MERSİN ÜNİVERSİTESİ
EĞİTİM FAKÜLTESİ DERGİSİ
ARAŞTIRMA MAKALESİ
DOI: 10.17860/mersinefd.1508812

MERSİN UNIVERSITY
JOURNAL OF THE FACULTY OF EDUCATION
RESEARCH ARTICLE
2023; 20(3): 490-510

Yedinci Sınıf Öğrencilerinin RBC+C Modeli Bağlamında Orantı Kavramına İlişkin Bilgi Oluşturma Süreçleri*

Zeynep Filiz ARAMIŞ BARIŞ**
Semiha KULA ÜNVER***

Öz: Yedinci sınıf öğrencilerinin RBC+C modeli bağlamında orantı kavramına ilişkin bilgi oluşturma süreçlerinin incelenmesinin amaçlandığı bu çalışma durum çalışması ile gerçekleştirilmiştir. Çalışmanın katılımcıları farklı başarı seviyelerine sahip altı yedinci sınıf öğrencisinden oluşmaktadır. Video ve ses kayıtları, yarı-yapılandırılmış görüşmeler ve öğrencilerin problem çözümlerini gerçekleştirdikleri yazılı dokümanlar araştırmanın veri toplama araçlarını oluşturmuştur. Görüşmelerde öğrencilere "Orantı ve Doğru Orantı Bilgisini Oluşturma Sürecini İnceleme Formu" uygulanmıştır. Elde edilen veriler RBC+C modeli çerçevesinde yorumlanarak analiz edilmiştir. Çalışmanın sonucunda; orantı kavramını oluşturma sürecinde yüksek ve orta başarı seviyesindeki öğrencilerin, düşük başarı seviyesindeki öğrencilere göre tanıma, kullanma, oluşturma ve pekiştirme eylemlerini daha kolay gerçekleştirdikleri görülmüştür. Bu durumda öğrencilerin orantı kavramı ile ilişkili var olan bilgilerini doğru bir şekilde oluşturmuş olması etkili olmuştur. Bunun yanı sıra orta başarı seviyesindeki öğrencilerin oluşturdukları bilgileri farklı problem durumlarında tanıyıp kullanmada zorlandıkları, düşük başarı seviyesindeki öğrencilerin ise problemleri çözerken çarpımsal düşünmek yerine toplamsal düşündükleri belirlenmiştir. Öğrencilerin karşılaştıkları zorlukların üstesinden gelebilmek için grup arkadaşları ile fikir alışverişinde bulundukları ve birbirlerinin hatalarını düzelttikleri gözlemlenmiştir. Bu bağlamda akran etkileşimlerinin öğrencilerin yeni kavramlara ulaşmasında etkili olduğu sonucuna ulaşılmıştır. Gelecek çalışmalarda başarı düzeyleri farklı olan daha kalabalık gruplarla, farklı konular ve etkinlikleri içeren çalışmaların yapılması önerilmektedir.
Anahtar Kelimeler: matematik eğitimi, bilgi oluşturma, soyutlama, RBC+C, orantı.

Seventh Grade Students' Knowledge Construction Processes of Proportion Concepts Through RBC+C Model

Abstract: This study aimed to investigate the knowledge construction processes of seventh-grade students regarding proportion within the framework of the RBC+C model and was conducted as a case study. The participants consisted of six seventh-grade students with varying levels of mathematical achievement. Data were collected through semi-structured interviews, video and audio recordings, and written documents containing the students' solutions. During the interviews, the "Examination Form for the Construction of the Knowledge of Proportion and Direct Proportion" was administered. The data were analyzed and interpreted based on the RBC+C model. The findings revealed that students with high and medium levels of mathematical achievement were able to perform the actions of recognizing, building-with, constructing, and consolidating knowledge more effectively compared to students with lower achievement levels. This difference was attributed to the correct formation of prior knowledge related to proportion. Additionally, it was observed that students with medium achievement levels struggled to recognize and apply their constructed knowledge in varying problem contexts. Meanwhile, students with lower achievement levels approached problems with additive reasoning rather than multiplicative reasoning. Future research could explore these processes with larger groups, incorporating participants of varying achievement levels and engaging with different topics and activities to provide further insights.
Keywords: mathematics education, knowledge construction, abstraction, RBC+C, proportion.

* Birinci yazarın yüksek lisans tezinden üretilen bu çalışma, 23-25 Eylül 2022 tarihlerinde gerçekleştirilen III. Uluslararası Bilim, Eğitim, Sanat ve Teknoloji Sempozyumu'nda sunulan "7. sınıf öğrencilerinin RBC+C modeli bağlamında orantı kavramına ilişkin bilgi oluşturma süreçleri" başlıklı bildirinin genişletilmiş halidir.
** Doktora öğrencisi, Dokuz Eylül Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü, İzmir-Türkiye, ORCID: 0000-0002-6644-6764, e-posta: filiz.aramis@hotmail.com
****Sorumlu yazar,* Doç. Dr., Dokuz Eylül Üniversitesi, Buca Eğitim Fakültesi, İzmir-Türkiye, ORCID: 0000-0003-0365-1936, e-posta: semiha.kula@deu.edu.tr

Geliş tarihi: 9 Temmuz 2024 / Kabul tarihi: 10 Aralık 2024

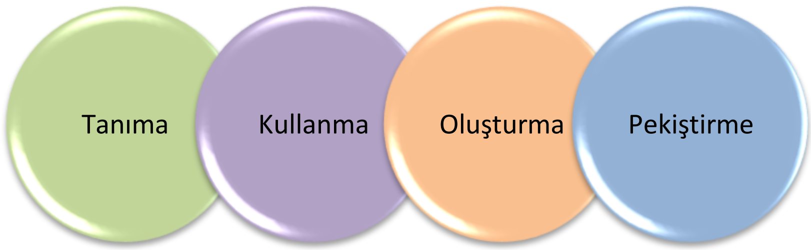
Giriş

Matematik Dersi Öğretim Programı'nın (2018) genel amaçları doğrultusunda öğrenciden; matematiksel kavramları anlayabilmesi, bu kavramları gerçek yaşamda kullanabilmesi, problem çözme sürecinde kendi düşünce ve akıl yürütmelerini rahatlıkla ifade edebilmesi, matematiğin anlam ve dilini kullanarak insan ile nesneler arasındaki ilişkileri ve nesnelerin birbirleriyle ilişkilerini anlamlandırabilmesi, bilgi üretebilmesi ve kullanabilmesi beklenmektedir. Bu doğrultuda bireyin matematiksel kavramları sadece öğretim yolu ile edinebileceğini varsaymak büyük bir yanılgı olarak görülmekte (Piaget, 1953) ve bahsi geçen amaçlar doğrultusunda bireyin nasıl öğrendiği sorusu oldukça önem taşımaktadır. İnsanların temel ve uyarlanabilir bir işlevi olan öğrenme sürecinde, genellikle okullarda resmi eğitim gerektiren örneğin matematik dersi gibi sistematik ve organize bilgi sistemlerinin artan hacmi ve karmaşıklığı nedeniyle öğrenci zorlukları yaşanmaktadır (Bransford vd., 2000). Öğrencilerin bu zorlukların üstesinden gelmelerine destek olmak ve öğrenme sürecini anlamlandırmak için matematiksel kavramları zihinlerinde nasıl oluşturduklarını, oluştururken ne gibi zihinsel süreçlerden geçtiklerini, bu süreçlerde nelerin etkili olduğunu ve ne tür koşulların bu sürece katkı sağladığını (Altun ve Yılmaz, 2008; Sezgin Memnun, 2011) belirlemede bilgi oluşturma süreçlerine odaklanılması önemli görülmektedir.

Bilgi oluşturma süreçleri; öğrencilerin matematiksel kavramları anlamlandırdıkları, yeni kavramlar oluşturdukları, kavramları ilişkilendirdikleri ve soyutlamalar yaptıkları süreçlerdir. Matematiksel kavramları anlamlandırmak; bireyin matematiksel bilgiyi kendi zihninde oluşturması ile mümkün (Kılıçoğlu, 2020) iken bilgiyi oluşturma süreci ise bilginin soyutlanması ile doğrudan ilişkilidir (Hershkowitz vd., 2001). Dubinsky (2000), öğrencilerden beklenen bilgi veya beceri düzeyi ne olursa olsun matematik eğitimi sürecinin soyutlama kavramını içermesi gerektiğini ve soyutlamanın bu sürecin en önemli bileşeni olduğunu vurgulamıştır. Çünkü matematiksel kavramların öğrenciler tarafından oluşturulması ve anlamlandırabilmesi öğrencilerin soyutlama yapmalarını gerektirmektedir (Mitchelmore ve White, 2000). Yeni kavramların doğrudan aktarılmasının aksine öğrenciler ancak soyutlama yaptıklarında matematiği anlamlandıracak, yeni kavramlar oluşturacak, öğrenme süreci daha anlamlı ve kalıcı olacaktır (Hendriana ve Fitriani, 2019). Matematiğin soyut kavramlardan oluştuğu ve bu kavramların soyutlamalar sonucunda elde edildiği (Altun, 2008) düşünüldüğünde; soyutlamaları içeren bilgi oluşturma süreçlerinin derinlemesine incelenmesi gerekmektedir.

Öğrencilerin soyut matematiksel bilgiyi, kişisel geçmişlerini ve öğrenme ortamlarını içeren bir bağlamda oluşturma süreçlerini incelemek için Herskhowitz, Schwartz ve Dreyfus tarafından 2001 yılında Bağlamda Soyutlama (Abstraction in Context) Teorisi ortaya koyulmuştur (Dreyfus vd., 2015). Bu teoriye göre soyutlama, özünde doğrudan gözlemlenemeyen zihinsel bir aktivitedir (Dreyfus vd., 2001). Bu nedenle soyutlama süreçlerini gözlemlenebilir kılmak için bu süreçleri açıkça görmemizi sağlayacak teorik ve analitik mercekler kullanmamız gerekmektedir. Bu doğrultuda Dreyfus ve diğerleri (2001) öğrencilerin soyutlama süreçlerini gözlemleyip tanımlamaya olanak sağlayan RBC (Recognizing-Building with-Constructing) adını verdikleri soyutlama modelini ortaya koymuşlardır. Bu model; tanıma (recognizing), kullanma (building-with) ve oluşturma (constructing) eylemlerinden meydana gelmektedir. Modelin ortaya atılmasından sonraki çalışmalar, modele dördüncü eylem olan pekiştirme eyleminin eklenmesi ihtiyacını doğurmuş ve pekiştirme (consolidation) eyleminin (bkz. Şekil 1) de eklenmesi (Dreyfus, 2007) ile RBC+C modeli Recognizing-Building with-Constructing-Consolidation) geliştirilmiştir.

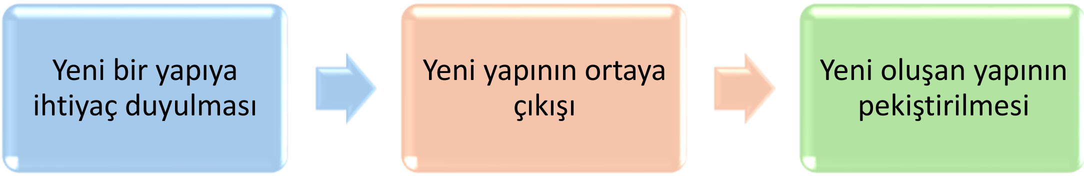
Şekil 1.
RBC+C Modeli Epistemik Eylemleri



RBC+C modelinin eylemlerinden ilki olan tanıma eylemi daha önceden bilinen, tanıdık matematiksel yapıların mevcut duruma uyarlanarak kullanılabileceğinin fark edilmesidir (Hershkowitz vd., 2001). Kullanma eylemi, öğrencinin hedefe ulaşmada önceden oluşturulmuş matematiksel yapılarını bütünleştirmesi ile oluşturma eylemi ise mevcut matematiksel yapıyı kullanarak yeni yapılar oluşturma süreci ile ilgilenmekte (Dreyfus, 2007). Sonradan modele eklenen pekiştirme eyleminde ise daha önceden oluşturulan matematiksel bilgiyi öğrencinin tanıma ve kullanma eylemleri yoluyla sağlamlaştırması söz konusudur (Dreyfus, 2007).

Dreyfus ve diğerleri (2001) tarafından RBC+C soyutlama modelinin işleyişinin yani soyutlamanın oluşumunun üç aşamalı bir süreçten geçtiği varsayılmaktadır (bkz Şekil 2).

Şekil 2.
Soyutlama Oluşumunun Üç Aşamalı Süreci



Soyutlamanın oluşumu için öncelikle yeni bir yapıya ihtiyaç duyulması sonraki aşamada var olan yapıların tanınması ve kullanılması sonucu yeni bir soyut yapının oluşturulması ve son aşamada yeni oluşan soyut yapının sağlamlaştırılması, kişinin bu yapıyı giderek artan bir kolaylıkla tanıması ve karşılaştığı durumlarda kullanması gerekmektedir (Dreyfus vd., 2001). Bu çalışma ile de yedinci sınıf öğrencilerinin orantı kavramına ilişkin soyutlama süreçlerinin oluşumu ortaya koyulmak istenmektedir. Öğrencilerin bilgi oluşturma süreçlerinin belirli bir bağlamda gerçekleştiği ve bu sürecin sosyal bir süreç olduğu göz önünde bulundurularak Bağlamda Soyutlama Teorisi kuramsal çerçeve olarak seçilmiş ve öğrencilerin bilgi oluşturma ve pekiştirme süreçlerini analiz etmede RBC+C soyutlama modelinden analitik araç olarak yararlanılmıştır. Ayrıca bu modelin soyutlama süreçlerini problemler üzerinden incelemeye olanak sağlaması açısından yapılan araştırmaya uygun olduğu düşünülmüştür.

Oran ve orantı konusu matematikte birçok cebirsel ve geometrik kavramın geliştirilmesinde anahtar role sahiptir (Ben-Chaim vd., 2012; Thompson, 1994). Bunun yanı sıra kalkülüs ve ileri matematiğin temelini oluşturan olasılık, fonksiyon ve değişim oranları gibi konuların kavranmasına temel oluşturması açısından da önemli bir konudur (Matthews ve Ellis, 2018). Örneğin lisede bir öğrencinin trigonometri kavramını kazanabilmesi için oran ve orantı kavramlarına ilişkin doğru ve iyi bir anlayışa sahip olması gerekmektedir (Taylor ve Taylor, 2013). Ayrıca oran ve orantı kavramları hem diğer disiplinlerde hem de günlük hayatımızda çokça kullandığımız kavramlar olarak karşımıza çıktığından (Ben-Chaim vd., 2012) karşılaştığımız problemlere etkili çözümler bulmada da oldukça önem arz etmektedir. Önemli bir konu olmasına karşın oran ve orantı kavramları öğretmenler için öğretmesi, öğrenciler için ise öğrenilmesi zorlayıcı bir konudur (Bintz ve Moore, 2020). Ek olarak, birbiriyle bağlantılı olan kesir, oran ve rasyonel sayı kavramları karmaşıktır ve bu nedenle öğretimin orantılı akıl yürütmeyi destekleyen düşünme süreçlerini kolaylaştıracak şekilde düzenlenmesi gerekmektedir (Lamon, 2005). Oran ve orantı konusu ile ilgili yapılan farklı çalışmalarda da oran ve orantı kavramlarının anlaşılmasının zor olduğuna ve bu kavramlara yönelik çeşitli yanılgılara sahip olunulduğuna dikkat çekilmektedir (Adak ve Aliustaoğlu, 2020; Arıcan, 2020; Ayan-Civak vd., 2021; Çalışkan, 2023; Çelik ve Özdemir, 2011; Çetiner, 2022; Doğan ve Çetin, 2009; Karaduman, 2019; Lamon 2007; Martinez ve Dougherty, 2020; Mersin, 2018). Bu durum, öğrencilerin sahip oldukları bu yanılgıların giderilmesi ve karşılaşılan zorlukların üstesinden gelinebilmesi için bu kavramların anlamlı bir şekilde öğrenilmesi ve öğrenmenin gerçekleştiği bu süreçlerin incelenmesinin önemini ve gerekliliğini ortaya koymaktadır.

Alanyazın incelendiğinde ülkemizde yapılan çalışmaların genellikle öğrencilerin orantı kavramına ilişkin yanılgıları, orantısal akıl yürütme beceri düzeyleri ve orantı problemlerinde kullandıkları stratejiler ile ilgili olduğu görülmektedir (Adak ve Aliustaoğlu 2020; Altaylı, 2012; Avcu, 2010; Çalışkan, 2023; Duatepe vd., 2005; Kaplan vd., 2011). Yapılan araştırma, öğrencilerin orantı kavramını oluşturma ve pekiştirme süreçlerini RBC+C soyutlama modeli bağlamında açığa çıkaracak olması, hangi adımlarda zorlandıklarının belirlenmesi, kavram yanılgılarının önlenebilmesi, öğretiminin planlanması, öğrenme ortamların düzenlenmesi ve zorlukların üstesinden gelinmesinde eğitimcilere yol göstermesi açısından önemli görülmektedir. Ayrıca oran ve orantı konusunun temelini oluşturduğu birçok konuda yapılacak olan araştırmalara ve alanyazına katkı sağlaması beklenmektedir. Bu doğrultuda araştırmanın amacı, farklı başarı düzeylerindeki yedinci sınıf öğrencilerinin orantı kavramını oluşturma ve pekiştirme süreçlerini incelemektir. Ayrıca yapılan çalışmada farklı matematik başarı düzeylerine sahip öğrencilerin bilgi oluşturma süreçleri incelenerek; bilgiyi nasıl oluşturduklarını karşılaştırmak, hangi adımlarda zorlandıklarını belirlemek, bilgi oluşturma süreçleri hakkında fikir edinmek amaçlanmaktadır.

Yöntem

Bu çalışmada yedinci sınıf öğrencilerinin orantı kavramını oluşturma ve pekiştirme süreçleri derinlemesine ve ayrıntılı olarak incelenmek istenmektedir. Bu doğrultuda çalışma, belirli bir duruma ilişkin etkenlerin bütüncül bir yaklaşımla ele alınarak araştırılmasına olanak sunan (Yıldırım ve Şimşek, 2018) durum çalışması ile yürütülmüştür. Böylelikle matematik dersine ilişkin farklı başarı düzeylerine sahip öğrencilerin orantı kavramını oluşturma süreçleri RBC+C modeli ile ayrıntılı bir şekilde incelenerek ortaya koyulmuştur.

Çalışma Grubu

Çalışma grubu oluşturulurken, farklı matematik başarı düzeylerine sahip öğrencilerin orantı kavramına ilişkin bilgi oluşturma süreçlerinin nasıl gerçekleşeceği belirlenmek istendiğinden amaçlı örnekleme yöntemlerinden maksimum çeşitlilik yöntemi kullanılmıştır. Araştırma gerçekleştirilmeden önce Etik Kurul İzni ve Araştırma İzni alınmıştır. Bununla birlikte araştırmaya katılan gönüllü öğrencilerden Katılımcı Onam Formu ile bu öğrencilerimizin velilerinden Veli Onam Formu ve Okul Müdürü Onam Formu ile de çalışmanın gerçekleştirileceği okulun müdüründen onaylar alınmıştır. Bu bağlamda matematik dersi sınav notları ve öğretmen görüşleri dikkate alınarak matematik başarı düzeyleri yüksek, orta ve düşük olan toplam altı gönüllü yedinci sınıf öğrencisi ile çalışılmıştır (bkz. Tablo 1). Çalışmada öğrencilerin gerçek isimleri gizli tutulmuş, bulgular sunulurken her bir öğrenci için verilen takma isimler kullanılmıştır.

Tablo 1.
Katılımcılara ilişkin Bilgiler

Katılımcı	Kodu	Matematik Dersi Başarı Düzeyi	Cinsiyet
Ece	Y_1	Yüksek (90-100)	Kız
Alya	Y_2	Yüksek (90-100)	Kız
İlker	O_1	Orta (70-80 puan)	Erkek
Alper	O_2	Orta (70-80 puan)	Erkek
Tugay	D_1	Düşük (60 ve altı puan)	Erkek
Kübra	D_2	Düşük (60 ve altı puan)	Kız

Matematik dersi başarı düzeyi yüksek olan öğrenciler Y_1, Y_2, orta olanlar O_1, O_2 ve düşük olanlar D_1, D_2 şeklinde kodlanmıştır. Çalışma grubunun oluşturulmasında iletişime açık öğrencileri belirleyebilmek için öğretmen görüşleri de dikkate alınmıştır. Böylelikle hem yazılı hem de sözlü olarak çözüm sürecinde düşüncelerini ifade edebilecek öğrencilere ulaşılmak istenmiştir. Matematik dersi başarıları düzeylerine göre seçilen öğrenciler ile ikişerli homojen gruplar oluşturulmuş, her grup ile ayrı ayrı görüşmeler yapılmıştır. Uygulama sürecinde öğrencilerin "orantı", "orantı sabiti" ve "doğru orantı" kavramlarını daha önce öğrenmemiş olmasına dikkat edilmiştir.

Kullanılan Veri Toplama Araçları

Yapılan çalışmada araştırmacılar tarafından geliştirilen "Orantı ve Doğru Orantı Bilgisini Oluşturma Sürecini İnceleme Formu" (bkz. Ek 1) veri toplama aracı olarak kullanılmıştır. Bu form "Hangi Elma Daha Kırmızı?" ve "Balmumu Heykel Müzesi" problemlerinden ve "Kitap Siparişi", "Tortilla" isimli iki adet pekiştirme probleminden oluşmaktadır. Veri toplama aracının geliştirilme sürecine ilgili alanyazın taranarak başlanmıştır (bkz. Şekil 3). Matematik Dersi Öğretim Programı incelenmiş ve problemler yedinci sınıf oran ve orantı konusunda yer alan beş kazanım doğrultusunda oluşturulmuştur:

- Oranda çokluklardan birinin 1 olması durumunda diğerinin alacağı değeri belirler.
- Birbirine oranı verilen iki çokluktan biri verildiğinde diğerini bulur.
- Gerçek hayat durumlarını inceleyerek iki çokluğun orantılı olup olmadığına karar verir.
- Doğru orantılı iki çokluk arasındaki ilişkiyi ifade eder.
- Doğru orantılı iki çokluğa ait orantı sabitini belirler ve yorumlar.

Problemler tasarlanırken öğrencilerin "orantı", "orantı sabiti" ve "doğru orantı" kavramlarını oluşturma süreçlerini açığa çıkaracak olmasına dikkat edilmiştir. Ayrıca problemlerin ilgi çekici olmasına, öğrencilerde merak uyandırmasına ve gerçek yaşam bağlamında olmasına özen gösterilmiştir.

Şekil 3.
Veri Toplama Aracının Geliştirilme Süreci

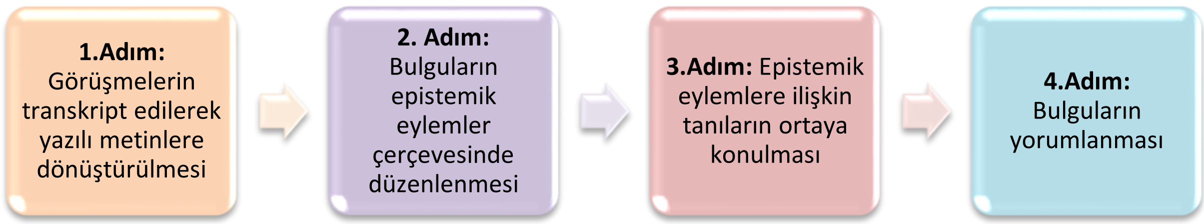
Problemler hazırlandıktan sonra matematik eğitimi alan uzmanlarından uzman görüşü alınmıştır. Uzman görüşleri doğrultusunda hazırlanan problemler matematik dili açısından daha anlaşılır olacak şekilde düzenlenmiştir. İki öğrenci ile pilot çalışma gerçekleştirilmiş ve uygulama süresi hakkında fikir edinilmiştir. Yapılan düzenlemelerin ardından problemlere son hali verilmiştir. Milli Eğitim Bakanlığı'ndan uygulamaya yönelik gerekli izinler alınmış, gönüllü katılımcı onam formları imzalatıldıktan sonra asıl uygulama gerçekleştirilmiştir.

Veri toplama sürecinde öğrenciler ile gerçekleştirilen klinik görüşmeler, öğrencilerin çözümlerinin bulunduğu yazılı dokümanlar ve ekran fotoğrafları, görüşmeler sırasında yapılan gözlem ve video kayıtları kullanılmıştır. Öğrencilerin problem çözme sürecinde birbirleriyle etkileşimde bulunmalarını ve problemlere ilişkin çözümlerini sesli olarak ifade edebilmelerini sağlamak amacıyla görüşmeler, matematik başarı düzeyleri yüksek, orta ve düşük olacak şekilde ikişerli gruplar halinde gerçekleştirilmiştir. Gruplar oluşturulmasına karşın veri analiz sürecinde her bir öğrencinin problemlere ilişkin çözümleri ayrı ayrı değerlendirilmiştir. Klinik görüşmeler; oluşturulan gruplarla her biri yaklaşık 40 dakika süren 3 farklı oturum şeklinde sürdürülerek toplamda 9 oturumda tamamlanmıştır. Pandemiden dolayı eğitimin uzaktan devam etmesi nedeniyle görüşmeler çevrimiçi platformda, Zoom uygulaması aracılığıyla gerçekleştirilmiştir.

Veri Analizi

Araştırma kapsamında toplanan veriler RBC+C soyutlama modelinin tanıma, kullanma, oluşturma ve pekiştirme adı verilen epistemik eylemler çerçevesinde düzenlenerek içerik analizine tabi tutulmuştur. Analiz sürecinde Şekil 4'te verilen adımlar izlenmiştir.

Şekil 4.
Veri Analiz Adımları



Veri analizi sürecinin ilk başında, veri kaybının önüne geçmek ve analiz sürecine hazırlamak için görüşmeler transkript edilerek yazılı metinlere dönüştürülmüştür. Ardından probleme yönelik tüm öğrencilerin çözümleri incelenmiş; her bir epistemik eylem ayrı ayrı düzenlenmiştir. Sonrasında verilerden hareketle yazarlar tarafından bu eylemleri işaret eden tanılar oluşturularak bulgular yorumlanmıştır.

Araştırmanın geçerliği ve güvenirliği

Araştırmanın geçerlik ve güvenirliğini sağlamak için birden fazla veri toplama tekniği bir arada kullanılarak yöntem çeşitlemesi yapılmış, böylece zengin ve birbirini teyit edebilecek veriler elde edilerek "veri çeşitlemesi" (data triangulation) sağlanmıştır. Veri toplama araçlarının hazırlanması sürecinde iki matematik öğretmeni ve bilgi oluşturma ve soyutlama konusunda çalışmış bir uzmanın görüşleri alınarak problemlerin öğrencilerin bilgi oluşturma süreçlerini açığa çıkarmada etkili olup olmadığı hakkında fikir edinilmiştir. Aktarılabilirliği arttırmak amacıyla amaçlı örneklem yöntemlerinden maksimum çeşitlilik yöntemi kullanılmıştır. Araştırmada elde edilen bulgular nesnel bir şekilde detaylı olarak sunulmuştur. Bulgular aktarılırken doğrudan alıntılardan yararlanılmış ve ayrıntılı bir şekilde betimlenmiştir. Araştırmada matematik başarı düzeyleri farklı olan üç grupla yapılan klinik görüşmeler ses ve video kaydına alınmıştır. Böylelikle veri kaybının önüne geçilmiş ve kayıtlar tekrar tekrar izlenerek verilere aşinalık sağlanmıştır. Daha sonra görüşme kayıtları yazılı metinlere dönüştürülmüş, elde edilen bulgular teorik çerçeveye uygun bir şekilde düzenlenerek analiz edilmiştir. Ayrıca ulaşılan sonuçlar elde edilen ham verilerle karşılaştırılarak teyit edilmiştir.

Bulgular

Yedinci sınıf öğrencilerinin orantı ve doğru orantı kavramına ilişkin bilgi oluşturma süreçleri RBC+C soyutlama modelinin tanıma, kullanma, oluşturma ve pekiştirme eylemleri açısından incelenerek bu bölümde sunulmuştur. Bulguları daha açık hale getirmek için bu eylemlerin gözlemlendiği yanıt, çözüm ve diyaloglara ilişkin görüşmelerden alıntılar yapılmıştır. Bu alıntılar öğrencilerin çözüm süreçlerine ilişkin ekran fotoğrafları ile desteklenmiştir. Ayrıca farklı matematik dersi başarı düzeylerine sahip öğrencilerin bilgi oluşturma süreçleri her bir eylem açısından ayrı ayrı ele alınarak tablolara yansıtılmıştır.

Öğrencilerin tanıma eylemlerini incelemede yararlanılan "Hangi Elma Daha Kırmızı?" ve "Balmumu Heykel Müzesi" problemleri, öğrencilerin daha önceden oluşturmuş oldukları oran kavramına ilişkin bilgilerini hatırlamalarını amaçlamaktadır. Öğrencilerin tanıma eylemlerine ilişkin bulgular Tablo 2'de verilmektedir.

Tablo 2.

Öğrencilerin Orantı ve Doğru Orantı Bilgisini Oluşturma Süreçlerindeki Tanıma Eylemlerine ilişkin Tanılar

	Y_1		Y_2		O_1		O_2		D_1		D_2	
Tanıma Eylemlerine ilişkin Tanılar	P_1	P_2	P_1	P_2	P_1	P_2	P_1	P_2	P_1	P_2	P_1	P_2
İki çokluğu karşılaştırmada “oran” kullanıldığı bilgisini hatırlama	+	+	+	+	-	+	+	+	-	+	+	+
Orantılı çokluklar arasındaki çarpımsal ilişkiyi fark etme	+	+	+	+	-	+	+	+	-	+	+	+
Kesirlerde sadeleştirme ve genişletme bilgisini hatırlama	+	+	+	+	-	-	-	+	-	-	-	+
Orandaki çoklukların sıfırdan farklı bir sayıyla çarpıldığında ya da bölündüğünde oranın değişmediğini hatırlama	+	+	+	+	-	-	-	+	-	-	-	+

Not: P_1: Hangi Elma Daha Kırmızı? Problemi; P_2: Balmumu Heykel Müzesi Problemi

Tablo 2 incelendiğinde; “Hangi Elma Daha Kırmızı?” probleminde matematik dersi yüksek başarı düzeyindeki öğrenciler oran ön bilgisini hatırlamada sorun yaşamazken diğer gruptaki öğrencilerin zorlandıkları belirlenmiştir. Yüksek başarılı öğrenciler birinci elma ile ikinci elmanın renklerini karşılaştırmak için orandan yararlanabileceğini hatırlayarak tanıma eylemini gerçekleştirmişlerdir. Oranlarının eşit olmadığını bu nedenle renklerinin aynı olamayacağını ifade etmişlerdir. Bu öğrencilerimizle gerçekleştirilen klinik görüşmeye ilişkin bir kesit aşağıda yer almaktadır.

Y_1: Hocam çünkü... Kırmızı renkleri beyaz renklere oranladığımızda 6/2 oluyor... İkinci elma ağacında ise oranladığımızda 5/1 oluyor. Yani bunların ikisi birbirine eşit değil.

Y_2: Hocam oranlara bakarsak yani bence de aynı değil.

Ekran: (*Y_2 ekrana oranları aşağıdaki gibi yazar.)*

$$\frac{b}{2} = \frac{5}{1}$$

Orta başarı düzeyindeki öğrencilerden İlker (O_1), kırmızı ve beyaz renk oyun hamurları arasındaki farkın eşit olmasından dolayı her iki elmanın renklerinin aynı olacağını düşünmüştür. Alper (O_2) ise oran kullanabileceğini fark etmiş ve oranları belirlemiştir. Ancak oranlar arasındaki çarpımsal ilişkiyi fark edememiştir.

O_2: Hocam şimdi oranlarsak 6/5 olur kırmızılar. 2/1 de beyazlar olur. Şimdi 6'ya 2 tane eklersek yine de o açık olur ama 5'e 1 eklersek koyu olur yani fazla etki etmez beyaz.

O_1: Eşit de olabilir mi?

A: Neden öyle düşündün?

O_1: Biraz saçma olabilir ama şu mantıkla gittim: Burada 6 kutu kırmızı renk demiş bir de 2 kutu beyaz renk demiş. 6'dan 2 çıkarırsak 4 kalır, 5 kutu kırmızı oyun hamuru ile 1 kutu beyaz oyun hamuru, 5'ten 1 çıkarırsak da 4 olur, bunlar eşitlenir o zaman renkleri belki eşit olmuş olur o zaman.

Matematik başarıları düşük düzeyde olan Tugay (D_1) ve Kübra’nın (D_2) tanıma eylemlerinde başarılı olamadıkları görülmektedir. Aşağıda verilen görüşme kesitinden de görülebileceği gibi çarpımsal karşılaştırma yerine toplamsal karşılaştırma yapmışlardır.

D_2: Hocam bence aynıdır. Çünkü 6 kutuya 2 koyduysa 5 kutuya da 1 koymuş bence aynıdır.

D_1: 5 kutu kırmızı oyun hamuru... Bu daha az olduğu için bence biraz daha açık olur sanki.

A: Kırmızı daha az olduğu için mi?

D_1: Evet.

İkinci problemde; tüm öğrenciler iki çokluğu karşılaştırmada “oran” kullanılabileceği bilgisini hatırlayarak tanıma eylemini gerçekleştirmişlerdir. Ayrıca yüksek ve orta başarı düzeyindeki öğrenciler verilen çokluklar arasındaki çarpımsal ilişkinin farkına aşağıdaki gibi varmışlardır.

Y_1: Hımm... Shrek l'e bakayım ben. 10 cm, 20 cm... Hocam hepsinde gördüğüm kadarıyla 2 katına çıkıyor. Buradaki ilişki bence 2 katına çıkması.

Y_2: Bence de hocam 2 katına çıkmış hepsinde, ilişkisi çarpı 2.

Y_2: Hocam bu yani bu iki çokluğu karşılaştırırken birbirine oranlarım. Böyle karşılaştırırım.

A: Sen ne düşünüyorsun?

Y_1: Ben de oran kavramını kullanırım hocam.

O_1: Hocam hep 2 katı olarak artmış... Baş uzunluğu ve kol uzunluğunda Shrek 1, Shrek 2, Shrek 3, Shrek 4'te 2 kat 2 kat büyüyor.
O_2: Bence de aynı hocam. 2 kat 2 kat artmış hep.
A: Şimdi bu soruya bakalım... Baş uzunluğu ve kol uzunluğunu karşılaştırırken hangi kavramı kullanabiliriz sizce?
O_1: Bölüm, oran. Yani baş uzunluğunun kol uzunluğuna oranı ya da bölümü hocam.
O_2: Hocam baş ve kol oranı.

Düşük başarı düzeyindeki öğrencilerden Tugay (D_1) iki çokluğu karşılaştırırken "ondalık ifade, ondalık gösterim" şeklinde ifade edilebileceğini söylemiştir. Ancak bu düşüncesini açıklayamamıştır. Daha sonra araştırmacının verdiği hatırlatma sayesinde öğrenciler iki çokluk arasındaki ilişkinin "oran" olarak ifade edilebileceği bilgisini hatırlamışlardır. Tabloda verilen uzunluklar arasında bir ilişki olduğunu fark eden Tugay (D_1)'in düşüncesi tablodaki dördüncü sütuna kadar geçerli olsa da son sütunda geçerliliğini kaybetmektedir. Kübra (D_2) bu durumu fark ederek "…ilkinde 10 artmış. İkincisinde 20. Üçüncüsünde 30. Dördüncüsünde 40." şeklinde düzeltmiştir. Buradan her iki öğrencinin de tabloda verilen ilişkileri artış azalış olarak ele aldıkları görülmektedir.

D_1: Hocam Shrek 1'de baş uzunluğu 10muş kol uzunluğu 20ymiş. Yani 10 artmış hocam. Shrek 2'de 20 santimmiş baş uzunluğu, kol uzunluğu da 40 santimmiş. Yani hocam bunda da 20 artmış. Baş uzunluğu Shrek 3'te 30muş burada 30 artmış... Hepsinde kol uzunluğu 20şer artmış, baş uzunluğu 10ar artmış.
D_2: Bence Shrek 1'den 4'e kadar 10-20-30-40 diye artmış giderek... Mesela ilkinde 10 artmış. İkincisinde 20. Üçüncüsünde 30. Dördüncüsünde 40.

Öğrencilerin Hangi Elma Daha Kırmızı ve Balmumu Heykel Müzesi Problemleri bağlamında orantı ve doğru orantı bilgisini oluşturma süreci, kullanma eylemlerine yönelik elde edilen bulgular Tablo 3'te verilmektedir.

Tablo 3.
Öğrencilerin Orantı ve Doğru Orantı Bilgisini Oluşturma Süreçlerindeki Kullanma Eylemlerine ilişkin Tanılar

	Y_1		Y_2		O_1		O_2		D_1		D_2	
Kullanma Eylemlerine ilişkin Tanılar	P_1	P_2	P_1	P_2	P_1	P_2	P_1	P_2	P_1	P_2	P_1	P_2
İki çokluğu karşılaştırmada oran kullanma	+	+	+	+	-	+	+	+	-	+	+	+
Çokluklar arasındaki oranı belirleme	+	+	+	+	-	+	+	+	-	+	+	+
Bulduğu oranları karşılaştırma	+	+	+	+	-	+	-	+	-	+	-	+

Not: P_1: Hangi Elma Daha Kırmızı? Problemi; P_2: Balmumu Heykel Müzesi Problemi

Tablo 3 incelendiğinde; öğrenciler Balmumu Heykel Müzesi probleminde çokluklar arasındaki oranları bulup tabloda boş olan satırı doldurmuşlar, kesirlerde sadeleştirme ve genişletme bilgilerini kullanarak buldukları oranları birbirleriyle karşılaştırarak oranların birbirine eşit olup olmadığını açıklamışlardır. Yüksek başarı düzeyine sahip Alya (Y_2) ve Ece (Y_1) tablodaki her bir sütun için baş uzunluğunun kol uzunluğuna oranını Şekil 5'teki gibi yazmıştır.

Şekil 5.
Ece (Y_1) ve Alya (Y_2)'nın *Yanıtlarının Ekran Görüntüsü*

Film Afişleri	Shrek 1	Shrek 2	Shrek 3	Shrek 4	Balmumu Heykeli
Baş Uzunluğu	10 cm	20 cm	30 cm	40 cm	54 cm
Kol Uzunluğu	20 cm	40 cm	60 cm	80 cm	
Arasındaki İlişki	10/20	20/40	30/60	40/80	

Ece (Y_1) ve Alya (Y_2)'nın tabloda boş olan satırı doldurmaları öğrencilerin kullanma eylemini gerçekleştirdiklerini göstermektedir. Ayrıca Ece'nin (Y_1) oranların birbirine eşit olduğu sonucuna kesirlerde sadeleştirme ve genişletme bilgisini kullanarak ulaştığı aşağıdaki kesitten de görülmektedir.

Y_1: Hocam oran olarak mesela 4'te (*Shrek 4'ten bahsederek*) 40/80 olur.
Y_2: Bence hepsi eşittir hocam baş uzunluğunun kol uzunluğuna oranı 10 / 20 Shrek 1'de. Shrek 2'de 20/40 olur. Shrek 3'te 30/60 olur. Shrek buradaki oranların hepsi eşittir. Çünkü hocam mesela 10/20 ile 20/40 a... Yani oranlarsak birbirlerine eşit oluyorlar.

Y_1: Hocam zaten yöntemleri var katsayı olarak bakarsak da eşit oluyor veya yani sadeleştirirsek veya genişletirsek zaten eşit oluyor.

Orta başarı düzeyine sahip İlker (O_1) oranların eşit olamayacağını söylemiş ve bunun üzerine Alper (O_2) kesirlerde genişletme bilgisini kullanarak iki oranın da birbirine eşit olduğunu aşağıdaki gibi açıklamıştır. Burada öğrencilerin birbiri ile etkileşim içine girerek, cevaplarını tartışarak sonuca ulaşmaları dikkat çekmiştir. Ayrıca Alper'in (O_2) görüşmenin devamında kesirlerde sadeleştirme bilgisini de kullanarak tüm oranların eşit olduğu sonucuna ulaşması kullanma eylemini gerçekleştirdiğini göstermektedir.

A: Şimdi bulduğumuz bu oranlar her afiş için değişiyor mu yoksa birbirine eşit mi?
O_2: Hocam iki katı olarak artması aynı... Yani eşit. Çünkü hepsi birbirine 2 katı olarak gidiyor.
O_1: Hocam ama mesela 20/40 ile 30/60'a eşit diyemeyiz ki.
O_2: Hocam 10u 10a bölersek 1, 20yi de 10'a bölersek hocam orası da 2 oluyor yani ½ hocam...
O_1: Evet hocam eşit hepsi ½'ye.
Ekran: (*O_1 ve O_2 ekrana oranları aşağıdaki gibi yazar*.)
$\frac{10}{20} = \frac{1}{2}$ $\frac{20}{40} = \frac{1}{2}$ $\frac{30}{60} = \frac{1}{2}$

Matematik dersi başarı düzeyi düşük olan öğrenciler Balmumu Heykel Müzesi Problemini çözerken, Tugay (D_1), verilen oranların arasında bir örüntü olduğunu, payların 10'ar 10'ar artarken paydaların da 20'şer 20'şer arttığını aşağıdaki gibi ifade etmiştir. Görüşmenin devamında öğrencilerin (D_1 ve D_2) kesirlerde sadeleştirme bilgisini kullanarak tüm oranların ½'ye eşit olduğu sonucuna ulaşması, kullanma eylemini gerçekleştirdiklerini göstermektedir.

A: Bu oranları birbiriyle karşılaştırırsak sizce bu oranlar aynı mıdır birbirine eşit midir?
D_1: Evet hocam bence eşittir. Hocam çünkü arasında bir örüntü vardır. Mesela hocam bir tarafı azalırken bir tarafı çoğalmıyor yani, ikisi de eşit gidiyor o yüzden. Hocam mesela bir tarafı 10'ar artmış bir tarafı 20'şer artmış hocam.
D_2: Bence de hocam eşit. 10'ar artmış bir tarafı, diğer tarafı da 20'şer artmış.
A: Peki bu oranlar eşitse kaça eşit olur hepsi?
D_1: Hocam 40/80'i yapmıştım ben... 4'e böldüm hocam üstünü 1 buldum altını da 2 buldum ½ yaptım.
D_2: Hocam hepsinde ½'yi bulabiliriz aslında. İlkini 10'la ikincisini 20'yle üçüncüsünü 30'la diğerini de 40'la sadeleştirirsek buluruz zaten hepsinde ½'yi.

Öğrencilerin oluşturma eylemleri Balmumu Heykel Müzesi probleminin devamındaki sorular yardımı ile incelenmiştir. Öğrencilere yöneltilen sorular öğrencilerin "orantı", "orantı sabiti" ve "doğru orantı" kavramlarını oluşturma eylemlerini açığa çıkarmayı amaçlamaktadır. Öğrencilerin bilgi oluşturma süreçleri oluşturma eylemleri açısından ele alınarak yapılan analizlerden elde edilen bulgular Tablo 4'te verilmektedir.

Tablo 4.
Öğrencilerin Orantı ve Doğru Orantı Bilgisini Oluşturma Süreçlerindeki Oluşturma Eylemlerine ilişkin Tanılar

	Y_1	Y_2	O_1	O_2	D_1	D_2
Oluşturma Eylemlerine ilişkin Tanılar	P_2	P_2	P_2	P_2	P_2	P_2
Oranların eşitliğini kullanarak orantı kavramını oluşturma	+	+	+	+	+	+
İki veya daha çok oranın eşitliğinin orantı olarak adlandırıldığı bilgisini oluşturma	+	+	+	+	+	+
İki çokluğun orantılı olup olmadığını belirleme	+	+	+	+	+	+
Doğru orantı sabitini oluşturma	+	+	+	+	+	+
Doğru orantılı çoklukların bölümlerinin sabit bir sayıya eşit olduğu bilgisini oluşturma	+	+	+	+	+	+
Doğru orantılı çokluklarda biri artarken diğerinin de arttığı, biri azalırken diğerinin de azaldığı bilgisini oluşturma	+	+	+	+	+	+
Doğru orantı kavramını oluşturma	+	+	+	+	+	+

Not: P_2: Balmumu Heykel Müzesi Problemi

Tablo 4 incelendiğinde; öğrenciler oranların eşitliğini kullanarak iki veya daha çok oranın eşitliğinin orantı olarak adlandırıldığı bilgisini oluşturmuşlardır. Ayrıca kesirlerde sadeleştirme bilgilerini kullanarak orantı sabitini belirlemiş, doğru orantılı çoklukların bölümlerinin sabit bir sayıya eşit olduğu bilgisini yani doğru orantı sabitini oluşturmuşlardır. Yüksek başarı düzeyine sahip öğrenciler, oranların değişmediğini fark edip kol uzunluğu ve baş uzunluklarının birbiri ile orantılı olduğu sonucuna aşağıdaki gibi ulaşmışlardır. Öğrenciler kesirlerde sadeleştirme bilgisini kullanarak orantı sabitini oluşturmuşlardır.

Y_1: Hocam şimdi burada... Shrek 1'de zaten baş uzunluğunun kol uzunluğuna oranı neyse Shrek 2'de baş uzunluğunun kol uzunluğuna oranı eşittir. Orantılı yani.
Y_2: Bence de hepsi orantılı hocam...Çünkü hocam... yani hepsi birbirine eşit hepsi birbiriyle orantılıdır.
Y_1: Evet hepsi zaten sadeleştirince ½ oluyor. Hepsi aynı yani sabit.

Benzer şekilde orta ve düşük başarı grubundaki öğrenciler de verilen değerleri sadeleştirerek hepsinin sabit bir sayıya eşit olduğu sonucuna ve orantı sabiti kavramına ulaşmışlardır. Düşük başarı grubundaki öğrencilerin baş ve kol uzunluğunun birbiri ile orantılı olduğuna ve bu sabit değerin "orantı sabiti" olarak ifade edilebileceğine ilişkin tartışma süreçleri aşağıda verilmiştir.

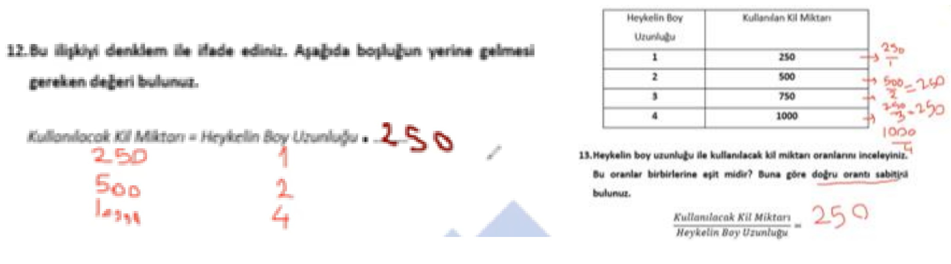
A: Peki oranların birbirine eşit olması bunların birbiri ile orantılı olduğunu gösteriyorsa o zaman baş uzunluğu ve kol uzunluğu birbiri ile orantılı diyebilir miyiz?
D_1: Evet bence olur.
D_2: Diyebiliriz.
A: Tamam, şimdi tekrar tabloya bakalım, tabloda her film afişi için değişmeden sabit kalan bir değer nedir sizce kaça eşittir
D_1: ½ hepsi hocam.
D_2: ½'ye eşittir.
A: Peki bu sabit değer hangi kavrama karşılık gelir sizce?
D_1: Oranlı sabit olabilir mi hocam oran sabiti.
D_2: Orantı sabiti.

Matematik dersi başarı puanları düşük, orta ve yüksek olan öğrencilerin tamamının doğru orantılı çokluklar arasındaki ilişkiyi denklem ile ifade ederken verilen eşitlikte yerine yazılması gereken sayıyı bulmakta zorlandıkları görülmüştür. Öğrencilerin birinci dereceden bir bilinmeyenli denklemi tanıyamadıkları ve ön bilgilerinin yeterli olmadığı anlaşılmaktadır. Bu bağlamda Ece (Y_1) ve Alya (Y_2) kullanılacak kil miktarı ve heykelin boy uzunluğu arasındaki ilişkiye ortaya koymak için aşağıdaki gibi çalışmışlardır.

Y_2: Bence 2... Hocam çünkü kullanılan kil miktarı mesela 250, heykelin boy uzunluğu da 1. Yani diğerine eşit olması için yani 500 ya bence 2.
Y_1: Bence de 2.
A: Peki kullanılan kil miktarı 250, heykelin boy uzunluğu 1 dedin değil mi? Peki bunları çarptığımızda eşitlik sağlanıyor mu?
Y_2: Hayır hocam sağlanmıyor. O zaman oraya da 250 olur 2 değil.
Ekran: (*Y_1 ve Y_2 ekrana aşağıdaki gibi yazar*.)
Kullanılacak Kil Miktarı= Heykelin Boy Uzunluğu . ………
250 1 250
Y_1: Y1: Evet, ben de 250 düşünüyorum. Kullanılacak kil miktarı çünkü heykelin boy uzunluğu çarpı 250 ye eşit oluyor yani. Zaten kullanılacak kil miktarı 250 olduğu için heykelin boy uzunluğuna da 1 dediğimiz için 250 olursa eşit olur yani.

Bu zorluğun aşılması için araştırmacı destek olarak verilen eşitlikte boş bırakılan yere hangi sayının yazılabileceğini öğrencilere düşündürmüştür. Öğrenciler düşünme süreci boyunca Şekil 6'daki işlemleri gerçekleştirmişlerdir.

Şekil 6.
Ece (Y_1) ve Alya (Y_2)'nın *Yanıtlarının Ekran Görüntüsü*



Şekil 6'da yaptıkları işlemler sonucunda öğrenciler doğru orantılı çoklukların bölümlerinin sabit bir sayıya eşit olduğu bilgisini yani doğru orantı sabiti kavramını oluşturmuşlardır. Burada öğrencilerin birbirlerinin hatalarını fark edip düzelttiği aşağıdaki gibi gözlemlenmiştir.

A: Peki heykelin bütün ölçüleri için bu eşitlik sağlanır mı?
Y_1: Hocam bence sağlanır. Çünkü mesela şuraya 2 dediğimizde heykelin boy uzunluğuna da 2 deriz... Mesela hocam kullanılacak kil miktarına 500 dersek heykelin boy uzunluğuna 2 dersek cevap yine 250 çıkar. Veya kullanılacak kil miktarına 1000 dersek heykelin boy uzunluğuna 4 deriz yine 250 çıkar. Değişmez bence.
A: Ece sence?
Y_2: Hocam şimdi Alya deyince bana da mantıklı geldi. Ben tam tersini çevirip yapmıştım. O yüzden kafam karıştı. Bence de 250 hepsi için eşittir... Hocam zaten hepsinin oranı 250 çıkmıyor mu?

Orta başarı grubundaki öğrenciler soruyla ilk karşılaştıklarında cevap vermekte zorlanmışlar ve zorluğun aşılması için araştırmacı tarafından desteklenmişlerdir. Kullanılacak kil miktarı (k) ve heykelin boy uzunluğu (b) için eşitliği oluşturmuşlar, tablodaki değerlerden yola çıkarak heykelin boy uzunluğu ve kullanılan kil miktarı arasındaki kat ilişkisini fark ederek bölümlerinin sabit yani 250 olduğunu ifade etmişlerdir.

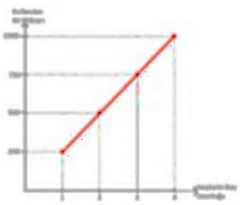
A: O zaman mesela kullanılacak kil miktarına k dersek, heykelin boy uzunluğuna b dersek, boşluğa ne yazacağız?
O_2: 250.
Ekran: (*O_2 ekrana aşağıdaki gibi yazar*.)
$k = b.250$
A: Peki bu tüm değerleri sağlar mı tüm boy uzunlukları ve kil miktarları için?
O_2: Evet hocam sağlar. Kil miktarı boy uzunluğunun 250 katı.

Düşük başarılı öğrenciler de araştırmacının yardımıyla ve ipuçlarıyla, tablodan yola çıkarak verilen eşitlikte boş bırakılan yere hangi sayının yazılabileceğini aşağıdaki gibi ifade etmişlerdir. Ancak öğrencilerin ifadeleri incelendiğinde çarpımsal bir ilişkinin aksine artış miktarına yani aralarındaki farka odaklandıkları görülmektedir.

A: Heykelin boy uzunluğu ve kil miktarı oranları birbirine eşit midir diyor. Önce bu oranları bulalım.
D_2: Eşittir hocam.
A: A: Nasıl buldun
D_2: Hocam mesela birisinde 250 artarken birisinde 500 artmıyor mesela birisinde 5 artıyor birisinde de 250 artıyor. Eşit gidiyor.
A: Sence Kübra?
D_1: Bence de hocam. Eşitler çünkü heykelin boy uzunluğu bir artarken kullanılan kil miktarı da hepsinde 250 250 artıyor.
A: Orantı sabitine ne diyebiliriz?
D_1: 250.
D_2: 250 hocam.

Öğrencilere grafik ve tabloyu inceleyerek heykelin boy uzunluğu arttıkça veya azaldıkça kullanılan kil miktarının nasıl değiştiği sorusu yöneltilmiş, buna göre heykelin boy uzunluğu ve kullanılan kil miktarı arasında nasıl bir ilişki olduğunu açıklamaları istenmiştir. Öğrenciler "doğru orantılı çokluklarda biri artarken diğeri de artar, biri azalırken diğeri de azalır." bilgisini oluşturmuşlardır. Ayrıca matematik başarısı yüksek olan öğrenciler bu artış ve azalışın aynı oranda olduğunu Şekil 7'deki işlemleri gerçekleştirerek ifade etmişlerdir.

Şekil 7.
Ece (Y_1) ve Alya (Y_2)'nın *Yanıtlarının Ekran Görüntüsü*



Heykelin Boy Uzunluğu	Kullanılan Kil Miktarı
1	250
2	500
3	750
4	1000

Ece (Y_1) ve Alya (Y_2) Şekil 7'deki işlemleri yapma sürecinde orantılı çokluklar arasında çarpmaya dayalı bir ilişki olduğu sonucuna vardıkları, "doğru orantılı çokluklarda biri artarken diğeri de artar, biri azalırken diğeri de azalır." bilgisini oluşturdukları ve doğru orantılı çoklukların bölümlerinin sabit bir sayıya eşit olduğu bilgisini aşağıdaki gibi oluşturdukları görülmektedir.

Y_2: Hocam burada heykelin boy uzunluğu arttıkça kullanılan kil de artıyor.
Y_1: Hocam gördüğümüz gibi zaten heykelin boyu arttıkça kullanılan kil miktarı da artıyor. Aynı oranda tabi ki de 1 bölü 250'nin oranıyla 4 bölü 1000'in oranı eşit... Yani hepsi 1/250'nin zaten genişletilmiş hali. Yani her seferinde oranları aynı.
Y_2: Bence de hocam Alya'nın dediği gibi zaten hepsi aynı oranda.

Orta başarı düzeyindeki öğrenciler heykelin boy uzunluğu ve kullanılan kil miktarı arasındaki ilişkiyi ifade ederken heykelin boy uzunluğunun artarken kullanılan kil miktarının da "2 katı olarak artmakta" olduğunu aşağıdaki gibi ifade etmişlerdir. Burada öğrencilerin yalnızca ilk iki satıra bakarak yorum yaptıkları ve diğer satırlardaki verileri göz önünde bulundurmadıkları anlaşılmaktadır. Burada öğrencilerin doğru orantılı çokluklarda biri artarken diğeri de artar, biri azalırken diğeri de azalır." bilgisini oluşturdukları ancak doğru orantılı çokluklar arasındaki ilişkiyi tam olarak ifade edemedikleri görülmektedir.

O_2: Hocam 2 katı 2 katı olarak ilerliyor.
A: Heykelin boy uzunluğu ve kullanılan kil miktarı mı?
O_2: Evet hocam.
O_1: Hocam 2 katı olarak artmaktadır.
A: Peki o zaman heykelin boy uzunluğu arttıkça kullanılan kil miktarı artmak da mıdır azalmakta mıdır?
O_1: Artmaktadır.
A: Peki heykelin boy uzunluğu azaldıkça kullanılan kil miktarı nasıl değişmektedir?
O_2: Hocam kil miktarı da azalır.
O_1: Azalır hocam.

Matematik başarısı düşük öğrencilerin ise artış miktarına yani aralarındaki farka odaklandığı görülmektedir. Kübra'nın (D_2) önceki sorulardaki gibi heykelin boy uzunluğu ve kullanılan kil miktarındaki artış miktarına yani aralarındaki farka aşağıdaki görülmektedir. Bunun yanı sıra öğrencilerin "doğru orantılı çokluklarda biri artarken diğeri de artar, biri azalırken diğeri de azalır" bilgisini aşağıdaki gibi oluşturdukları görülmektedir.

D_1: Hocam 1 er 1 er artmış heykelin boy uzunluğu. 1 metre 1 metre artarken kil miktarı da 250 şer 250 şer artmış. İkisi de eşit miktarda artmış.
A: Yani boy uzunluğu arttıkça kil miktarı ne olmuş?
D_1: Yani o da kil miktarı da 250 artmış.
A: Peki heykelin boy uzunluğu azaldıkça kil miktarı ne olmuş?
D_1: Azalmış hocam.
A: Tugay sence?
D_2: Bence de hocam azalır.

Öğrencilerin bilgi oluşturma süreçleri pekiştirme eylemleri açısından ele alınarak yapılan analizlerden elde edilen bulgular Tablo 5'te verilmektedir.

Tablo 5.
Öğrencilerin Orantı ve Doğru Orantı Bilgisini Oluşturma Süreçlerindeki Pekiştirme Eylemlerine ilişkin Tanılar

	Y_1		Y_2		O_1		O_2		D_1		D_2	
Pekiştirme Eylemlerine ilişkin Tanılar	P_3	P_4	P_3	P_4	P_3	P_4	P_3	P_4	P_3	P_4	P_3	P_4
iki çokluğun orantılı olup olmadığına karar verme	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+
doğru orantılı çokluklarda bilinmeyen değeri bularak doğru orantı bilgisini pekiştirme	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+

Not: P_3: Kitap Siparişi Problemi; P_4: Tortilla Problemi

Tablo 5 incelendiğinde; öğrenciler çokluklar arasında orantı kurarak, denk kesirleri kullanarak, orantılı iki çokluk arasındaki kat ilişkisinden yararlanarak, ya da önceki problemde oluşturduğu "orantı sabiti" kullanarak doğru orantılı çokluklarda bilinmeyen değeri bulup bu bilgilerini pekiştirmişlerdir. Başarı düzeyleri yüksek olan öğrencilerin yeni oluşturdukları kavramları, görüşmeler süresince karşılaştıkları benzer problem durumlarında kolaylıkla kullandıkları görülmektedir. Tortilla Problemi'nin çözüm sürecinden alınan aşağıdaki kesitten de görülebileceği gibi Ece (Y_1) ve Alya'nın (Y_2) yeni oluşturdukları kavramları pekiştirerek sağlamlaştırdığı söylenebilir.

Y_2: Hocam ben 3/4 yazdım. Eşittir dedim, 6 patates. 3 tane patates 4 tane yumurta. Patatesi yine patatesin karşısına yazdım. Bize burayı soruyor (*kutucuğu çizer*). Ben şöyle direkt şu 2 ile çarpılmış. Bunu da 2 ile çarptım. 8 buldum.

Ekran: (*Y_2 ekrana aşağıdaki gibi yazar.*)

$\frac{3}{4} = \frac{6}{\boxed{\cdot}}$ $\frac{3}{4} = \frac{6}{8}$

A: Evet, şimdi b ye bakalım.

Y_1: Hocam ben şöyle düşündüm. 4 kişiden 3 bölü 4 dersek o zaman yani 4'ün katlarıyla çıkmaya çalıştım. O zaman 8 kişi de 6 bölü 8 olur. Sonra yani 4'ten 12'ye atlayacağı için sonra 3 ile çarptım 12 bölü 9 olur. Yani 12 patates 9 da yumurta kullanılır.

Orta başarı grubundaki öğrenciler orantılı iki çokluk arasındaki kat ilişkisinden yararlanarak problemi çözmüşlerdir. Öğrencilerin bu süreçte birbirlerinin çözümlerinden yararlandıkları ve birbirini destekledikleri görülmüştür. Kesitten görülebileceği gibi orta başarı grubundaki öğrenciler yeni oluşturdukları kavramları pekiştirmişlerdir.

A: Peki Melek 12 kişilik tortilla tarifi hazırlamak isterse kaç patates, kaç yumurta kullanmalıdır?

O_1: Hocam yazayım mı?

A: Yazabilirsin.

Ekran: (*O_1 ekrana aşağıdaki gibi yazar.*)

4 kişi	3 P	4 Y
12 kişi	x P	12 Y
	=9 P	

O_1: Hocam bu bunun 3 katı o zaman bunun da 3 katı 9 olur. 9 patates olur. Şimdi burayı yapacağız. Dört kişilik de 3 si patatesmiş 12 kişilikte 9 patates... Bunun 3 katı 4'ün de 3 katını alacağız 12 yumurta.

O_2: Ben de aynısını düşünüyorum hocam. İlker'in yaptığı doğru.

Başarı düzeyleri düşük olan öğrenciler yeni oluşturdukları kavramları kullanmak yerine, öncelikle zihinlerinde var olan bilgilerine başvurarak mevcut problem durumunda kullanmaya çalışmışlar, daha önce oluşturdukları kavramlar ile problemin üstesinden gelmeye çalışmışlardır. Bu öğrenciler Tortilla Probleminde orantılı çokluklar arasındaki artış miktarına odaklanarak çarpımsal ilişkiyi fark etmekte zorluk yaşamışlardır. Artışın ya da azalışın aynı miktarda olacağını düşünmüşler ancak sonrasında çokluklar arasındaki kat ilişkisini fark edip bilinmeyen değeri bularak doğru orantı bilgisini aşağıdaki gibi pekiştirmişlerdir. Ayrıca Tugay'ın (D_1) tekrarlı toplama yaparak sonuca ulaştığı belirlenmiştir.

D_1: Hocam şimdi 3 patates kullanmış 4 kişilikte 3 patates 4 yumurta kullanmış. Ona bir 4 kişilik daha ekledim yani hepsine 3 patates 6 patates oldu, 4 yumurta da 8 yumurta oldu. Şimdi 6 patates 8 yumurta olduğuna göre geriye kalan 2 kişi kaldı. İki kişilik daha ekleyeceğiz yani yarısını hocam. İki tane yumurta daha ekleyeceğiz.

A: Ama 12 kişilik diyor 10 kişilik değil.

D_1: O zaman 4 daha eklememiz lazım hocam. 6 tane patatesimiz vardı buna 4 kişilik daha yapmamız gerekiyor o yüzden 3 patates daha ekleyeceğiz. 9 tane patatesimiz oldu...

D_2: 12 tane de yumurta oldu.

A: Kübra sen ne düşünüyorsun?

D_2: ... 12 kişilik yapmak istiyorsa 4 kişilik tarifte 3 patates 4 yumurta diyor, 3 katı yani 9 patates 12 tane de yumurta hocam 12 kişilik yapmak istersek.

Tartışma, Sonuç ve Öneriler

Bu araştırmada matematik dersinde farklı başarı düzeylerindeki yedinci sınıf öğrencilerinin orantı kavramına ilişkin bilgi oluşturma süreçlerini incelemek amaçlanmıştır. Bu amaç doğrultusunda matematik başarı düzeyleri düşük, orta ve yüksek olarak belirlenen gruplardaki öğrencilerin orantı kavramını nasıl oluşturdukları, oluştururken hangi adımlarda zorlandıkları incelenmiş ve bu süreçlerde ne gibi benzerlik ve farklılıkların olduğu belirlenerek öğrencilerin düşünüş biçimleri hakkında derinlemesine fikir edinilmeye çalışılmıştır.

Araştırmanın sonucunda orantı kavramını oluşturma sürecinde yüksek ve orta başarı seviyesindeki öğrencilerin, düşük başarı seviyesindeki öğrencilere göre tanıma, kullanma, oluşturma ve pekiştirme eylemlerini daha kolay gerçekleştirdikleri görülmüştür. Bu durumda öğrencilerin zihinlerinde önceden var olan bilgilerini doğru bir şekilde oluşturmuş olmalarının etkili olduğu değerlendirilmiştir. Öğrencilerin "orantı" ve "doğru orantı" kavramlarını oluşturmak için gerekli olan kavramları tanımada yaşadıkları zorlukların ön bilgilerinin eksikliğinden kaynaklandığı düşünülmektedir. Özellikle matematik başarısı düşük öğrencilerde bu zorluk daha da dikkat çekmiştir. Öğrencilerin önceden sahip oldukları ön birikimler bazen yeni kavramların yanlış veya eksik oluşturulmasına neden olabilmektedir. Böyle bir durumda öğrencinin bir problemi çözmesi veya bir işlemi gerçekleştirmesi daha önceki bilgi birikimine uygun düşebilir ve böylece öğrenci yaptığının yanlış olduğunu öngöremeyebilir (Bozkurt, 2010).

Orta ve düşük başarılı öğrencilerin tanıma ve kullanma eylemlerini tablo ve grafikler aracılığıyla daha kolay gerçekleştirdikleri tespit edilmiştir. Bunun nedeninin iki veri grubunu tablo ve grafik aracılığıyla daha rahat karşılaştırmaları ve çokluklar arasındaki ilişkileri tablo ve grafik aracılığıyla daha kolay fark edip açıklayabilmeleri olduğu söylenebilir. Üçgül'ün (2022) çalışmasında öğrenciler oran ve orantı kavramlarını öğrenirken tablo ve grafiklerin kendileri için bilgiyi daha kolay organize ettiğini, tüm sonuçları aynı anda görme imkânı sunduğunu dile getirmişlerdir. Ayrıca oran tablosu kullanımının orantısal akıl yürütme becerisini geliştirdiği sonucunu ortaya koyan çalışmalar bulunmaktadır (Ayan-Civak, 2020; Öz, 2020; Van Galen ve Reitsma, 2008). Bu doğrultuda farklı temsiller kullanılmasının öğrencilerin yeni kavramları oluşturmasında etkili olduğu düşünülmektedir.

Yüksek başarı düzeyindeki öğrencilerin diğer gruplara göre düşüncelerini daha iyi açıkladıkları ve çözümlerine gerekçe gösterdikleri görülmüştür. Düşük başarılı gruptaki öğrenciler ise problemlere ilişkin cevaplarının nedenini ve çözüm yöntemlerini tam olarak açıklayamamıştır. Bu durumun öğrencilerin matematik dilini kullanmada zorluk yaşamalarından, kavramları tam olarak anlamlandıramadıklarından ve ezber bilgi kullanmaya yönelmelerinden kaynaklandığı düşünülmektedir. Adak ve Aliustaoğlu (2020) yaptıkları çalışmada doğru orantı ve ters orantı içeren problemlerde öğrencilerin bu konulara ait kuralları ezber odaklı olarak öğrendiklerini ve bu nedenle kavramsal öğrenmeyi gerçekleştiremedikleri sonucuna ulaşmışlardır. Benzer bir sonuç Doğan ve Çetin (2009) ve Çakır (2023) çalışmalarında da görülmüştür. Öğrencilerin matematiksel çözümlerine ilişkin kendini ifade etmede yaşadıkları zorluklar ezber odaklı öğrenmelerinden kaynaklanabileceği düşünülmektedir. Bunun yanında başarı düzeyleri yüksek olan öğrencilerin yeni oluşturdukları kavramları, görüşmeler süresince karşılaştıkları benzer problem durumlarında kullandıkları, oluşturdukları kavramları pekiştirerek sağlamlaştırdıkları dikkat çekmiştir. Buna karşın orta başarı seviyesindeki öğrenciler oluşturdukları bilgileri farklı problem durumlarında tanıyıp kullanmada zorlanmışlardır. Başarı düzeyleri düşük olan öğrenciler ise yeni oluşturdukları kavramları kullanmak yerine öncelikle var olan bilgilerine başvurarak mevcut problem durumunda kullanmaya çalışmışlar, önceden oluşturdukları kavramlar ile problemin üstesinden gelmeyi denemişlerdir. Bu gruptaki öğrencilerin pekiştirme sürecinde örüntü kavramına ilişkin bilgilerini kullanarak çözüme ulaşmaya çalıştıkları görülmüştür. Şermetoğlu ve Baki (2019) yaptıkları çalışmada öğrencilerin orantıyı örüntü gibi düşündükleri, düzenli olarak artıp azalarak örüntü oluşturan durumları orantı gibi kabul ettikleri ve tablodaki veriler düzenli bir şekilde artış veya azalış göstermiyorsa çoklukların orantılı olmadığı yanılgısına düştüklerini ifade etmişlerdir. Çalışmada elde edilen bulgular bu sonucu desteklemektedir.

Araştırmanın sonucunda matematik başarısı düşük olan öğrencilerin problemleri çözerken çarpımsal düşünmek yerine toplamsal düşündükleri görülmüştür. Çelik ve Özdemir (2011) öğrencilerin verilmeyen değeri bulma ile ilgili problemlerde orantısal ilişkileri fark edemedikleri ve çarpımsal ilişkilere dayalı karşılaştırmalar yerine toplamsal ilişkiye dayalı karşılaştırmalar yaptıklarını belirtmiştir. Adak ve Aliustaoğlu (2020) ise öğrencilerin oran ve orantı sorularında terimler arasındaki farka odaklandıklarını ve artma-azalma ifadelerini kullandıklarını belirtmiş, öğrencilerin oran ve orantı kavramlarının varlığını öğrenmeden önce karşılaştırma yapmak için kullandıkları toplamsal stratejileri sürdürdüklerini gözlemlemiştir. Benzer çalışmalarda da öğrencilerin çarpımsal düşünmeye geçişte zorlandıkları ve oran-orantı problemlerini çözerken en sık yaptıkları hatanın toplamsal düşünmeleri olduğu ortaya konulmuştur (Çalışkan, 2023; Karadeniz ve Kaşlıköse, 2019; Mersin, 2018; Şermetoğlu ve Baki, 2019).

Öğrenciler doğru orantılı çokluklardan biri artarken diğerinin de artacağı bilgisini oluşturmuşlardır. Ancak matematik başarısı orta ve düşük öğrenciler bu artış ve azalışın aynı oranda olacağını göz ardı etmişlerdir. Karadeniz ve Kaşlıköse (2019) yaptıkları çalışmada öğrencilerin "iki çokluktan biri artarken diğerinin artmasının ya da biri artarken diğerinin azalmasının sabit bir oranla olduğu" bilgisine dikkat etmediklerini söylemişlerdir. Yapılan çalışmada da bu bulguya rastlanmıştır. Bu nedenle oran orantı konusunun öğretiminde çokluklar arasındaki çarpımsal ilişkilere dikkat çekilmelidir.

Yapılan araştırmada öğrencilerin problemlere yönelik düşüncelerini tartıştıkları, fikir alışverişinde bulundukları, birbirlerinin düşüncelerini destekleyip geliştirerek problemi çözüme ulaştırma isteği ve çabası içerisinde oldukları ve birbirlerinin hatalarını düzelttikleri görülmüştür. Dolayısıyla başarı düzeyleri birbirlerine yakın olan öğrencilerin birlikte çalışmalarının bilgi oluşturma süreçlerini olumlu yönde etkilediği söylenebilir. İkili gruplar halinde çalışılması öğrencilerin yeni kavramlarla ilk kez karşılaştığı öğrenme süreçlerinde birbirlerinin düşünsel süreçlerine tanık olmaları açısından önem arz etmektedir. Kaplan ve diğerleri (2011) öğrencilerin oran ve orantı kavramlarına ilişkin kavram yanılgılarının önlenebilmesi için öğrencilerin birbirleriyle etkileşimlerini temel alan probleme dayalı bir öğretimin kullanılabileceğini belirtmiştir. Buna benzer akran etkileşimlerinin yüksek olduğu öğretim ortamları öğrencilerin bilgi oluşturma süreçlerini olumlu yönde etkileyebilir. Ayrıca öğrencilerin süreçte yaşadıkları zorlukların aşılmasında araştırmacı tarafından verilen ipuçları öğrencinin yeni kavramlara ulaşmasında etkili olmuştur. İpuçları sayesinde öğrenciler var olan bilgilerini hatırlamışlar ve problemde kullanabileceğini fark etmişlerdir. Özellikle ipuçlarının ve araştırmacı desteğinin düşük başarı düzeyindeki öğrencilerin oluşturma süreçlerine katkı sağladığı görülmüştür.

Yapılan araştırmanın sonuçlarından yola çıkarak gelecek araştırmalar için aşağıdaki öneriler sunulmuştur:

- Bir kavramın tam öğrenilmesi diğer kavramların da tam edinilmesinin önünü açarken, bir kavramın eksik kazanılması sonraki kavramların öğrenilmesini engelleyebilmektedir (Memnun, 2008). Bu doğrultuda yeni kavram öğretimine geçmeden öğrencilerin sahip oldukları ön bilgileri ve hazırbulunuşluk düzeyleri belirlenmeli ve eksiklikler giderilmelidir. Örneğin orantı kavramının anlamlı bir şekilde oluşturulması için öğrencilere öncesinde oran bilgileri, kesirlerde sadeleştirme ve genişletme işlemleri hatırlatılabilir.

- Orantı kavramının öğretiminde öğrencilere rutin problemlerin yanında onları düşünmeye ve akıl yürütmeye sevk edecek, aynı zamanda öğrencilerde merak uyandıracak problemlere yer verilmelidir. Böylece öğrenciler problemlerin altında yatan matematiksel yapıları fark edecek ve çözüme ulaşabilmek için yeni matematiksel yapıları oluşturmaya ihtiyaç duyacaklardır.

- Öğretmenler öğrencilerde kazandırılması hedeflenen kavramlara yönelik öğrencilerin hangi adımlarda nasıl zorluk yaşayabileceklerini önceden görerek öğrenme ortamlarını düzenleyebilir. Böylece bilgi oluşturma süreçlerinin daha etkili gerçekleşmesi sağlanabilir.

- Okullardaki öğrenme ortamları göz önüne alındığında ileride yapılacak olan çalışmalarda başarı düzeyleri farklı olan daha kalabalık gruplar ile farklı matematik konularında farklı etkinlikler üzerinde çalışılarak öğrencilerin bilgi oluşturma süreçleri incelenebilir.

Etik Kurul Onay Bilgileri

Bu çalışma Dokuz Eylül Üniversitesi Sosyal ve Beşeri Bilimler Araştırma ve Yayın Etik Kurulunun 15.03.2021 tarih ve 40 sayılı kararı ile etik açıdan uygun bulunmuştur.

Çıkar Çatışması

Yazarlar arasında çıkar çatışması bulunmamaktadır.

Finansal Destek

Bu çalışma için herhangi bir finansal destek alınmamıştır.

Yazar Katkıları

Yazarlar çalışmaya eşit oranda katkı sunmuşlardır.

Kaynakça

Adak, B., & Aliustaoğlu, F. (2020). 7. sınıf öğrencilerinin oran orantı konusundaki kavram yanılgılarının incelenmesi. *Online Journal of Mathematics, Science and Technology Education (OJOMSTE), 1*(1), 55–74. https://journals.indexcopernicus.com/api/file/viewByFileId/1157938.pdf

Altaylı, D. (2012). *Gerçekçi matematik eğitiminin oran orantı konusunun öğretimi ve orantısal akıl yürütme becerilerinin geliştirilmesine etkisi* (Tez No: 325796). [Yüksek Lisans Tezi, Atatürk Üniversitesi].

Altun, M. (2008). *İlköğretim ikinci kademe (6, 7 ve 8. sınıflarda) matematik öğretimi*. Aktüel Yayınları.

Altun, M., & Yılmaz, A. (2008). High school students' process of construction of the knowledge of the greatest integer function. *Ankara University Journal of Faculty of Educational Sciences, 41*(2), 237-271. https://doi.org/10.1501/Egifak_0000001125

Arıcan, M. (2020). Öğretmen adaylarının orantısal olan ve olmayan ilişkileri belirleyebilme ve temsil edebilmelerinin problem içerikleri açısından incelenmesi. *Necatibey Eğitim Fakültesi Elektronik Fen ve Matematik Eğitimi Dergisi, 14*(1), 629-660. https://doi.org/10.17522/balikesirnef.683225

Avcu, R. (2010). *İlköğretim 7. sınıf öğrencilerinin oran ve orantı problemlerindeki çözüm stratejileri üzerine bir araştırma* (Tez No: 264344). [Yüksek Lisans Tezi, Selçuk Üniversitesi].

Ayan-Civak R., Işıksal-Bostan, M., & Yemen-Karpuzcu S. (2021). Middle school students' reasoning in nonlinear proportional problems in geometry. *International Journal of Science and Mathematics Education, 16*(3), 503-518. https://doi.org/10.1007/s10763-016-9777-z

Ayan-Civak, R. (2020). *The evolution of mathematical practices in a seventh-grade classroom: Analyzing students' development of proportional reasoning* (Tez No: 625104). [Doktora Tezi, Orta Doğu Teknik Üniversitesi].

Ben-Chaim, D., Keret, Y., & Ilany, B. S. (2012). *Ratio and proportion.* Springer Science & Business Media.

Bintz, W. P., & Moore, S. D. (2020). Using Literature to introduce ratio and proportion. *Michigan Reading Journal, 52*(3), 62-72. https://scholarworks.gvsu.edu/mrj/vol52/iss3/9/

Bozkurt, A. (2010). İşçi ve havuz problemleri ile ilgili karşılaşılan zorluklar ve çözüm önerileri. *Ahi Evran Üniversitesi Kırşehir Eğitim Fakültesi Dergisi, 11*(2), 173-185. https://dergipark.org.tr/tr/download/article-file/1492936

Bransford, J. D., Brown, A. L., & Cocking, R. R. (Eds.). (2000). *How people learn: Brain, mind, experience, and school*. National Academy Press.

Çakır, A. (2023). *6. ve 7. Sınıf öğrencilerinin oran-orantı konuları ile ilgili problem çözme ve kurma becerilerinin incelenmesi* (Tez No: 850069). [Yüksek Lisans Tezi, Van Yüzüncü Yıl Üniversitesi].

Çalışkan, A. (2023). *Öğrencilerin oran-orantı konusuna yönelik çözüm stratejilerinin ve başarılarının incelenmesi* (Tez No: 95645). [Yüksek Lisans Tezi, Selçuk Üniversitesi].

Çelik, A., & Özdemir, E. (2011). İlköğretim öğrencilerinin orantısal akıl yürütme becerileri ile problem kurma becerileri arasındaki ilişki. *Pamukkale Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi, 30*(30), 1-11. https://dergipark.org.tr/tr/download/article-file/114573

Çetiner, S. (2022). *Kavram karikatürlerinin 7. sınıf öğrencilerinin orantısal akıl yürütme becerilerine etkisi* (Tez No: 736424). [Yüksek Lisans Tezi, Marmara Üniversitesi].

Doğan, A., & Çetin, İ. (2009). Doğru ve ters orantı konusundaki 7. ve 9. sınıf öğrencilerinin kavram yanılgıları. *Uşak Üniversitesi Sosyal Bilimler Dergisi, 2*(2), 118-128. https://dergipark.org.tr/tr/download/article-file/202431

Dreyfus, T., Hershkowitz, R., & Schwarz, B. (2001). Abstraction in context: The case of peer interaction. *Cognitive Science Quarterly, 1*(3-4), 307–358. https://doi.org/10.1007/978-3-030-15789-0_100032

Dreyfus, T., Hershkowitz, R., & Schwarz, B. (2015). The nested epistemic actions model for abstraction in context—theory as methodological tool and methodological tool as theory. In A. Bikner-Ahsbahs, C. Knipping & N. Presmeg (Eds.), *Approaches to qualitative research in mathematics education: Examples of methodology and methods*. Advances Mathematics Education series (pp. 185–217). Dordrecht: Springer.

Duatepe, A., Çıkla, O., & Kayhan, M. (2005). Orantısal akıl yürütme gerektiren sorularda öğrencilerin kullandıkları çözüm stratejilerinin soru türlerine göre değişiminin incelenmesi. *Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi, 28*(28), 73-81. https://dergipark.org.tr/tr/download/article-file/87715

Dubinksy, E. (2000). Mathematical literacy and abstraction in the 21st century. *School Science and Mathematics*, *100*(6), 289-297. https://doi.org/10.1111/j.1949-8594.2000.tb17322.x

Mitchelmore, M. C., & White, P. (2000). Development of angle concepts by progressive abstraction and generalisation. *Educational Studies in Mathematics*, 41, 209-238. https://doi.org/10.1023/A:1003927811079

Hendriana, H., & Fitriani, N. (2019). Mathematical abstraction of year 9 students using realistic mathematics education based on the Van Hiele levels of geometry. *Jurnal Didaktik Matematika, 6*(1), 1-11. https://doi.org/10.24815/jdm.v6i1.13285

Hershkowitz, R., Schwarz, B.B., & Dreyfus, T. (2001). Abstraction in contexts: epistemic actions. *Journal for Research in Mathematics Education, 32*(2), 195-222. https://doi.org/10.2307/749673

Kaplan, A., İşleyen, T., & Öztürk, M. (2011). 6. Sınıf oran orantı konusundaki kavram yanılgıları. *Kastamonu Eğitim Dergisi, 19*(3), 953-968. https://dergipark.org.tr/tr/download/article-file/817410

Karadeniz M.H., & Kaşlıköse, B. (2019, Mayıs). *Sekizinci sınıf öğrencilerinin oran ve orantı konusunu anlama durumları*. Sözel Bildiri, Uluslararası 19 Mayıs Multidisipliner Çalışmalar Kongresi, Giresun.

Karaduman, B. (2019). *Ortaokul 6., 7. ve 8. sınıf öğrencilerinin orantısal akıl yürütme becerilerini ve matematik dersine yönelik tutumlarının bazı değişkenler açısından incelenmesi: cinsiyet ve sınıf düzeyi perspektifi* (Tez No: 534992). [Yüksek Lisans Tezi, Başkent Üniversitesi].

Kılıçoğlu, E. (2020). Ortaokul matematik ders kitabı etkinliklerinde soyutlama becerisinin incelenmesi. *Mersin Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi, 16*(3), 628-650. https://doi.org/10.17860/mersinefd.736764

Lamon, S. J. (2007). Rational numbers and proportional reasoning: Toward a theoretical framework for research. J.F.K. Lester (Ed.), *Second handbook of research on mathematics teaching and learning* (pp. 461−555). Information Age Publishing.

Lamon, S., 2005. *Teaching fractions and ratios for understanding: essential content knowledge and instructional strategies for teachers* (2nd ed). Erlbaum, Mahwah, NJ.

Martinez, R., & Dougherty, B. (2020). Misconceptions on part-part-whole proportional relationships using proportional division problems. *Investigations in Mathematics Learning*, *12*(2), 67-81. https://doi.org/10.1080/19477503.2018.1548222

Matthews, P. G., & Ellis, A. B. (2018). Natural alternatives to natural number: The case of ratio. J*ournal of Numerical Cognition, 4*(1), 19-58. https://doi.org/10.5964/jnc.v4i1.97

Memnun, D. (2008). Olasılık kavramlarının öğrenilmesinde karşılaşılan zorluklar, bu kavramların öğrenilememe nedenleri ve çözüm önerileri. *İnönü Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi, 9*(15), 89-101. https://dergipark.org.tr/tr/download/article-file/92336

Mersin, N. (2018). İki aşamalı teşhis testine göre ortaokul 5, 6 ve 7. Sınıf öğrencilerinin orantısal akıl yürütmelerinin değerlendirilmesi. *Cumhuriyet Uluslararası Eğitim Dergisi, 7*(4), 319-348. https://doi.org/10.30703/cije.426627

Millî Eğitim Bakanlığı. (2018). *İlköğretim matematik dersi öğretim programı*. MEB Yayınları.

Öz, E. (2020). *Ortaöğretim öğrencilerinin orantısal akıl yürütme becerilerinin incelenmesi* (Tez No: 646636). [Doktora Tezi, Anadolu Üniversitesi].

Piaget, J. (1953). How children form mathematical concepts. *Scientific American, 189*(5), 74-79. https://www.jstor.org/stable/24944400

Sezgin-Memnun, D. (2011). *İlköğretim altıncı sınıf öğrencilerinin analitik geometrinin koordinat sistemi ve doğru denklemi kavramlarını yapılandırmacı öğrenme ve gerçekçi matematik eğitimine göre oluşturması süreçlerinin araştırılması* (Tez No: 306364). [Doktora Tezi, Uludağ Üniversitesi].

Şermetoğlu, H., & Baki, M. (2019). Oran ve orantı konusu öğretim sürecinin bir matematik öğretmeninin fark etme becerisi bağlamında incelenmesi. *Turkish Journal of Computer and Mathematics Education, 10*(2), 394-425. https://doi.org/10.16949/turkbilmat.461124

Taylor, N., & Taylor, S., (2013). Teacher knowledge and professional habitus. N., Taylor, S., Van der Berg, T., Mabogoane, (Eds.), *What makes schools effective? Report of the national schools effectiveness study (*pp. 202–232). Pearson Education.

Thompson, P.W. (1994). The development of the concept of speed and its relationship to concepts of rate. G. Harel & J. Confrey (Eds.), *The development of multiplicative reasoning in the learning of mathematics* (pp. 179–234). Suny Press.

Üçgül N. (2022). *Oran- orantı konusunun çoklu temsiller kullanılarak öğretilmesinin yedinci sınıf öğrencilerinin orantısal akıl yürütme becerilerinin gelişimine etkisinin incelenmesi* (Tez No: 761624). [Yüksek Lisans Tezi, Kırşehir Ahi Evran Üniversitesi].

Van Galen, M. S., & Reitsma, P. (2008). Developing access to number magnitude: A study of the SNARC effect in 7-to 9-year-olds. *Journal of Experimental Child Psychology, 101*(2), 99-113. https://doi.org/10.1016/j.jecp.2008.05.001

Yıldırım, A., & Şimşek, H. (2018). *Sosyal bilimlerde nitel araştırma yöntemleri*. Seçkin Yayınevi.

Extended Abstract

Introduction

The question of how learning occurs, that is, how the individual learns, is very important. The question of how an individual learns is; It brings up questions such as how they form mathematical concepts in their minds, what mental processes they go through while creating them, what is effective in these processes, and what kind of conditions contribute to this process (Altun, & Yılmaz, 2008; Sezgin Memnun, 2011). In order to find answers to all these questions, it is necessary to focus on the knowledge creation processes in which students create new mathematical knowledge.

Abstraction in Context (AiC) theory, by Herskhowitz, Schwarz and Dreyfus in 2001, is a theoretical framework put forward to examine the processes of creating abstract mathematical knowledge that includes students' personal backgrounds and the environment in which learning takes place (Dreyfus et al., 2015). The RBC+C model is a theoretical and analytical lens to determine students' epistemic actions in context, thus observe abstraction processes and analyze these processes. This model consists of the actions of recognizing, building with, constructing and consolidation. The operation of the RBC+C can be summarized in three stages (Dreyfus et al., 2001):

1. Need for a new structure,

2. Creating a new abstract structure as a result of recognizing and using existing structures,

3. The consolidation of the newly formed abstract structure, a person being able to recognize this structure with increasing ease and using it in later situations.

In the research, AiC was chosen as a theoretical framework and the RBC+C was used as an analytical tool to analyze students' knowledge creation and consolidation processes. When the literature is examined, the studies conducted in our country are generally related to students' misconceptions about the concept of proportion, their proportional reasoning skill levels and the strategies they use in proportion problems (Altaylı, 2012; Avcu, 2010; Duatepe et al., 2005; Kaplan et al., 2011). The research is considered important in terms of revealing students' processes of creating and reinforcing the proportion in the context of the RBC+C, determining which steps they have difficulty in, preventing misconceptions, planning teaching, organizing learning environments and guiding educators in overcoming difficulties. The purpose of the research is to determine the processes of creating and reinforcing proportion among seventh grade students at different levels of success.

Method

This study, which aims to examine seventh grade students' knowledge formation processes regarding the concept of proportion, was carried out with a case study. The participants of the study are six seventh-grade students with different levels of success. Interviews, video and audio recordings recorded during the interviews, and written documents containing the students' solutions were used as data collection tools. The application process was carried out in groups of two in order to ensure that the participants interacted with each other during the process and were able to express their solutions to the problems out loud. During the interviews, the "Proportion and Direct Proportion Knowledge Formation Examination Form", which consists of problems that will reveal the knowledge creation processes, was applied to the participants. While designing the problems, care was taken to ensure that the problems were interesting, aroused curiosity in the students, and were in a real-life context. The development process of the data collection tool started by scanning the relevant literature. After the problems were prepared, expert opinions were received. A pilot study was conducted with two students and an idea was obtained about the implementation period. After the adjustments made, the problems were given their final form. Interviews was completed in 9 sessions in total, with the groups formed in 3 different sessions, each lasting approximately 40 minutes. Since education continued remotely due to the pandemic, the interviews were held on the online platform, through the zoom application. Content analysis was used to analyze the obtained data. The obtained data were interpreted and analyzed within the framework of the RBC+C.

Result and Discussion

It was observed that in the process of forming proportion, students at high and medium success levels carried out the actions of recognizing, using, creating and reinforcing more easily than students at low success levels. In this case, it was effective for the students to have correctly formed their pre-existing knowledge in their minds. The difficulties experienced by students in recognizing the concepts necessary to form the concepts of "proportion" and "correct proportion" arise from their lack of prior knowledge. This difficulty has attracted even more attention, especially in students with low mathematics achievement. Students' prior knowledge can sometimes cause new concepts to be formed incorrectly or incompletely. In such a case, solving a problem or performing an action may be in line with his previous knowledge and he may not be able to foresee that what he is doing is wrong (Bozkurt, 2010).

It has been determined that medium and low-achieving students can perform recognition and use actions more easily through tables and graphs. It can be said that they can compare two data groups more easily through tables and graphs, and they can more easily notice and explain the relationships between quantities through tables and graphs. In this regard, it is thought that using different representations is effective in helping students form new concepts.

It was observed that high-achieving students explained their thoughts better and justified their solutions compared to other groups. Students in the low-achieving group could not fully explain the reasons for their solution methods. It is thought that this situation arises from the fact that students have difficulty in using mathematical language, cannot fully understand the concepts, and tend to use memorized information. In addition, it was noted that students with high levels of success used the newly created concepts in similar problem situations they encountered during the interviews and strengthened the concepts they created by reinforcing them. On the other hand, students at medium success level had difficulty in recognizing and using the knowledge they created in different problem situations. Students with low success levels, on the other hand, tried to use their existing knowledge in the current problem situation instead of using the newly created concepts, and tried to overcome the problem with the concepts they had previously created. It was seen that the participants in this group tried to reach a solution by using their knowledge of the concept of pattern during the reinforcement process.

It was seen that students with low mathematics achievement think additively instead of multiplying when solving problems. Similar studies have also revealed that students have difficulty in transitioning to multiplicative thinking and that the most common mistake they make when solving ratio-proportion problems is additive thinking (Şermetoğlu, & Baki, 2019; Karadeniz, & Kaşlıköse, 2019).

Based on the results of this research, the following suggestions are offered for future research:

• Before teaching a new concept, students' prior knowledge and readiness levels should be determined, and deficiencies should be eliminated.

• In teaching the concept of proportion, students should be given problems that will prompt them to think and reason, in addition to routine problems.

• Teachers can organize learning environments by foreseeing in which steps students may have difficulties regarding the concepts intended to be taught in students.

• Considering the learning environments in schools, knowledge creation processes can be examined in future studies by working on different activities in different mathematics subjects with larger groups with different achievement levels.

Ek 1. Orantı ve Doğru Orantı Bilgisini Oluşturma Sürecini İnceleme Formu

Problem 1: Hangi Elma Daha Kırmızı?

Oyun hamurlarından elma ağacı yapmak isteyen Irmak, istediği elma rengini oluşturmak için kırmızı oyun hamuru ile beyaz oyun hamurunu karıştırmayı planlar. Irmak 6 kutu kırmızı renk hamur ile 2 kutu beyaz renk oyun hamurunu karıştırır ve elde ettiği oyun hamuruyla elmalarını yapmaya başlar. Ancak yapacağı diğer elma ağacı için oyun hamurlarının yeterli olmadığını fark eder. Bu kez elinde kalan 5 kutu kırmızı oyun hamuru ile 1 kutu beyaz oyun hamurunu karıştırarak elde ettiği oyun hamuruyla elma ağacını yapar. Buna göre Irmak'ın yaptığı iki farklı ağaçtaki elma renkleri aynı mıdır? Sebebini açıklayınız.

Problem 2: Balmumu Heykel Müzesi

Dünyanın pek çok yerinde bulunan balmumu heykel müzelerinde ünlü kişilerin ya da çizgi film karakterlerinin gerçeğe çok yakın heykelleri sergilenmekte ve çok büyük ilgi görmektedir. Hem büyüleyici hem de inanılmaz ölçüde gerçekçi olan bu heykellerin nasıl yapıldığını merak ediyor musunuz?

Balmumu heykelleri yapmak için ilk adım heykeli yapılacak kişi ya da karakterin vücut ölçülerinin belirlenmesidir. Bu ölçüler belirlenirken uzmanlar pek çok kaynaktan (fotoğraf, video, afiş vb.) topladıkları verilerle baş uzunluğu, kol ve bacak uzunluğu, boy uzunluğu gibi bilgileri belirler. Vücut ölçüleri belirlendikten sonra ise iskelet ve kas sistemi oluşturulur. Daha sonra heykel kil ile kaplanır, erimiş balmumu istenilen şekli alması için kalıplara dökülür ve katılaşması beklenir. Son olarak da heykelin daha gerçekçi görünmesini sağlamak için eller ve yüz üzerinde hassas bir şekilde çalışılır. İşlemin son kısmında heykel yağ bazlı boyalarla istenilen renklere boyanarak tamamlanır.

Adını balmumu heykel ustası Maria Tussaud'dan alan Madame Tussauds müzesi, İstanbul'da tüm çocukları sevimli masal kahramanı Shrek'i ziyaret etmeye çağırıyor. Tüm üretim süreci 3 ay süren ve yüksekliği 2 metreyi aşan Shrek heykelinin yapımında yarım ton kil kullanıldı. Shrek'in kendine has saç, göz, cilt rengi ve kıyafetlerini doğru yaratabilmek adına da ayrıntılı bilgi alındı. Sonuç ise, görenleri hayran bırakan Yeşil Dev Shrek!

Aşağıdaki tabloda Shrek'in farklı film afişlerindeki baş uzunluğu ve kol uzunluğu verilmiştir. Tabloyu inceleyiniz.

Film Afişleri	Shrek 1	Shrek 2	Shrek 3	Shrek 4	Balmumu Heykeli
Baş Uzunluğu	10 cm	20 cm	30 cm	40 cm	54 cm
Kol Uzunluğu	20 cm	40 cm	60 cm	80 cm	
Arasındaki İlişki					

1. Bu tabloya göre farklı boyutlardaki Shrek'in baş uzunluğu ve kol uzunluğu arasındaki bir ilişki var mıdır? Varsa nasıl bir ilişki vardır? Açıklayınız.
2. Bu ilişkiyi hangi kavram ile ifade edersiniz? İki çokluğu karşılaştırırken hangi kavramı kullanırız? Açıklayınız.
3. Elde ettiğimiz ilişkileri oran olarak nasıl yazabiliriz? Açıklayınız. Buna göre tabloda boş olan satırı doldurunuz.

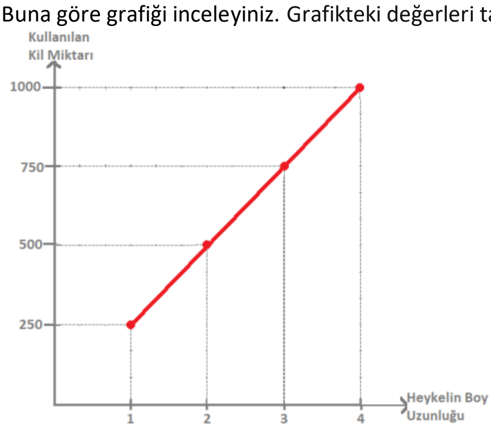
4. Bulduğunuz oranları birbirleriyle karşılaştırınız. Sizce Shrek'in baş uzunluğunun boy uzunluğuna oranı değişiyor mu? Yoksa her sütun için bulduğunuz oranlar eşit midir?
5. Oranların birbirine eşit olması iki çokluğun birbiriyle orantılı olduğunu gösteriyorsa Shrek'in baş uzunluğu ile boy uzunluğu birbiriyle orantılı mıdır?
6. Tabloyu tekrar inceleyiniz. Shrek'in baş ve kol uzunluğu değiştiği halde tüm sütunlarda değişmeden sabit kalan bir değer vardır. Bu değer nedir? Bu sabit değer hangi kavrama karşılık gelmektedir?
7. Bulduğumuz sabit değeri kullanarak müzede sergilenecek olan Shrek heykelin baş uzunluğundan yararlanarak heykelin kol uzunluğunu bulabilir miyiz? Nasıl? Heykelin baş uzunluğu 54 cm olduğuna göre kol uzunluğu ne kadardır? Açıklayınız.

$$\frac{Baş\ uzunluğu}{Kol\ uzunluğu} =$$

8. Öğrencileri ile müzeyi ziyaret etmek için sınıf gezisi planlayan Ayşe öğretmen 30 kişilik sınıfı için 30 adet giriş bileti almış ve 450 TL ödemiştir. Kendisine bilet almayı unutan Ayşe öğretmen kendisine alacağı 1 bilet için kaç TL ödeyecektir? Cevabınızı açıklayınız.

$$\frac{Alınan\ Bilet}{Ödenecek\ Miktar} =$$

9. Boyu 2 metre olan Shrek heykelinin yapımında yarım ton (500 kg) kil kullanılmıştır. Aşağıdaki grafikte heykelin boy uzunluğuna göre kullanılan kil miktarları belirtilmiştir. Buna göre grafiği inceleyiniz. Grafikteki değerleri tabloya işleyiniz.



Heykelin Boy Uzunluğu	Kullanılan Kil Miktarı

10. Grafiği ve tabloyu inceleyiniz. Heykelin boy uzunluğu arttıkça kullanılan kil miktarı nasıl değişmektedir?
11. Heykelin boy uzunluğu azaldıkça kullanılan kil miktarı nasıl değişmektedir?

4 m	**1000**
3 m	**750**
2 m	**500**
1 m	**250**

12. Grafiği ve tabloyu incelediğimizde heykelin boy uzunluğu ile kullanılan kil miktarı arasında nasıl bir ilişki vardır? Açıklayınız.

Heykelin Boy Uzunluğu Kullanılacak Kil Miktarı

13. Bu ilişkiyi denklem ile ifade ediniz. Aşağıda boşluğun yerine gelmesi gereken değeri bulunuz.

Kullanılacak Kil Miktarı = Heykelin Boy Uzunluğu . ……….

14. Heykelin boy uzunluğu ile kullanılacak kil miktarı oranlarını inceleyiniz. Bu oranlar birbirlerine eşit midir? Buna göre doğru orantı sabitini bulunuz.

$$\frac{Kullanılacak\ Kil\ Miktarı}{Heykelin\ Boy\ Uzunluğu} =$$

15. Boyu 5 ve 6 metre olacak şekilde heykel oluşturmak istersek ne kadar kil kullanırız? Çözümünüzü açıklayınız.

Problem 3: Kitap Siparişi Problemi

Satın Alınan Kitap Sayısı	Toplam Fiyat
4	100 TL
6	150 TL
8	200 TL

a) Ayşe yaklaşan yarıyıl tatilinde okumak için kendisine kitap sipariş etmeyi düşünmektedir. Kitap sipariş edeceği kitabevi okurları için yanda verilen kampanyayı düzenlemiştir. Bu kampanyaya göre satın alınan kitap sayıları ve ödenecek toplam fiyat yanda verilmiştir. Buna göre satın alınan kitap sayıları ile ödenecek toplam fiyatlar orantılı mıdır? Açıklayınız.
b) Satın alınan kitap sayıları ile ödenecek toplam fiyatlar arasında nasıl bir ilişki vardır? Bu orantıya ne ad verilir?
c) Kampanyaya göre Ayşe 24 kitap satın aldığına göre kaç TL ücret ödemiştir?

Problem 4: Tortilla Problemi

Bir İspanyol omleti olan Tortilla yumurta, patates ve tercihe göre bazı sebzelerin birleşmesiyle oluşan lezzetli bir yemektir. Yeni kültürler tanımak için gittiği İspanya gezisinden dönen Melek, İspanya'da tattığı ve çok beğendiği bu lezzetli yemeği ailesine de tanıtmak istemektedir. Dört kişilik tortilla tarifinde 3 patates, 4 yumurta kullanıldığını bilen Melek hazırladığı tortillasında 6 patates kullandığına göre kaç yumurta kullanmıştır?