}, A_2, A_6,	11
2022	R_{15}, R_{16}, A_8, A_{16}, A_{23}, A_{26}, P_2	7
2023	R_{17}, A_9, A_{15}	3
Toplam		**81**



Şekil 3. *Soyutlama türlerinin yayın yıllarına göre dağılımı*

Şekil 3'te yer alan çizgi grafiği incelendiğinde Türkiye' de matematiksel soyutlamaya ilişkin özellikle 2019 yılında diğer yıllara göre daha fazla sayıda çalışmaya rastlanmıştır. Bu çalışmaların yine büyük bir kısmı RBC/RBC+C teorisine ilişkin yapıldığı gözlenmektedir. Ayrıca Piaget Soyutlama Teorisi ile ilgili olarak da yapılan ilk çalışmanın 2008 yılında olduğu, 2009-2017 yılları arasında çalışma olmadığı ve genel olarak bu konuda yılda en fazla bir çalışmanın yapıldığı görülmektedir. Benzer şekilde APOS Teorisi üzerine gerçekleştirilen çalışmalarda, 2012 yılından itibaren bir artış gözlemlense de son beş yılda RBC Teorisi üzerine yapılan çalışmaların sayısıyla kıyaslandığında bu artışa ulaşılamamıştır. Şekil 3'e göre 2006-2023 yılları arasında her yıl en az bir yayın yapıldığı söylenebilir.

Çalışmaların Örneklem Türlerine Göre Dağılımı

İncelenen çalışmalarda kullanılan örneklem grubunun türüne göre dağılımları Tablo 3'te sunulmuştur.

Tablo 3. Çalışmaların örneklem türlerine göre dağılımı

Örneklem Grubu		**Çalışmalar**	**(f)**
İlkokul	3. sınıf	R_{22}	1
	4. sınıf	R_3	1
Toplam			**2**
Ortaokul	5. sınıf	R_{15}, A_6, A_7, A_{19}	4
	6. sınıf	R_2, R_6, R_8, R_9, R_{11}, R_{14}, R_{20}, R_{24}, R_{25}, R_{26}, A_{13}, A_{15}, P_1, P_3, R_{39}, R_{43}	16
	7. sınıf	R_{23}, R_{31}, R_4, R_{10}, R_{12}, R_{13}, R_{20}, R_{24}, R_{25}, R_{27}, R_{30}, A_9, A_{14}, R_{34}, R_{37}, R_{41}, A_{23}	17
	8. sınıf	R_5, R_7, R_{16}, R_{25}, R_{28}, R_{29}, R_{32}, R_{18}, A_{10}, A_3, A_4, A_{17}, A_{21}, R_{42}	14
Toplam			**51**
Lise	9. sınıf	R_1, A_{21}, R_{36}, R_{40}, R_{47}, R_{48}	6
	10. sınıf	R_{19}	1
	11. sınıf	R_{35}	1
	12. sınıf	A_{16}, R_{45}	2
Toplam			**10**
Öğretmen / Akademisyen		R_{19}, A_{11}, A_{26}	3
Yüksek lisans öğrencileri		R_{48}	1
Lisans Öğrencileri		R_{21}, R_{17}, A_{20}, A_8, A_1, A_5, A_{12}, A_2, A_{18}, A_{22}, P_2, R_{33}, R_{38}, R_{44}, R_{46}, R_{48}, A_{24}, A_{25}, A_{27}, A_{28}, A_{29}	21
Kaynaştırma Öğrencisi		P_4	1
Genel Toplam			**89**

*Araştırma örneklem türlerinin toplam frekansının 89 olarak belirlenmesinin sebebi bir çalışmada hem öğretmenlerin hem de lise öğrencilerinin örnekleme dahil edilmesinden kaynaklanmıştır.

Tablo 3'e göre incelenen yayınlar arasında en fazla tercih edilen örneklemin ortaokul öğrencileri (f=51) olduğu görülmüştür. Ortaokul düzeyinde ise en fazla 7. sınıf (f=17), 6. sınıf (f=16), ve 8. sınıflar (f=14) ile çalışılmıştır. Ortaokul öğrencilerinden sonra en fazla tercih edilen örneklem grupları 21 çalışma ile lisans öğrencileri ve 10 çalışma ile lise öğrencileri olmuştur. Lise öğrencileri arasında en sık çalışılan sınıf düzeyi 9. Sınıftır (f=6). Öğretmenler/ akademisyenler ile üç ve ilkokul öğrencileri ile iki çalışma yapılmışken en az tercih edilen örneklem türü ise bir çalışma ile kaynaştırma öğrencileridir. Bir çalışmada (R_{25}) ise 6,7 ve 8. Sınıf olmak üzere üç farklı örneklem grubu ile çalışılmıştır.

Çalışmaların Öğrenme Alanlarına Göre Dağılımları

Matematik dersi öğretim programlarının içeriğinde yer alan ortaokul öğretim programında öğrenme alanlarının farklılıklarından dolayı kategorileştirme işlemi sayılar ve işlemler, cebir, geometri ve ölçme, veri işleme, olasılık olarak ayrı ayrı incelenmiştir. Ortaöğretim öğretim programında yer alan sayılar ve cebir öğrenme alanı da kategoriye dahil edilmiştir. Öğrenme alanının belirtilmediği çalışmalar ise ayrı bir kategoride değerlendirilmiştir. Araştırma kapsamında incelenen çalışmaların öğrenme alanlarına ait dağılımlardan elde edilen frekans değerleri Tablo 4'te sunulmuştur.

Tablo 4. Çalışmaların öğrenme alanlarına göre dağılımı

Öğrenme Alanları	Alt Öğrenme Alanı	Çalışmalar	(f)
Sayılar ve İşlemler	Doğal Sayılar	P_4	1
	Doğal Sayılarla İşlemler	R_{25}	1
	Kesirler	R_3, A_{19}	2
	Kesirlerle İşlemler	R_6	1
	Ondalık Gösterim	R_{25}	1
	Yüzdeler	R_{25}, A_7, A_9,	3
	Çarpanlar ve Katlar	R_{14}, R_{16}, R_{41}, A_{15}	4
	Kümeler	R_{25}	1
	Tam Sayılar	R_2, R_{11}, R_{25}	3
	Tam Sayılarla İşlemler	R_{25}	1
	Rasyonel Sayılar	R_{25}	1
	Rasyonel Sayılarla İşlemler	R_{25}	1
	Oran ve Orantı	R_{25}, R_{31}, R_{39}, R_{43}, A_{14}	5
	Üslü İfadeler	R_{25}, R_{32}	2
	Kareköklü İfadeler	R_{25}, R_{29}, A_4, A_{21}	4
Toplam			**31**
Cebir	Cebirsel İfadeler	R_{20}, R_{24}, R_{25}, R_{32}, R_{37}	5
	Eşitlik ve Denklem	R_{24}, R_{27}, A_3	3
	Doğrusal Denklemler	R_2, R_5, R_9, R_{24}, A_{17}	5
	Cebirsel İfadeler ve Özdeşlikler	R_{28}	1
	Eşitsizlikler	R_7, R_{25}, R_{42}	3
Toplam			**17**
Geometri ve Ölçme	Temel Geometrik Kavramlar ve Çizimler	R_{25}	1
	Uzunluk ve Zaman Ölçme	R_{25}	1
	Alan Ölçme	R_{15}, A_6, P_1	3
	Geometrik Cisimler	A_{13}, R_{34}	2
	Açılar	R_8, R_{22}, R_{25}	3
	Doğrular ve Açılar	R_4	1
	Çember	R_4	1
	Dönüşüm Geometrisi	R_{25}, A_{10}, P_3	3
	Çokgenler	R_4, R_{10}, R_{13}, A_{23}	4
	Eşlik ve Benzerlik	R_4	1
Toplam			**20**
Veri İşleme	Veri Toplama ve Değerlendirme	R_{25}	1

	Veri Analizi	R_{12}, R_{32}	2

Tablo 4. *devamı*

Toplam			**3**
Olasılık	Basit Olayların Olma Olasılığı	R_{23}, R_{25}, R_{30}	**3**
Sayılar ve Cebir	Türev	R_{45}, A_{16}	2
	Fonksiyonlar	R_1, R_{36}, R_{40}, R_{47}	4
Toplam			**6**
Geometri	Çember ve Daire	R_{35}	1
	Üçgenler	R_{48}	1
Toplam			**2**
Öğrenme Alanı Olmayan	-	R_{17}, R_{18}, R_{21}, R_{33}, R_{38}, R_{44}, R_{46}, A_1, A_2, A_5, A_8, A_{11}, A_{12}, A_{14}, A_{18}, A_{20}, A_{22}, A_{24}, A_{25}, A_{26}, A_{27}, A_{28}, A_{29}, P_2	**24**
Genel Toplam			**106***

*Çalışılan öğrenme alanlarının toplam frekansının 106 olarak belirlenmesinin sebebi bir tezde birden çok öğrenme alanının çalışılmasından kaynaklanmıştır.

Tablo 4 incelendiğinde yapılan çalışmaların çoğunun sayılar ve işlemler, geometri ve ölçme ve cebir öğrenme alanlarında gerçekleştirildiği görülmektedir. Bu durum, çalışmaların genellikle ortaokuldaki öğrenme alanlarına odaklandığını göstermektedir. Sayılar ve cebir, veri işleme ve olasılık öğrenme alanlarında ise az sayıda çalışma yapılmıştır. Ayrıca bazı çalışmalarda (R_{26}) birden fazla sınıf düzeyinde çalışıldığından dolayı farklı öğrenme alanı üzerinde çalışıldığı görülmektedir. Tablo 4'e göre sayılar ve işlemler öğrenme alanında en çok çalışılan alt öğrenme alanının oran orantı, cebirsel ifadeler ve doğrusal denklemler olduğu görülmektedir. Geometri ve ölçme öğrenme alanında ise en çok çokgenler alt öğrenme alanı tercih edilmiştir. Ortaöğretim matematiğinde ise en fazla fonksiyonlar alt öğrenme alanında çalışma yapılmıştır. Ayrıca 24 çalışmada öğretmenler, lisans öğrencileri ve kaynaştırma öğrencileri ile çalışıldığından dolayı bu çalışmalar herhangi bir öğrenme alanına dahil edilmemiştir.

Çalışmaların Kullandıkları Strateji / Yönteme Göre Dağılımları

Araştırma kapsamında incelenen çalışmaların kullandıkları strateji/yönteme ait dağılımlardan elde edilen frekans değerleri Tablo 5'te sunulmuştur.

Tablo 5'te yer alan RBC/RBC+C teorisi ve APOS teorisi kategorilerindeki çalışmalarda herhangi bir öğretim yapılmadan sadece soyutlama süreçleri incelenmiştir. Buna göre matematiksel soyutlama ile ilgili yapılan çalışmaların çoğunun soyutlama süreçlerini RBC/RBC+C Teorisine göre inceledikleri görülmektedir (f=37). Benzer şekilde 9 çalışma ise APOS Teorisine göre soyutlama süreçlerini incelemiştir. Bazı çalışmalarda ise ACE Döngüsüne göre öğretim yapıldıktan sonra öğrencilerin soyutlama süreçleri APOS Teorisine göre analiz edilmiştir (f=9). Genel olarak, çalışmaların çoğunda soyutlama süreçleri, yapılandırmacı öğrenme kuramı (f=8), gerçekçi matematik eğitimi (f=8), probleme dayalı öğretim (f=5) ve bilgisayar destekli öğretim (f=4) gibi yöntemlerle birlikte ele alınmaktadır.

Tablo 5. Çalışmaların kullandıkları strateji / yönteme göre dağılımı

Kullanılan Strateji/ Yöntem	Çalışmalar	(f)
Yapılandırmacı Öğrenme Kuramı	R_{23}, R_3, R_2, R_{30}, R_9, R_{22}, R_{43}, A_8	8

Gerçekçi Matematik Eğitimi	R_3, R_9, R_{23}, R_{22}, A_4, A_{13}, A_{15}, A_{17}	8
Buluş Yoluyla Öğretim	R_4	1
5E Öğrenme Döngüsü Modeli	R_{13}	1
Bilgisayar Destekli Matematik Öğretimi	A_5, A_6, A_{20}, A_{24}	4
Probleme Dayalı Öğretim	R_{36}, R_{40}, R_{43}, A_7, A_{19}	5
Hologram Destekli Öğrenme	A_2	1
Sezgisel Kural Teorisi	A_8	1
Otantik Öğrenme Yaklaşımı	A_{14}	1
RBC+C Teorisi	R_1, R_{31}, R_{32}, R_5, R_6, R_7, R_{10}, R_{11}, R_{12}, R_{14}, R_{15}, R_{16}, R_{17}, R_{19}, R_{20}, R_{21}, R_{24}, R_{25}, R_{26}, R_{27}, R_{28}, R_{29}, R_{31}, R_{32}, R_{33}, R_{34}, R_{35}, R_{37}, R_{38}, R_{39}, R_{41}, R_{42}, R_{44}, R_{45}, R_{46}, R_{47}, R_{48}	37
ACE Döngüsü	A_1, A_3, A_9, A_{10}, A_{12}, A_{16}, A_{18}, A_{21}, A_{23}	9
APOS Teorisi	A_1, A_5, A_{11}, A_{22}, A_{25}, A_{26}, A_{27}, A_{28}, A_{29}	9
Van Hiele Geometri Düşünme Düzeyleri	R_4	1
Üstün Zeka Yetenek Model ve Kuramları	R_{18}	1
Matematiksel Modelleme	R_8	1
Toplam		**88**

Çalışmaların Sonuçlarına Göre Dağılımı

Sosyokültürel yaklaşımı benimseyen RBC/RBC +C teorisi ile ilgili olan çalışmaların sonuçlarına göre ait tema ve kategoriler Tablo 6' da sunulmuştur.

Tablo 6 incelendiğinde RBC/RBC+C modeli üzerine yapılan çalışmalarda, öğrencilerin başarı düzeylerinin ve hazırbulunuşluklarının soyutlama becerilerine önemli bir etkisinin olduğunu sonucu ortaya çıkmıştır. Ayrıca, RBC/RBC+C modelinin soyutlama sürecini gözlemlenebilir kılması, bir öğretim modeli olarak kullanmaya uygun olması, bilgiyi oluşturma sürecinin çok yönlü olması gibi sonuçlar elde edilmiştir. Elde edilen bulgulara göre özellikle 5E modeli ve RME gibi farklı öğretim yaklaşımlarının kullanılması, öğretmenin rehberlik rolü üstlenmesi ve grup çalışmalarıyla sürecin desteklenmesi, soyutlama becerilerinin gelişimine katkı sağlamaktadır.

Tablo 6. Sosyokültürel yaklaşım benimseyen çalışmaların sonuçlarına yönelik oluşturulan tema ve kategoriler

Tema	Kategori	Çalışmalar
Öğrencinin matematik başarı seviyesinin soyutlama becerisine etkisi	Başarı düzeyleri farklı olan öğrencilerin ilgili yapıları tanımaları	R_1
	Yüksek matematik başarısına sahip öğrencilerin soyutlamayı daha kolay ve hızlı gerçekleştirmesi	R_{12}, R_{15}, R_{16}, R_{25}, R_{26}, R_{28}
	Başarı düzeyi yüksek ve orta olan öğrencilerin bilgiyi oluşturabilmesi	R_8, R_{12}, R_{16}, R_{20}, R_{24}, R_{29}, R_{31}, R_{45}
	Başarı düzeyi düşük olanların bilgiyi kısmen oluşturabilmesi	R_1, R_2, R_3, R_5, R_6, R_7, R_{20}
	Başarı düzeyi düşük öğrencilerin soyutlamayı gerçekleştiremediği	R_{12}
	Matematiksel bilgi düzeyi yüksek ve düşük öğrencilerin temel kavramları kısmen soyutlayabilmesi	R_{30}

	Başarı düzeyi düşük öğrencilerin tanıdıkları kavramı kullanma aşamasında zorluk yaşamaları	R_{33}
	Başarı düzeyi düşük öğrencilerin formülleri oluşturmaktan ziyade ezberlemeye eğilim göstermeleri	R_{33}
	Başarı düzeyi düşük öğrencilerin tanımlarda ezberci bir yaklaşım göstermeleri	R_{34}
	Bilgiyi oluşturabilen öğrencilerin soru çözümlerinde başarılı olmaları	R_{33}
	Başarı düzeyi ve matematiksel soyutlama becerisinin doğru orantılı olmaması	R_{18}
	Farklı düşünme yapılarındaki öğretmen adaylarının bilgiyi oluşturma sürecinin aynı olması	R_{17}
RBC/RBC+C modeli açısından sonuçlar	RBC/RBC+C modelinin öğretim modeli olarak kullanabileceği	R_{10}, R_{41}
	RBC/RBC+C modelinin tasarım aracı olarak kullanılabileceği	R_{36}
	RBC/RBC+C modelinin bilgiyi oluşturmada etkili bir süreç olması	R_{41}
	RBC/RBC+C modelinin gözlemlenebilir olması	R_{48}
	Tanıma, kullanma ve oluşturma eylemlerinin içiçe geçmiş olması, Soyutlama becerisine yönelik etkinliklerin olumlu etkisi,	R_3, R_9, R_{11}, R_{14}, R_{23}, R_{26}, R_{29}, R_{31}, R_{34}, R_{39}, R_{40}, R_{41}, R_{42}, R_{43}, R_{47}
	Bilgiyi oluşturma sürecinde tanıma ve kullanma eylemlerinin gerekli olması	R_{34}, R_{41}, R_{46}
	Bilgiyi oluşturma sürecinin çok yönlü ve çeşitli olması	R_{10}, R_{14}, R_{22}, R_{24}, R_{32}, R_{42}
	Bağlam içinde beklenenin dışında farklı bir yapının oluşturulması	R_9, R_{13}
	Oluşturma düzeyine ulaşılabilmesi	R_{10}, R_{15}, R_{35}
	Soyutlama sürecinde ilişkilendirmenin önemli olması	R_{17}
	Kullanma eyleminin yapıların pekiştirilmesine yardımcı olması	R_{35}
	Tanıma ve kullanma düzeyinde bilişsel stratejilerin olumlu etkisi	R_{20}
	RBC/RBC+C modelinin matematiksel kavram ve genellemelerin anlamlı bir şekilde oluşturulmasına katkı sağlaması	R_{39}
Öğrencinin hazırbulunuşluğunun soyutlamaya etkisi	Öğrencilerin temel yapıları tanıması	R_{26}
	Farklı geometrik düşünme düzeyindeki öğrencilerin bilgiyi oluşturma süreçleri farklılaşması	R_1
	Pekiştirme aşamasında motivasyon düzeyinin olumlu etkisi	R_9, R_{23}
	Tanıma ve kullanma düzeyindeki öğrencilerin oluşturma aşamasında zorlanması	R_2, R_{45}
	Öğrencinin var olan bilgisinin bilgiyi oluşturmadaki olumlu etkisi	R_4, R_{34}
	Öğrencide mevcut kazanımların bilgiyi oluşturmadaki olumsuz etkisi	R_5, R_6, R_8, R_{32}
	Öğrencinin var olan bilgilerindeki eksikliklerin soyutlamaya olumsuz etkisi	R_{12}, R_{31}
	Kavram tanımında matematiksel terimleri kullanmanın zorluğu	R_{10}, R_{13}
	Kavram imajındaki eksikliklerin ve yanlışlıkların kullanma düzeyinde olumsuzluk yaratması	R_{10}

Tablo 6. devamı

Farklı öğrenme yaklaşımları ve soyutlama süreci arasındaki ilişki	5E öğrenme modelinin soyutlama becerisini geliştirmesi	R_{13}
	RME'nin soyutlama becerisine olumlu etkisi	R_{22}, R_{40}, R_3
	Farklı temsillerin kullanılmasının soyutlama üzerindeki olumlu etkisi	R_{31}
	Yaşamsal problem ve etkinliklerin soyutlamaya katkı sağlaması	R_{36}, R_{47}
	Problem çözümünde farklı çözüm yollarının kullanılmasının soyutlama sürecinde etkili olması	R_{35}
Öğretmen etkisi	Doğru zamanda rehberlik yapmanın bilgiyi oluşturmaya olumlu etkisi	R_2, R_{12}, R_{20}, R_{31}, R_{32}
	Öğretmenin öğrenmeye müdahalede bulunmasının soyutlamaya olumsuz etkisi	R_{19}
Soyutlama sürecine öğrenci etkileri	Grup çalışmalarında öğrencilerin psikolojik özellikleri, başarı durumları ve öğrencinin matematiksel yönden geçmişinin soyutlamaya etkisi (sosyokültürel özellikler)	R_9, R_{23}, R_{28}, R_{29}, R_{31}, R_{42}
	Grup çalışmalarının soyutlama becerisini olumlu yönde etkilemesi	R_{10}, R_{14}, R_{16}, R_{19}, R_{26}, R_{34}, R_{39}, R_{41}

Bilişsel yaklaşımı benimseyen APOS teorisi ve Piaget'in soyutlama teorisi ile ilgili olan çalışmaların sonuçlarına göre ait tema ve kategoriler Tablo 7' de sunulmuştur.

Tablo 7'ye göre APOS ve Piaget soyutlama teorisi üzerine yapılan çalışmaların sonuçlarında; odak grup çalışmalarının ve öğrenciler arasındaki etkileşimin soyutlama sürecine etkisinin olduğu gözlemlenmiştir. Ayrıca öğrencilerin hazırbulunuşluk düzeyinin soyutlama becerisinin gerçekleştirilmesinde önemli rol oynaması da elde edilen sonuçlar arasında yer almaktadır. APOS teorisini ele alan çalışmaların sonuçlarında özellikle APOS teorik çerçevesinin başarıya olumlu etkisinin olduğu vurgulanmaktadır. Bunun yanısıra öğrencilerin eylem ve süreç basamaklarında olması, nesne basamağına çıkamamaları, ilköğretim öğrencilerinde şema basamağına rastlanılmaması gibi sonuçlara da yer verilmiştir. APOS Teorisinin ACE döngüsüyle birlikte ele alındığı çalışmaların sonuçlarında ise ACE döngüsü ile öğretimin; akademik başarıya olumlu etkisinin olması, soyutlama sürecini kolaylaştırması, matematik dersine olan ilgiyi artırması ve öğrenmede kalıcılığı artırması gibi sonuçlar sunulmuştur. Piaget'nin soyutlama teorisi ile ilgili yapılan çalışmaların sonuçları, öğrencilerin farklı soyutlama düzeylerinde bulunduğunu, günlük hayat örneklerinin yansıtıcı soyutlamayı desteklediğini ve yapılan öğretim sonucunda öğrencilerin soyutlama düzeylerinde artış gözlemlendiğini ortaya koymuştur.

Tablo 7. Bilişsel yaklaşım benimseyen teorilerin sonuçlarına yönelik oluşturulan tema ve kategoriler

Tema	Kategori	Çalışmalar
Öğrencilere ait sonuçlar	Öğrencilerin yaşadığı zorlukların soyutlamaya olumsuz etkisi	A_3
	Öğrenciler arası etkileşimin olumlu etkisi	A_3
	Öğrencilerin kavramın tanımını bildiği halde içselleştirememeleri	A_{18}
	Odak grup çalışmalarının soyutlama sürecine etkisi	A_1

Öğrencinin hazırbulunuşluğunun soyutlamaya etkisi	Soyutlama sürecinde öğrencilerin iletişim yeteneklerinin yeterli olması	A_3
	Öğrencilerin kavramı anlama düzeylerinin yeterli olması	A_3
	Ön bilgi eksikliğinin soyutlamaya olumsuz etkisi	A_4
	Hazırbulunuşluk düzeyi yüksek olan öğrencilerin nesne aşamasında olduğu	A_{15}
	Hazırbulunuşluk düzeyi yüksek olan öğrencilerin süreç aşamasını tamamlaması	A_{15}
APOS teorisine ait sonuçlar	APOS teorik çerçevesinin başarıya olumlu etkisi	A_9, A_{16}, A_{19}, A_{20}
	Nesne aşamasında başarılı öğrenciler olması	A_2
	Soyutlama sürecinin çok yönlü olması	A_3
	Eylemlerin içselleştirilmesi ve enkapsülasyonun oluşturma sürecindeki önemi	A_4
	APOS teorisinin soyutlama sürecini gözlemlenebilir kılması	A_{16}
	APOS teorisi öğretimin öğrenmeye etkisi	A_7
	APOS teorik çerçevesine uygun hazırlanan öğrenme ortamlarının öğrencilerin motivasyon ve tutumuna olumlu etkisi	A_{16}
	Öğrencilerin eylem ve süreç basamaklarında olması	A_9, A_{26}
	İlköğretim öğrencilerinde şema basamağına rastlanmaması	A_9
	Öğrencilerin nesne basamağına çıkamaması	A_{10}, A_{13}
	Süreç basamağının eylem basamağından fazla olması	A_{27}
	En zor sürecin eylemden nesneye geçmek olması	A_{15}
	APOS teorik çerçevesine göre hazırlanacak sınıf ortamında teknolojik araçlar, etkinlikler ve sınıf mevcudunun önemi	A_{16}
ACE döngüsüne ait sonuçlar	ACE döngüsü ile öğretimin akademik başarıya olumlu etkisi	A_3
	ACE döngüsünün soyutlama sürecini kolaylaştırması	A_{23}
	ACE döngüsüne dayalı öğretimim matematik dersine olan ilgiyi artırması	A_{23}
	ACE döngüsünün öğrenmede kalıcılığı artırması	A_{16}
	ACE döngüsünün sınıf içinde kullanılabilir olması	A_{16}
Görselleştirmenin etkisi	Görselleştirmenin soyutlamaya olumlu etkisi	A_3
	Soyutlama sürecinin katılımcıların görsel imajlarını güçlendirmesi	A_{22}
Piaget soyutlama teorisine ait sonuçlar	Öğretim sonrasında öğrencilerin soyutlama düzeylerinde artış olması	P_1
	Günlük hayat örneklerinin yansıtıcı soyutlamayı desteklemesi	P_2
	Öğrencilerin farklı soyutlama düzeylerinde olması	P_4

Çalışmaların Önerilerine Göre Dağılımı

Araştırma kapsamında incelenen çalışmaların araştırmacılara yönelik önerilerinden elde edilen veriler Tablo 8'de sunulmuştur.

Tablo 8 incelendiğinde çalışmaların araştırmacılara yönelik önerilerinin önemli bir kısmının farklı sınıf düzeylerinde soyutlama süreçlerinin incelenmesi olduğu görülmektedir. Bunun yanı sıra genel olarak farklı öğrenme alanlarında ve daha büyük çalışma gruplu çalışmalar yapılması önerilmektedir. Ayrıca incelenen çalışmalarda özellikle öğrencilerin zorluk yaşadığı etkinliklerde derinlemesine araştırmalar yapılması, pekiştirme sürecinin daha ayrıntılı incelenmesi ve soyutlamada öğretmen etkisinin tespit edilmesi önerilmiştir. Farklı demografik özelliklere sahip öğrencilerin soyutlama süreçlerinin karşılaştırılması da verilen öneriler arasında yer almaktadır.

Araştırma kapsamında incelenen çalışmaların öğretmenlere ve öğretim programı geliştiricilere yönelik önerilerinden elde edilen veriler Tablo 9'da yer almaktadır.

Tablo 8. Çalışmaların araştırmacılara yönelik önerilerine dair oluşturulan tema ve kategoriler

Tema	Kategori	Çalışmalar
Araştırmacılara yönelik	Farklı sınıf düzeylerinde soyutlama becerilerinin incelenmesi	R_{1}, R_{2}, R_{3}, R_{4}, R_{5}, R_{10}, R_{11}, R_{14}, R_{30}, A_{13}
	Farklı öğrenme alanlarında soyutlama becerilerinin incelenmesi	R_{2}, R_{3}, R_{10}, R_{11}, A_{13}, A_{15}
	Öğrencinin önceden bilmediği öğrenme alanına yönelik bilgiyi oluşturma sürecinin incelenmesi	R_{9}, R_{23}, R_{26}
	Bilgiyi oluşturma süreçlerinden önce ön bilgilerin kontrol edilmesi	R_{3}
	Motivasyon düzeyleri farklı öğrenci gruplarında gerçekleştirilmesi	R_{2}
	Farklı demografik özelliklere sahip öğrencilerin incelenmesi	R_{18}, A_{1}
	Başarı düzeyleri bakımından heterojen gruplarla çalışılması	R_{10}
	Öğrencilerin akademik başarısına göre değil soyutlama seviyelerine göre seçilmesi	R_{29}
	Daha büyük çalışma gruplu çalışmaların yapılması	R_{11}, R_{16}, R_{23}, A_{7}, A_{13}
	Her bireyin bilgiyi oluşturma süreçlerinin incelenmesi	R_{19}
	Farklı geometrik düşünme seviyelerine sahip öğrencilerin soyutlama süreçlerinin incelenmesi	R_{10}
	Öğrencilerin zorlandığı etkinliklere yönelik derinlemesine çalışmalar yapılması	R_{9}, R_{24}, A_{1}
	Gruplar oluşturulurken matematik başarı düzeyleri birbirine yakın olan öğrencilerin seçilmesi	R_{3}
	Grup çalışmalarının ve sınıf tartışmalarının yapılması	R_{23}, R_{24}, A_{4}
	Öğretmenin soyutlama sürecine etkisine yönelik çalışmalar yapılması	R_{4}, R_{5}
	Farklı öğrenme yaklaşımları ile oluşturulmuş soyutlama süreçlerinin incelenmesi	R_{3}, R_{4}
	RBC modelinin epistemik eylemlerinin yenilenmiş bloom taksonomisinin basamaklarıyla denkliğinin incelenmesi	R_{10}
	RBC modelinin bir öğretim modeli olarak kullanabileceği öğrenme ortamlarının hazırlanması	R_{13}
	Pekiştirme sürecinin incelenmesi	R_{25}, R_{27}

Öğrencilerin daha uzun süreli gözlemlenmesi	A_1
Problem çözme ve soyutlama süreçleri arasında ilişkinin incelenmesi	A_3
Farklı öğretim döngüleri ile soyutlama süreçlerinin incelenmesi	A_3
Başarı düzeyi yüksek öğrenciler ile daha kapsamlı çalışmalar yapılması	A_3
Öğrencilerin bilgiyi oluşturma süreçleri hakkında öğretmen görüşlerinin alınması	A_{10}

Tablo 9 incelendiğinde, öğretmenlere yönelik öneriler arasında; soyutlama sürecinde öğrencilere gerekli durumlarda ipuçları sağlanması, eğitim faaliyetlerinde materyal çeşitliliğinin artırılması, derslere uygun etkinlik ve yazılımlarla soyutlama sürecinin desteklenmesi ve grup çalışmalarının teşvik edilmesi yer almaktadır. Ayrıca öğretim programı geliştiricilerine yönelik; lisans programlarının düzenlenmesi APOS teorisine yönelik uygulamalı derslere programda yer verilmesi ve hizmet içi eğitimlerin artırılmasına yönelik önerilerin yer aldığı belirlenmiştir.

Tablo 9. Çalışmaların öğretmenlere ve öğretim programı geliştiricilere yönelik önerilerine dair oluşturulan tema ve kategoriler

	Kategori	Çalışmalar
Öğretmenlere yönelik	Ezbersel öğrenmenin değil kavramsal öğrenmenin desteklenmesi	R_{18}
	Doğru zamanda verilen ipucularla bilgi oluşturma sürecinin desteklenmesi	R_7, R_{23}, A_{10}, A_{17}
	Soyutlama ile ilgili teorilere hâkim olunması	R_{10}
	Derslerin uygun yazılım ve etkinlikler ile desteklenmesi	R_9
	Etkinliklerin geometrik temsiller ile desteklenmesi	A_2
	Soyutlama ile ilgili çalışmaların incelenmesi ve derslerde kullanılması	A_3
	Öğrenme süreçlerinde grup çalışmasının desteklenmesi	A_{12}, A_{15}
	Soyutlama sürecinin teknoloji destekli öğretim ile entegre edilmesi	A_3
	Öğrenci odaklı bir öğretim deseninin kullanılması	A_4, A_{15}
	Öğrenciler tarafından hazırlanacak etkinlikler ile soyutlamanın desteklenmesi	A_6
	Öğrenme süreçlerinde APOS teorisinin kullanılması	A_7
	APOS teorik çerçevesi ile probleme dayalı öğretim yönteminin birlikte kullanılması	A_7
	Öğrencilerin keşfetmeye yöneltilmesi	A_{10}
	Soyutlama süreçlerinin görsellerle desteklenmesi	A_{22}
	Eğitim faaliyetlerinde materyal çeşitliliğinin sağlanması	R_1, R_2, R_5
Öğretim programı geliştiricilerine yönelik	İlköğretim matematik programları geliştirilerek yeniden düzenlenmeli	R_3, R_8
	Lisans programlarında soyutlama modellerinin seçmeli ders olarak sunulması	R_{13}
	Hizmet içi eğitim programlarının düzenlenmesi	R_1, R_4, R_{28}, A_8
	Lisans düzeyinde APOS teorisi uygulamalı ders olarak verilmesi	A_{16}

Sonuç ve Tartışma

Bu araştırmada, Türkiye'de matematiksel soyutlamaya ilişkin yapılmış olan çalışmaların eğilimlerinin ortaya konulması amacıyla, Yüksek Öğretim Kurulu Ulusal Tez Merkezi'nde yer alan erişime açık lisansüstü tezler ve Google Akademik'te taranan makaleler türlerine, yıllarına, tercih edilen örneklem gruplarına, ele alınan konu alanlarına, soyutlamayla birlikte kullanılan öğretim stratejilerine, elde edilen sonuçlara ve verilen önerilere göre ayrıntılı bir şekilde incelenerek analiz edilmiştir.

Araştırma kapsamına dahil edilen çalışmaların türleri incelendiğinde yüksek lisans tezlerinin doktora tezlerinin yaklaşık iki katı sayıda yapıldığı sonucuna ulaşılmıştır. Bu durumun Türkiye'de bulunan üniversitelerde matematik eğitimi yüksek lisans programlarının doktora programlarına kıyasla daha fazla sayıda olması ile ilişkili olduğu düşünülebilir. Diğer taraftan yüksek lisansını tamamlamış matematik eğitimcilerinin bir kısmı ise doktora eğitimine devam etmeyebilmektedirler. Bunun da karşılaşılan duruma etkisinin olduğu söylenebilir.

Araştırma kapsamında incelenen çalışmaların yayın yıllarına bakıldığında, bu çalışmaların 17 yıllık bir dönemi kapsadığı görülmektedir. Son yıllarda matematiksel soyutlamaya yönelik yapılan çalışmaların sayısında artış olduğu tespit edilmiştir. Bu durum, araştırmacıların son yıllarda matematiksel soyutlamaya olan ilgilerinin arttığı şeklinde yorumlanabilir. 2019 yılında, diğer yıllara kıyasla en fazla sayıda yayın yapılmışken, 2020 yılında çalışma sayılarında belirgin bir düşüş yaşanmıştır. Bu düşüşün nedeni, dünya genelinde yaşanan küresel salgın nedeniyle araştırmacıların devam eden çalışmalarını ertelemek zorunda kalması olarak değerlendirilebilir.

Çalışmalar incelendiğinde araştırmacılar tarafından örneklem grubu olarak en çok 6. sınıf, 7. sınıf, 8. sınıf tercih edildiği görülmüştür. Bu tercih, Piaget'in (2001) belirttiği üzere 16 yaşına kadar olan çocukların soyutlama becerileri için kritik bir dönemde bulunmalarıyla açıklanabilir. Araştırmacıların bu sınıf düzeylerini tercih etme nedenlerinden biri, bu dönemde öğrencilerin bilgi oluşturma süreçlerinin incelenmesi açısından önemli kazanımlarla ilk kez karşılaşmalarıdır. Ortaokul öğrencilerinden sonra en çok tercih edilen örneklem grubu lisans öğrencileri olmuştur. Öğretmen adayı olan lisans öğrencilerinin tercih edilme sebebi, öğretmenlerin soyutlama sürecinde etkin bir rol oynadıkları ve doğru zamanda verdikleri ipuçlarının soyutlamaya olumlu etkisi olduğu (Kobak-Demir, 2017) göz önüne alındığında, öğretmen adaylarının soyutlama becerilerinin incelenmesinin etkili olacağı düşüncesidir. Öğretmen adaylarından sonra tercih edilen bir diğer örneklem grubu da öğretmenlerdir. Bu durum matematik eğitimi çalışmalarında belirleyici ve etkili olan örneklem gruplarının tercih edilmesi (Atasever, 2019) ile açıklanabilir. Ayrıca, araştırma sonucunda özel gereksinimli öğrencilerle yapılan çalışma sayısının, ortaokul ve lisans öğrencileriyle yapılan çalışmaların sayısından çok daha az olduğu tespit edilmiştir. Ancak, son yıllarda özel gereksinimli öğrencilerin eğitiminin önem kazanmasıyla birlikte, matematik eğitiminde de bu öğrencilerin çalışmalara dahil edilmeye başlandığı görülmektedir (Atasever, 2019). Dolayısıyla, özel gereksinimli öğrencilerle yapılacak çalışmaların literatüre önemli katkılar sağlayacağı düşünülmektedir.

Araştırma kapsamında incelenen çalışmaların çoğunlukla RBC/RBC+C Teorisi'ne dayandığı sonucuna ulaşılmıştır. Bu durumun nedenleri arasında, RBC+C teorisinin bilişsel yaklaşımların aksine, öğrenmede çevrenin etkisini dikkate alan bir yaklaşım olması (Topuz ve Cantürk-Günhan, 2020), sınıf içi kullanıma uygunluğu, öğrencilerin psikolojik durumları ve bu durumları etkileyen çevresel faktörleri bir arada barındırması yer almaktadır.

İncelenen çalışmalar, araştırmacıların en çok sayılar ve işlemler öğrenme alanına yönelik araştırmalar yaptığını ortaya koymaktadır. Örneklem gruplarında daha çok ortaokul öğrencileri ile çalışıldığı göz önüne alındığında, ortaokul düzeyinde öğretim programında ilk kez öğrenilen kavramlara yönelik daha fazla kazanımın yer alması, bu tercihin bir sebebi olarak gösterilebilir. Sayılar ve işlemler alt öğrenme alanları incelendiğinde kareköklü ifadeler ilk kez 8. sınıf düzeyinde verilirken, çarpanlar ve katlar konusu ilk olarak 6. sınıfta işlenmekte ve 8. sınıfta devam etmektedir. İncelenen çalışmalardan ikisinin 6. sınıf düzeyinde olduğu ve bu çalışmalarda, öğrencilerin bilgiyi oluşturma ve soyutlama düzeylerinin daha önce karşılaşmadıkları konular üzerinden incelendiği görülmüştür. Benzer şekilde, tam sayılarla ilgili çalışmalarda da üç çalışmanın 6. sınıf düzeyinde yapıldığı ve öğrencilerin bu konuyla ilk kez bu sınıf düzeyinde karşılaştığı belirlenmiştir. Bu konuların tercih edilme sebebi, öğretim sırasında karşılaşılan epistemolojik zorluklar olup, aynı zamanda ileri düzey konuların öğretiminde öğrencilerin kavramları nasıl soyutladıklarının gözlemlenmesi ve yanıltıcı veya eksik öğrenmelere karşı önlemler alınması gerekliliğidir (Topuz ve Cantürk-Günhan, 2020). Bu sonuçlar, yapılan çalışmanın bulguları ile paralellik göstermektedir.

İncelenen çalışmalar, araştırmacılar tarafından en çok kullanılan strateji ve yöntemlerin, çalışmaların doğası gereği, RBC/RBC+C teorisi, APOS teorisi, ACE döngüsü ve gerçekçi matematik eğitimi yaklaşımlarının kullanıldığını göstermektedir. Gerçekçi matematik eğitimi yaklaşımına göre matematikselleştirme süreci yatay ve dikey olmak üzere iki durumdan oluşur (Freudenthal, 1973). Dikey matematikselleştirme sürecinde soyutlama önemli bir rol oynar. Çünkü bu süreç, matematiksel işlemlere ilişkin modelleme, sembolizasyon, genelleme, resmileştirme ve soyutlama yapma süreçlerini içerir (Otten, van Den Heuvel-Panhuizen ve Veldhuis, 2019). Bu bağlamda, gerçekçi matematik eğitimi ile matematiksel soyutlama arasında güçlü bir ilişki olduğu söylenebilir. Benzer şekilde, Aydurmuş, Kayan ve Arslan (2022), yaptıkları çalışmada, gerçekçi matematik eğitimine yönelik yapılan araştırmaları incelemiş ve GME ile APOS ve RBC+C teorilerinin birlikte kullanıldığını belirlemişlerdir.

Araştırmaya dahil edilen çalışmaların sonuçları incelendiğinde öğrencilerin başarı düzeylerinin matematiksel soyutlama üzerinde etkili olduğunu göstermiştir. Bu sonuç, öğrencilerin soyutlama becerileri ile başarı düzeyleri arasında doğru orantılı bir ilişki olduğunu ortaya koymaktadır. Ayrıca, öğretmenlerin soyutlama sürecinde verdikleri ipuçlarının öğrenciler üzerinde olumlu etkileri olduğu belirtilmiştir. Öğretmenlerin doğru yönlendirmelerinin, öğrencilerin soyutlama becerilerini geliştirmede önemli bir rol oynadığı göz önüne alındığında, öğretmenlerin soyutlama teorilerine hâkim olmaları ve bu teorileri kullanmaları gerektiği yapılan çalışmalarda önerilmektedir. Bunun yanı sıra, süreçte öğrencilerin grup çalışmalarının olumlu etkisi olduğu ve gruptaki öğrencilerin psikolojik durumlarının etkileşimlerini etkilediği ortaya çıkmıştır. Bu sonuçlar, RBC/RBC+C teorisinin epistemik yapısı ile ilişkilendirilebilir. Bununla birlikte RBC/RBC+C teorisi öğretim modeli olarak kullanılabilir olduğu sonucu da çalışmaların sonuçları arasında yer almaktadır. 2018 yılı sonrası soyutlama çalışmalarındaki artış bu sonucu destekler niteliktedir. Matematiksel soyutlamaya yönelik araştırmacılar tarafından oluşturulan etkinliklerin sürece olumlu etkisi olduğu sonucuna ulaşılmıştır. RBC/RBC+C teorisi ile ilgili bir diğer sonuçta tanıma kullanma aşamalarının birbiri içinde yuvalanmış olduğudur. Bu sonuçta teorinin basamaklarının birbirinden bağımsız düşünülmemesi gerektiğinin göstergesi niteliğindedir.

APOS teorisine ilişkin çalışmaların sonuçları incelendiğinde, öğrencilerin hazırbulunuşluk düzeylerinin soyutlama sürecini etkilediği tespit edilmiştir. Ayrıca, grup çalışmasının soyutlama sürecine olumlu etkisi olduğu sonucuna ulaşılmıştır. Bu bulgu, RBC/RBC+C teorisine ilişkin çalışmaların sonuçları ile paralellik göstermektedir. Bu durum, APOS ve RBC/RBC+C teorilerinin benimsedikleri yaklaşımlar epistemik ve bilişsel soyutlama becerileri olarak farklılaşsa da ortak özelliklere sahip olduklarını göstermektedir. İncelenen araştırmalarda, APOS teorik çerçevesinin öğrenci başarısına olumlu etkisi olduğu sonucuna ulaşılmıştır. Bu sonuç, APOS teorisinin öğretimde kullanılabilirliğini göstermekte ve son yıllarda bu teoriyi temel alan çalışmaların artışı ile desteklenmektedir. ACE döngüsü ile yapılan öğretimin akademik açıdan olumlu etkileri olduğu ve öğrenmede kalıcılığı artırdığı tespit edilmiştir. Ayrıca, bu modelin sınıf içinde kullanılabilir bir model olduğu sonucuna ulaşılmıştır. Bu durum, ACE döngüsünün öğretimde kullanılabilirliği ile ilişkilendirilebilir.

İncelenen çalışmaların öğretmene yönelik önerilerinde, öğretmenlerin uygun yazılım ve etkinlikleri kullanmaları, soyutlama ile ilgili teorilere hâkim olmaları ve öğrencilerin grup çalışmaları ile öğrenme ortamlarını desteklemeleri gerektiği vurgulanmıştır. Bu öneriler, soyutlama teorilerinin öğretim modeli olarak kullanılabileceği, öğretmenin rolünün önemi ve öğrencilerin grup içi etkileşimlerinin soyutlamaya olumlu etkisi olduğu bulgularıyla paralellik göstermektedir. Ayrıca, öğretmenlere yönelik hizmet içi eğitimlerin ve lisans programlarına soyutlama teorileri ile ilgili derslerin eklenmesi gerektiği önerisi, öğretmenlerin sürece olan etkisinin önemini vurgulamaktadır. Çalışmaların önerileri arasında, farklı sınıf düzeylerinde soyutlama becerilerinin incelenmesi gerektiği belirtilmiştir. Bunun nedeni, 6. sınıfta tam sayılar konusunda soyutlama süreçleri incelenerek, bu sürecin 7. sınıfta tam sayılar ve işlemler konusundaki etkisinin araştırılmasının literatüre katkı sağlayabileceği düşüncesidir. Ayrıca, çalışmaların önerilerinde farklı başarı düzeylerindeki öğrencilerle heterojen grupların oluşturulması gerektiği tespit edilmiştir. Bu önerinin sebebi, grup içi etkileşimlerin incelenmesinin soyutlama süreçlerine katkı sağlayabileceği düşüncesidir.

Soyutlama süreçleriyle ilgili incelenen araştırmalardan elde edilen sonuçlar ve öneriler genel olarak değerlendirildiğinde, soyutlama becerisinin matematiksel düşünme becerisi için son derece önemli olduğu ve bu bağlamda öğrencilerin öğrenme süreçlerinde ezber yerine soyutlama süreçlerine odaklanılması gerektiği söylenebilir. Öğretim programlarının ve öğretmenlerin ders içi materyal ve etkinliklerinde soyutlamanın önemli bir rol oynadığı görülmektedir.

Öneriler

- Bu çalışmada sadece Yüksek Öğretim Kurumu Tez Merkezinde yayınlanan lisansüstü tezler ve Google Akademikte taranan makaleler incelenmiştir. Yurt dışında soyutlama becerilerine ilişkin yapılan bilimsel yayınlar benzer şekilde incelenerek eğilimleri ortaya konulabilir.
- Çalışma tamamlandığı an itibariyle o ana kadar yapılmış olan çalışmaların eğilimlerini ortaya konulmuştur. İlerleyen zamanlarda aynı çalışma tekrarlanarak varsa farklılaşmalar ortaya konulabilir.
- Çalışma kapsamında matematik eğitiminde matematiksel soyutlamaya ilişkin yapılan çalışmalar incelenmiştir. Yapılan bu çalışmaların örneklem gruplarını daha çok ortaokul öğrencilerinin ve öğretmen adaylarının oluşturduğu gözlemlenmiştir. Farklı örneklem gruplarıyla soyutlama becerilerine ilişkin benzer çalışmalar yapılabilir.
- İncelenen çalışmaların örneklemleri göz önüne alındığında, özel gereksinimli öğrencilerle yapılan araştırmaların sayısının yetersiz olduğu tespit edilmiştir. Kapsayıcı eğitimin uygulanabilirliğini artırmak amacıyla, gelecekteki araştırmalarda bu örneklem grubuna yönelik soyutlamayı inceleyen çalışmaların sayısının artırılması önerilmektedir.

Araştırma ve Yayın Etiği

Bu çalışmada, Yükseköğretim Kurumları Bilimsel Araştırma ve Yayın Etiği Yönergesi' nde belirtilen tüm kurallara uyulmuştur. Yönergede *Bilimsel Araştırma ve Yayın Etiğine Aykırı Eylemler* başlığı altında açıklanan eylemlerden hiçbiri gerçekleştirilmemiştir.

Yazarların Katkı Oranı

Çalışma ikinci yazarın danışmanlığında birinci yazar tarafından yapılmıştır.

Çıkar Çatışması

Çıkar çatışması yoktur.

Kaynakça

Altun, M. (2008). *Eğitim fakülteleri ve ilköğretim öğretmenleri için matematik öğretimi*. Alfa Yayınları.

Altun, M., & Yılmaz, A. (2008). Lise öğrencilerinin tam değer fonksiyonu bilgisini oluşturma süreci. *Ankara Üniversitesi Eğitim Bilimleri Fakültesi Dergisi*, *41*(2), 237-271.

Arnon, I., Cottrill, J., Dubinsky, E., Oktaç, A., Fuentes, S. R., Trigueros, M., & Weller, K. (2013). *APOS theory: A framework for research and curriculum development in mathematics education*. Springer.

Asiala, M., Brown, A., DeVries, D., Dubinsky, E., Mathews, D., & Thomas, K. (1996). A framework for research and curriculum development in undergraduate mathematics education. *Research in Collegiate Mathematics Education*, *2*(3), 1-32.

Atasever, D. (2019). *Türkiye'de 2014-2018 yılları arasında matematik eğitimi alanında yapılan lisansüstü tezlerin analizi*. Yayımlanmamış yüksek lisans tezi. Bolu: Abant İzzet Baysal Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü.

Aydurmuş, L., Kayan, A. K., & Arslan, S. (2022). Türkiye'deki Gerçekçi Matematik Eğitimi Araştırmalarının Eğilimleri: İçerik Analizi. *Cumhuriyet Uluslararası Eğitim Dergisi*, *11*(4), 787-802.

Bikner-Ahsbahs, A. (2004).Towards the Emergence of Constructing Mathematical Meanings. In M. J. Hoines and A. B. Fuglestad (Eds.), *Proceedings of the 28th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*, 2, 119-126. Bergen, Norway: International Group for the Psychology of Mathematics Education (PME).

Çalık, M., Ünal, S., Coştu, B., & Karataş, F. O. (2008). Trends in Turkish science education. *Essays in Education*, *24*(1), 4.

Dreyfus, T. (2007). *Processes of abstraction in context the nested epistemic actions model*, http://-citeseerx.ist.psu.edu/-viewdoc/summary?doi=10.1.1.379.4416 EBSCO veri tabanından 12 Eylül 2020 tarihinde alındı.

Dreyfus, T., Hershkowitz, R., & Schwarz, B. (2001). Abstraction in context: the case of peer interaction. *Cognitive Science Quarterly*, *1*(3-4), 307–358.

Dubinsky, E. (1991). Reflective Abstraction in Advanced Mathematical Thinking. In David O. Tall (Ed.), *Advanced Mathematical Thinking* (pp. 95–123). Kluwer: Dordrecht.

Dubinksy, E. (2000). Mathematical literacy and abstraction in the 21st century. *School Science and Mathematics*, *100*(6), 289-297.

Dubinsky, E., & McDonald, M. A. (2001). APOS: A constructivist theory of learning in undergraduate mathematics education research. In D. Holton (Ed.), *The Teaching and Learning of Mathematics at University Level: An ICME Study* (pp. 275-282). The Netherlands: Kluwer Academic Publishers.

Dubinsky, E., Weller, K., McDonald, A., M., and Brown, A. (2005). Some historical issues and paradoxes regarding the concept of infinity: An Apos-based analysis: part 1. *Educational Studies in Mathematics, 58* (3), 335-359.

Dubinsky, E., Weller, K., Stenger, C., & Vidakovic, D. (2008). Infinite iterative process: the tennis ball problem. *European Journal of Pure and Applied Mathematics*, *1*(1), 99-121.

Fitriani, N., & Nurfauziah, P. (2019). Gender and mathematical abstraction on geometry. In *Journal of Physics: Conference Series* (Vol. 1315, No. 1, p. 012052). IOP Publishing.

Freudenthal, H. (1973). *Mathematics as an educational task*. Dordrecht: Reidel, Netherlands.

Harel, G., Selden, A., & Selden, J. (2006). Advanced mathematical thinking: Some PME perspectives. In *Handbook of research on the psychology of mathematics education* (pp. 147-172). Brill.

Hassan, I., & Mitchelmore, M. (2006). The role of abstraction in learning about rates of change. *Identities, cultures and learning spaces*, *1*, 278-285.

Hershkowitz, R., Schwarz, B., & Dreyfus, T. (2001). Abstraction in contexts: Epistemic actions. *Journal for Research in Mathematics Education, 32*(2), 195-222.

Kamii, C., & Baker-Housman, L. (2000). *Young children reinvent arithmetic: Implications of Piaget's theory*. Teachers College Press.

Kaplan, A., & Açıl, E. (2015). Ortaokul 4. sınıf öğrencilerinin eşitsizlik konusundaki bilgi oluşturma süreçlerinin incelenmesi. *Bayburt Eğitim Fakültesi Dergisi, 10*(1), 130-153.

Kidron, I., & Dreyfus, T. (2010). Justification enlightenment and combining constructions of knowledge. *Educational Studies in Mathematics, 74,* 75-93.

Kobak Demir, M. (2017). *Matematik öğretmenlerinin öğrencilerin bilgiyi yapılandırma sürecindeki rolünün incelenmesi*. Yayınlanmamış doktora tezi. Balıkesir: Balıkesir Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü.

Kobak-Demir, M., & Gür, H. (2017). Öğretmen adaylarının parabol bilgisini oluşturma süreçleri ve bu süreçte öğretmenin rolü: Durum çalışması. *Education Sciences, 11*(4), 195-216.

Krippendorff, K. (2004). *Content Analysis: An Introduction to Its Methodology* (2nd ed.). Thousand Oaks, CA: Sage.

Miles, M. B., & Huberman, A. M. (1994). *Qualitative data analysis: An expanded sourcebook*. Sage.

Mitchelmore, M. C. (2002). *The role of abstraction and generalisation in the development of mathematical knowledge*. In D. Edge & Y. B. Har (Eds.), Mathematics education for a knowledge-based era (Proceedings of the Second East Asia Regional Conference on Mathematics Education and the Ninth Southeast Asian Conference on Mathematics Education, Vol. 1, pp. 157-167). Singapore: Association of Mathematics Educators.

Otten, M., Van den Heuvel-Panhuizen, M., & Veldhuis, M. (2019). The balance model for teaching linear equations: a systematic literature review. *International Journal of STEM Education*, *6*, 1-21.

Piaget, J. (1977). The role of action in the development of thinking. In *Knowledge and Development: Volume 1 Advances in Research and Theory* (pp. 17-42). Boston, MA: Springer US.

Posner, M. I. (1970). Abstraction and the process of recognition. In *Psychology of learning and motivation* (Vol. 3, pp. 43-100). Academic Press.

Piaget, J. (2001). *Studies in reflecting abstraction* (R. L. Campell, Ed.) (1st ed.). England: Psychology Press.

Ron, G., Dreyfus, T., & Hershkowitz, R. (2010). Partially correct constructs illuminate students' inconsistent answers. *Educational Studies in Mathematics, 75,* 65-87.

Sancho, J. M. (2008). Opening students' minds. *Researching International Pedagogies: Sustainable Practice for Teaching and Learning in Higher Education*, 259-276.

Sezgin Memnun D., & Altun, M. (2012). İki altıncı sınıf öğrencisinin doğru denklemini oluşturma sürecinin incelenmesi. *Necatibey Eğitim Fakültesi Elektronik Fen ve Matematik Eğitimi Dergisi, 6*(1), 171-200.

Şefik, Ö., Uzun, Ö. E., & Dost, Ş. (2021). Content analysis of the apos theory studies on mathematics education conducted in turkey and internationally: a meta-synthesis study. *Necatibey Eğitim Fakültesi Elektronik Fen ve Matematik Eğitimi Dergisi*, *15*(2), 404-428.

Sözbilir, M., Kutu, H., & Yaşar, M. D. (2012). Science education research in Turkey: A content analysis of selected features of published papers. *In science education research and practice in Europe* (pp. 341-374). Brill.

Suri, H., & Clarke, D. (2009). Advancements in research synthesis methods: From a methodologically inclusive perspective. *Review of Educational Research*, *79*(1), 395-430.

Tanrıöğen A. (2014). *Bilimsel Araştırma Yöntemleri*. Anı Yayınevi.

Topuz, F., & Cantürk-Günhan, B. (2020). Content analysis of research on processes of constructing knowledge in mathematics education in Turkey. *Bartın University Journal of Faculty of Education,* 9(2), 279-300.

Tutak, T., & Güder, Y. (2014). Matematiksel modellemenin tanımı, kapsamı ve önemi. *Turkish Journal of Educational Studies, 1(1).*

Ültay, E., Akyurt, H., & Ültay, N. (2021). Sosyal bilimlerde betimsel içerik analizi. *IBAD Sosyal Bilimler Dergisi*, (10), 188-201.

von Glasersfeld, E. (1991). *Knowing without metaphysics: Aspects of the radical constructivist position*. Sage Publications, Inc.

Yıldırım, A., & Şimşek, H. (2008). *Sosyal bilimlerde nitel araştırma yöntemleri*. Seçkin Yayınevi.

Extended Abstract

Introduction

Mathematics is inherently considered an abstract subject (Frenkel, 2013). The investigation of how students acquire mathematical knowledge, a type of abstract knowledge, is of interest to scientists. In mathematics education, the fact that many mathematical concepts are acquired through abstraction necessitates understanding the knowledge construction process. In contemporary mathematics education, topics such as how students acquire knowledge, how they structure this knowledge in their minds, and what processes they go through are subjects of research (Sezgin Memnun & Altun, 2012).

Even though it is not possible to directly observe the process of knowledge formation in students' minds, knowing how knowledge is formed and what internal processes it undergoes allows teachers to make accurate and effective interventions in the instructional process (Sancho, 2008). Posner (1970) described this process as the abstraction process. Abstraction is the determination of what is essential in a specific situation, which can be a mathematical object, a procedure, or the coordination of both (Dubinsky, 2000). The abstraction process involves reorganizing previously formed mathematical knowledge vertically to create a new mathematical structure (Hershkowitz, Schwarz, & Dreyfus, 2001). A review of the literature reveals that various theories have emerged aiming to examine the abstraction process. These theories interpret the abstraction process from two different perspectives: cognitive (Piaget, APOS) and sociocultural (RBC).

Content analysis studies play a crucial role in understanding the developments presented by the Piaget, APOS, and RBC abstraction models in mathematics education and the impact of these models on this development. Content analysis is a research technique used to derive replicable and valid results from data by analyzing its content (Krippendorff, 1980).

The lack of content analysis research addressing graduate theses and articles found on Google Scholar regarding abstraction in mathematics education in Turkey makes this study valuable. It is believed that this study will fill a gap in the literature and guide future thesis and article research.

In this study, it is aimed to reveal the general trend related to mathematical abstraction in the field of mathematics education in Turkey by examining graduate theses and articles from various dimensions. In this regard, the question "What are the trends of graduate theses and articles related to abstraction in the field of mathematics education in Turkey?" was sought. The sub-problems of the research are as follows:

1. What is the distribution of graduate theses related to abstraction according to their types (Master's-Doctorate)?
2. What is the distribution of abstraction theories according to the years they were published?
3.What is the distribution of graduate theses and articles related to abstraction according to their types of samples?

4.What is the distribution of graduate theses and articles related to abstraction according to the learning areas they focused on?

5. What is the distribution of graduate theses and articles related to abstraction according to the strategies/methods they used?

6. What is the distribution of graduate theses and articles related to abstraction according to the results of the research?

7. What is the distribution of graduate theses and articles related to abstraction according to the recommendations of the research?

Model of the research

Document analysis involves the examination of written materials that contain information about the phenomenon or phenomena targeted for research (Tanrıöğen, 2014). The document analysis method, which can be described as the process of identifying primary or secondary sources that make up the research dataset, includes the collection, careful review, questioning, and analysis of various documents (Özkan, 2019). In this context, the document analysis method was used in the study.

Data Collection Tools

The data of the research consist of graduate theses related to mathematical abstraction in mathematics education, which meet the criteria determined by the researcher and are available in the database of the Higher Education Council National Thesis Center, as well as articles found on Google Scholar.

In this study, graduate theses and articles related to mathematical abstraction in mathematics education in Turkey were reviewed. The Publication Classification Form developed by Sözbilir et al. (2012) and adapted by the researcher for this study, was used to collect research data. The publication classification form consists of sections on the bibliographic details of the study, the theory used, method/design, research approach and method, type of sample, data collection tools, data analysis method, strategy/method used, learning area and sub-learning areas, study results, and study recommendations. During the adaptation of the form for the study, opinions were obtained from two different experts in mathematics education. Necessary revisions were made to the form based on the expert opinions. After making the corrections, the researcher finalized the form. Subsequently, the research data were collected from the graduate theses and articles included in the study using the publication classification form.

In this context, a total of 60 graduate theses related to 34 RBC+C Theory, four Piaget Abstraction Theory, and 22 APOS Theory, published between 2006-2023, and 25 articles published between 2010-2023 were reached. In this regard, the descriptive content analysis model was chosen for the analysis of the data collected in the study. The obtained graduate theses and articles were examined according to their types, years of publication, methods used, types of samples, types of data collection tools, types of data analysis methods, learning areas they focused on, results, and recommendations. The results were presented through frequency, percentage tables, and graphs.

Analysis of Data

Qualitative data analysis involves adopting an inductive, creative, and descriptive approach, systematically categorizing the data, examining them multiple times to better understand the categories and the relationships between them, describing and analyzing the data, and building the analysis on a process (Ekiz, 2017). The analysis of the data collected within the scope of the research consists of the stages of creating categories, identifying codes and themes, and generating and interpreting findings.

Conclusion and Recommendations

As a result of the research, it was determined that most of the examined graduate theses were at the master's level, the qualitative method was preferred more than the quantitative and mixed methods, case studies were generally preferred as the research method, and middle school and undergraduate students were commonly used as sample groups. Additionally, researchers frequently used data collection tools such as interviews, document/record analysis, and observation. The studies were mainly conducted in the learning areas of numbers and operations and, due to the nature of the studies, were related to RBC/RBC+C theory, APOS theory, ACE cycle, and, differently, realistic mathematics education.

As a result of this study, various recommendations were presented for researchers and educational practices. These recommendations serve as a guide for researchers working on mathematical abstraction and constitute an important resource for more effectively integrating the findings into educational processes.

EK 1.

Kod	Yıl	Yazar	Yayın Adı	Yayın Türü
R1	2019	Ali İLHAN	9. Sınıf Öğrencilerinin Farklı Temsiller Bağlamında Fonksiyon Kavramı Bilgisi Oluşturma Süreçleri	Yüksek Lisans
R2	2019	Berk HASAR	Farklı Matematiksel Motivasyon Düzeylerine Sahip 6. Sınıf Öğrencilerinin Tam Sayılar Alt Öğrenme Alanındaki Bilgiyi Oluşturma Süreçlerinin İncelenmesi	Yüksek Lisans
R3	2014	Burcu ÇELEBİOĞLU	Kesir Kavramına İlişkin Bilgi Oluşturma Sürecinin İncelenmesi	Doktora
R4	2012	Bülent Nuri ÖZCAN	İlköğretim Öğrencilerinin Geometrik Düşünme Düzeylerinin Geliştirilmesinde Bilgiyi Oluşturma Süreçlerinin İncelenmesi	Doktora
R5	2019	Büşra AYDIN ÇINAR	8. Sınıf Öğrencilerinin Eğim Bilgisini Oluşturma Süreçlerinin İncelenmesi	Yüksek Lisans
R6	2019	Büşra YILDIRIM	Ortaokul 6. Sınıf Öğrencilerinin Kesirlerle Bölme Algoritması Oluşturma Sürecinin İncelenmesi	Yüksek Lisans
R7	2019	Cengiz SÜZEN	Eşitsizlik Kavramına İlişkin Bilgi Oluşturma Sürecinin İncelenmesi	Yüksek Lisans
R8	2019	Demet TEMİZ	Altıncı Sınıf Öğrencilerinin Açı Konusu Öğreniminde Modelleme Etkinliklerine Dayalı Bilgiyi Oluşturma ve Pekiştirme Süreçleri	Yüksek Lisans
R9	2011	Dilek SEZGİN MEMNUN	İlköğretim Altıncı Sınıf Öğrencilerinin Analitik Geometrinin Koordinat Sistemi ve Doğru Denklemi Kavramlarını Yapılandırmacı Öğrenme ve Gerçekçi Matematik Eğitimine Göre Oluşturması Süreçlerinin Araştırılması	Doktora
R10	2018	Duygu ALTAYLI ÖZGÜL	Ortaokul Öğrencilerinin Çokgenler Konusundaki Soyutlama Süreçlerinin İncelenmesi: RBC+C Modeli	Doktora
R11	2021	Emre DURASI	Akademik Başarısı Yüksek 6. Sınıf Öğrencilerin Scratch Programı ile Tamsayılar Konusunda Algoritma Üretme Süreçleri ve Yapılarının İncelenmesi	Yüksek Lisans

R12	2021	Emre EROĞLU	Yedinci Sınıf Öğrencilerinin Merkezi Eğilim Ölçüleri Konusuna İlişkin Bilgiyi Oluşturma Süreçlerinin İncelenmesi	Yüksek Lisans
R13	2020	Fatih Mehmet HİSAR	Yedinci Sınıf Çokgenler Konusunda 5E Öğrenme Döngüsüne Göre Epistemik Eylemlerin RBC Soyutlama Modeliyle İncelenmesi	Doktora
R14	2020	Fulya BAYRAKTAR	Ortaokul Altıncı Sınıf Öğrencilerinin Çarpanlar ve Katlar Konusundaki Bilgi Oluşturma Süreçlerinin RBC+C Modeli ile İncelenmesi	Yüksek Lisans
R15	2022	İlhan OKUYUCU	Ortaokul Öğrencilerinin Dikdörtgenler Prizmasının Alan ve Hacim Bağıntılarını Oluşturma Süreçlerinin İncelenmesi	Yüksek Lisans
R16	2022	Kader AYDIN	Gerçek Yaşam Problemleri ile Tasarlanan Öğretimin Ortaokul Öğrencilerinin Matematiksel Soyutlama Becerilerine Etkisinin İncelenmesi: RBC+C Modeli	Yüksek Lisans
R17	2023	Kübra ÖZTÜRK BAŞEĞMEZ	RBC Soyutlama Modeline Göre Düzlemde Öteleme ve Dönme Kavramının Farklı Düşünme Yapılarına Sahip Öğretmen Adayları Üzerinde İncelenmesi	Yüksek Lisans
R18	2021	Mehmet Çağlar COŞAR	Öğrenmede Farklı Güdüsel Stratejilere Sahip Üstün Yetenekli Öğrencilerin Matematiksel Soyutlama Süreçlerinin İncelenmesi	Doktora
R19	2017	Mevhibe KOBAK DEMİR	Matematik Öğretmenlerinin Öğrencilerin Bilgiyi Yapılandırma Sürecindeki Rolünün İncelenmesi	Doktora
R20	2021	Mustafa Çağrı GÜRBÜZ	Ortaokul Öğrencilerinin Cebirsel Kavramları Soyutlama Süreçlerinin İncelenmesi	Doktora
R21	2020	Ozan PALA	İspat İmajının Dinamiklerinin Sonsuz Kümelerin Denkliği Bağlamında İncelenmesi	Doktora
R22	2010	Öznur KÖSE TUNALI	Açı Kavramının Gerçekçi Matematik Öğretimi ve Yapılandırmacı Kurama Göre Öğretiminin Karşılaştırılması	Yüksek Lisans
R23	2010	Recai AKKAYA	Olasılık ve İstatistik Öğrenme Alanındaki Kavramların Gerçekçi Matematik Eğitimi ve Yapılandırmacılık Kuramına Göre Bilgi Oluşturma Sürecinin İncelenmesi	Doktora
R24	2021	Rümeysa YILMAZ	Cebirsel Kavram ve Genellemelerinin, Soyutlama Sürecine Uygun Öğretiminin Tasarımı, Uygulanması ve Değerlendirilmesi	Doktora
R25	2006	Sibel YEŞİLDERE	Farklı Matematiksel Güce Sahip İlköğretim 6, 7 ve 8. Sınıf Öğrencilerinin Matematiksel Düşünme ve Bilgiyi Oluşturma Süreçlerinin İncelenmesi	Doktora
R26	2018	Soner BULUT	Ortaokul 6.Sınıf Öğrencilerinin Üçgende Alan Bilgisini Oluşturma Sürecinin RBC+C Modeline Göre İncelenmesi	Yüksek Lisans
R27	2019	Sultan ELDEKCİ	7. Sınıf Düzeyindeki Ortaokul Öğrencilerinin Değişken Kavramını Soyutlama Sürecinin RBC Modeliyle Ortaya Çıkarılması	Yüksek Lisans

R28	2015	Tuğba ULAŞ	Sekizinci Sınıf Öğrencilerinin Özdeşlik Kavramını Oluşturma Süreçlerinin İncelenmesi	Yüksek Lisans
R29	2018	Yakup DİNÇ	Sekizinci Sınıf Öğrencilerinin Kareköklü Sayılar Konusunda Bilgiyi Oluşturma Süreçlerinin İncelenmesi	Yüksek Lisans
R30	2010	Yasemin KATRANCI	Olasılığın Temel Kuralları Bilgisinin Yapılandırmacı Kurama Göre Oluşturulması Sürecinin İncelenmesi	Yüksek Lisans
R31	2021	Zeynep Filiz ARAMIŞ	7. Sınıf Öğrencilerinin RBC+C Modeli Bağlamında Oran ve Orantı Konusundaki Bilgi Oluşturma Süreçleri	Yüksek Lisans
R32	2017	Zeynep HAN ŞİMŞEKLER	Özel Yetenekli Çocuklarda Matematiksel Soyutlama	Yüksek Lisans
R33	2018	Hatice Kübra GÜLER Çiğdem ARSLAN	Matematik Öğretmeni Adaylarının Düzlemde Dönme Dönüşümü Formüllerini Oluşturma Sürecinin İncelenmesi	Makale
R34	2016	Duygu ALTAYLI ÖZGÜL Abdullah KAPLAN	7. Sınıf Öğrencilerinin Silindirin Yüzey Alanı Konusundaki Soyutlama Süreçlerinin ve Paylaşılan Bilgilerinin İncelenmesi	Makale
R35	2021	Esra KARATAŞ	Matematik Eğitiminde Bir Etkinlik Örneği: Çevrel Üçgenler	Makale
R36	2010	Murat ALTUN Aslıhan YILMAZ	Lise Öğrencilerinin Parçalı Fonksiyon Bilgisini Oluşturma ve Pekiştirme Süreci	Makale
R37	2021	Rumeysa BEYAZHANÇER YILMAZ	7. Sınıf Cebir Kavram ve Genellemelerinin Soyutlanma Sürecinin Öğrenme Ortamında Değerlendirilmesi	Makale
R38	2021	Ozan PALA Esra AKSOY Serkan NARLI	Formal İspatın Mevcut Olmadığı Bir Durumda İspat İmajı Var Olabilir Mi?: Başarısız Bir İspat Girişiminin Analizi	Makale
R39	2019	Özlem KALAYCI Recai AKKAYA	Altıncı Sınıf Öğrencilerin Doğru Orantı Ve Ters Orantı Bilgisini Oluşturma Sürecinin Rbc+C Modeline Göre İncelenmesi: Bir Öğretim Deneyi	Makale
R40	2008	Murat ALTUN Aslıhan YILMAZ	Lise Öğrencilerinin Tam Değer Fonksiyonu Bilgisini Oluşturma Süreci	Makale
R41	2018	Özlem ÇUBUKLUÖZ Tuba ADIGÜZEL Burçin GÖKKURT ÖZDEMİR Recai AKKAYA	Ortaokul 7. Sınıf Öğrencilerinin En Büyük Ortak Bölen ve En Küçük Ortak Kat Konusundaki Bilgi Oluşturma Süreçlerinin RBC+C Modeli ile İncelenmesi	Makale
R42	2015	Abdullah KAPLAN	Ortaokul 4. Sınıf Öğrencilerinin Eşitsizlik Konusundaki Bilgi Oluşturma Süreçlerinin İncelenmesi	Makale

		Elif AÇIL		
R43	2013	Murat ALTUN Burcu DURMAZ	Doğrusal İlişki Bilgisini Oluşturma Süreci Üzerine Bir Durum Çalışması	Makale
R44	2018	Mustafa Çağrı GÜRBÜZ Murat AĞSU M. Emin ÖZDEMİR	An Analysis of How Preservice Math Teachers Construct The Concept of Limit in Their Minds	Makale
R45	2018	Hatice Kübra GÜLER Mustafa Çağrı GÜRBÜZ	Construction Process of the Length of $\sqrt[3]{2}$ by Paper Folding	Makale
R46	2016	Dilek SEZGİN MEMNUN Bünyamin AYDIN Ömer ÖZBİLEN Güneş EROĞAN	The Abstraction Process of Limit Knowledge	Makale
R47	2011	Murat ALTUN Aslıhan YILMAZ KAYAPINAR	Lise Öğrencilerinin Parçalı Fonksiyon Üzerine İşaret Fonksiyonu Bilgisini Oluşturma Süreci	Makale
R48	2017	Hatice Kübra GÜLER Çiğdem ARSLAN	Consolidatıon of Similarity Knowledge via Pythagorean Theorem: A Turkish Case Study	Makale
A1	2017	Azize BAHAR	İlköğretim Matematik Öğretmen Adaylarının Olasılık Kavramına Yönelik Bilgi Oluşturma Süreçlerinin İncelenmesi	Yüksek Lisans
A2	2021	Dilek HAZAR	Üç Boyutlu Hologram Destekli Öğrenmede Lineer Cebir Kavramlarının Oluşturulma Sürecinin İncelenmesi	Doktora
A3	2015	Elif AÇIL	Ortaokul 3. Sınıf Öğrencilerin Denklem Kavramına Yönelik Soyutlama Süreçlerinin İncelenmesi: APOS Teorisi	Doktora
A4	2019	Elif Nur OCAKBAŞI	Gerçekçi Matematik Eğitimi Temelli Öğrenme Ortamında 8.Sınıf Öğrencilerinin Karekök Kavramını Oluşturma Süreçleri	Yüksek Lisans
A5	2013	Erdem ÇEKMEZ	Dinamik Matematik Yazılımı Kullanımının Öğrencilerin Türev Kavramının Geometrik Boyutuna İlişkin Anlamalarına Etkisi	Doktora
A6	2021	Fatma AĞAÇDİKEN	5. Sınıf Öğrencilerinin Alan Kavramını Dinamik Matematik Yazılımı Destekli Öğretim Ortamında Oluşturma Süreçleri: Dikdörtgen Durumu	Yüksek Lisans
A7	2020	Funda BAYRAKTAR	5. Sınıf Yüzdeler Konusunun Probleme Dayalı Öğretiminin APOS Teorisi ile İncelenmesi	Yüksek Lisans

A8	2022	Gamze BAĞ	İlköğretim Matematik Öğretmen Adaylarının Yaratıcı Drama Yöntemi ile Öğrenme Kuramlarını Deneyimlemesi	Yüksek Lisans
A9	2023	Halil ÇALLIK	7. Sınıf Yüzdeler Konusunun Hata Temelli Aktiviteler ile Öğretiminin APOS Teorik Çerçevesinde İncelenmesi	Yüksek Lisans
A10	2015	Hatice AÇAN	8. Sınıf Öğrencilerinin Dönüşüm Geometrisinde Bilgiyi Oluşturma Süreçlerinin İncelenmesi	Yüksek Lisans
A11	2019	Hüsniye Aybüke BALCI	Investigating Mathematics Teacher Educators' Specialised Knowledge For Teaching Geometric Transformations	Yüksek Lisans
A12	2009	İbrahim ÇETİN	Students' Understanding Of Limit Concept: An APOS Perspective	Doktora
A13	2019	Merve DÜNDAR	Gerçekçi Matematik Eğitimi Temelli Öğrenme Ortamında Altıncı Sınıf Öğrencilerinin Prizmanın Hacmi Kavramını Oluşturma Süreçleri	Yüksek Lisans
A14	2018	Merve KOÇYİĞİT GÜRBÜZ	Yedinci Sınıf Öğrencilerinin Etkinlik Temelli Öğrenme Yaklaşımı Altında Oran-Orantı Kavramlarını Oluşturma Süreçlerinin İncelenmesi: APOS Teorisi	Yüksek Lisans
A15	2023	Nehir KEYİK	6. Sınıf Öğrencilerinin Çarpan ve Kat Kavramlarını Gerçekçi Matematik Eğitimi Ortamında Oluşturma Süreçleri	Yüksek Lisans
A16	2022	Onur BATIR	APOS Teorisinin Maksimum Minimum Problemlerini Anlamada Bir Çerçeve Olarak Kullanılmasının Başarı ve Tutuma Etkisi	Doktora
A17	2014	Ömer DENİZ	8. Sınıf Öğrencilerinin Gerçekçi Matematik Eğitimi Yaklaşımı Altında Eğim Kavramını Oluşturma Süreçlerinin APOS Teorik Çerçevesinde İncelenmesi	Yüksek Lisans
A18	2017	Özgün ŞEFİK	Öğrencilerin İki Değişkenli Fonksiyon Kavramını Anlamalarının APOS Teorisi ile Analizi	Yüksek Lisans
A19	2018	Rabia ÖKSÜZ	5. Sınıf Öğrencilerinin Kesir Kavramını Oluşturma Süreçlerinin APOS Teorik Çerçevesinde İncelenmesi	Yüksek Lisans
A20	2017	Seher AVCU	Ortaokul Matematik Öğretmen Adaylarının Geometrik Dönüşümler ile İlgili Gelişen Anlayışları	Doktora
A21	2014	Yusuf Emre ERCİRE	İrrasyonel Sayı Kavramına İlişkin Yaşanılan Güçlüklerin İncelenmesi	Yüksek Lisans
A22	2011	Rezan YILMAZ	Matematiksel Soyutlama ve Genelleme Süreçlerinde Görselleştirme ve Rolü	Doktora
A23	2022	Ferhat ÖZDEMİR Recep ARSLANER	ACE Döngüsüne Dayalı Öğrenme Ortamı Hakkında Öğrenci Görüşleri	Makale
A24	2019	Serpil YORGANCI	Bilgisayar Destekli Soyut Cebir Öğretiminin Başarıya ve Matematiğe Karşı Tutuma Etkisi: ISETL Örneği	Makale

A25	2011	Tangül UYGUR KABAEL	Tek Değişkenli Fonksiyonların İki Değişkenli Fonksiyonlara Genellenmesi, Fonksiyon Makinesi ve APOS	Makale
A26	2022	Murat AKARSU Kübra İLER	Matematik Öğretmenlerinin Yansıma Dönüşümünün Tanım Kümesini Hareket ve Eşleştirme Perspektiflerine Göre Anlamalarının İncelenmesi	Makale
A27	2015	Tangül KABAEL	Analysis II Students' Construction of Polar Functions	Makale
A28	2014	Pınar ANAPA SABAN Kürşat YENİLMEZ Emre EV ÇİMEN	Niceleyici İçeren Matematiksel İfadelere Dair Öğrenci Algılarının Karakterizasyonu	Makale
A29	2018	Selin URHAN Şenol DOST	The Analysis of Pre-service Math Teachers' Level of Understanding the Derivative Concept within the Context of APOS Theory	Makale
P1	2018	Faik CAMCİ	Altıncı Sınıf Öğrencilerinin Tahmini Öğrenme Yol Haritası Çerçevesinde Tasarlanan Bir Öğretim Deneyindeki Matematiksel Soyutlama Süreçleri	Doktora
P2	2022	Gülşade SAVAŞ	Öğrencilerin Dönel Simetri Kavramına İlişkin Gelişimlerinin ve Soyutlama Düzeylerinin İncelenmesi	Yüksek Lisans
P3	2008	Seda FAYDACI	İlköğretim 6. Sınıf Öğrencilerine Geometrik Dönüşümlerden Öteleme Kavramının Bilgisayar Destekli Ortamda Öğretiminin İncelenmesi	Yüksek Lisans
P4	2020	Tuğçe TOYGAN	Ortaokul Kaynaştırma Öğrencilerinin Matematik Soyutlama Düzeylerinin İncelenmesi	Yüksek Lisans