

Received/Geliş: 16.10.2017///Accepted/Kabul: 31.10.2017

## SINIF ÖĞRETMENİ ADAYLARININ MATEMATİKSEL MODELLEME BECERİLERİ: FERMI PROBLEMLERİ UYGULAMALARI\*

Arş.Gör. Sinem ABAY

Gaziosmanpaşa Üniversitesi, Eğitim Fakültesi, [sinem.yanbiyik@gop.edu.tr](mailto:sinem.yanbiyik@gop.edu.tr)

Yrd.Doç.Dr. Yasin GÖKBULUT

Gaziosmanpaşa Üniversitesi, Eğitim Fakültesi, [yasin.gokbulut@gop.edu.tr](mailto:yasin.gokbulut@gop.edu.tr)

### ÖZ

Son yıllarda önemli hale gelen matematiksel modelleme etkinlikleri, matematiğin günlük hayatla ilişkilendirilmesinde oldukça önemi bir role sahiptir. Bu çalışma, sınıf öğretmeni adaylarının matematiksel modelleme becerilerini Fermi problemleri kullanarak ortaya çıkarmayı amaçlayan bir durum çalışmasıdır. Bu amaç doğrultusunda bir devlet üniversitesinin sınıf eğitimi alanında öğrenim görmekte olan 4. sınıf öğrencilerinden maksimum çeşitlilik örnekleme yoluyla seçilmiş 6 öğretmen adayı ile çalışılmıştır. Çalışmanın veri analizinde betimsel analiz yöntemi kullanılmıştır. Analiz işlemi, matematiksel modelleme sürecinin aşamaları doğrultusunda betimleme yoluyla gerçekleştirilmiş, betimlemeler “doğruluk kriteri” ve “erişebilirlik kriteri” kapsamında iki başlık altında yapılmıştır. Elde edilen bulgular sonucunda öğretmen adayları doğruluk kriterinde göre en fazla doğru cevabı “değişkenleri seçme ve varsayımları kurma” aşamasında, en az doğru cevabı ise “matematiksel modelleri kurma” aşamasında vermiştir. Erişebilirlik kriterinde göre ise öğretmen adaylarında en fazla “cevaplama yok” davranışı, en az ise “düzeltme” davranışı görülmüştür. Çalışma sonucunda sınıf öğretmeni adaylarının Fermi problemlerindeki matematiksel modelleme becerilerinin yeterli düzeyde olmadığı söylenebilir.

**Anahtar Kelimeler:** Matematiksel modelleme, Fermi Problemleri, Problem çözme

## MATHEMATICAL MODELLING SKILLS OF PRIMARY TEACHER CANDIDATES: THE PRACTISING OF FERMI PROBLEMS

### ABSTRACT

Activities of mathematical modelling, which have become important in recent years, have a very important role in associating with mathematic and daily life. This study is a case study which aims to reveal mathematical modeling skills of classroom teacher candidates by using Fermi problems. In line with this aim, 6 teacher candidates chosen by maximum variation sampling method from 4<sup>th</sup>-grade students who had education in classroom teaching branch of a state university were included in the study. In the data analysis of the study, descriptive analysis method was used. The analysis was made in line with the stages of mathematical modeling process via description; the descriptions were made under two headings within ‘accuracy criteria’ and ‘accessibility criteria’. As a result of the obtained findings, in the accuracy criteria, the teacher candidates gave the correct answer most in ‘variable selection and hypothesis formation’ stage, and gave the correct answer least in ‘mathematical models formation’ stage. In the accessibility criteria, ‘no answer’ behavior was observed most, and ‘correction’ behavior was observed least in the teacher candidates. As a result of the obtained findings, in the accuracy criteria, the teacher candidates gave the correct answer most in ‘variable selection and hypothesis formation’ stage, and gave the correct answer least in ‘mathematical models formation’ stage. In the accessibility criteria, ‘no answer’ behavior was observed most, and ‘correction’ behavior was observed least in the teacher candidates. As a result of the study, it can be said that mathematical modeling skills of the classroom teacher candidates in Fermi problems are not in a sufficient level.

**Key Words:** Mathematical Modeling, Fermi problems, Problem solving

\*Bu çalışma Yasin GÖKBULUT danışmanlığında yazılan Sinem YANBIYIK ABAY’a ait yüksek lisans tezinden uyarlanmıştır.

## 1.GİRİŞ

Problem çözme yeteneği insanın varlığını sürdürebilmesi için gerekli en temel yeteneklerden biridir. Her alandaki zorluklarla başa çıkmadaki rolünden dolayı, okul matematik programlarının ana hedeflerinden biri bu yeteneğin geliştirilmesi ile ilgilidir (Altun, Dönmez, İnan, Taner ve Özdilek, 2001, s.212). Problemlerin soyut olması, öğrencilerin matematiksel başarısızlığının sebepleri arasında gösterilebilir. Bu başarısızlığın önüne geçmek, soyut problemlerin somutlaştırılması ile mümkündür. Bu amaç doğrultusunda problemler, gerçek hayatla ilişkilendirilebilmeli ve materyaller yardımıyla somut hale getirilebilmelidir. Okullarımızda yürütülen matematik derslerinde soyut durumların, öğrencilerin daha fazla duyu organına hitap edecek yöntem ve materyal kullanılarak somutlaştırılması, daha eğlenceli hale getirilmesi ve günlük hayatla ilişkilendirilmesi amaçlanmaktadır. Fakat sınıfların kalabalık olması, öğretim programının yoğun olması ve sınav sisteminin öğrencileri test çözmeye yönlendirmesi gibi nedenler öğrencilerin matematiği sıkıcı, soyut ve gerçek dünya ile ilişkisiz olarak görmelerine sebep olmaktadır (Deniz ve Akgün, 2014, s.103). Bu durum eğitim-öğretim ortamlarına matematik dersinin gerçek hayatla ilişkilendirilip somutlaştırılması amacıyla modellerin girmesini sağlamıştır. Modellerin kullanılmaya başlanması ile matematiksel model kavramı matematik öğretim programlarında ve literatürde sıklıkla anılmaya başlamıştır. Matematiksel model, soyut matematiği gerçek hayatla ilişkilendirebilecek her türlü etkinliği kapsar (Altun ve diğerleri, 2001, s.213). Matematik ile yaşamın iç içe olduğu görüşünün oluşması ve matematiği zevk alarak yapmaları için öğrenciler ilköğretimin ilk yıllarından itibaren matematiksel modelleme ile tanıştırılmalıdırlar (Doruk ve Umay, 2011, s.133).

Haines ve Crouch (2007, s.418), modellemeyi, gerçek hayat problemlerinin soyutlaştırılması, matematikselleştirilmesi, çözülmesi ve değerlendirilmesi olarak tanımlamışlardır. Ayrıca matematiksel modelleme, öğrencilerin alışık olmadığı durumlarla başa çıkma noktasında imkan tanıyan ve gerçek hayat problemlerine yardım edip onları hazırlayan etkili bir araçtır (English, 2006; Lesh ve Doerr, 2003; Akt. Erarslan, 2012, s.2954). Matematiksel modelleme sürecinde gerçek yaşamdan, pür matematiğin dışından doğan bir konu alınır ve bu konu matematiksel olarak ifade edilir. Böylece matematiksel teknikler konuya ışık tutmak için kullanılır. Bu bağlamda modelleme, çok yönlü bir problem çözme sürecidir (Blum ve Niss, 1989, s.40). Matematiksel modelleme problemleri, öğrencilerin bir durumu açıklamalarını ve anlamlandırabildikleri şekilde matematikselleştirilebilmelerini, problemdeki bilgileri yorumlamalarını, ilgili verileri seçmelerini, yeni verilere giden işlemleri tamamlamalarını ve anlamlı gösterim şekillerini oluşturmalarını gerektirmektedir (Lesh ve Doerr, 2003; Akt. Hıdıroğlu, Tekin Dede, Kula ve Bukova Güzel, 2014, s.2).

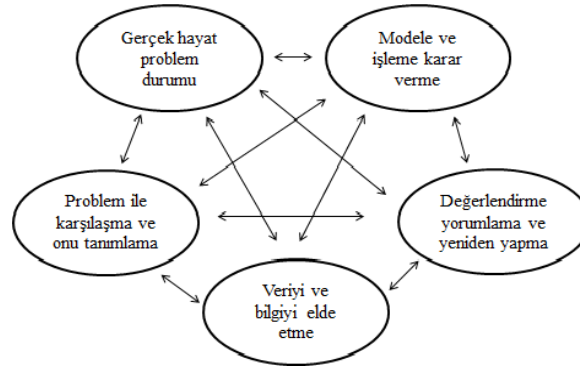
Matematiksel modelleme sürecinin belirli aşamaları bulunmaktadır. Berry ve Houston (1995) ve Ferri (2007), modelleme sürecinin aşamalarını şu şekilde sıralamışlardır (Hıdıroğlu ve diğerleri, 2014, s.4):

1. *Problemi anlama*: Söz konusu gerçek yaşam problemleri tanımlanır ve gerekli veriler toplanarak problem incelenir. Gerçek yaşam durumuna yönelik deneyimlerin ortaya çıkması ve bu durumların irdelenmesi için problemin anlaşılması gerekmektedir.
2. *Değişkenleri seçme ve varsayımları kurma*: Gerçek yaşamdan hareketle problem durumu için değişkenler ve varsayımlar belirlenir. Değişkenler tanımlanır.
3. *Matematikselleştirme*: Gerçek yaşamı matematiğe dönüştürmeyi gerektirir. Gerçek yaşam durumunun hangi matematiksel kavramları gerektirdiği belirlenir.
4. *Matematiksel modelleri kurma ve birleştirme*: Varsayımlar, ön bilgiler ve

matematiksel beceriler doğrultusunda gerçek yaşam durumunu temsil edecek grafik, denklem, eşitsizlik gibi yapılar oluşturularak matematiksel formüller elde edilir.

5. *Matematiksel çözümü gerçekleştirme*: Oluşturulan matematiksel modeller aracılığıyla problemin çözümü gerçekleştirilir.
6. *Çözümleri yorumlama*: Problemin çözümünde elde edilen matematiksel sonuçlar analiz edilerek çözüm kelimeler yoluyla ifade edilir.
7. *Modeli doğrulama*: Modelin doğrulanması için ihtiyaç duyulan verilere karar verilir. Bu veriler kullanılarak modelin durum için uygun olup olmadığı test edilir. Model ve modelin çözülmesiyle elde edilen sonuçlar sorgulanır.

Doerr (1997, s.268) ise, matematiksel modelleme ile gerçek hayat problemlerini çözmeye sürecini şekil 1 'deki gibi özetlemiştir:



Şekil 1: Modelleme Sürecinin Aşamaları

Doerr'a (1997, s.268) göre bu aşamaların herhangi bir sırada oluşması gerekmez. Her aşamada öğrenciler eleştiri yapıp kendi modellerini oluşturup problem durumuna geri dönerler. Matematiksel modelleme yolu ile gerçek hayat problemlerinin sınıfta uygulanması konusunda Gökbulut (2006, s.277), problem durumunun sınıfa açıklanmasından sonra çalışmaların "strateji çalışması" şeklinde sunulacağını, önce bütün grupların çalışmalarını bitireceğinin ve her bir grup üyesinin çözümü tanımlaması ve açıklaması bekleneceğinin açık olarak ifade edilmesine dikkat çekmiş, bütün grup üyeleri çözümden memnun olduğunda ve sunmaya hazır olduklarında grup çalışmalarının bitirilmesi gerektiğini belirtmiştir.

Matematiksel modellemenin istenilen düzeyde önem görmesi ve uygulamasının yapılabilmesi için, öğretim programlarını sınıfta uygulamaya koyan öğretmenlere matematiksel modelleme etkinliklerinin yapısı, önemi, uygulama şekli ile ilgili eğitim verilmesi ve öğretmen yetiştirme programlarında matematiksel modelleme derslerine yer verilmesi uygun olacaktır (Doruk ve Umay, 2011, s.132).

Açık uçlu, kalıp cümlelerle öğrenciyi yönlendirmeyen, rutin olmayan ve öğrencileri gerçek hayat durumları üzerinde düşünerek çalıştırmayı sağlayan problemlerin olmaması matematik eğitim programının önemli bir eksiğinin olduğunu göstermektedir (Taşova ve Delice, 2012, s.75). Bu sebeple öğretmen eğitimi programlarında ve ders kitaplarında, probleme farklı açılardan bakabilen, matematiği gerçek hayat durumlarına yorumlamada kıvrak bir şekilde kullanabilen bireyler yetiştirmeyi amaçlayan matematiksel modelleme ve matematiksel modelleme etkinlikleri oluşturabilme becerilerini geliştirmeye yönelik kazanımlar oluşturulmalıdır (Kertil, 2008, s.106). Matematik öğretimi yapan öğretmenlerin ise derslerinde rutin olmayan gerçek hayat problemlerine yer vermesi ve modelleme becerilerini öğrencilere kazandırması ve bu alanda sık sık uygulama yapması gerekmektedir. Uygulanacak

matematiksel modelleme etkinlikleri çalışma yapılacak öğrenci seviyelerine uygun ve günlük hayatta karşılarına çıkabilecek problemlerden seçilmelidir (Ciltaş ve Işık, 2013, s.1186). Rutin olmayan problemlere örnek olarak Fermi problemleri gösterilebilir.

Fermi problemleri, okullarda matematiksel modelleme süreçlerinde işbirliğini teşvik etmek ve vurgu yapmak için kullanılmaktadır. 1938 yılında Nobel Ödülü kazanan fizikçi Enrico Fermi tarafından ortaya atılan Fermi problemleri, öğrencilerin problem çözümüne tahmin ve varsayımlar yoluyla ulaşmasını sağlar. Bu problemlerde daha fazla bilgiye ulaşmadan çözüm elde etmek mümkün olmayabilir. “Okulunuz bir ay içinde kaç adet kağıt kullanır?”, “3 kilometrelik bir alanda bulunan trafikte kaç adet araç bulunur?” gibi sorular Fermi problemlerine örnek olarak gösterilebilir (Peter-Koop, 2005, s.457).

Rutin olmayan problemler kullanılarak yapılan matematiksel modelleme etkinliklerinin önemli hale gelmesine rağmen okullarımızda matematik eğitimcileri tarafından kullanılmadığı görülmüştür (Akgün, Ciltaş, Deniz, Çiftçi ve Işık, 2013, s.23). Matematiksel modellemenin bu denli etkili ve yararlı olmasına karşılık okullarımızda uygulama konusunda öğretmenlerimiz tarafından tercih edilmemesinin sebebi olarak modelleme üzerine yapılan araştırma sonuçları gösterilebilir. Mevcut sonuçlara göre öğretmenler lisans kademesinde matematiksel modelleme ile ilgili gerekli bilgi ve beceriyi alamamaktadırlar (Ural, 2014; Ciltaş ve Işık, 2013; Bal ve Doğanay, 2014). Bu bağlamda öğretmenlerimizin yetiştirildiği eğitim fakültelerinde uygulanan programın içeriğine matematiksel modellemenin öğretimi konusunda eklemeler ya da geliştirmeler yapılabilir. Özellikle ilkökul seviyesinden itibaren öğretilmesi gereken matematiksel modelleme becerileri sınıf öğretmenlerinin bu konuda yeterli olmalarını gerektirmektedir.

Öğretmenlerin ve öğretmen adaylarının matematiksel modelleme konusundaki durumlarını belirlemek amacıyla yapılan yeterli sayıda çalışmaya rastlanmamıştır. Bu durumdan hareketle, bu araştırmanın amacı, sınıf öğretmeni adaylarının Fermi problemlerinin çözümündeki matematiksel modelleme becerilerinin ortaya çıkarılmasıdır. Bu araştırmanın sınıf öğretmenlerinin ve matematik öğretmenlerinin matematiksel modelleme etkinliklerini uygulama sıklığını artırabilecek ve matematik eğitimi yapacak olan öğretmen adaylarına matematiksel modelleme alanında ışık tutabilecek nitelikte olduğu söylenebilir. Matematiksel modelleme alanında yapılacak olan çalışmalara da yardımcı nitelikte olması açısından önem taşımaktadır. Çalışmanın veri toplama sürecinde Fermi problemlerinin kullanılmış olması, öğretmenlerin ve öğretmen adaylarının Fermi problemleri ile ilgili bilgi sahibi olmalarını ve eğitim öğretim süreçlerinde nasıl kullanılacağına ilişkin fikir edinmelerini sağlayabilmesi açısından da araştırmanın önem taşıdığı söylenebilir.

## 2.YÖNTEM

Sınıf öğretmeni adaylarının matematiksel modelleme becerilerini belirlemek için yapılan bu çalışmada araştırma yöntemi olarak nitel araştırma yöntemi, araştırma deseni olarak ise nitel araştırma yöntemi desenlerinden biri olan durum (örnek olay) çalışmasının “bütüncül çoklu durum deseni” kullanılmıştır.

Araştırmanın çalışma grubunu sınıf öğretmeni adaylarının oluşturması ve adayların akademik başarılarına göre düşük orta ve yüksek düzeyde olanlardan seçilmesi ile çalışma bütüncül çoklu durum özelliği göstermektedir. Bir bütün içerisindeki birden fazla durumun incelendiği bu çalışmada, sınıf öğretmeni adaylarının Fermi Problemleri’nin çözümündeki matematiksel modelleme becerilerini belirlemek amaçlanmıştır. Bu amaç doğrultusunda Gaziosmanpaşa Üniversitesi Sınıf Öğretmenliği anabilim dalı son sınıf öğrencilerinin Temel Matematik I,

Temel Matematik II, Matematik Öğretimi I ve Matematik Öğretimi II derslerinden aldıkları dönem sonu başarı puanlarının ortalamaları belirlenmiş ve amaçlı örnekleme türlerinden maksimum çeşitlilik örnekleme kullanılmıştır. Seçilen öğretmen adaylarıyla, görüşme, gözlem ve doküman inceleme yöntemleri ile veriler elde edilmiş ve verilerin analizinde betimsel analiz yöntemi kullanılmıştır.

Bu araştırmada 6 sınıf öğretmeni adayı ile çalışılmıştır. Bu sınıf öğretmeni adayları bir devlet üniversitesinin sınıf eğitimi anabilim dalı 2015-2016 eğitim-öğretim yılında öğrenim görmekte olan son sınıf öğrencilerinden oluşmaktadır. Çalışma grubu belirlenirken olasılık temelli olmayan örnekleme tekniklerinden amaçlı örnekleme tekniği kullanılmıştır. Araştırmanın çalışma grubu, sınıf öğretmeni adaylarının lisans eğitim süreci içinde almış oldukları Temel Matematik I, Temel Matematik II, Matematik Öğretimi I ve Matematik Öğretimi II derslerinin dönem sonu başarı ortalamaları dikkate alınarak oluşturulmuştur. Söz konusu derslerden başarılı, orta derecede başarılı ve düşük derecede başarılı olan öğretmen adayları seçilmiştir. Çalışma grubunu oluşturacak öğretmen adaylarını seçebilmek için bir devlet üniversitesinin 2015-2016 eğitim-öğretim yılında öğrenim görmekte olan sınıf eğitimi anabilim dalı son sınıf öğrencilerinin 1. Sınıfta aldıkları Temel Matematik I, Temel Matematik II ve 3. Sınıfta aldıkları Matematik Öğretimi I, Matematik Öğretimi II derslerinin dönem sonu başarı notları temin edilmiştir. Daha sonra her öğrencinin ayrı ayrı söz konusu derslerden elde etmiş oldukları dönem sonu başarı notlarının aritmetik ortalaması alınmış ve elde edilen 88 öğrenci ortalaması küçükten büyüğe sıralanmıştır. Bu sıralamaya göre en düşük ortalamaya sahip, sıralamadaki ilk iki öğrenci, ortalama başarıya sahip olan sıralamadaki 44 ve 45. Öğrenciler ile en yüksek başarıya sahip son iki öğrenci çalışma grubunu oluşturmuştur.

Görüşmeler 2015-2016 eğitim-öğretim yılının Mart ve Nisan aylarında yapılmıştır. Görüşmeler yapılmadan bir hafta önce tüm katılımcılar bir sınıf ortamında toplanmış, Fermi problemleri ve onların çözüm şekli hakkında bilgilendirilmek amacıyla araştırmacı tarafından matematiksel modelleme kullanılacak şekilde bir Fermi probleminin çözümü yapılmıştır. Sonrasında her gün bir katılımcıyla olmak üzere, yarı yapılandırılmış görüşme tekniği kullanılarak görüşmeler yapılmıştır. Her bir katılımcı, yarı yapılandırılmış görüşme formunda bulunan ve Fermi Problemlerini içeren soruları yanıtlamış, bu süreçte matematiksel modellemeyen yararlanmıştır.

Görüşme, katılımcının yarı yapılandırılmış görüşme formundaki Fermi problemlerinin çözümünde araştırmacıya soru sorabileceği, araştırmacının çözüm sürecini verilen cevaplara göre yönlendirebileceği şekilde yapılandırılmıştır. Katılımcıya, söz konusu problemlerin çözümünde araştırmacıya soru sorma konusunda esneklik tanınmıştır. Araştırmacı, katılımcı tarafından sorulan soruları, kendisine rehberlik eden ve önceden hazırlanmış olan “araştırmacı görüşme kılavuzunun doğrultusunda cevaplar vererek, katılımcıya rehberlik etmiştir. Görüşme süresi boyunca araştırmacı, katılımcının matematiksel modelleme becerilerini gözlemlemiş ve video kaydına almıştır. Katılımcılar, uygulama öncesi yapılan bilgilendirme ile görüşmelerin video kaydına alınmasını kabul etmiştir. Her görüşme yaklaşık 30-40 dakika sürmüştür. Araştırmada elde edilen veriler (yarı yapılandırılmış görüşme formundaki Fermi problemlerinin çözümleri) ilk olarak matematiksel modelleme sürecinin aşamalarına göre yorumlanmış, video kayıtları baştan sona transkript edilmiştir. Bu süreçte araştırmacının hazırlamış olduğu “araştırmacı görüşme kılavuzu” ndan yararlanılmıştır. Bu görüşme kılavuzunda, matematiksel modelleme sürecinin aşamalarında elde edilmesi gereken kazanımlar bulunmaktadır. Verilerin betimlenmesi, bu kazanımlara göre yapılmıştır. Araştırmacı görüşme kılavuzunda bulunan matematiksel modelleme sürecinin aşamalarını

oluşturan kazanımlar Tablo 8’de gösterilmiştir:

Tablo 1: Matematiksel Modelleme Sürecinin Kazanımları

Matematiksel Modelleme Aşaması	Gerçekleştirilmesi Beklenen Kazanımlar
Problemi anlama aşaması	Problemi detaylı şekilde sözlü olarak açıklayabilme Çözüm için daha fazla bilgiye ihtiyaç olup olmadığını açıklama
Değişkenleri seçme ve varsayımları kurma aşaması	Problemdeki değişkenleri sıralayabilme Olası varsayımları ifade edebilme
Matematiksel modelleri kurma aşaması	Olası varsayımlara uygun şekil, şema, grafik vs. modeller oluşturabilme Oluşturulan tüm modeller arasında ilişki kurabilme
Matematiksel çözümü gerçekleştirme aşaması	Olası varsayımları matematiksel olarak ifade edebilme Gerekli matematiksel işlemleri yapabilme
Çözümü yorumlama aşaması	Elde edilen verileri birleştirerek matematiksel işleme dökme Çözümün nasıl elde edildiğini açıklayabilme

Video kaydı transkript edilirken, hazırlanan bu kılavuzda yer alan kazanımlar ölçüt alınarak öğretmen adaylarının matematiksel modelleme becerileri ortaya konulmaya çalışılmıştır. Yapılan betimlemenin ardından, katılımcılardan elde edilmiş olan veriler, erişebilirlik ve doğruluk kriterlerine göre analiz edilmiştir.

### Erişebilirlik kriteri

Bu kriter ile öğretmen adaylarının kendilerine yöneltilen sorulara cevap verirken sergilediği davranışlar betimlenmiştir. Erişebilirlik kriterine göre öğretmen adaylarının Fermi problemlerinin çözümleri sırasında matematiksel modelleme aşamalarını gerçekleştirirken; düşünme durumu “*düşünme*”, düzeltme yapma durumu “*düzeltilme*” hızlı bir şekilde cevaplama durumu “*hızlı cevaplama*” ve matematiksel modelleme aşamalarını gerçekleştirilmeme durumu “*cevaplama yok*” olarak nitelendirilmiştir. Öğrencinin soruyu hızlı cevaplama, düşünerek cevaplama ya da düzelterek cevaplama o soruyu doğru çözdüğü anlamına gelmez. Erişebilirlik kriteri, çözüm sürecindeki öğrenci davranışlarını betimleme amacını taşımaktadır. Cevapların doğruluğu, doğruluk kriteri ele alınarak incelenmiştir.

### Doğruluk Kriteri

Bu kriter ile öğrencilerin sorulara verdikleri cevapların doğruluğu analiz edilmeye çalışılmıştır. Elde edilen verilerin betimlenmesinin ardından görüşme sürecinde katılımcılara sorulan Fermi problemlerinin matematiksel modelleme sürecine göre doğruluğunu analiz edebilmek amacıyla doğruluk kriterleri belirlenmiş ve her bir soru için doğruluk kriteri analiz tablosu oluşturulmuştur (Hıdıroğlu ve diğerleri, 2014, s.7). Bu tabloda matematiksel modelleme basamaklarına (*Problemi anlama, değişkenleri seçme ve varsayımları kurma, model oluşturma, matematiksel çözümü gerçekleştirme, çözümü yorumlama*) sırasıyla A<sub>1</sub>, A<sub>2</sub>, A<sub>3</sub>, A<sub>4</sub> ve A<sub>5</sub> kodları verilmiştir. Ayrıca her soru için bu basamaklara ait kritik

özellikler belirlenmiştir.

Kritik özellikler; Fermi probleminin çözümünde her bir matematiksel modelleme aşamasına ait olan gerekli özelliklerdir. Katılımcılardan elde edilen verilere göre her bir soru için ayrı olarak belirlenmiş kritik özelliklerin bulunma durumları doğruluk kriteri açısından değerlendirilecektir. Kritik özelliklerden hiç birini yazmamış olan katılımcının cevabı özelliğin ait olduğu aşamaya göre “doğru değil”, en az bir tanesini yazmış olan katılımcının cevabı “kısmen doğru”, tamamını yazmış olan katılımcının cevabı ise doğru olarak kabul edilecektir. Matematiksel modelleme sürecine ilişkin dereceli puanlama anahtarı Tablo 10’da gösterilmiştir:

Tablo 2: Matematiksel Modelleme Sürecine İlişkin Dereceli Puanlama Anahtarı (Hıdıroğlu ve diğerleri, 2014, s.7)

Basamaklar	Doğru değil	Kısmen doğru	Doğru
A <sub>1</sub>	Kritik özellikleri gerçekleştirme	Kritik özelliklerin en az birini gerçekleştirme	Kritik özelliklerin tamamını gerçekleştirme
A <sub>2</sub>	Kritik özellikleri gerçekleştirme	Kritik özelliklerin en az birini gerçekleştirme	Kritik özelliklerin tamamını gerçekleştirme
A <sub>3</sub>	Kritik özellikleri gerçekleştirme	Kritik özelliklerin en az birini gerçekleştirme	Kritik özelliklerin tamamını gerçekleştirme
A <sub>4</sub>	Kritik özellikleri gerçekleştirme	Kritik özelliklerin en az birini gerçekleştirme	Kritik özelliklerin tamamını gerçekleştirme
A <sub>5</sub>	Kritik özellikleri gerçekleştirme	Kritik özelliklerin en az birini gerçekleştirme	Kritik özelliklerin tamamını gerçekleştirme

### 3.BULGULAR VE YORUM

Bu bölümde veri toplama sürecinde elde edilen veriler ortaya koyulacaktır. Öğretmen adaylarının, kendilerine verilen sürede gerçekleştirdikleri çözümlerden bazıları ve bu çözümlerin matematiksel modelleme aşamalarına göre betimlenmesi, erişebilirlik ve doğruluk kriterleri kullanılarak aşağıda sunulmuştur:

*Soru 1: Evinizde bir hafta içinde ortalama kaç litre su harcanmaktadır?*

**Ümran’a ilişkin bulgular:**

#### 1. Erişebilirlik Kriterine Göre Verilerin Betimlenmesi

- Problemi Anlama Aşaması:* Öğretmen adayı bu aşamada düşünme davranışını sergilemiş, çözüme başlamadan önce duraksama yapmıştır.
- Değişkenleri Seçme ve Varsayımları Kurma Aşaması:* Öğretmen adayı bu aşamada

düşünme ve düzeltme davranışlarını sergilemiş, varsayımları oluştururken duraksama ve düzeltmeler yapmıştır.

- c) *Matematiksel modelleri kurma aşaması:* Öğretmen adayı bu aşamayı gerçekleştirilmemiştir.
- d) *Matematiksel Çözümü Gerçekleştirme Aşaması:* Öğretmen adayı bu aşamada düşünme davranışını sergilemiş, matematiksel çözümü gerçekleştirirken duraksama yapmıştır.
- a) *Çözümü Yorumlama Aşaması:* Öğretmen adayı bu aşamada hızlı cevaplama davranışını sergilemiş, çözümünü yorumlarken duraksama yapmamıştır.

## 2. Doğruluk Kriterine Göre Verilerin Betimlenmesi

- a) *Problemi Anlama Aşaması:* Problemin çözümü için istenen bilginin ne olduğunu açıklamadan çözüm aşamasına geçmiştir. Problemde eksik olduğunu düşündüğü bilgi hakkında “tüketilen suyun ölçümünü neye göre yapacağız?” sorusunu yöneltmiştir. Sonrasında araştırmacı problemi “evde bir haftada tüketilen su miktarı” olarak tekrar ifade etmiştir. Araştırmacı tarafından daha fazla açıklamada bulunulmamıştır. Ayrıca “evde kaç kişi var” sorusuna da “kendi evindeki kişi sayısına göre cevapla” yanıtı verilmiştir. Bu aşama, doğruluk analizinin kritik özelliklerinden en az birini karşıladığından “kısmen doğru” olarak betimlenmektedir. “Problemde isteneni yazma” kritik özelliği öğretmen adayı tarafından gerçekleştirilmemiştir.
- b) *Değişkenleri Seçme ve Varsayımları Kurma Aşaması:* Problemdeki değişkenleri; suyun kullanım alanları, evde yaşayan birey sayısı, bu bireylerin suyun kullanım alanlarına göre tükettikleri su miktarı olarak belirlemiştir. Oluşturduğu varsayımları ise; “1. Kişi mutfakta, banyoda ve lavaboda kullandığı su miktarı tahminen; mutfakta 30 litre olsun, lavaboda 5 litre ve banyoda 10 litre olsun.”, “bir kişi haftada 3 kere banyoya girsin, mutfakta her gün aynı miktarda su tüketilsin ve lavaboya günde 4 kere giderse..”, “2. Kişi lavaboya günde 8 kere gitsin, mutfakta haftada 3 kez vakit geçirsin ve banyoya her gün girerse..”, “3. Kişi ise mutfakta sadece 1 gün vakit geçirsin, lavaboya günde 5 kez gitsin ve her gün banyoya girerse..” ifadeleriyle belirtmiştir. Ayrıca bu aşamada öğretmen adayının sesli düşünmesini sağlamak amacıyla “Neden bu şekilde açıklama yaptın?” sorusu yöneltmiştir. Öğretmen adayı bu soruya “İşlem yaparken düşündüklerimi unutmamak için.” cevabını vermiştir. Bu aşama, doğruluk analizinin kritik özelliklerinden en az birini karşıladığından “kısmen doğru” olarak betimlenmektedir. “Evde yaşayan bireylerin evde bulunduğu günlere ve sürelerle ilişkin varsayımda bulunma” kritik özelliği öğretmen adayı tarafından gerçekleştirilmemiştir.
- c) *Matematiksel modelleri kurma aşaması:* Bu aşama, doğruluk analizinin kritik özelliklerinden hiç birini karşılamadığından “doğru değil” olarak betimlenmektedir.
- d) *Matematiksel Çözümü Gerçekleştirme Aşaması:*



1. Evinizde bir hafta içinde ortalama kaç litre su harcanmaktadır ?

**Çözüm:**

Evinde su harcayacak alanlar: Banyo, mutfak, tuvalet, içilen su

\* Bir ailede ortalama 4 kişi olduğunu varsayalım.

✓ Bir kişinin haftada 2 kez banyo yaptığını varsayalım.

✓ Bir kişinin günde 5 kez haftada 35 kez tuvalete gittiğini varsayalım

✓ Bir kişinin günde 2 kez el-yüz yıkadığını varsayalım.

\* Mutfaktaki bulaşıkları bulaşık makinesiyle yıkadığımızı varsayalım.

✓ Bulaşık makinesinin günde 1 kez çalıştırıldığını varsayalım. Ve bulaşık makinesinin ortalama 12 litre su harcadığını düşünelim.

✓ Çamaşır makinesinin haftada 2 kez çalıştırıldığını varsayalım. Çamaşır makinesinin de 15 litre'da haftada 30 litre su harcadığını düşünelim.

✓ Evinde yapılan temizlik haftada 1 kez olarak düşünelim. Temizlik için ortalama 10 litre harcadığımızı düşünelim.

✓ Bir insanın günlük su ihtiyacını 2 litre olarak düşünelim.

✓ Çaydan çaylarda ve ayı us'ide haftada 15 litre harcadığımızı düşünelim.

⇒ Banyo için ortalama 10 litre su harcansa 4 kişi 2 kez banyo yaptığında 20 litre su harcar. 4 kişi **80 litre** su harcar. (Haftada)

⇒ El-yüz yıkarken 1 litre su harcansa, 4 kişi günde 2 kez yıkadığında 2 litre; haftada ise 14 litre su harcar. 4 kişi ise **56 litre** su harcar.

⇒ Tuvalette harcanan su miktarının 2 litre olduğunu düşünürsek. Bir kişi haftada  $35 \times 2 = 70$  litre su harcar. 4 kişi ise **280 litre** su harcar.

⇒ Bulaşık makinesinin haftada  $12 \times 7 = 84$  litre su harcadığını düşünelim.

⇒ Çamaşır makinesi haftada  $15 \times 2 = 30$  litre su harcayacak.

⇒ Evinde yapılan temizlik haftada **10 litre**

⇒ İçilen günlük su miktarı da Bir kişi = 2 litre 4 kişi = 8 litre haftada 4 kişi **56 litre**

⇒ Çaydan çay us. haftada **15 litre**

**Varsayımların toplam hesabı**

80	
56	
280	
84	
30	
10	
56	
15	
+	
<b>653</b>	<b>litre</b>

Evinde 1 hafta içerisinde ortalama **653 litre** su harcadığını varsayımlarla buldum.

Şekil 2: Ümran İsimli Öğretmen Adayının 1. Soru Matematiksel Modelleme Süreci

Ümran isimli katılımcıdan elde edilen veriler şekilde gösterilmiştir. Yaptığı matematiksel işlemde herhangi bir hata bulunmadığından doğruluk kriterine göre öğretmen adayının matematiksel çözümü gerçekleştirme aşaması “doğru” olarak kabul edilmektedir. Ayrıca bu aşamada öğretmen adayının sesli düşünmesini sağlamak amacıyla “Neden bu şekilde ayrı ayrı hesapladın?” sorusu yöneltilmiştir. Öğretmen adayı bu soruya “Önce nerelerde su harcadığını düşündüm. Sonra bireysel olarak tüketilen suyu hesapladım. Daha sonra da 4 kişilik harcanan suyu buldum.” cevabını vermiştir.

e) Çözümü Yorumlama Aşaması: Çözüme nasıl ulaştığını ve yaptığı matematiksel

işlemin sonucunu “evde 1 hafta içerisinde ortalama 653 litre su harcadığını varsayımlarla buldum” ifadesiyle tek bir cümlede açıklamıştır. Bu aşama doğruluk kriterine göre “doğru” olarak kabul edilmektedir.

*Soru 2: Bir yılda yürüdüğünüz toplam mesafe ne kadardır ?*

**Gözde’ye ilişkin bulgular:**

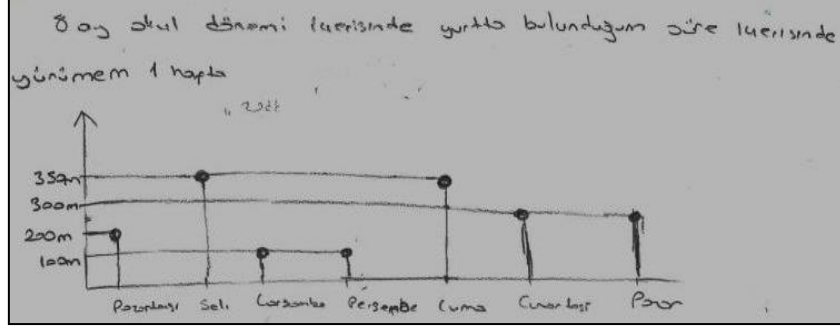
### 1. Erişebilirlik Kriterine Göre Verilerin Betimlenmesi

- Problemi Anlama Aşaması:* Öğretmen adayı bu aşamada düşünme davranışını sergilemiş, çözüme başlamadan önce duraksama yapmıştır.
- Değişkenleri Seçme ve Varsayımları Kurma Aşaması:* Öğretmen adayı bu aşamada düşünme ve düzeltme davranışlarını sergilemiş, varsayımlarını oluştururken duraksama ve düzeltmeler yapmıştır.
- Matematiksel modelleri kurma aşaması:* Öğretmen adayı bu aşamada düşünme davranışını sergilemiş, matematiksel model oluştururken duraksama yapmıştır.
- Matematiksel Çözümü Gerçekleştirme Aşaması:* Öğretmen adayı bu aşamada düşünme davranışını sergilemiş, matematiksel çözümü gerçekleştirirken duraksama yapmıştır.
- Çözümü Yorumlama Aşaması:* Öğretmen adayı bu aşamayı gerçekleştirilmemiştir.

### 2. Doğruluk Kriterine Göre Verilerin Betimlenmesi

- Problemi Anlama Aşaması:* Problemin çözümü için istenen bilginin ne olduğunu açıklamadan çözüm aşamasına geçmiştir. Öğretmen adayı problemde eksik olduğunu düşündüğü bilgiyi araştırmacıya sorarak elde etmiştir. Bu doğrultuda “sonucu kilometre cinsinden mi bulmam gerekiyor?” sorusuna “herhangi bir uzunluk birimi cinsinden cevaplayabilirsin.” cevabı; “Her yere yürüyerek gidiyorum. Nasıl düşünmeliyim?” sorusuna “Nasıl düşüneceğine ben karar veremem ama yürüdüğün mesafeleri zihin süzgecinden geçirirsen bir çözüm yolu bulabilirsin.”cevabı; “dışarıda gezdiğimiz alanları mı düşünmeliyim yoksa evin içinde yürüdüğüm mesafeyi de dikkate almalı mıyım?” sorusuna “buna sen karar vermelisin” cevabı verilmiştir. Bu aşama, doğruluk analizinin kritik özelliklerinden en az birini karşıladığından “kısmen doğru” olarak betimlenmektedir. “Problemde isteneni yazma” kritik özelliği öğretmen adayı tarafından gerçekleştirilmemiştir.
- Değişkenleri Seçme ve Varsayımları Kurma Aşaması:* Problemdeki değişkenleri; evde geçirilen süre zarfı, yürüyüşe ayrılan zaman, alışverişte geçen zaman ev dışında yürünen alanlar, okul döneminde dışarıda ve yurttan geçirilen zaman olarak belirlemiştir. Oluşturduğu varsayımları ise; “4 ay evde geçirdiğim süre içerisinde 1 günün 2 saati ayakta geçerse 1 saatte 2 km yol alınırsa, günde 1,5 saat yürüyüş 1 saatte 7 km yürünürse, ayda 4 defa alışverişe çıkılsa 2 saati yürüme ile geçse, ev dışı diğer yürüme yerleri ayda 15 km’den 4 ayda...” ifadeleriyle belirtmiştir. Ayrıca bu aşamada öğretmen adayının sesli düşünmesini sağlamak amacıyla “Neden bu şekilde düşündün?” sorusu yöneltilmiştir. Öğretmen adayı bu soruya “4 ay evde 4 ay okulda geçiriyorum. Her iki dönemde de yürüdüğüm mesafeler farklı olduğu için.” cevabını vermiştir. Bu aşama, doğruluk analizinin kritik özelliklerinden en az birini karşıladığından “kısmen doğru” olarak betimlenmektedir. “Düzenli olarak gidilen yerlerin çıkış noktasına olan uzaklığı ile ilgili varsayımda bulunma” kritik özelliği öğretmen adayı tarafından gerçekleştirilmemiştir.

- c) *Matematiksel modelleri kurma aşaması*: öğretmen adayı 8 aylık okul döneminin dışarıda ve yurtda geçirilen zamanlarında yürüdüğü mesafeyi gösteren matematiksel yapılar oluşturmuştur. Öğretmen adayının oluşturduğu modeller aşağıdaki gibidir:



Şekil 3: Gözde İsimli Öğretmen Adayının Matematiksel Modelleri Kurma Aşaması

Bu aşama doğruluk analizinin kritik özelliklerinin tamamını karşıladığından “doğru” olarak betimlenmektedir.

- d) *Matematiksel Çözümü Gerçekleştirme Aşaması*:

**Problem:**

1. Bir yılda yürüdüğünüz toplam mesafe ne kadardır ?

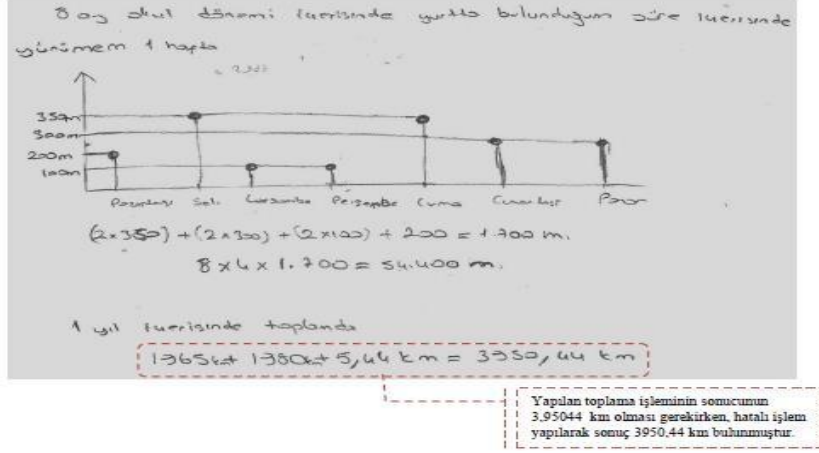
**Çözüm:** 1. ay evde geçirdiğim süre içerisinde  
1 günün 20 saat: 2 saatte yurtda gelse 1saatte  
2km yol alınırsa  $2 \times 2 = 4km$  evde yürüme  
 $4km \times (4 \times 30 gün) = 480 km$   
Evde 1,5 saat yürüyüş 1saatte 2km yürünürse 10,5km  
120 günde  $10,5 \times 120 = 1265 km$  (200m)  
Ayda 4 defa alırsa evde 2 saat yürüme ile  
gelse 4 saat 5km  $3 \times 2 \times 16 = 160km$   
Ev dışı diğer yürüme yeri ayda 15 km den  $15 \times 4 = 60km$   
4 ayda toplam:  $480 + 1265 + 160 + 60 = 1965 km$

8 ay okul dönemi içerisinde:

$10km + 10km + 12km + 12 + 30 = 65km$  1 haftada  
 $8 \times 65 = 520km$  dışarıda yürünm yol

Yapılan çarpma işleminin sonucunun 1.260 km olması gerekirken, hatalı işlem yapılarak sonuç 1265 km bulunmuştur.

Yapılan çarpma işleminin sonucunun 2080 km olması gerekirken, hatalı işlem yapılarak sonuç 1980 km bulunmuştur.



Şekil 4: Gözde İsimli Öğretmen Adayının 2. Soru Matematiksel Modelleme Süreci

Gözde isimli katılımcıdan elde edilen veriler şekilde gösterilmiştir. Üzerinde yapılan işaretlemelerde belirtilen açıklamalara göre öğretmen adayının hatalı işlem yapması, doğruluk kriterlerinden “kısmen doğru” ifadesini karşılamaktadır. “Hatasız işlem yapma” kritik özelliği öğretmen adayı tarafından gerçekleştirilmemiştir.

- e) *Çözümü Yorumlama Aşaması:* Çözüm yolunu ve elde edilen sonuçları kelimelerle ifade etmemiştir. Bu aşama, doğruluk analizinin kritik özelliklerinden hiç birini karşılamadığından “doğru değil” olarak betimlenmektedir.

*Soru 3: Bir aile bir yılda ortalama kaç kilo çöp döker ?*

### Kardelen’e ilişkin bulgular:

#### 1. Erişebilirlik Kriterine Göre Verilerin Betimlenmesi

- a) *Problemi Anlama Aşaması:* Öğretmen adayı bu aşamada düşünme davranışını sergilemiş, çözüme başlamadan önce duraksama yapmıştır.
- b) *Değişkenleri Seçme ve Varsayımları Kurma Aşaması:* Öğretmen adayı bu aşamada hızlı cevaplama davranışını sergilemiş, varsayımları oluştururken duraksama yapmamıştır.
- c) *Matematiksel modelleri kurma aşaması:* Öğretmen adayı bu aşamayı gerçekleştirilmemiştir.
- d) *Matematiksel Çözümü Gerçekleştirme Aşaması:* Öğretmen adayı bu aşamada hızlı cevaplama davranışını sergilemiş, matematiksel çözümü gerçekleştirirken duraksama yapmamıştır.
- e) *Çözümü Yorumlama Aşaması:* Öğretmen adayı bu aşamada hızlı cevaplama davranışını sergilemiş, çözümü yorumlarken duraksama yapmamıştır.

#### 2. Doğruluk Kriterine Göre Verilerin Betimlenmesi

- a) *Problemi Anlama Aşaması:* Problemin çözümü için istenen bilginin ne olduğunu açıklamadan çözüm aşamasına geçmiştir. Problemin çözümü için daha fazla bilgiye ihtiyaç duyup duymadığını belirtmemiş, eksik olduğunu düşündüğü bilgilere varsayımlar yaparak ulaşmıştır. Bu aşama, doğruluk analizinin kritik özelliklerinden

- hiç birini karşılamadığından “doğru değil” olarak betimlenmektedir.
- b) *Değişkenleri Seçme ve Varsayımları Kurma Aşaması:* Problemdaki değişkenleri; ailedeki birey sayısı ve günlere göre evin bölümlerinde biriken çöp miktarı olarak belirlemiştir. Oluşturduğu varsayımları ise “*aile birey sayısı 5*”, “*pazartesi günü aile bireylerinin tümü toplam, mutfaktaki, lavabodaki çöpleri toplansın ve 2 kilo çöp döksün, Salı günü ise bir tek mutfakta çöp olsun ve 1 kilo olsun, Çarşamba günü bütün odalardaki çöpü boşaltsın ve ortalama 3 kilo olsun, Perşembe ise aile bireyleri tek tek yarım kilo çöpü olsun. Bütün odalardaki çöpleri toplansınlar, Cuma günü ise sadece mutfakta çöp biriksin ve 1 kilo olsun, cumartesi günü bu aile bireylerine misafir gelmiş olsun ve her gün biriken çöp 2 katına çıksın ve 4 kilo olsun, Pazar günü ise mutfak, lavabo ve diğer odalardaki çöp biriksin ve 2 kilo olsun..*” ifadeleriyle belirtmiştir. Bu aşama, doğruluk analizinin kritik özelliklerinden en az birini karşıladığından “kısmen doğru” olarak betimlenmektedir. “Yılın hangi günlerinde daha fazla çöp biriktiği ile ilgili varsayımda bulunma” ve “Ailenin bir yıl içinde evde bulunmama süresi ile ilgili varsayımda bulunma” kritik özellikleri öğretmen adayı tarafından gerçekleştirilmemiştir.
- c) *Matematiksel modelleri kurma aşaması:* Bu aşama, doğruluk analizinin kritik özelliklerinden hiç birini karşılamadığından “doğru değil” olarak betimlenmektedir
- d) *Matematiksel Çözümü Gerçekleştirme Aşaması:*

1. Bir aile, bir yılda ortalama kaç kilo çöp döker ?

Aile bireyleri = 5

**Çözüm:**

İlk olarak bir güne göre haftalık bulalım. Daha sonra bir yıl için hesaplayalım.

Pazartesi günü aile bireylerinin tümü toplam, mutfaktaki, lavabodaki çöpleri toplansın ve 2 kilo çöp döksün.

Salı günü ise; Bir tek mutfakta çöp olsun ve 1 kilo olsun.

Çarşamba günü; Bütün odalardaki çöpü boşaltın ve ortalama 3 kilo olsun.

Perşembe ise; Aile bireyleri tek tek yarım kilo çöpü olsun. Bütün odalardaki çöpleri toplansınlar.

Cuma günü ise; Sadece mutfakta çöp biriksin ve 1 kilo olsun.

Cumartesi günü; Bu aile bireylerine misafir gelmiş olsun ve her gün biriken çöp 2 katına çıksın ve 4 kilo olsun.

Pazar günü ise; Mutfak, lavabo ve diğer odalardaki çöp biriksin ve 2 kilo olsun.

Buna göre Bu aile bireyleri; Pazartesi: 2 kilo.  
Salı : 1 kilo.  
Çarşamba : 3 kilo.  
Perşembe : 2,5 kilo.  
Cuma : 1 kilo.

Yapılan varsayıma göre 5 kişilik bir ailenin her birinin yarım kilogram çöp dökmesi ile biriken çöp miktarının 2,5 kilogram olarak bulunması beklenirken 7,5 kilogram olarak hesaplanmıştır.

Cumartesi: 4 kilo.  
Pazar : 2 kilo.

⇒ Yani bu aile haftada 2+1+3+2,5+1+4+2 = 20,5 kilo. ortalama 21 olsun  
çöp alır. 1 haftada 21 kilo çöp alırsa 1 yılda bir toplam 1092 kilo olur.

Şekil 5: Kardelen İsimli Öğretmen Adayının 3. Soru Matematiksel Modelleme Süreci

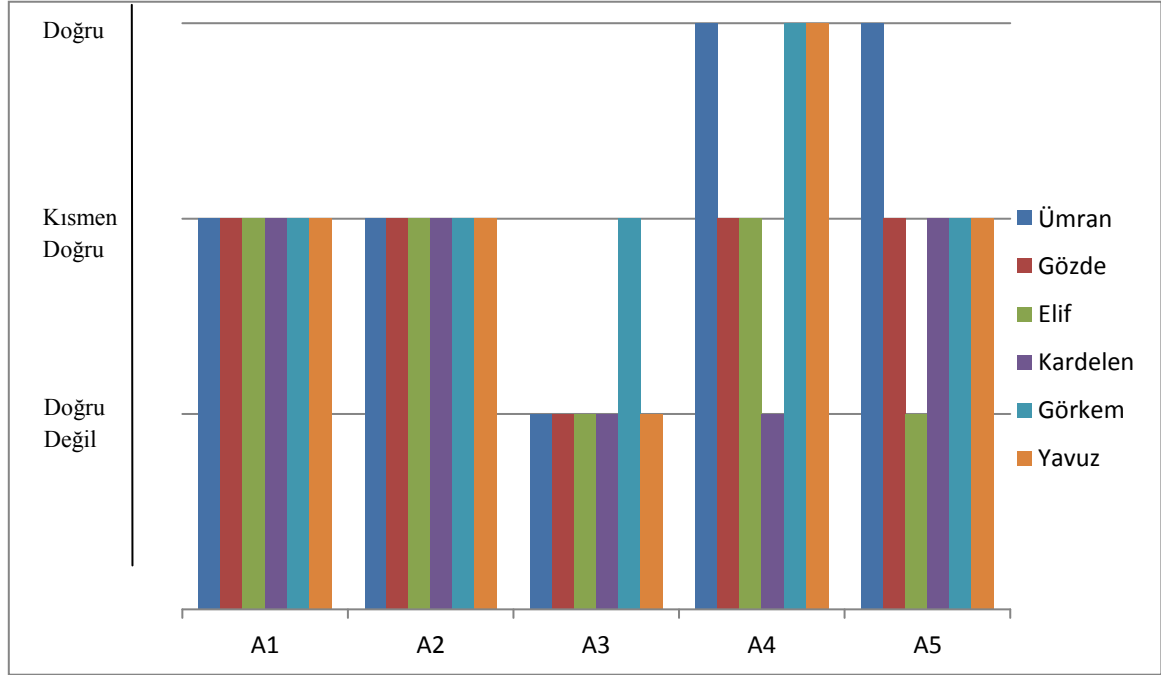
Kardelen isimli katılımcıdan elde edilen veriler şekilde gösterilmiştir. Üzerinde yapılan işaretlemelerde belirtilen açıklamalara göre öğretmen adayının hatalı işlem yapması, doğruluk

kriterlerinden “kısmen doğru” ifadesini karşılamaktadır. “Hatasız işlem yapma” kritik özelliği öğretmen adayı tarafından gerçekleştirilmemiştir. Ayrıca bu aşamada öğretmen adayının sesli düşünmesini sağlamak amacıyla “Neden günlere ayırdın?” sorusu yöneltilmiştir. Öğretmen adayı bu soruya “Bir haftanın ortalamasını alıp bir yılı hesaplamak için.” cevabını vermiştir.

- e) *Çözümü Yorumlama Aşaması*: Çözüme nasıl ulaşıldığını açıklamamış fakat ulaştığı sonucu “yani bu aile haftada ortalama 21 kg çöp atar. Bir haftada 21 kg çöp atarsa bir yılda bu rakam 1092 olur” şeklinde kelimelerle ifade etmiştir. Bu aşama, doğruluk analizinin kritik özelliklerinden en az birini karşıladığından “kısmen doğru” olarak betimlenmektedir. “Çözüme nasıl ulaşıldığını açıklama” kritik özelliği öğretmen adayı tarafından gerçekleştirilmemiştir.

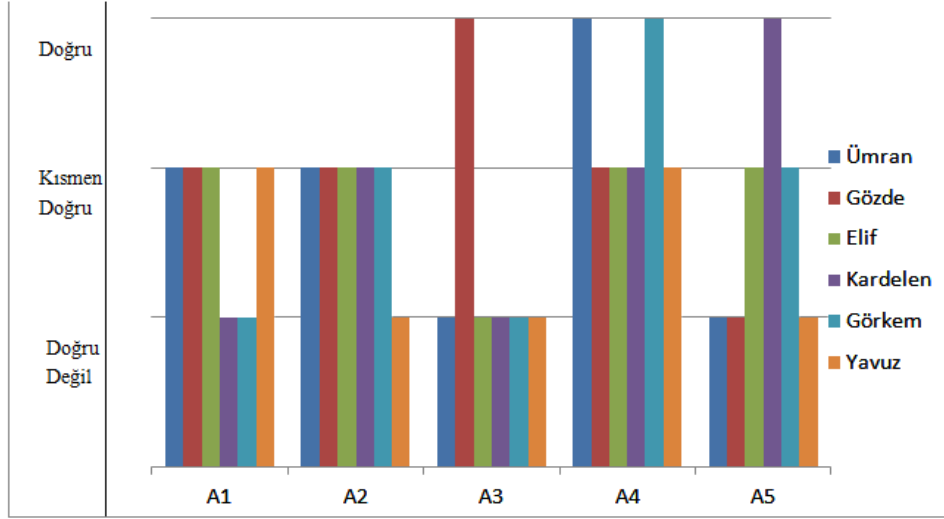
Doğruluk kriteri analizinde elde edilen veriler aşağıdaki sütun grafiklerinde gösterilmiştir:

Soru 1: Evinizde bir hafta içinde ortalama kaç litre su harcanmaktadır ?



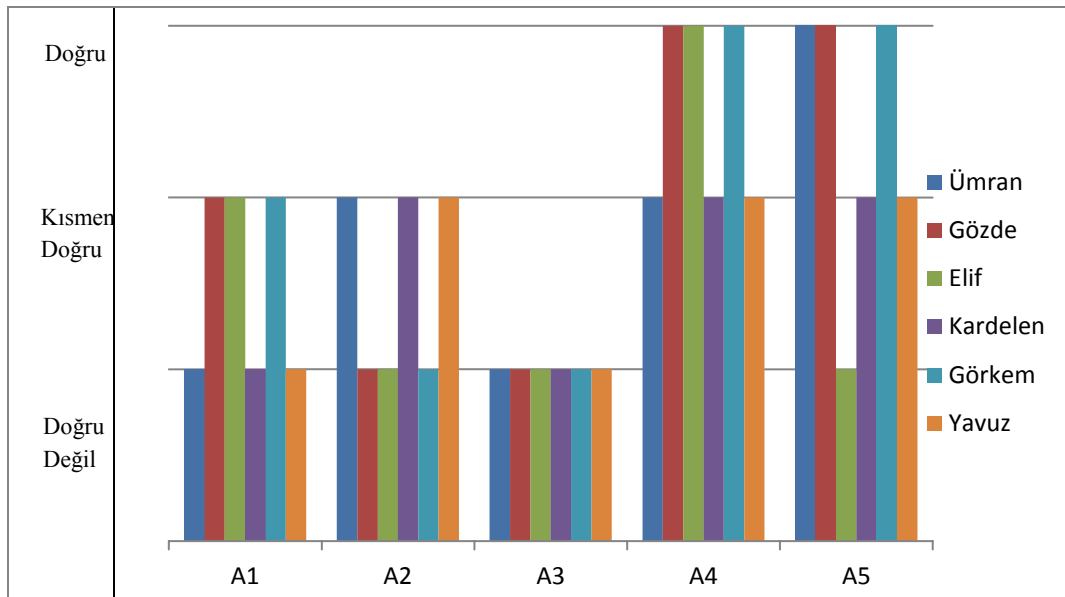
Grafiğe göre en fazla doğru cevap oranı, “matematiksel çözümü gerçekleştirme aşaması” (A4)’nda bulunmaktadır. “Çözümü yorumlama” (A5) aşaması da bir katılımcı tarafından doğru olarak gerçekleştirilmiştir. En az doğru cevap oranı ise “matematiksel modelleri kurma” aşamasında bulunmaktadır.

Soru 2: Bir yılda yürüdüğünüz toplam mesafe ne kadardır ?



Grafiğe göre en fazla doğru cevap oranı, “matematiksel çözümü gerçekleştirme aşaması” (A4)’nda bulunmaktadır. Ayrıca “matematiksel modelleri kurma” ve “çözümü yorumlama” aşamaları da birer katılımcı tarafından doğru olarak gerçekleştirilmiştir. En az doğru cevap oranı ise “matematiksel modelleri kurma” aşamasında bulunmaktadır.

Soru 4: Bir aile, bir yılda ortalama kaç kilo çöp döker ?



Son sorunun doğruluk analizine bakıldığında ise “matematiksel çözümü gerçekleştirme” ve “çözümü yorumlama” aşamalarında doğru cevap sayısının eşit olduğu görülmektedir. En az

doğru cevap oranı ise yine “*matematiksel modelleri kurma*” aşamasında bulunmaktadır.

#### 4.SONUÇ

Elde edilen bulgular, analizler ve sonuçlar incelendiğinde şunlar söylenebilir; Çalışmanın pilot uygulama sürecinde, öğretmen adaylarının ilk çözdükleri Fermi probleminin sonrasında elde edilen bulgulara göre matematiksel modelleme aşamaları; toplamda 1 kez “doğru”, 4 kez “kısmen doğru” ve 10 kez “doğru değil” olarak gerçekleştirilmiştir. Sonrasında araştırmacı, öğretmen adayları ile birlikte soruyu çözmüş ve adaylara başka bir zaman diliminde araştırmacının veri toplama sürecinde bahsedilen diğer Fermi problemlerini yöneltmiştir. Bu problem çözümlerinden elde edilen bulgulara göre ise “doğru” ve “kısmen doğru” olarak cevap verilen matematiksel modelleme aşamalarında artış görülmüştür. İncelenen sonuçlara göre öğretmen adaylarının, sorunun araştırmacı tarafından çözülmesinden önce matematiksel modellemenin tüm aşamalarında beklenenleri gerçekleştiremedikleri gözlemlenmiştir. Bu durumda öğretmen adaylarının gerçek hayat problemlerine aşına olmadıkları söylenebilir.

Pilot uygulamanın akabinde yapılan uygulamada 6 öğretmen adayına sorulan Fermi problemlerinden elde edilen verilere göre öğretmen adaylarının problemi anlama aşamasına verdiği cevapların %70’i kısmen doğrudur ve bu aşamada %83 düşünme davranışı gözlemlenmiştir. Değişkenleri seçme ve varsayımları kurma aşamasında verilen cevapların %83’ü kısmen doğrudur ve %70 düşünme davranışı görülmektedir. Matematiksel model kurma aşamasında verilen cevapların %91’i doğru değildir ve %91 cevaplama yok davranışını karşılamaktadır. Matematiksel çözümü gerçekleştirme aşamasında verilen cevapların %50’si doğru, %45’i ise kısmen doğrudur. Bu aşamada %62 hızlı cevaplama davranışı gözlemlenmiştir. Çözümü yorumlama aşamasında verilen cevapların ise %54’ü doğru değildir ve %54 cevaplama yok davranışını karşılamaktadır.

Elde edilen veriler doğrultusunda doğruluk kriterine göre en fazla doğru cevap oranı “değişkenleri seçme ve varsayımları kurma” aşamasında, en az doğru cevap oranı ise “matematiksel modelleri kurma” aşamasında görülmektedir. Ayrıca Fermi problemlerinin çözümü sırasında erişebilirlik kriterine göre en fazla “cevaplama yok” davranışı görülmektedir. En az ise düzeltme davranışına rastlanmaktadır. Bu bilgilerden yola çıkarak öğretmen adaylarının çözdükleri Fermi problemlerini somutlaştırmayı ve bir modelleme yapmayı genellikle tercih etmedikleri söylenebilir. Ayrıca varsayım oluşturma hususunda çoğunlukla başarılı oldukları görülmüştür. Bunların yanı sıra, doğruluk kriterinin önceden belirlenmiş “probleme isteneni yazma” ve “çözüme nasıl ulaşıldığını açıklama” kritik özellikleri ise, matematiksel model oluşturma aşamasından sonra en az başarılı oldukları hususlardır. Öğretmen adaylarının doğru ya da kısmen doğru cevapladığı aşamalarda gösterdikleri düşünme, düzeltme ve hızlı cevaplama davranışlarının, doğru cevaplama durumları ile ilgisi olmadığı gözlemlenmiştir. Başka bir ifadeyle, öğretmen adayının cevaplama esnasında düşünme, düzeltme yapması ya da hızlı cevaplama, matematiksel modelleme aşamasını doğru bir şekilde gerçekleştirdiğini ifade etmemektedir.

Bunların yanında, öğretmen adaylarının lisans kademesinde gördüğü matematik derslerindeki başarı durumları ile matematiksel modellemedeki başarı durumları arasında bir ilişki olmadığı gözlemlenmiştir. Matematik derslerinden başarı ortalaması en yüksek olan öğretmen adayı Ümran, yapılan tüm matematiksel modelleme aşamalarında toplamda 6 doğru cevap verirken; matematik derslerinden başarı ortalaması en düşük olan öğretmen adayı Görkem ise toplamda 5 doğru cevap vermiştir. Dolayısıyla matematiksel modellemenin matematik derslerindeki



başarı ile değil, problemi gerçek hayatla ilişkilendirme becerisi ile ilgili olduğu söylenebilir. Ayrıca, bu araştırma sınıf öğretmeni adaylarının matematiksel modelleme aşamalarından model oluşturma durumlarında başarısız olduklarını, yani problem çözerken şekil, grafik, nesne gibi modeller oluşturmaya gitmediklerini ortaya koymaktadır.

## 5.TARTIŞMA VE ÖNERİLER

Sınıf öğretmeni adaylarının Fermi problemleri kullanarak matematiksel modelleme süreçlerini ortaya çıkarmayı amaçlayan bu çalışmada, öğretmen adaylarının matematiksel modelleme konusunda yeterli düzeyde başarılı olamadıkları gözlenmiştir. Literatürde matematiksel modelleme becerilerini konu alan araştırmalar incelendiğinde sonuçları bu çalışma ile paralellik gösteren birçok araştırmanın yer aldığı görülmektedir. Ural (2014), Hıdıroğlu, Dede, Kula, Güzel (2014) ve Kertil (2008)'in matematiksel modelleme becerileri üzerine yapmış oldukları araştırmaların sonuçlarına göre katılımcıların matematiksel modelleme konusunda başarısız oldukları ortaya çıkmıştır. Söz konusu araştırmalar, çalışmamızın sonuçları ile paralellik göstermektedir.

Eric, Down, Wanty ve Seto (2012)'nin çalışmasında da ilkökul öğrencilerinin matematiksel modelleme becerileri üzerine çalışılmış ve öğrencilerin başarı durumlarının düşük olduğu yönünde sonuçlar ortaya çıkmıştır. Yurt dışında yapılan bu araştırmanın da çalışmamızın sonuçları ile paralellik gösterdiği söylenebilir. Bal ve Doğanay (2014), Ciltaş ve Işık (2013), Keskin (2008) ve Peter-Koop (2010)'un çalışmaları ise araştırmamızın süreci ile paralellik göstermektedir. Bu çalışmaların veri toplama sürecinde uygulama öncesi katılımcıların matematiksel modelleme yapamadıkları görülmüş fakat araştırmacıların katılımcılar ile birlikte yapmış oldukları uygulama sonrasında matematiksel modelleme başarısında artış gözlenmiştir. Ärlebäck (2009)'in çalışmasında ise ortaöğretim seviyesinin üstündeki öğrencilerle çalışılmış ve elde edilen bulgularda matematiksel modellemelere oldukça sık rastlanmıştır. Ayrıca öğrencilerin problem çözümü sırasında ekstra bilgiye ihtiyaç duydukları gözlenmiştir. Ärlebäck (2009)'in çalışma sonuçlarına göre öğrencilerin matematiksel modellemeye sıklıkla başvurmuş olmaları, çalışmamızın sonuçlarıyla farklılık göstermektedir.

Görüldüğü gibi literatürde yer alan matematiksel modelleme ile ilgili çalışmalarda öğretmen adaylarının da öğrencilerin de matematiksel modelleme konusunda yeterli bilgiye sahip olmadığı ve beceri düzeylerinin düşük olduğu sonuçlarına rastlanmaktadır. Bu durum öğrenim kademelerinin tümünde aşamalı olarak matematiksel modellemeye verilen önemin artması gerektiğini düşündürmektedir.

Araştırmanın verilerinden elde edilen bulgulara göre öğretmen adaylarına ve ilköğretim kademesinde matematik eğitimi yapan öğretmenlere öneri olarak şunlar söylenebilir:

- Problemi anlama becerisinin geliştirilmesi amacıyla “problemde istenileni yazma” etkinliklerine ağırlık verilmelidir.
- Problem çözerken gerçek hayat problemleri kullanılmalı, Fermi problemleri üzerinden varsayım yapma becerisi geliştirilmelidir.
- Öğrencilerin problem çözümü sırasında nesne, resim, şekil, grafik, benzetim gibi modeller kullanmaları sağlanmalıdır.
- Problem çözerken yapılan işlem hataları dört işlem becerisinin yeterli

olmadığını göstermektedir. Bu durumda ilköğretimde dört işlem becerisine daha fazla özen gösterilmeli, bu konu üzerinde daha fazla etkinlik ve alıştırmalar yapılmalıdır.

- Öğrencilerin problemi çözdükten sonra nasıl çözdükleri ve buldukları değerini neyi ifade ettiğini belirten açıklamalarına yer verilmeli, çözümün sonucunda neyi bulduğunun bilincinde olmasını sağlayacak yaşantılar edindirilmelidir.
- Öğretmenlerin, problem çözme etkinliklerinde gerçek hayat problemlerine ve model kullanımına daha fazla yer vermeleri gerekmektedir.

Ayrıca matematiksel modelleme becerisinin geliştirilmesi, matematik ile gerçek dünya arasında bağlantı kurulabilmesi için eğitim fakültelerinin tüm programlarına “matematiksel modelleme” dersinin eklenmesinin son derece önemli olduğu söylenebilir. Ülkemizde birkaç üniversitede bu uygulamaya geçilmiş olsa da tüm üniversitelerde söz konusu uygulamanın yaygınlaştırılması gerekmektedir.

Matematiksel modellemeyi konu alan araştırmalar incelendiğinde genellikle matematiksel modelleme becerisini ortaya çıkarmak için “kapalı uçlu sorular”, yani tek bir doğru cevabı olan ve matematiksel işlemler ile sonuca ulaşılabilecek, yoruma kapalı soru tiplerinin tercih edildiği görülmektedir. Bu sebeple yapılacak olan çalışmalara yönelik olarak araştırmacılar için, matematiksel modellemeyi ele alırken cevabı kişiye göre değişkenlik gösteren, yoruma açık, günlük hayatın içinden olan, gerçek hayat problemlerinin kullanılması, bu problemler üzerinden matematiksel modelleme beceri ve durumlarının ortaya çıkarılacağı araştırmalar yapılması önerilmektedir. Yapılacak olan araştırmalara öneri olarak söylenebilecek bir diğer husus da, matematik öğretmen adayları ile çalışılması ve bu çalışmanın veri toplama sürecinde rutin olmayan problemler kullanılmasıdır. Özellikle matematiksel modelleme derslerinin lisans müfredatına eklendiği bazı eğitim fakültelerinde bu alanda bir çalışmanın yapılması önerilebilir.

## KAYNAKÇA

A.Peter-Koop. (2009). Teaching and Understanding Mathematical Modelling Through Fermi-Problem. In B. Clarke, B. Grevholm, R. Millman (Ed.). *Tasks in Primary Mathematics Teacher Education* (pp. 131–146). New York (NY), USA: Springer.

Akgün, L., Ciltaş, A., Deniz, D., Çiftçi, Z. ve Işık, A. (2013). İlköğretim Matematik Öğretmenlerinin Matematiksel Modelleme İle İlgili Farkındalıkları. *Adıyaman Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü Dergisi*, 12, 1-33.

Altun, M., Dönmez, N., İnan, H., Taner ve Özdilek, Z. (2001). Altı yaş grubu çocukların problem çözme stratejileri ve bunlarla ilgili öğretmen ve müfettiş algıları. *Uludağ Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 14(1), 211–230.

Ärlebäck, J.B. (2009). On The Use Of Realistic Fermi Problems For Introducing Mathematical Modelling In School. *The Mathematics Enthusiast*, 6(3), 330-364.

Bal A.P., Doğanay A. (2014). Sınıf Öğretmenliği Adaylarının Matematiksel Modelleme Sürecini Anlamalarını Geliştirmeye Yönelik Bir Eylem Araştırması. *Kuram ve Uygulamada Eğitim Bilimleri*, 14, 1363-1384.

Blum, W. ve Niss, M. (1989). Applied Mathematical Problem Solving, Modelling, Applications, and Links To Other Subjects- State, Trends and Issues In Mathematic

Instruction. *Educational Studies in Mathematics*, 22, 37-68.

Ciltaş, A. ve Işık, A. (2013). Matematiksel Modelleme Yoluyla Öğretimin İlköğretim Matematik Öğretmeni Adaylarının Modelleme Becerileri Üzerine Etkisi. *Kuram ve Uygulamada Eğitim Bilimleri*, 13(2), 1177-1194.

Deniz, D. ve Akgün, L. (2014). Ortaöğretim Öğrencilerinin Matematiksel Modelleme Yönteminin Sınıf İçi Uygulamalarına Yönelik Görüşleri. *Trakya Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 4(1), 103-116.

Doerr, H.M. (1997). Experiment, simulation and analysis: an integrated instructional approach to the concept of force. *International Journal of Science Education*, 19(3), 265-282, DOI: 10.1080/0950069970190302.

Doruk, B.K. ve Umay, A. (2011). Matematiği Günlük Yaşama Transfer Etmede Matematiksel Modellemenin etkisi. *Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 41, 124-135.

Erarslan, A. (2012). İlköğretim Matematik Öğretmen Adaylarının Model Oluşturma Etkinlikleri Üzerinde Düşünme Süreçleri. *Kuram ve Uygulamada Eğitim Bilimleri*, 12(4), 2953-2970.

Eric, C.C.M., Dawn, N.K.E., Wanty, W., Seto, C. (2012). Assessment Of Primary 5 Students' Mathematical Modelling Competencies. *Journal Of Science and Mathematics Education In Southeast Asia*, 35(2), 146-178.

Gökbulut, Y. (2006, 14-16 Nisan). *Sınıf Öğretmenliği Adaylarının Fermi Problemlerindeki Matematiksel Modelleme Becerileri*. Ulusal Sınıf Öğretmenliği Kongresi'nde sunuldu, Ankara.

Haines, C.R. ve Crouch, R.M. (2007). Mathematical Modelling and Applications: Ability and Competence Frameworks. Blum, W., Galbraith, P.L., Henn, H-W. ve Niss, M. *Modelling and Applications in Mathematics Education*. New York, Springer, 417-424.

Hıdıroğlu, Ç.N., Tekin Dede, A., Kula, S. ve Bukova Güzel, E. (2014). Öğrencilerin Kuyruklu Yıldız Problemi'ne İlişkin Çözüm Yaklaşımlarının Matematiksel Modelleme Süreci Çerçevesinde İncelenmesi. *Mehmet Akif Ersoy Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 31, 1-17.

Kertil, M. (2008). *Matematik Öğretmen Adaylarının Problem Çözme Becerilerinin Modelleme Sürecinde İncelenmesi*. Yayımlanmamış Yüksek Lisans Tezi. Marmara Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, İstanbul.

Keskin, Ö.Ö. (2008). *Ortaöğretim Matematik Öğretmen Adaylarının Matematiksel Modelleme Yapabilme Becerilerinin Geliştirilmesi Üzerine Bir Araştırma*. Yayımlanmamış Doktora Tezi. Gazi Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Ankara.

Taşova, H. İ. ve Delice, A. (2012, 27-30 Haziran). *Modelleme etkinliği sürecine düşünme yapılarının etkisi; kaset problemi*. X.Ulusal Fen Bilimleri ve Matematik Eğitimi Kongresi'nde sunuldu, Niğde.

Ural, A. (2014). Matematik Öğretmen Adaylarının Matematiksel Modelleme Becerilerinin İncelenmesi. *Dicle Üniversitesi Ziya Gökalp Eğitim Fakültesi Dergisi*, 23, 110-141.