

---

## BİTİŞME ANALİZİ FAYDALARININ GENELLEŞTİRİLMİŞ TAHMİN DENKLEMLERİ İLE BELİRLENMESİ

---

Duygu USTA<sup>1</sup>, Ahmet Mete ÇİLİNGİRTÜRK<sup>2</sup>

### Öz

Bitişme (Conjoint) analizi işletme bilimlerinde özellikle pazarlama dalında kullanılan tutarlılığı yüksek bir yöntemdir. Bu analiz ürün çeşitlendirme ve yeni ürün geliştirmede fayda fiyat dengesini tahmin etmek için sıklıkla kullanılmaktadır. Yöntemin dezavantajı önceden belirlenmiş profillere yani ortogonal tasarıma dayanmasıdır. Kategori sayısının artması sorun yaratmaktadır. Bu çalışmanın amacı, Bitişme Analizi ile elde edilen bitişme katsayıları ve ürün faktör önemlerinin Genelleştirilmiş Tahmin Denklemleri ile elde edilebileceğini ortaya koymaktır. Bu nedenle M. Baran (2007) tarafından yürütülen bir araştırmaya ait Bitişme Analizi verileri kullanılmıştır. Baran, bu çalışmada tüketicilerin belirli bir markadaki çay türlerini tercih etmedeki faktörlerin önem değerlerini ortaya koymuştur. Genelleştirilmiş Tahmin Denklemleri, doğrusal modellerin genişletilmiş bir versiyonu olarak boylamsal, kümelenmiş ve panel verilerde daha etkin ve yansız tahminler elde etmek için geliştirilmiştir. Bu çalışmada tahmin katsayıları ve fayda değerleri her iki yöntemle tahmin edilmiş ve Bitişme Analizi ile bulunan fayda değerlerinin Genelleştirilmiş Tahmin Denklemleri ile de elde edilebileceği ortaya konmuştur.

**Anahtar Kelimeler:** Bitişme Analizi, Genel Doğrusal Karma Modeller, Genelleştirilmiş Tahmin Denklemleri Tüketici Tercihi

**JEL Sınıflandırması:** C13, C80, C88, M30, M31

---

## DETERMINATION OF CONJOINT PATHWORTHS WITH GENERALIZED ESTIMATION EQUATIONS

---

### Abstract

Conjoint Analysis is a efficient analysis and is used especially in marketing. It was used to predict the utility and price level at product or service development or for innovative purposes. It has the disadvantage of strict profile usage and orthogonal profile determination for the efficient coefficient estimation. The increasing attribute level amount involves further problems in the research. The aim of this study is to show that the coefficient of correlation and the product factor significance obtained by the Conjoint Analysis can be obtained by the Generalized Estimation Equations. In this analysis the data from a study conducted by M.Baran(2007) is used. In his study, Baran revealed the importance factor of consumer in tea preferences. The Generalized Estimation Equations have been developed as an expanded version of linear models to obtain efficient and unbiased estimates with longitudinal, panel or clustered data. In this study the model coefficients and utility values have been estimated comparatively by both of the methods.

**Keywords:** Conjoint Analysis, General Mixed Models, Generalized Estimation Equations, Consumer Choice

**JEL Classification:** C13, C80, C88, M30, M31

---

<sup>1</sup> Arş. Gör., Marmara Üniversitesi, İİBF, Ekonometri Bölümü, duygu.usta@marmara.edu.tr

<sup>2</sup> Prof. Dr., Marmara Üniversitesi, İİBF, Ekonometri Bölümü, acilingi@marmara.edu.tr

## 1. Giriş

Bitişme (Konjoint) Analizi ilk olarak 1970'lerde ortaya çıkmış ve günümüze kadar çeşitli yeniliklerle kullanılmaya devam edilmiştir. Analiz; pazarlama araştırmalarında fiyatlama, yeni ürün geliştirme, ürün özelliklerinin faydalarını ortaya koyma amacıyla başvuru, istatistiksel yöntemler arasında ticari kullanımı yaygın olan bir analizdir. İstatistik yazılımlarında temel paket içinde bulunmayan bu çok değişkenli analiz metodu bireylerin çeşitli varsayımsal ürün veya hizmetleri derecelendirmeleri, sıralamaları ve tercih etmelerine dayalıdır. Bu analizin en önemli özelliği nitelikleri nicel olarak karşılaştırabilmesidir. Yani sayısal olarak ifade edilmeyen özellikleri (örneğin renk, marka, hisler vb.) sayısal ifadelerle dönüştürerek analize dahil etmektedir. Bu analiz tekniği diğer çok değişkenli yöntemler arasında araştırmacının ilk olarak her bir özelliğin seçilmiş seviyelerini birlikte düşünerek gerçek veya varsayımsal mal ve hizmetlerin bir kümesini meydana getirdiği tek tekniktir. Bireylere soru sorularak farklı özellik ve düzeyler içeren ürün, kavram, hizmetler (profiller) arasında seçim yaptırır. Bu yöntem özünde, ürün özelliklerinin farklı düzeylerinin gösterildiği bir profil kümesi üzerinden tüketici tercihlerinin değerlendirilmesine dayanmaktadır. Bu kümedeki her bir profilde ürün özelliklerinin farklı düzeyleri yer almaktadır. Yanıtlayıcılar bir profil ile ilgili değerlendirme yaptığında, profilde yer alan faktör düzeylerine göre diğer özellikler vazgeçmektedirler. Bu teknikle, tüketicinin karar kriterleri belirlenerek tüketici için hangi özelliklerin önemli veya önemsiz olduğu, bu özellikler için hangi düzeylerin tüketici tarafından en çok veya en az tercih edildiği sorularına cevap bulunabilmektedir. Böylelikle işletmeler tüketici beklentilerini daha iyi karşılayan ürün ya da hizmet sunabilmekte, pazar payı ve karlıklarını en doğru şekilde tahmin edebilmektedir. Bu çalışmanın amacı; dezavantajları ve ulaşım zorluğu bilinen Bitişme Analizi yerine Genelleştirilmiş Tahmin Denklemleri tahmincilerinin kullanılabilirliğini göstermektir.

Çalışmada öncelikle yöntemler hakkında teorik bilgi verilmiştir. Uygulama kısmında geçmişte sonuçları belirlenmiş bir veri üzerinden ilk olarak Bitişme Analizi ile daha sonra Genelleştirilmiş Tahmin Denklemleri ile çözümlenerek tahmin katsayıları ve faktörlerin oransal önem değerleri bulunmuş ve sonuçlar karşılaştırılarak Bitişme Analizi faydalarının Genelleştirilmiş Tahmin Denklemleri ile belirlenebildiği ortaya konmuştur. Türkçe Literatürde ayrı olarak Bitişme Analizi ve Genelleştirilmiş Tahmin Denklemleri çalışmaları olmakla birlikte bu iki analiz yönteminin sonuçlarının karşılaştırılması ile ilgili bir çalışmaya rastlanmamıştır.

## 2. Literatür Özeti

Bitişme Analizi ile ilgili literatür incelendiğinde, Türkiye ve diğer ülkelerde son yıllarda yapılan çalışmalardan seçilenleri aşağıda özetlenmiştir. Yavuz ve Çemrek (2013), sağlık çalışanlarının konut tercihlerini Bitişme Analizi ile belirlemeye yönelik bir araştırma yapmıştır. Aydın ve Yalçın (2016) çalışmasında, Bitişme Analizi tekniklerinden biri olan Seçime Dayalı Bitişme Analizi hakkında bilgi vererek bir bölgedeki akademisyenlerin var olan bir kampüsün sürdürülebilir bir yeşil kampüse dönüşümü sırasında öncelikli olarak yapılmasını istedikleri uygulamaları belirlenmesi problemini ele almıştır. Arslan (2016) çalışmasında, en uygun yatırım aracının belirlenmesi probleminde Bitişme Analizi kullanmıştır. Güler ve arkadaşları (2016) araştırmalarında, Türkiye'de Doğu Akdeniz mutfağında en çok tercih edilen yerel yemek menüsü belirlemede Bitişme Analizini uygulamışlar ve böylelikle hem çok tercih edilen yemek menüsünü hemde tüketicilerin önem verdikleri tercih kriterlerini ortaya koymuşlardır. Aribarg ve arkadaşları (2017) çalışmalarında, ölçeklerdeki kısaltmaların ortadan kaldırılmasını seçim bazlı Bitişme Analizi'nin etkileri araştırmış ve ölçek kısaltmasının kaldırılmasını tüketicilerin alternatifleri ayırt etme yeteneklerini arttıracığı ortaya konmuştur. Suess ve Mody (2017) çalışmalarında, hasta tarafından seçimi etkileyen faktörler arasında hastane odalarının lüks otel standardına getirilmesinin önemli bir etken olup olmadığını ortaya koymada Bitişme Analizi yaklaşımını kullanmıştır.

Genelleştirilmiş Tahmin Denklemleri ile ilgili literatür incelendiğinde Türkiye ve diğer ülkelerde son yıllarda yapılan çalışmalardan seçilenleri aşağıda özetlenmiştir. Bağdatlı ve arkadaşları (2015) çalışmalarında, üniversite tercihlerinde URAP(Akademik performans) dayalı üniversite

sıralamaları) sıralamasında kullanılan değişkenlerin etkilerinin Genelleştirilmiş Tahmin Denklemleri ile incelemişlerdir. Kılıç ve Çilingirtürk (2013) çalışmalarında, Genelleştirilmiş Tahmin Denklemlerinde entropiye dayalı korelasyon matrisi yaklaşımını inceleyerek Türk bankacılık sektöründe uygulamışlardır. Çolak ve Özdamar (2007) araştırmalarında, Genelleştirilmiş Tahmin Denklemlerinin performansının gruplandırılmış ikili gözlemlerde karşılaştırmışlardır. Samur ve arkadaşları (2012) çalışmalarında, Genelleştirilmiş Doğrusal Karma Model ve Genelleştirilmiş Tahmin Denklemi Yöntemlerinin uzunlamasına iki durumlu yanıt değişkeni için uygulamada kolon kanser verisi kullanarak karşılaştırmışlardır. Hanley ve arkadaşları (2003) araştırmalarında Genelleştirilmiş Tahmin Denklemleri'ni kullanarak ilişkili verilerde istatistiksel analizlerin yapımını göstermişlerdir. Scott ve arkadaşları (2014) çalışmalarında, paralel tasarımlar ve kümeli tesadüfi tasarımların performanslarını karşılaştırarak Genelleştirilmiş Tahmin Denklemlerine sonlu örnek düzeltilmesi yapıldığında daha etkin tahminler elde edileceğini göstermişlerdir.

Literatürde birçok alanda Bitişme Analizi ve Genelleştirilmiş Tahmin Denklemleri uygulamaları görülsede Bitişme Analizi ve Genelleştirilmiş Tahmin Denklemlerinin karşılaştırılması ile ilgili bir çalışmaya rastlanmamıştır.

### 3. Veri Seti ve Yöntem

Çalışmada Malgorzata Baran (2007) tarafından yürütülen bir araştırmaya ait veriler kullanılmıştır. Baran, bu çalışmada tüketicilerin belirli bir markadaki çay türlerini tercih etmedeki faktörlerin önem değerlerini ortaya koymuştur. Bu amaçla oluşturulan veri; 100 birey ve 13 kart içermekte olup 4 faktör ve 11 düzey içermektedir. Her bir faktör ve faktörlere ait olan düzeyleri Tablo 1'de vermiştir.

Tablo 1: Faktör ve Düzey Tablosu

Faktörler	Düzey No	Düzey İsim
Fiyat	1	Düşük
	2	Orta
	3	Yüksek
Çeşitlilik	1	Siyah
	2	Yeşil
	3	Kırmızı
Tür	1	Çekilmiş
	2	Tanecikli
	3	Yapraklı
Aroma	1	Evet
	2	Hayır

Bu çalışmada kullanılan veri her ne kadar geçmişte üretilmiş olsa da, sonrasında parametre tahminlerinin etkinlik ve tutarlılığını ortaya koymak için deneysel veri kategorisine girmiştir.

Çalışmamızın temel amacı; bu hazır veriyi kullanarak Genelleştirilmiş Tahmin Denklemleri yöntemi kullanılarak Bitişme Analizi sonucu bulunacak olan tahmin katsayıları ve oransal önem değerlerini elde etmektir. Genelleştirilmiş Tahmin Denklemleri'nde faktörlerin oransal önem değerlerinin elde edilebilmesi için marjinal ortalamalar kullanılmıştır. Bitişme Analizi sonuçları R programı ile, Genelleştirilmiş Tahmin Denklemleri sonuçları ise SPSS programında bulunmuştur.

Çalışmada Bitişme Analizi'nde tam faktör yerine indirgenmiş faktöriyel tasarım kullanılmıştır. Tam faktörlü tasarımda  $3 \times 3 \times 3 \times 2 = 54$  kart mevcuttur. Bu kartların hepsinin yanıtlayıcıya sunulması kafa karışıklığı ile birlikte tutarsız değerlendirmelere sebep olabileceğinden dolayı indirgenmiş faktöriyel tasarım kullanılmıştır. Ayrıca model olarak teoride verilecek olan kısmi fayda modeli kullanılmıştır. Bu veri setine göre model Eşitlik (1)'deki gibi olacaktır. Kukla değişkenli regresyon modeli kullanılarak her bir yanıtlayıcı için fayda modeli Eşitlik (1)'deki denklemin tahmin edilmesiyle bulunmaktadır.

$$\hat{Y}_i = b_{0i} + b_{1i}X_{1i} + b_{2i}X_{2i} + \dots + b_{7i}X_{7i} \quad (1)$$

Veri öncelikle Bitişme Analizi ile çözülmüş daha sonra Genelleştirilmiş Tahmin Denklemleriyle de çözümlenerek aynı sonuçlar elde edilmiştir. Böylelikle Bitişme Analizi ile elde edilen oransal önem değerlerinin Genelleştirilmiş Tahmin Denklemleri ile de belirlenebildiği ortaya konmuştur.

### 3.1. Bitişme Analizi

Bitişme analizi; tüketici tercihlerinin karakteristik özelliklerini ortaya koymaya çalışan çok değişkenli analiz yöntemlerinden biridir. Bu yöntemle tüketicilerin karar kriterleri belirlenerek mal veya hizmet alımlarında tüketiciler için hangi faktörlerin önemli veya önemsiz olduğu, bu faktörler için hangi seviyelerin daha fazla hangilerinin daha az tercih edildiği, hangi faktörlerin veya düzeylerin birlikte olmasının tüketici tercihlerine etkisi olacağı gibi sorulara cevap bulunabilmektedir. Böylelikle kurum veya işletmeler tüketici beklentilerini daha iyi karşılayan ürün veya hizmet sunabilmektedir. Ayrıca kendi pazar paylarını ve karlıklarını doğru bir şekilde tahmin edebilmektedir. Bitişme analizinin istatistiksel varsayımlarından çok kavramsal varsayımları bulunmaktadır. Burada önemli olan araştırmanın model formunu belirledikten sonra amaca etki edebilecek faktör ve seviyelerin açık ve net bir şekilde belirlenmesi ve yanıtlayıcıya sunulmasıdır (Hair vd., 1998:418). Tüketici tercih yapısı ve seçim davranışlarının analizi Lancaster'ın 1971'deki çalışması olan fayda teorisine dayanarak geliştirilmiştir. Green ve Wind 1973'deki çalışmalarında tüketici tercih yapısı bilgisinin işlenmesinde çeşitli yaklaşımlar önermişlerdir. Bu yaklaşımlar arasında toplamsal fayda modeli en iyi bilinen ve araştırmacılar tarafından en yaygın olarak kullanılan yaklaşımdır. Toplamsal modelin varsayımına göre bir ürünün tüketicide yarattığı fayda, o ürünün özelliklerinin düzeylerinin ayrı ayrı kısmi faydalarının toplanmasıyla bulunabilmektedir.

Ürüne ait her özelliğin her düzeyinin tüketicinin tercihine olan katkısı, o özellik düzeyinin kısmi faydası olarak nitelendirilir Buna göre, bitişme analizinde amaç, kısmi faydaların tahmin edilmesidir. Model aşağıdaki matematiksel form ile ifade edilir.

$$y_k = \mu + \sum_{j=1}^J \sum_{m=1}^{M_j} \beta_{jm} x_{jm} + \varepsilon_k; k = 1, 2, \dots, L; j = 1, 2, \dots, J \quad (2)$$

$$\sum_{m=1}^{M_j} \beta_{jm} = 0 \text{ tüm } j \text{ için ve}$$

$$x_{jm} = \begin{cases} 1 & \text{k'inci kombinasyon } j'inci faktörün } m \text{ seviyesini içeriyorsa} \\ 0 & \text{diğer durumlarda} \end{cases}$$

Eşitlik (2)'de  $y_k$ , k'inci kombinasyon için tahmin edilen toplam faydayı ve  $\beta_{jm}$  ise j faktörünün m seviyesi için kısmi faydayı temsil etmektedir. Parametreler ana etki temelli bir varyans modelinden tahmin edilmektedir. Bu denklem hata terimi ve kayıp fonksiyonu içerdiğinden bitişme analizi istatistiksel bir modeldir (Green ve Srinivasan, 1978:105). Kısmi faydalar, En Küçük Kareler yöntemi ile tahmin edilmektedir. Her özelliğin kısmi fayda toplamları sıfır olmalıdır. Bitişme Analizi'nin en önemli özelliği sayısal olarak ifade edilemeyen özellikler sayısal olarak ifade edilebilen verilere dönüştürülür. Analiz bu özelliği ile diğer çok değişkenli analiz yöntemlerinden ayrılmaktadır. Bitişme Analizi, bireysel ve bileşik olmak üzere ikiye ayrılmaktadır. Bireysel Bitişme Analizinde her bir birey için fayda değeri hesaplanırken, bileşik olarak adlandırılan yaklaşımda her bir faktör kategorisi için sadece tek bir değer hesaplanır. Bitişme Analizi'nde bazı nitelikleri ölçülemeyen ancak düzeyler biçiminde ifade edilebilen pek çok özellikli mal veya hizmetin tüketici tercihlerini belirlemedeki etkinliğini ortaya çıkardığı için genel iki amaç bulunmaktadır Genel tüketim modeli incelenen değişken ve düzeylerin oluşturduğu çeşitli kombinasyonların tercih edilmeye katkısının belirlenmesini amaçlarken; bireysel tüketim modeli, karar almada bireylerin tercih ettiği modelin gerçekliğinin test edilmesini sağlar (Sönmez, 2006:190). Bitişme analizinde bağımsız değişkenler sınıflayıcı veya sıralayıcı iken bağımlı değişken metrik veya sınıflayıcı düzeyde olabilir. Bitişme ölçümü her bir bağımsız değişkenin her düzeyi için sayısal değerler bulur ve eş zamanlı olarak bağımlı değişkenin puanlamasını bulur. Amaç, bağımlı değişkenin sıralama değerlerini özellik düzeyleri değerlerinin toplam değerine dönüştürmektir. Bu yüzden birliktelik ölçümü sıralı verilerden aralıklı değişken üretmek için kullanılır.

Bu analiz yedi aşamada gerçekleştirilir. İlk aşamada problemin doğru bir şekilde tanımlanması yapılarak takip eden aşamada mal veya hizmetin tüm faktörlerinin ve bu faktörlere ait düzeylerin belirlenmesi gerekir. Faktör ve düzeylerin net bir şekilde tanımlanması önemlidir. Üçüncü aşama veri toplama tekniğine ve ölçek düzeylerine bağlı olarak yöntem seçimidir (Hair vd., 1998:404).

Tablo 2: Bitişme Analizi Yaklaşımları

	Seçim Bazlı Bitişme	Geleneksel Bitişme	Uyarlayıcı Bitişme
En Fazla Faktör Sayısı	6	9	30
Analiz Düzeyi	Bütünleştirme/Toplanma	Bireysel	Bireysel
Model Formu	Toplamsal+Etkileşim Etkileri	Toplamsal	Toplamsal

Bu aşamada Tablo 2' de gösterilen şekilde yöntem belirlenmesi, sonrasındaki aşamalarda yapılan seçimleri ve hatta elde edilecek sonuçları etkilemektedir. Bu yüzden yöntem belirlenmesi dikkatli bir şekilde yapılmalıdır.

Araştırmaya dahil edilecek en fazla faktör sayısı genel kabul görmüş sınırlardır. Sonraki aşamada tüketicilerin tercihlerini etkileyen belirlenmiş faktör ve düzeylere uygun anket formunun düzenlenmesi ve profil (kart) tasarımının oluşturulması gerekir. Kombinasyon dolayısıyla kart sayısı temel olarak, çalışmada yer alan tüm faktörlerin düzey sayılarının çarpılması ile belirlenir. Bu tasarıma "tam faktöriyel tasarım" (full design) adı verilmektedir. Ancak pratikte çok yüksek kombinasyon sayısı hem araştırmacı hem de yanıtlayıcılar için uygulanabilirlik ve tahmin edilebilirlik bakımından problem yaratmaktadır. Bu nedenle tüm teorik olarak olası kombinasyon sayısının bir alt kümesinin seçilmesi uygun olmaktadır. Bu tasarıma "kısmi faktöriyel" (reduced) ya da "dik tasarım" (orthogonal design) adı verilmektedir. Kısmi faktöriyel tasarımın seçimi tamamen rastgeledir. Diğer bir deyişle oluşturulan tüm kombinasyon kartları içinden rasgele seçim yapılarak kısmi faktöriyel tasarım oluşturulur. Burada kombinasyon sayısının 20'yi geçmemesi gerekmektedir. Kombinasyon kartları oluşturulduktan sonra seçilen kombinasyonlar kartlara ayrı ayrı yazılarak bireylerden kartları sıralamaları istenir. Genelde 3 ve/veya 2 düzeyli 7 faktöre kadar kart sayısı 16-18 olurken daha fazla faktör durumunda 20 kart kullanılması gelenek haline gelmiştir. Eğer analiz bireysel seviyede gerçekleştirilecekse, minimum kart sayısı ( $k^*$ ) toplam seviye sayısı  $L = \sum_{j=1}^J m_j$  ve toplam faktör sayısı ile  $k^*=L-J+1$  şeklinde hesaplanmaktadır (Hair vd., 1998:412).

Kesirli faktöriyel tasarım, Bitişme Analizi'nin yapıldığı bilgisayar programları veya daha önce yayımlanmış dokümanlar ile oluşturulabilir (Şahinkanat, 2013:58). Kesirli faktöriyel tasarımın özel bir durumu olan ortogonal tasarım ile sadece ana etkiler dikkate alınarak, faktör ve düzeylerin seçiminin birbirinden bağımsız olduğu varsayımıyla düzeylerin etkisinin dikkate alınmadığı bir tasarım yapılır (Başaran, 2010:36).

Kartlar oluşturulduktan sonra bu kartların sunum yönteminin seçilmesi ve veri toplama aşamasında ikili karşılaştırma (trade-off), çift yönlü karşılaştırma ve tam profil yöntemleri tercih edilebilir. İkili karşılaştırma yönteminde faktörlerin mümkün tüm kombinasyonları kullanılır. İkili karşılaştırma matris sayısı J faktör sayısı olmak üzere  $k_T = J(J-1)/2$  şeklinde hesaplanır. Bu çıktıların sunulması tercih edildiğinde sadece sınıflayıcı veya sıralayıcı ölçü kullanılır. Çift yönlü karşılaştırma, bir kerede 2 profil karşılaştırılmasını gerektirir. Derecelendirme seviyesinde yapılmış ölçümün veya tercih ederim-etmem şeklinde iki sonuçlu ölçümün kullanılması da mümkündür. Tam profil yöntemi ise bu yaklaşımların ikisinin de kullanılabilmesini sağlamaktadır.

Sonraki aşamada tercih-seviye ilişkisinin belirlenmesi gerekir. Tercih modelleri her özellik için fayda seviyesini tanımlayan matematik formülleridir. Vektör fonksiyonu (doğrusal model), ideal nokta fonksiyonu (karesel model) ve kısmi fayda fonksiyonu (parçalı) olmak üzere üç fonksiyon vardır (Çamlıdere, 2005:15). Kısmi fayda modelinde değişkenin düzeyleri ile o değişkenin tercihi arasında bir ilişki belirlenmez. Kesikli ilişki seçilmesi durumunda faktör seviyeleri kategoriktir ve faktör skorlarının sıra skorlarıyla bir ilişkisi yoktur. Doğrusal ilişki seçimi durumunda bir faktörün skor ve sıralarının tercihle doğrusal yönde artan veya azalan ilişkisi olduğu kabul edilmektedir. İdeal ilişki olarak adlandırılan yaklaşım ise azalan verim kanunu esasına dayanır ve doğrusal olmayan bir

fayda fonksiyonu varlığını kabul ederek, her faktör için bir ideal seviye olduğunu ortaya koyar (Cengiz, 2009:34). Bu seviyeye kadar tercih artarken bu noktadan uzaklaşılması tercih azalmasına sebep olur. Faktörleri beklenen ilişki doğrultusunda tanımlamanın nedeni, analiz sonrası beklenen ilişkiden farklı sıralama yapan kişileri ve bu kişilerin hangi faktörlerde farklı sıralamada bulduklarını belirlemektir.

Son aşamada ise fayda katsayılarının bulunmasında bağımlı değişkenin sahip olduğu ölçek tipine göre tahmin tekniği seçilmektedir. Tahmin tekniği seçilirken bağımlı değişken için eşit aralıklı ve oransal ölçek kullanılmışsa metrik tekniklerden çoklu regresyon seçilebilir. Bağımlı değişken sıralayıcı ölçekle ölçülmüş ise sıra gösteren veri için geliştirilmiş varyans analizini gerektirmektedir. Metrik olmayan bu teknikler için LINMAP ya da MANANOVA'ya dayanan algoritmalar geliştirilmiştir. MANANOVA (kısmi değer analizi), parçalı fonksiyon için tercih edilirken, LINMAP ise ideal nokta fonksiyonu için uygun teknik olarak kullanılmaktadır. Bağımlı değişken iki sonuçlu (binary/tercih ölçeği) değerler aldığı zaman olasılıklı teknikler LOGIT ve PROBIT modelleri kullanılmaktadır (Green ve Srinivasan, 1978:105). Tablo 3'de bu aşamalar özet halinde sunulmuştur.

Tablo 3: Bitişme Analizi Aşamaları

Adım	Teknikler
Tercih Modeli	Doğrusal Model İdeal Nokta Modeli Kısmi Değer Modeli
Veri Toplama	Trade-off Tam Profil Bileşen Karşılaştırma
Profil Tasarımı	Tam Tasarım Azaltılmış Tasarım
Tercih Ölçeği	Puanlama Sıralama Tercih
Tahmin Tekniği	Çoklu regresyon (Metrik) LINMAP, MONANOVA(Metrik olmayan) Probit Analizi, Logit Analizi (Olasılıklı)

Kaynak: Green ve Srinivasan, 1978:105.

Kurulan bitişme modelinin geçerliliği araştırılırken, eşit aralıklı ölçek kullanılmışsa Pearson r ve sıralayıcı ölçek kullanılmışsa Kendall Tau istatistiklerinden yararlanılmaktadır. Gözlemlenen ve tahmin edilen tercihler arasındaki ilişkiyi veren bu katsayı ne kadar yüksek ise model o ölçüde geçerli olmaktadır. Bitişme analizinde faktörlerin oransal önem değerlerinin bulunması için faktörün en yüksek ve en düşük kısmi fayda değerleri arasındaki fark Eşitlik (3)'deki gibi hesaplanır.

$$I_j = \beta_{jm}^{max} - \beta_{jm}^{min} \quad (3)$$

Yüksek bir fark değerine sahip özelliğin toplam faydada anlamlı bir değişime sebep olacağı kabul edilmektedir. Bu farkların standartlaştırılması ile görelî önem değerleri elde edilecektir.

$$W_j = \frac{I_j}{\sum_{j=1}^J I_j} \text{ ve } \sum_{j=1}^J W_j = 1 \quad (4)$$

Bitişme analizi uygulamanın en önemli amacı dolayısı ile birey seçimlerinden yola çıkarak Eşitlik (4)'de verilen ürün önem değerlerini ortaya çıkartabilmektir. Bu ürün önem değerleri sonucu tüketicilerin seçim tercihleri ortaya konacaktır. Ancak istatistiksel model bağımsız hata terimleri varsayımını tekrarlanan birey cevapları ile bozan doğrusal bir model olduğundan, fayda değerleri derecelendirme olarak toplandığında genel doğrusal modeller veya genelleştirilmiş tahmin denklemleri ile de çözülebilir olmalıdır (Hair vd., 1998: 396).

Bitişme Analizi yazılım olarak IBM tarafından sunulan SPSS programında bir modül olarak mevcuttur. Global düzeyde yazılım ve bunun pazarlama uygulamalarında ise Sawtooth markasının piyasadaki baskınlığı görülmektedir.

### 3.2. Genelleştirilmiş Tahmin Denklemleri

Genelleştirilmiş Tahmin Denklemleri (GTD) ilk olarak Liang ve Zeger (1986) tarafından boylamsal verilerin olduğu, normal dağılım koşulunun sağlanmadığı verileri içeren araştırmalar için daha etkin ve yansız regresyon tahminleri üretmek amacıyla geliştirilmiştir. Bu yöntem Genel doğrusal modellerin ilişkili veriler için geliştirilen bir uzantısı olarak görülmektedir. Yöntemde Genel Doğrusal Modeller, tekrarlı bağımlı değişkenlerin marjinal dağılımlarında uyarlanmaktadır. Bu nedenle yöntem marjinal bir yaklaşım olarak da adlandırılmaktadır (Ballinger, 2004:130). Bir gözleme ait farklı zamanlarda aynı kaynaktan elde edilen ölçümlerin oluşturduğu veri boylamsal veridir. Bu yöntemde her bir denek bir küme olarak düşünülürse farklı kümeler için elde edilen gözlemler birbirinden bağımsız iken aynı kümeler için elde edilen gözlemler birbiriyle ilişkili olmaktadır. Normal En Küçük Kareler tahmincilerinin varsayımlarından farklı olarak bağımsız değişkenleri ilişkilidir veya sınıflanmıştır. Yöntemin üstünlüğü varyansların homojen olmasına ihtiyaç yoktur ve hata terimleri arasında ilişki olması durumu için tasarlanmıştır. Genelleştirilmiş Tahmin Denklemleri tahmin etkinliğini arttırmak için bu ilişkiyi de dikkate almaktadır. Bahsedilen ilişkiyi gösteren matris çalışan korelasyon matrisidir (working correlation) ve  $R(\alpha)$  ile gösterilmektedir.

$$E(Y|X) = X\beta \quad (5)$$

Eşitlik (5)'de görüldüğü gibi verilen her bir bağımlı değişkenin koşullu beklenen değerinin veya ortalamasının bağ fonksiyonları ile açıklayıcı değişkenlere bağlı olduğu varsayılır. Bu durumda doğrusal tahminci Eşitlik (6)'daki şekilde yazılır. Burada  $X_{ij}$ , j zamanda i.birim için bağımsız değişken vektörüdür.

$$g(\mu_{ij}) = \eta_{ij} = X'_{ij}\beta \quad (6)$$

Bağımlı değişkenin dağılımının bilinmediği durumlarda, dağılımın belirlenmesini gerektirmeyen yarı-olabilirlik yaklaşımı kullanılır. Bu yaklaşımda bağımlı değişkenin dağılımı belirlenmez; fakat Eşitlik (7)'de görüldüğü gibi bağımsız değişkenler verildiğinde, her bir bağımlı değişkenin varyansının, beklenen değerinin bilinen bir fonksiyonu ile bir parametresi veya bir sabitin çarpımına eşit olduğu varsayılır. Burada  $v(\mu_{ij})$ , bilinen varyans vektörüdür.  $\emptyset$ , ise bilinen ya da tahmin edilecek olan dağılım veya ölçek parametresidir.

$$Var(Y_{ij}) = \emptyset v(\mu_{ij}) \quad (7)$$

Tekrarı bağımlı değişken vektörü arasında birim içi ilişkinin (korelasyonun) ortalamaların bir fonksiyonu olarak varsayıldığından birim içi ilişki parametreleri ( $\alpha$ ) eklenir. Bu parametreler bağımlı değişkenler arasında ikili korelasyonları vermektedir. Bağımlı değişkenler arasındaki kovaryanslar  $\emptyset$  ve  $\alpha$  'ya bağlıdır. Buna göre kovaryans matrisi Eşitlik (8)'deki gibi gösterilir. Buradaki  $A_i$  matrisinin köşegen elemanlarını Eşitlik(7)' hesaplanan varyanslar oluşturur. Köşegen dışı elemanları ise sıfırdır.  $R_i(\alpha)$  ise  $\alpha$ 'nın fonksiyonu olan bir korelasyon matrisi olarak tanımlanmaktadır.

$$V_i = A_i^{1/2} R_i(\alpha) A_i^{1/2} \quad (8)$$

Modelde  $\beta$  'nın Genelleştirilmiş Tahmin Denklem tahmincisi Eşitlik (9)'da görülen amaç fonksiyonunun minimize edilmesiyle bulunmaktadır (Hedeker ve Gibbons, 2006:135).

$$S(\beta) = \sum_{i=1}^N (Y_i - \mu_i(\beta))' V_i^{-1} (Y_i - \mu_i(\beta)) \quad (9)$$

Çalışan korelasyon yapısı Genelleştirilmiş Tahmin Denklemleri için önemlidir ve gerçek korelasyon yapısına en yakın olacak şekilde seçilmesi gerekmektedir. Eğer çalışan korelasyon yapısı hatalı ve gerçeklikten uzak belirlenirse parametre tahminlerinin göreceli etkinliği düşük çıkmaktadır. Çalışan korelasyon yapılarından en çok kullanılanlardan bir kaç; bağımsız çalışan korelasyon yapısı, değiştirilebilir çalışan korelasyon yapısı, durağan çalışan korelasyon yapısı, m bağımlı çalışan

korelasyon yapısı, birinci mertebeden otoregresif AR(1) çalışan korelasyon yapısı şeklinde sıralanabilir. Bağımsız çalışan korelasyon yapısında aynı birim üzerinden alınan tekrarlı ölçümlerin birbiriyle ilişkisiz olduğu varsayılır. Değiştirilebilir çalışan korelasyon yapısında aynı birim üzerinden alınan tekrarlı ölçümler arasındaki korelasyonun birbirine eşit olduğu varsayılır. Durağan çalışan korelasyon yapısı boylamsal verilere en uygun çalışan korelasyon yapısıdır. Burada aynı birimler üzerinden alınan tekrarlı ölçümler arasındaki korelasyon aralarındaki zaman uzaklığı ile orantılıdır. Ardışık tekrarlı ölçüm çiftlerine ortak bir korelasyon katsayısı verilmesi söz konusuysa M bağımlı çalışan korelasyon yapısı kullanılmaktadır. AR(1) çalışan korelasyon yapısı ise tekrarlı ölçümlerde en sık kullanılan korelasyon yapısıdır. Bu yapıya göre her gözlem birbiriyle ilişkilidir fakat ölçüm zamanları gözlemler arası uzaklık arttıkça korelasyonun azaldığını ifade etmektedir (Ziegler, 2011:93). Çalışan korelasyon yapısının seçimi için bir çok kriter önerilmiştir. Pan (2001) tarafından Akaike Bilgi Kriteri Genelleştirilmiş Tahmin Denklemleri için geliştirilmiş ve yarı olabilirlik metodu olarak önerilmiştir. Hin ve Wang (2009) Pan 'ın geliştirdiği bu yarı olabilirlik metodunu geliştirerek Korelasyon Bilgi kriterini önermiştir (Kalkan vd.,2015:104).

Genelleştirilmiş Tahmin Denklemleri marjinal bir yaklaşım (anakütle ortalamalı) olarak adlandırıldığı ve ortalamaya dayalı bir yöntem olduğu için, varyans-kovaryans yapısı yanlış belirlense bile ortalama yapı doğru belirlendiği takdirde tahminler tutarlı olacaktır (Hardin ve Hilbe, 2002:57). Bitişme analizinde bireylerden sıralamaları istenilen her bir kart için toplam fayda değeri hesaplanarak en fazla tercih edilen kart belirlenebilmektedir. Genelleştirilmiş Tahmin Denklemleri'nde ise her bir kart için seçim olasılıkları hesaplanabilmekte ve en fazla tercih edilen kart belirlenebilmektedir. Böylece her iki yöntemden elde edilen sonuçların aynı olup olmadığı da ortaya çıkarılabilmektedir.

#### 4. Ampirik Bulgular

Baran (2007) çalışmasına ait veriler kullanılarak Bitişme Analizi R programında ve Genelleştirilmiş Tahmin Denklemleri SPSS programında yapılmıştır. Analizler sonucu her iki analiz için bulunan katsayı tahminleri aşağıda gösterilmiştir.

Tablo 4: Bitişme Analizi Tahminleri

	Katsayı Tahmini	Standart Hata	t değeri	Pr(> t )
Sabit	3,55336	0,09068	39,184	< 2E-16
Fiyat=Düşük	0,24023	0,13245	1,814	0,07
Fiyat=Orta	-0,14311	0,11485	-1,246	0,213
Çeşitlilik=Siyah	0,61489	0,11485	5,354	1,02E-07
Çeşitlilik=Yeşil	0,03489	0,11485	0,304	0,761
Tür=Çekilmiş	0,03489	0,11485	1,192	0,234
Tür=Tanecikli	-0,88977	0,13245	-6,718	2,76E-11
Aroma=Evet	0,41078	0,08492	4,837	0,00000148

Çalışmanın amacı olan Bitişme Analizi'ne alternatif olarak Genelleştirilmiş Tahmin Denklemlerinin kullanılabileceğini ortaya koymak için Tablo 4 ve Tablo 5 oluşturulmuştur.

Tablo 5: Genelleştirilmiş Tahmin Denklemleri Tahminleri

	Katsayı Tahmini	Standart Hata	Wald Ki-Kare	Pr(> t )
Sabit	3,149	0,3068	105,317	0
Fiyat=Düşük	0,337	0,3423	0,971	0,324
Fiyat=Orta	-0,046	0,4256	0,012	0,914
Çeşitlilik=Siyah	1,265	0,3418	13,688	0
Çeşitlilik=Yeşil	0,685	0,3466	3,902	0,048
Tür=Çekilmiş	-0,616	0,4257	2,094	0,148
Tür=Tanecikli	-1,643	0,33	24,774	0
Aroma=Evet	0,822	0,364	5,094	0,024



Burada amaç Bitişme Analizi'ne alternatif olarak Genelleştirilmiş Tahmin Denklemlerini kullanılabileceğini net bir şekilde ortaya koymak olduğundan dolayı tablodaki değerlerin detaylarından ziyade çıkan sonuçların birbirine benzer olup olmaması önemlidir.

Tablo 4'e bakıldığında Siyah, Tanecikli ve Aromalı özelliklerin katsayıların anlamlı olduğu görülmektedir. Burada çay tercihi için Çeşitlilik faktörünün Siyah çay seviyesi 0,61489 ile en yüksek katsayıya sahip bulunmuştur. Tablo 5'de aynı verilerin Genelleştirilmiş Tahmin Denklemleri ile çözülmesi ile bulunan katsayı tahminleri yer almaktadır. Tabloya bakıldığında Siyah, Tanecikli ve Aromalı özelliklerin katsayılarının anlamlı olduğu görülmektedir. Burada çay tercihi için Çeşitlilik faktörünün Siyah çay seviyesi 1,265 ile en yüksek katsayıya sahip bulunmuştur. Tablolar incelendiğinde anlamlı çıkan katsayılar aynı özelliklerin düzeyleridir. Dolayısıyla her iki analiz için de önem verilen özellikler aynı çıkmıştır. Analiz sonucu tahmin edilen parametre katsayıları aynı olmamakla birlikte genellikle birbirine yakın çıktığı görülmektedir. Bu; yöntemlerin tasarım matrisinin farklılığından kaynaklanmaktadır.

Genelleştirilmiş Tahmin Denklemleri yönteminde faktör önem seviyelerini bulmak için marjinal ortalamalar bulunmuş buradan bulunan faktör önem seviyelerinin Bitişme Analizi sonucu bulunan seviyelerle aynı olduğu dolayısıyla yöntemin yerine kullanılabileceği ortaya konması amaçlandığından Eşitlik (2) ve (3) yardımı ile önem değerleri hesaplanmıştır.

Tablo 6: Önem Değerleri

	Marjinal Ortalama	GTD Önem Değerleri	Genel Ortalama	BA Önem Değerleri
Fiyat=Düşük	0,24		0,2402	
Fiyat=Orta	-0,15	9,3	-0,1431	9,3
Fiyat= Yüksek	-0,09		-0,0971	
Çeşitlilik=Siyah	0,62		0,6149	
Çeşitlilik=Yeşil	0,03	30,7	0,0349	30,7
Çeşitlilik= Kırmızı	-0,65		-0,6498	
Tür=Çekilmiş	0,14		0,1369	
Tür=Tanecikli	-0,89	40	-0,8898	40
Tür= Yapraklı	0,75		0,7529	
Aroma=Evet	0,41	19,9	0,4108	19,9
Aroma=Hayır	-0,41		-0,4108	

Tablo 6'ya bakıldığında Genelleştirilmiş Tahmin Denklemleri sonucu bulunan önem değerleri ile Bitişme Analizi sonucu bulunan önem değerleri aynı çıkmıştır. Her iki analiz sonucuda en önemli faktör Tür faktörüdür. Bunu sırasıyla Çeşitlilik, Aroma ve Fiyat faktörleri izlemektedir. Faktör önem değerleri her iki analiz içinde Tür faktörü %40, Çeşitlilik faktörü %30,7, Aroma faktörü %19,9 ve Fiyat faktörü %9,3 bulunmuştur. Tür faktörünün Yapraklı seviyesi tüketiciler tarafından daha çok tercih edildiği görülmektedir. Bu durumda çay tercihinde her iki yöntem sonucuda tüketicilerin en çok tür faktörüne ve yapraklı olmasına önem verdikleri görülmektedir. M.Baran tarafından yürütülen araştırmayla elde edilen veriye Bitişme Analizi ve Genelleştirilmiş Tahmin Denklemleri yöntemleri uygulanmıştır. Bu çalışmada amaç Bitişme Analizi ile elde edilen faktör önem seviyelerinin Genelleştirilmiş Tahmin Denklemleri yöntemiyle de elde edilebileceğini göstermek dolayısıyla Bitişme Analizi yerine kullanılabilen bir yöntem olduğunu ortaya koymaktır. Bunun için Genelleştirilmiş Tahmin Denklemleri yönteminde faktör önem seviyelerini bulmak için marjinal ortalamalar bulunmuş buradan bulunan faktör önem seviyelerinin Bitişme Analizi sonucu bulunan seviyelerle aynı olduğu dolayısıyla yöntemin yerine kullanılabileceği ortaya konmuştur.

## 5. Sonuç

Bitişme analizinde toplanan verinin metrik olmaması daha sık tercih edilen bir durumdur. Ayrıca seçim bazlı bitişme yöntemleri sayesinde daha az sayıda kart ve zaman tasarrufu sağlayan, düşük maliyetli saha araştırmalarına imkan sağlanmaktadır. Genelleştirilmiş tahmin denklemleri normallik varsayımını ve ilişkisiz hata terimleri veya gözlemler varsayımlarını gereksiz kılarak

tahmin yapabilmektedir. Ayrıca kart hazırlama sorunu da ortadan kaldırılacak bir yaklaşıma da imkan sağlayacak, varsayımsal kartlar yerine daha gözlemlenebilir sonuçlardan tahmine imkan verecektir. Bu çalışmanın en önemli katkısı yazılımlarda bütünleşik olarak ender rastlanan Bitişme Analizi'nin alternatifi olduğunu ortaya koyma çabasıdır. Bu amaçla bu çalışmanın simülasyon ile genelleştirilmesi ileriki saha araştırmalarına da kolaylık sağlayacaktır.

#### Kaynakça

- Ballinger, G. A. (2004). Using Generalized Estimating Equations for Longitudinal Data Analysis. *Organizational Research Methods*, 7(2), 127-150.
- Başaran, Z. K. (2010). Çok Değişkenli İstatistiksel Analiz Tekniklerinden Bulanık Konjoint Analizi ve Çay İşletmelerine Uygulanması. Marmara Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü, İstanbul.
- Cengiz, E. (2009). Tüketicilerin Ürün Tercihinde Rol Oynayan Ürün Menşeinin, Marka, Fiyat ve Kalite Değişkenleri Açısından Değerlendirilmesi. *Atatürk Üniversitesi İktisadi ve İdari Bilimler Dergisi*, 23(2), 155-174.
- Çamlıdere, Ö. (2005). Konjoint Analizi ve Cep Telefonları Üzerine Bir Uygulama. Gazi Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü, Ankara.
- Green, P. E. ve Srinivasan V. (1978). Conjoint Analysis in Consumer Research: Issues and Outlook. *Journal of Consumer Research*, 5(2), 103-123.
- Hedeker, D. ve Gibbons R. D. (2006). *Longitudinal Data Analysis*. Hoboken, New Jersey: John Willey & Sons.
- Hair, J. F., Anderson, E.R., Tatham, L.R. ve Black, W.C. (1998). *Multivariate Data Analysis (5th ed.)*. London: Prentice Hall.
- Hardin, J. W. ve Hilbe, J. M. (2002). *Generalized Estimating Equations*. New York: Chapman & Hall/CRC.
- Kalkan, S. D., Başar, Ö. D. ve Özden, Ü.H. (2015). Üniversite Tercihlerinde URAP Sıralamasında Kullanılan Değişkenlerin Etkilerinin Genelleştirilmiş Tahmin Denklemleri ile İncelenmesi. *Marmara Üniversitesi İktisadi ve İdari Bilimler Dergisi*, 37(1), 95-110.
- Sönmez, H. (2006). Müşteri Tercihleri için Konjoint Analizi Uygulaması: Ev Bilgisayarı Nasıl Seçilir. *Anadolu Üniversitesi Sosyal Bilimler Dergisi*, 6(2), 185-196.
- Şahinkanat, E. (2013). Tüketicilerin Satın Alma Kararlarının Konjoint Analizi İle Belirlenmesi. Uludağ Üniversitesi, Sosyal Bilimler Enstitüsü, Bursa.
- Ziegler, A. (2011). *Generalized Estimating Equations*. New York: Springer.

---

## DETERMINATION OF CONJOINT PATHWORTHS WITH GENERALIZED ESTIMATION EQUATIONS

---

### *Extended Abstract*

**Aim:** Conjoint Analysis is a common analysis of commercial use among statistical methods. Analysis appeared in the 1970's and continues to be used with various innovations. The most important feature of this analysis is the ability to compare qualities quantitatively. It is used in marketing research to introduce the benefits of pricing, new product development, product features. It is method that is not included in the basic package in statistical software. The purpose of this study is to demonstrate that product and feature significance obtained through conjoint analysis and model significance test can be obtained with generalized estimating equations.

**Method(s):** Conjoint Analysis has been applied by various researchers to include services such as tourism, health sector, institutional preferences, accommodation preferences, investment preferences. It has been applied in the establishment of a gastronomic choice model. Conjoint Analysis is based on the individual's rating, ranking and preference of the various hypothetical products or services. So, the dependent variable can be at various scales. On the other hand, individuals' evaluations of multiple cards create internal dependence based on observations. In this study in Conjoint Analysis, reduced factorial design was used instead of the full factor. Because there are  $3*3*3*2=54$  cards in full factor design. This leads to confusion in the respondent who has more cards. In addition partial utility model is used as a model. Dummy variable regression was used to find estimates for each respondent. We can use generalized linear model theory when the dependent variable is not normally distributed or it do not have any linear derivatives. An expanded version of the linear models, the Generalized Estimation Equations have been developed to obtain more efficient and unbiased regression estimates in studies involving longitudinal data, panel data, clustered data, correlated data and normal non-distributed data with repeated measures. Generalized Estimation Equations usually perform theoretical, studies based on simulation. However, this method can be used in almost all areas as it can involve relational structures. There is no need for homogeneous variances and Generalized Estimation Equations are designed for related error terms. Generalized Estimation Equations considers this relationship in order to increase the effectiveness of estimators. It is called working correlation matrix which represent that relationship. This method relaxes the distribution assumptions. It requires marginal means, variance of dependent variable and link function which connects the covariates of interests and marginal means. A quasi-likelihood approach which does not require the distribution of dependent variable is used when the distribution of dependent variable is unknown. In this approach the distribution of dependent variable is unknown but it is assumed that the variance of dependent variable is equal to product of a known function of expected value and a parameter or a constant.

**Findings:** In this study, a study conducted by M.Baran(2007) was used. This data included 100 individuals and 13 cards and 11 levels are available 4 factors. The results of Conjoint Analysis were estimated by R program. Generalized Estimation Equations were done in SPSS software. For this purpose, the data was rearranged in long form. This structure is the preferred data entry type for panel data survey or for general survey results. The study presented that the coefficient of correlation and the product factor significance obtained by Conjoint Analysis can be obtained by the Generalized Estimation Equations.

**Conclusion:** In the study Conjoint model coefficients and utility level product were estimated with Generalized Estimation Equations. The difference in coefficient estimate is due to the different formation of the design matrix. For this purpose, conditional expectation values and general average are used. As a result a simple method has been highlighted instead of the Conjoint Analysis to estimate the utility levels of products and services with an existing statistical software or matrix calculations.

