Ara Sınır Şartı Altında İki Boyutlu Hücresel Dönüşümler

Two Dimensional Cellular Automa Under Intermediate Boundary Condition

Ferhat ŞAH[1]

1) Adıyaman Üniversitesi, İktisadi ve İdari Bilimler Fakültesi, İktisat Bölümü, Adıyaman/TÜRKİYE

ORCID: 0000-0003-4847-9180, fsah@adiyaman.edu.tr

Mathematics Subject Classification: 37B15; 67Q80

Geliş Tarihi 05/08/2024 – Kabul Tarihi 14/08/2024

DOI: 10.55205/joctensa.2220231527972

ATIF: Şah, F. (2024). Ara Sınır Şartı Altında İki Boyutlu Hücresel Dönüşümler. *Cihannüma Teknoloji, Fen ve Mühendislik Bilimleri Dergisi*, 2 (2), 62-73.

Öz

İki boyutlu hücresel dönüşümler, hücreler ve kurallar içeren sistemlerdir. Her hücre, belirli bir durumda (örneğin, "1" veya "0" gibi) bulunur ve zaman içinde bu durum, komşu hücrelerin durumlarına bağlı olarak değişir. Bu dönüşümler, basit başlangıç kurallarından karmaşık ve dinamik desenler üretebilir. İki boyutlu hücresel dönüşümlerde lokal kural yardımıyla temsili matrisler elde edilir. Bu matrisler bulunurken çeşitli sınır şartlarından faydalanılır. Bu çalışmada şimdiye kadar çok az çalışılan ara sınır şartı kullanılacaktır. Ara sınır şartı altında çeşitli örnekler yapılacak. En sonunda genelleme yapılacak ve temsili matrisin en genel hali sunulacaktır.

Anahtar Kelimeler: İki Boyutlu Hücresel Dönüşümler, Terslenebilirlik, Temsili Matris.

Abstract

Two-dimensional cellular automata are systems that involve cells and rules. Each cell is in a certain state (e.g., "1" or "0") and this state changes over time based on the states of neighboring cells. These transformations can produce complex and dynamic patterns from simple initial rules. In two-dimensional cellular automata, representative matrices are obtained using local rules. Various boundary conditions are utilized in determining these matrices. In this study, an intermediate boundary condition, which has been rarely studied so far, will be used. Various examples will be made under the intermediate boundary condition. Finally, generalization will be made and the most general form of the representative matrix will be presented.

Keywords: Two Dimensional Cellular Automata, Reversibility, Representative Matrice

GİRİŞ

Hücresel dönüşümler (CA), davranışları tamamen belirlenmiş yerel kurallarla tanımlanan özel ayrık dinamik sistemlerdir. Bu sistemler, CA'nın çeşitli yönlerine ve türlerine odaklanarak kapsamlı bir şekilde incelenmiştir. 1950'lerde von Neumann ve Ulam tarafından yapılan ilk araştırmalar ve Hedlund'un teorik keşifleri, CA araştırmalarının temelini atmıştır(von Neumann ve Ulam,1966; Hedlund,1969). Bir boyutlu (1D) CA'lar matematiksel olarak derinlemesine incelenmiş ve çok sayıda uygulama sergilenmiştir. Ancak, iki boyutlu hücresel dönüşümlere (2D CA)olan ilgi daha azdır.

Von Neumann, CA'nın birçok zarif özelliği nedeniyle son derece evrensel olabileceğini öne sürdü ancak kurallarının karmaşıklığı, o dönemde bilgisayar programlama dillerine uygulanmasını engelledi. 1980'lerde, S. Wolfram basit 1D uniform CA kurallarının özelliklerini araştırmaya başladı ve basit kuralların bile karmaşık ve kaotik davranışlar sergileyebileceğini keşfetti(Wolfram, 1983).

Matris lineer cebiri kullanarak, $\mathbb{Z}_2$ cismi üzerinde, 2D lineer en yakın komşu uniform CA'nın null veya periyodik sınır koşullarıyla davranışlarını tanımlayan birleşik matematiksel CA modelleri literatürde başarılı bir şekilde çalışılmıştır(Choudry vd., 2005; Dihidar ve Choudry, 2004).

Son yıllarda uniform lineer hücresel dönüşümlere (CA) büyük ilgi gösterilmiştir (Akın vd., 2010; Siap vd., 2011, Sah, 2022). Yapısı ve zarif özellikleri sayesinde, CA birçok bilimsel hesaplama problemini modelleme, benzer model davranışlarını anlama ve bazen de doğalarını kolayca açıklama fırsatı sunar. $\mathbb{Z}_2$'deki durum değerlerine sahip hibrit ve uniform 2D CA'nın matematiksel analitik davranışları araştırılmıştır. (Choudry vd.,1999; Dihidar ve Choudry, 2004).

Araştırmacılar temel olarak uniform 1D ve 2D hücresel dönüşümlerin çeşitli sınır şartları altında karakterizasyonunu araştırmaktadır. Bu makalede, ara sınır şartı koşullara sahip özel bir 2D sonlu lineer hücresel dönüşüm ailesine odaklanıyoruz. Başka bir deyişle, belirli sabit koşullara sahip iki durumlu bir CA problemi incelenmiştir. CA'nın doğası gereği, bazı önemli matematiksel çalışmalara izin vermek ve dinamik sistemlerde kaosun çok karmaşık ve kompleks davranışlarını elde etmek oldukça basittir. Lineer CA'nın birçok farklı türde uygulamaya sahip olabileceğine inanılmaktadır. Çalışmada kural matrislerini kullanarak, sunulan sonuçlar bu 2D CA'nın cebirsel sonuçlarına dair daha fazla bilgi verir ve yazarların literatürde bulduğu bazı zarif uygulamalarla ilişkilidir(Choudry vd., 2005; Akın vd., 2010; Chou ve Reggia., 1997).

Bu çalışmada iki boyutlu hücresel dönüşümlerin temsili matrisi ara sınır şartı altında elde edeceğiz. Bu sınır şartı iki boyutlu hücresel dönüşümlerde çok az kullanılmıştır. Çalışma bu yönüyle diğer çalışmalardan farklıdır.

MATERYAL VE YÖNTEM

Bu bölümde, özel yerel kural kullanarak, asal bir sayı olan p ile sonlu alan F_p üzerinde 2D hücresel dönüşüm (CA) ailelerini tanıtıyoruz. İlk olarak, sonlu lineer hücresel dönüşümlerin tanımını hatırlayalım. 2D lineer hücre otomatı (LCA), $m\times n$ hücrelerden oluşur ve bu hücreler m satır ve n sütun halinde düzenlenir. Bu hücreler, sonlu alandan $0,1,\ldots,p\text{-}1$ değerlerinden birini alabilir ve $mnxmn$ tipinde matris olarak düşünülebilir. Bir duruma sahip bir hücre kümesine konfigürasyon veya bilgi matrisi denir. Bir CA konfigürasyonu, tüm hücrelere durum ataması yapmaktadır. Her bir (lineer) CA konfigürasyonu, p modülü kullanarak, $t+1$ anındaki bir hücrenin durumu, t anındaki komşularının bazı durumlarına bağlı olacak şekilde yerel bir (lineer) geçiş kuralı aracılığıyla bir sonraki konfigürasyonu belirler. 2D CA'nın en yakın komşuları için, merkezde belirli bir hücre olan 3×3 matris halinde dokuz hücre düzenlenir ve klasik türde komşuluklar vardır, ancak bu çalışmada sadece bazı özel bitişik komşularla kendimizi sınırlıyoruz. Bu nedenle, (i,j) hücresinin $t+1$ anındaki durumunu şu şekilde tanımlarız:

$$x_{(i,j)}^{(t+1)} = f\begin{pmatrix} x_{(i,j)}^{(t)}, x_{(i+1,j)}^{(t)}, x_{(i+1,j-1)}^{(t)}, x_{(i,j-1)}^{(t)}, x_{(i-1,j-1)}^{(t)}, \\ x_{(i-1,j)}^{(t)}, x_{(i-1,j+1)}^{(t)}, x_{(i,j+1)}^{(t)}, x_{(i+1,j+1)}^{(t)} \end{pmatrix}$$

$$\begin{aligned} &= a_0 x_{(i,j)}^{(t)} + a_1 x_{(i+1,j)}^{(t)} + a_2 x_{(i+1,j-1)}^{(t)} + a_3 x_{(i,j-1)}^{(t)} + a_4 x_{(i-1,j-1)}^{(t)} \\ &\quad + a_5 x_{(i-1,j)}^{(t)} + a_6 x_{(i-1,j+1)}^{(t)} + a_7 x_{(i,j+1)}^{(t)} + a_8 x_{(i+1,j+1)}^{(t)} \mod p \end{aligned}$$

Burada $a_0, a_1, a_2, \ldots, a_8 \in F_P$.

Bir hücrenin bir sonraki durumunun değeri tüm dokuz komşuya bağlı olmayabilir. Yerel bir ilişkiyi kısıtlayarak, hücrelerin kenarındaki kuralların hassas bir yorumlanması gerekmektedir. Kenardaki hücrelerin komşuluk sorununu gözlemlemek mümkündür. Kenar hücrelerinin en uç noktalarında komşu bulunmamaktadır. Bu durumu çözmek için bazı iyi bilinen yaklaşımlar vardır. Burada, bunlardan biri olan ara sınır koşulunun tanımını verelim.

Ara sınır koşulunda, sol (sağ) sınırdaki hücrenin değeri, bir sonraki (önceki) hücredeki değeriyle aynı olacaktır. Yani, sol (sağ) sınırdaki bir hücrenin değeri, onun hemen yanındaki (bir önceki) hücrenin değerine eşit olacaktır. Bu şekilde, kenar hücrelerinin değerleri, sınırların hemen ötesindeki hücrelerin değerleriyle uyumlu hale getirilir.

BULGULAR VE TARTIŞMA

Çalışmanın bu bölümünde lokal kural yardımıyla ara sınır şartı altında elde edeceğimiz temsili matris incelenip, genelleme yapılacaktır. Şimdi lokal kuralı aşağıda verelim.

$$f(x_{11}, x_{12}, x_{13}, x_{21}, x_{22}, x_{23}, x_{31}, x_{32}, x_{33}) = ax_{12} + bx_{21} + cx_{32} + dx_{23}$$

x_{11}	$a.x_{12}$	x_{13}
$b.x_{21}$	x_{22}	$d.x_{23}$
x_{31}	$c.x_{32}$	x_{33}

Tablo1. Lokal Kural

Lokal kural yardımıyla temsili matrisinin en genel halini bulmak için *m* ve *n* durumlarının bazı özel durumlarını inceleyelim:

Örnek 1. *m=3 ve n=3* alarak lokal kurala karşılık gelen, *T* temsili matrisini bulalım. Bunun için ilk önce ara sınır şartı altında *3×3* tipinde hücrelerden oluşmuş 2D CA'nın konfigürasyonu yazılsın. Daha sonra bu hücrelere lokal kuralı uygulayalım.

x_{33}	x_{31}	x_{32}	x_{33}	x_{31}
x_{13}	x_{11}	x_{12}	x_{13}	x_{11}
x_{23}	x_{21}	x_{22}	x_{23}	x_{21}
x_{33}	x_{31}	x_{32}	x_{33}	x_{31}
x_{13}	x_{11}	x_{12}	x_{13}	x_{11}

x_{33}	x_{31}	x_{32}	x_{33}	x_{31}
x_{13}	x_{11}	x_{12}	x_{13}	x_{11}
x_{23}	x_{21}	x_{22}	x_{23}	x_{21}
x_{33}	x_{31}	x_{32}	x_{33}	x_{31}
x_{13}	x_{11}	x_{12}	x_{13}	x_{11}

Eğer lokal kuralı uygularsak, *T* dönüşümü altında aşağıdaki gibi yeni bir konfigürasyon elde ederiz.

$$ax_{31}+bx_{13}+cx_{21}+dx_{12}$$
$$ax_{32}+bx_{11}+cx_{22}+dx_{13}$$
$$ax_{33}+bx_{12}+cx_{23}+dx_{11}$$

x_{33}	x_{31}	x_{32}	x_{33}	x_{31}
x_{13}	x_{11}	x_{12}	x_{13}	x_{11}
x_{23}	x_{21}	x_{22}	x_{23}	x_{21}
x_{33}	x_{31}	x_{32}	x_{33}	x_{31}
x_{13}	x_{11}	x_{12}	x_{13}	x_{11}

$$ax_{11}+bx_{23}+cx_{31}+dx_{22}$$
$$ax_{12}+bx_{21}+cx_{32}+dx_{23}$$
$$ax_{13}+bx_{22}+cx_{33}+dx_{21}$$

x_{33}	x_{31}	x_{32}	x_{33}	x_{31}
x_{13}	x_{11}	x_{12}	x_{13}	x_{11}
x_{23}	x_{21}	x_{22}	x_{23}	x_{21}
x_{33}	x_{31}	x_{32}	x_{33}	x_{31}
x_{13}	x_{11}	x_{12}	x_{13}	x_{11}

$$ax_{21}+bx_{33}+cx_{11}+dx_{32}$$
$$ax_{22}+bx_{31}+cx_{12}+dx_{33}$$
$$ax_{23}+bx_{32}+cx_{13}+dx_{31}$$

Lokal kuralımızı bütün hücrelere uygulayarak, *T* matrisimizi oluşturacağız. Bunun için doğal tabanlarımızdan faydalanacağız.

$$T\begin{pmatrix}1\\0\\0\\0\\0\\0\\0\\0\\0\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}0\\b\\d\\a\\0\\0\\c\\0\\0\end{pmatrix},\quad T\begin{pmatrix}0\\1\\0\\0\\0\\0\\0\\0\\0\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}d\\0\\b\\0\\a\\0\\0\\c\\0\end{pmatrix},\quad T\begin{pmatrix}0\\0\\1\\0\\0\\0\\0\\0\\0\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}b\\d\\0\\0\\0\\a\\0\\0\\c\end{pmatrix},$$

$$T\begin{pmatrix}0\\0\\0\\1\\0\\0\\0\\0\\0\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}c\\0\\0\\0\\b\\d\\a\\0\\0\end{pmatrix},\quad T\begin{pmatrix}0\\0\\0\\0\\1\\0\\0\\0\\0\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}0\\c\\0\\d\\0\\b\\0\\a\\0\end{pmatrix},\quad T\begin{pmatrix}0\\0\\0\\0\\0\\1\\0\\0\\0\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}0\\0\\c\\b\\d\\0\\0\\0\\a\end{pmatrix},$$

$$T\begin{pmatrix}0\\0\\0\\0\\0\\0\\1\\0\\0\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}a\\0\\0\\c\\0\\0\\0\\b\\d\end{pmatrix},\quad T\begin{pmatrix}0\\0\\0\\0\\0\\0\\0\\1\\0\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}0\\a\\0\\0\\c\\0\\d\\0\\b\end{pmatrix},\quad T\begin{pmatrix}0\\0\\0\\0\\0\\0\\0\\0\\1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}0\\0\\a\\0\\0\\c\\b\\d\\0\end{pmatrix}.$$

Böylece 9. mertebeden kural matrisimiz aşağıdaki gibidir:

$$T=\begin{pmatrix}0&d&b&c&0&0&a&0&0\\b&0&d&0&c&0&0&a&0\\d&b&0&0&0&c&0&0&a\\a&0&0&0&d&b&c&0&0\\0&a&0&b&0&d&0&c&0\\0&0&a&d&b&0&0&0&c\\c&0&0&a&0&0&0&d&b\\0&c&0&0&a&0&b&0&d\\0&0&c&0&0&a&d&b&0\end{pmatrix}_{9\times9}$$

$$=\begin{pmatrix}S_3(b,d)&cI_3&aI_3\\aI_3&S_3(b,d)&cI_3\\cI_3&aI_3&S_3(b,d)\end{pmatrix}_{9\times9}$$

Burada, $S_3(b,d)=\begin{pmatrix}0&d&b\\b&0&d\\d&b&0\end{pmatrix}_{3\times3}$ alt matristir. cI_3, aI_3 alt birim matrislerdir.

Örnek 2. *m=4* ve *m=4* alarak lokal kurala karşılık gelen, 16. mertebeden *T* temsili matrisini bulalım. Bunun için ilk önce arasınır şartı altında *4x4* tipinde hücrelerden oluşmuş 2D CA‘nın konfigürasyonu yazılsın. Daha sonra bu hücrelere lokal kuralı uygulayalım.

x_{33}	x_{31}	x_{32}	x_{33}	x_{34}	x_{32}
x_{13}	x_{11}	x_{12}	x_{13}	x_{14}	x_{12}
x_{23}	x_{21}	x_{22}	x_{23}	x_{24}	x_{22}
x_{33}	x_{31}	x_{32}	x_{33}	x_{34}	x_{32}
x_{43}	x_{41}	x_{42}	x_{43}	x_{44}	x_{42}
x_{23}	x_{21}	x_{22}	x_{23}	x_{24}	x_{22}

Eğer lokal kuralı uygularsak, *T* dönüşümü altında aşağıdaki gibi yeni bir konfigürasyon elde ederiz.

$$ax_{31}+bx_{13}+cx_{21}+dx_{12}$$
$$ax_{32}+bx_{11}+cx_{22}+dx_{13}$$
$$ax_{33}+bx_{12}+cx_{23}+dx_{14}$$
$$ax_{34}+bx_{13}+cx_{24}+dx_{12}$$

x_{33}	x_{31}	x_{32}	x_{33}	x_{34}	x_{32}
x_{13}	x_{11}	x_{12}	x_{13}	x_{14}	x_{12}
x_{23}	x_{21}	x_{22}	x_{23}	x_{24}	x_{22}
x_{33}	x_{31}	x_{32}	x_{33}	x_{34}	x_{32}
x_{43}	x_{41}	x_{42}	x_{43}	x_{44}	x_{42}
x_{23}	x_{21}	x_{22}	x_{23}	x_{24}	x_{22}

$$ax_{11}+bx_{23}+cx_{31}+dx_{22}$$
$$ax_{12}+bx_{21}+cx_{32}+dx_{23}$$
$$ax_{13}+bx_{22}+cx_{33}+dx_{24}$$
$$ax_{14}+bx_{23}+cx_{34}+dx_{22}$$

x_{33}	x_{31}	x_{32}	x_{33}	x_{34}	x_{32}
x_{13}	x_{11}	x_{12}	x_{13}	x_{14}	x_{12}
x_{23}	x_{21}	x_{22}	x_{23}	x_{24}	x_{22}
x_{33}	x_{31}	x_{32}	x_{33}	x_{34}	x_{32}
x_{43}	x_{41}	x_{42}	x_{43}	x_{44}	x_{42}
x_{23}	x_{21}	x_{22}	x_{23}	x_{24}	x_{22}

$$ax_{21}+bx_{33}+cx_{41}+dx_{32}$$
$$ax_{22}+bx_{31}+cx_{42}+dx_{33}$$
$$ax_{23}+bx_{32}+cx_{43}+dx_{34}$$
$$ax_{24}+bx_{33}+cx_{44}+dx_{32}$$

x_{33}	x_{31}	x_{32}	x_{33}	x_{34}	x_{32}
x_{13}	x_{11}	x_{12}	x_{13}	x_{14}	x_{12}
x_{23}	x_{21}	x_{22}	x_{23}	x_{24}	x_{22}
x_{33}	x_{31}	x_{32}	x_{33}	x_{34}	x_{32}
x_{43}	x_{41}	x_{42}	x_{43}	x_{44}	x_{42}
x_{23}	x_{21}	x_{22}	x_{23}	x_{24}	x_{22}

$$ax_{31}+bx_{43}+cx_{21}+dx_{42}$$
$$ax_{32}+bx_{41}+cx_{22}+dx_{43}$$
$$ax_{33}+bx_{42}+cx_{23}+dx_{44}$$
$$ax_{34}+bx_{43}+cx_{24}+dx_{42}$$

Böylece 16. mertebeden *T* kural matrisimiz aşağıdaki gibidir:

$$T=\begin{pmatrix}
0&d&b&0&c&0&0&0&a&0&0&0&0&0&0&0\\
b&0&d&0&0&c&0&0&0&a&0&0&0&0&0&0\\
0&b&0&d&0&0&c&0&0&0&a&0&0&0&0&0\\
0&d&b&0&0&0&0&c&0&0&0&a&0&0&0&0\\
a&0&0&0&0&d&b&0&c&0&0&0&0&0&0&0\\
0&a&0&0&b&0&d&0&0&c&0&0&0&0&0&0\\
0&0&a&0&0&b&0&d&0&0&c&0&0&0&0&0\\
0&0&0&a&0&d&b&0&0&0&0&c&0&0&0&0\\
0&0&0&0&a&0&0&0&0&d&b&0&c&0&0&0\\
0&0&0&0&0&a&0&0&b&0&d&0&0&c&0&0\\
0&0&0&0&0&0&a&0&0&b&0&d&0&0&c&0\\
0&0&0&0&0&0&0&a&0&d&b&0&0&0&0&c\\
0&0&0&0&c&0&0&0&a&0&0&0&0&d&b&0\\
0&0&0&0&0&c&0&0&0&a&0&0&b&0&d&0\\
0&0&0&0&0&0&c&0&0&0&a&0&0&b&0&d\\
0&0&0&0&0&0&0&c&0&0&0&a&0&d&b&0
\end{pmatrix}_{16\times 16}$$

$$=\begin{pmatrix}
S_4(b,d) & cI_4 & aI_4 & O_4\\
aI_4 & S_4(b,d) & cI_4 & O_4\\
O_4 & aI_4 & S_4(b,d) & cI_4\\
O_4 & cI_4 & aI_4 & S_4(b,d)
\end{pmatrix}_{16\times 16}$$

Burada,

$$S_4(b,d)=\begin{pmatrix}
0&d&b&0\\
b&0&d&0\\
0&b&0&d\\
0&d&b&0
\end{pmatrix}_{4\times 4}$$

alt matristir. cI_4, aI_4 alt birim matrislerdir. O_4 ise alt sıfır matristir.

$n,m\geq 3$ $n,m\in Z^{+}$ için $(T)_{mn\times mn}$ kural(temsili) matrisinin en genel hali aşağıdaki gibidir:

$$\begin{pmatrix} S(b,d) & cI & aI & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 \\ aI & S(b,d) & cI & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 \\ 0 & aI & S(b,d) & cI & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & aI & S(b,d) & cI & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & S(b,d) & cI & 0 \\ 0 & 0 & \dots & \dots & \dots & 0 & aI & S(b,d) & cI \\ 0 & 0 & 0 & \dots & \dots & 0 & cI & aI & S(b,d) \end{pmatrix}$$

cI,aI birim matrislerdir. 0 ise sıfır matristir. $S_{n\times n}$ (b,d), alt matrisinin en genel halini de aşağıdaki gibi yazabiliriz:

$$S_{n\times n}(b,d) = \begin{pmatrix} 0 & d & b & 0 & 0 & \dots & \dots & 0 & 0 \\ b & 0 & d & 0 & 0 & \dots & \dots & 0 & 0 \\ 0 & b & 0 & d & 0 & \dots & \dots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & b & 0 & d & \dots & \dots & 0 & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & \dots & 0 & b & 0 & d \\ 0 & 0 & 0 & \dots & \dots & \dots & d & b & 0 \end{pmatrix}$$

Sonuç

Bu çalışmada yeni bir sınır şartı olan ara sınır şartı altında iki boyutlu hücresel dönüşümlerin tanımı verildi. İki boyutlu hücresel dönüşümlerin ara sınır şartı altında temsili(kural) matrisinin bulunması için lokal kural tanımlandı. Tanımlanan lokal kural yardımıyla iki boyutlu hücresel dönüşümlerin ara sınır şartı altında temsili(kural) matrisi bulundu. Elde edilen sonuçlar göz önüne alındığında, bu çalışmada elde edilen temsili(kural) matrislerin terslenebilirliğinin incelenmesi açık bir problem olarak yazar tarafından çalışılmaktadır.

Kaynaklar

Von, N.J. (1966). “The theory of self-reproducing automata (Edited by A.W.Burks)”,Univ. of Illinois Press, Urbana.

Hedlund, G.A. (1969). “Endomorphisms and automorphisms of full shift dynamical system”, Math. Syst. Theor. 3 320- 375.

Wolfram, S. (1983). “Statistical mechanics of cellular automata”, Rev. Mod. Phys. 55:3 601-644.

Dihidar, K. ve Choudhury, P. P. (2004). “Matrix algebraic formulae concerning some exceptional rules of two dimensional cellular automata”, Inf. Sci. 165:91–101.

Choudhury,P.P. , Nayak, B.K., Sahoo, S. ve. Rath,S.P. (2005). “Theory andApplications of Two dimensional, Null-boundary,Nine-Neighborhood Cellular Automata Linear rules” arXiv:0804.2346 .

Siap, I., Akın, H. ve Sah, F. (2010). “Garden of eden configurations for 2-D cellular automata with rule 2460N”, Information Science. 180 (18), 3562-3571.

Siap, I., Akın, H. ve Sah F. (2011). “Characterization of two dimensional cellular automata over ternary fields”, Journal of the Franklin Institute, 348:7 1258-1275.

Sah, F. (2022). “Bir Boyutlu Hücresel Dönüşümlerin Terslenebilirliği”, Bilecik Şeyh Edebali Üniversitesi Fen Bilimleri Dergisi, 9(1), 505-513.

Chattopadhyay, P., Choudhury P.P. ve Dihidar K. (1999). “Characterisation of a particular hybrid transformation of two-dimensional cellular automata”, Computers Mathematics with Applications, 38:5-6 207-216.

Chou H.H., Reggia J.A. (1997). “Emergence of self-replicating structures in a cellular automata space”, Phys. D, 110, 252–276.

Yazar Katkıları

Makale tek bir yazar tarafından ele alınmıştır. Doğrudan başka bir yazar tarafından katkı sağlanmamıştır.

Çıkar Çatışması

Yazarlar tarafından çıkar çatışmasının olmadığı rapor edilmiştir.

Fonlama

Herhangi bir fon desteği alınmamıştır.

Etik Bildirim

Bu çalışma için etik kurul izni gerekmemektedir.