



POLİTEKNİK DERGİSİ

JOURNAL of POLYTECHNIC

ISSN: 1302-0900 (PRINT), ISSN: 2147-9429 (ONLINE)

URL: <http://dergipark.gov.tr/politeknik>

Köprü ayağı etrafındaki türbülanslı akımın sayısal ve deneysel analizi

Numerical and experimental analysis of turbulence flow around bridge pier

Yazar(lar) (Author(s)): N. Göksu SOYDAN¹, Oğuz ŞİMŞEK², M. Sami AKÖZ³

ORCID¹: 0000-0001-6469-2649

ORCID²: 0000-0001-6324-0229

ORCID³: 0000-0003-0282-0574

Bu makaleye şu şekilde atıfta bulunabilirsiniz (To cite to this article): Soydan N. G., Şimşek O. ve Aköz M. S., “ Köprü ayağı etrafındaki türbülanslı akımın sayısal ve deneysel analizi”, *Politeknik Dergisi*, 21(1): 137-147, (2018).

Erişim linki (To link to this article): <http://dergipark.gov.tr/politeknik/archive>

DOI: 10.2339/politeknik.389584

Köprü Ayağı Etrafındaki Türbülanslı Akımın Sayısal ve Deneysel Analizi

Araştırma Makalesi / Research Article

N. Göksu SOYDAN¹, Oğuz ŞİMŞEK^{2*}, M. Sami AKÖZ²

¹Ceyhan Mühendislik Fakültesi, İnşaat Müh. Bölümü, Çukurova Üniversitesi, Türkiye

²Mühendislik Fakültesi, İnşaat Müh. Bölümü, Çukurova Üniversitesi, Türkiye

(Geliş/Received : 18.01.2017 ; Kabul/Accepted : 16.05.2017)

ÖZ

Dairesel bir köprü ayağı etrafındaki türbülanslı akış alanı, çoklu girdapların oluşumu nedeniyle karmaşık bir yapıya sahiptir. Köprü ayağı etrafında meydana gelen bu karmaşık akım yapısının belirlenmesi, bu tür yapıların tasarımı açısından önem kazanmaktadır. Bu çalışmada köprü ayağı etrafındaki üç boyutlu türbülanslı akımın hız alanı laboratuvar ortamında Lazer Doppler Anemometresi (LDA) ile ölçülmüş ve deney ile aynı koşullardaki akım için temel denklemler, sonlu hacimler yöntemine dayalı ANSYS-Fluent paket programı ile sayısal olarak çözülmüştür. Sayısal modellemede, Standard $k-\epsilon$, Renormalization Group $k-\epsilon$ ve Realizable $k-\epsilon$ türbülans modeli kullanılmış ve serbest su yüzü profili Akışkan Hacimleri Yöntemi ile hesaplanmıştır. Seçilen ağ yapısının sayısal sonuçlara olan etkisini incelemek için Ağ Yakınsama İndeksi (GCI) kullanılmıştır. Sayısal sonuçlardan elde edilen hız alanı ve su yüzü profilleri deneysel ölçümlerle karşılaştırılmış, Realizable $k-\epsilon$ türbülans modelinin köprü ayağı etrafındaki akım alanını belirlemede diğer modellere göre daha başarılı olduğu tespit edilmiştir.

Anahtar Kelimeler: Köprü ayağı, LDA, RANS, türbülans modellemesi, VOF.

Experimental and Numerical Analysis of Flow around a Circular Bridge Pier

ABSTRACT

The turbulent flow field around a circular pier is complex due to separation and generation of multiple vortices in different structures. This topic has a great interest in engineering applications for the design of the bridges over water. In this study, the velocity field of flow around a circular pier is measured using Laser Doppler Anemometry (LDA). The Basic equations of the problem are solved by ANSYS-Fluent program package based on finite volume method for the flow case having the same experimental conditions. In the numerical simulations, Standard $k-\epsilon$, Renormalization Group $k-\epsilon$ and Realizable $k-\epsilon$ turbulence closure model are used for the simulation of turbulence, and the flow profile is computed using Volume of Fluid method. Grid Convergence Index (GCI) is performed to examine the effect of the selected grid structure on the numerical results. The computed results for velocities and free surface profiles are compared with measured data. The comparisons of the experimental and numerical results show that Realizable $k-\epsilon$ is more successful turbulence model among the other models in predicting the velocity field and free surface profiles.

Keywords: Bridge pier, LDA, RANS, turbulence modeling, VOF

1. GİRİŞ (INTRODUCTION)

Geçmişte yaşanan köprü yıkılması olayları incelendiğinde, köprü ayağında oluşan hasarların genellikle hidrolik faktörlerden kaynaklandığı görülmektedir. Nehir yatağında meydana gelen oyulma, nehirler üzerine inşa edilmiş köprülerin güvenliğini olumsuz yönde etkileyen en önemli hidrolik faktörlerden biridir. Oyulma, hidrodinamik kuvvetlerin etkisiyle oluşan bir yatak erozyonudur. Akış hızında meydana gelen yükselme, oyulma yoğunluğunda artışa sebep olmaktadır [1]. Köprü ayakları etrafındaki toplam oyulma, genel taban oyulması, köprü ayakları arasındaki daralma oyulması ve orta-kenar ayaklarının çevresinde meydana gelen oyulma derinliğinden oluşmaktadır. Köprü ayağı temelinin

emniyetli tasarımı için, ayağın çevresindeki maksimum oyulma derinliğinin belirlenmesi gerekmektedir.

Birçok araştırmacı tarafından, köprü ayakları etrafında meydana gelen hız değişiklikleri ve bu değişikliklerin yapı üzerindeki etkileri irdelenmiştir [2-4]. Hız alanında meydana gelen ani değişikliklere bağlı olarak, köprü ayağının hemen membasında, basıncın yüksek olduğu bölgeden düşük olduğu bölgeye doğru yönelmiş düşey akım, serbest su yüzeyinde çevrinti ve dalgalanmalar, köprü ayağının etrafında at nalı çevrintileri ile birlikte ayağın mansabında kuyruk çevrintileri gözlemlenmiştir (Şekil 1) [5]. Laboratuvar ortamında yapılan fiziksel modellemelerin yanı sıra son yıllarda hızlı gelişme kaydeden hesaplamalı akışkanlar dinamiği yöntemleri, çoklu vorteks (çevrinti) oluşumu ve kopması nedeniyle köprü ayakları etrafında meydana gelen karmaşık yapılu üç boyutlu akım alanının belirlenmesinde alternatif bir yöntem haline gelmiştir. Köprü ayakları etrafındaki

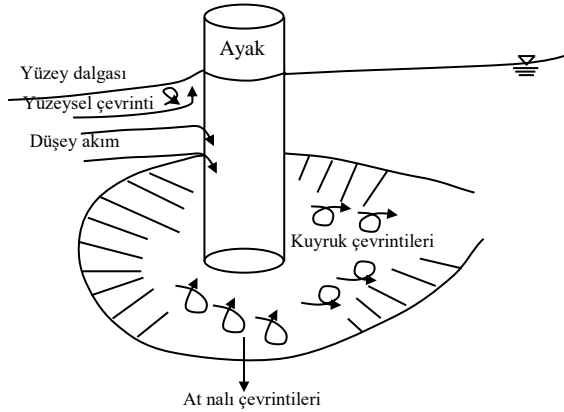
*Sorumlu Yazar (Corresponding Author)
e-posta : oguzsimsek@cu.edu.tr

oyulmanın oluşumu sırasında akım alanı ve hareketli sınır tabakası arasında meydana gelen dinamik etkileşim, karmaşık akım alanı sorunlarının meydana gelmesine sebep olmaktadır. Bu tür problemlerin çözümü için, araştırmacılar ve uygulayıcılar tarafından hesaplamalı akışkanlar dinamiği yöntemlerine dayalı sayısal analiz programları sıklıkla kullanılmaktadır. Salaheldin ve arkadaşları [6], türbülans modellerinin dairesel köprü ayakları etrafındaki üç boyutlu, ayrılmış, girdaplı akım alanını modellemedeki performansını irdelemişlerdir. Sayısal analizlerde hesaplamalı akışkanlar dinamiğine dayalı ANSYS-Fluent programını kullanmışlardır. $k-\varepsilon$ ve Reynolds Stress türbülans modellerini kullanarak elde ettikleri sayısal bulguları, literatürde mevcut olan deneysel sonuçlarla karşılaştırmışlar, hesaplanan ve ölçülen bulguların birbirleriyle gayet uyumlu olduğu sonucuna varmışlardır. Duan [7], düşey silindirik köprü ayağı etrafındaki hidrodinamik akım alanını derinlik ortalamalı 2D modelini kullanarak modellemiş ve sayısal sonuçların doğruluğunu, Melville [8], Yanmaz ve Altınbilek [9]'in laboratuvar ölçümleri ile karşılaştırmıştır. Ayrıca sayısal sonuçlar Salaheldin ve arkadaşları [6] ve Ali ve Karim [10]'in üç boyutlu sayısal sonuçları ile de karşılaştırılmıştır. Karşılaştırmalardan, 2D derinlik ortalamalı modelin dairesel bir köprü ayağı etrafındaki taban kayma gerilmesini 3D model kadar başarılı modellediği sonucuna varılmıştır. Smith ve Foster [11], statik yatay silindir etrafındaki hidrodinamik akımı ve düzenli akıma maruz bırakılmış beş farklı statik oyulmuş taban profilini hesaplamalı akışkanlar dinamiğine dayalı FLOW-3D modelini kullanarak modellemişlerdir. Sayısal modellemelerde iki denklemlilik $k-\varepsilon$ modelini ve Large Eddy Simülasyon (LES) modelini kullanmışlardır. Çalışma sonucunda model sonuçlarının Jensen ve arkadaşları [12] tarafından elde edilen laboratuvar sonuçlarıyla uyumlu olduğunu belirtmişlerdir. Ancak Large Eddy Simülasyon modelinin ayrılma bölgesini modellemede başarılı olmadığını, bunun yanında $k-\varepsilon$ modelinin kayma gerilmelerinin yoğun olduğu bu bölgeyi başarılı bir şekilde modellediği sonucuna ulaşmışlardır. Huang ve arkadaşları [5], köprü ayağı etrafındaki türbülanslı akımda ölçek etkisini ve oyulmayı sayısal olarak analiz etmişlerdir. Silindirik köprü ayağı etrafındaki üç boyutlu akımın sayısal analizlerinde Fluent programından yararlanmışlardır. Fluent programı ile sayısal olarak elde edilen sonuçlar, küçük boyutlu köprü ayağı etrafındaki oyulmanın deneysel sonuçları ile karşılaştırılmıştır. Sonuç olarak, Fluent yazılımının köprü ayakları etrafındaki akımı modellemede başarılı olduğunu belirtmişlerdir. Fayyadh ve arkadaşları [13], farklı akış hızları için, verev bir köprünün sonlu elemanlar yöntemi ile modellemesini gerçekleştirmişlerdir. Çalışmalarının temel amacı, akım hızlarının köprü ayaklarındaki oyulma derinliklerine etkisini belirlemektir. Laboratuvarında hidrolik bir model üzerinde deneyler yapmışlar ve köprü ayaklarındaki oyulmanın sayısal modellemesini sonlu elemanlar yöntemine dayalı bir program kullanarak gerçekleştirmişlerdir. Maksimum oyulma derinliklerinin deneysel ve sayısal karşılaştırma-

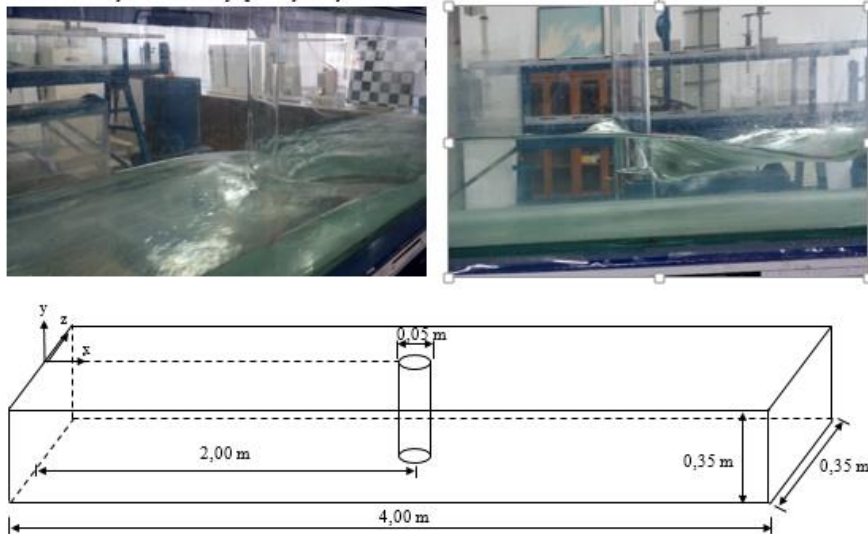
sından, deneylerde meydana gelen hidrodinamik akış yapısı ve hareketli oyulma sebebiyle, köprü ayakları etrafındaki sonuçların tutarsızlık gösterdiğini belirtmişlerdir. Zhu ve Liu [14], silindirik köprü ayağı etrafındaki yerel oyulma çukurunun belirlenmesi ve değerlendirilmesi için sayısal simülasyonlarda hesaplamalı akışkanlar dinamiği yöntemini kullanmışlardır. Köprü ayağı etrafındaki üç boyutlu türbülanslı akımın sayısal modellemesinde, zamansal ortalamalı Navier Stokes denklemleri ile birlikte standart $k-\varepsilon$ türbülans modelini tercih etmişlerdir. Köprü ayağı etrafında oluşan oyulma yapısı ve akım çizgileri sayısal olarak sunulmuş ve elde edilen sayısal bulguların deneysel bulgularla uyumlu olduğu sonucuna varılmıştır. Demirci ve arkadaşları [15], dikdörtgen, silindirik ve trapez geometriye sahip köprü kenar ayağı etrafındaki akımın hız alanını belirlemek için FLOW-3D bilgisayar programını kullanarak üç boyutlu sayısal modelleme yapmışlardır. Modelleme sonucu bulunan sayısal sonuçlar daha önce yapılmış deneysel sonuçlarla karşılaştırılmış ve RNG ve $k-\varepsilon$ yöntemleri ile yapılan çözümlerde genel olarak akıma ait hızların başarılı olarak modellendiği ifade edilmiştir. Özellikle cidara yakın kısımlarda, hızda ani değişimlerin ve çevrintilerin olduğu, yoğun türbülans hareketlerinin görüldüğü bölgelerde LES yönteminin daha sıkı çözüm ağı gerektirdiği belirtilmiştir. Afzal ve arkadaşları [16], sabit debili ve düzenli dalgalı farklı iki sınır koşulu için köprü ayağı etrafındaki oyulmayı ve çökelmeyi hesaplamak için üç boyutlu hesaplamalı akışkanlar dinamiği (HAD) yöntemini kullanmışlardır. Serbest su yüzünün belirlenmesinde seviye ayarlama methodu (Level-set method-LSM) kullanılmıştır. Sayısal modellemeden elde edilen yerel oyulma derinliği deneysel sonuçlarla karşılaştırılmıştır. Çalışma sonucunda iki farklı durum için de sayısal modellemenin geometri, lokasyon ve maksimum oyulma derinliğini belirlemede başarılı olduğu sonucuna varılmıştır. Zhang ve arkadaşları [17], altı farklı dairesel silindir etrafındaki akımı, farklı modifikasyon durumunda Large Eddy Simülasyon modeli ile sayısal olarak modellemişlerdir. Sayısal modellemelerdeki hesaplamaların sınırlandırılması için Reynolds sayısını 5000'de sabitlemişlerdir. Elde edilen sonuçları ayrılma bölgesi özellikleri, aerodinamik kuvvetler, akış düzensizlikleri ve akış doğrultusu korelasyonları açısından karşılaştırmışlardır. Çalışmanın amacının, şekilsel olarak modifiye edilmiş silindirlerin kontrol mekanizmalarına ve bu modifikasyonlar sonucunda meydana gelen akımların kontrolüne bir ışık tutmak olduğu belirtilmiştir.

Bu çalışmada, köprü ayağı etrafındaki türbülanslı akımın karakteristikleri sayısal ve deneysel olarak araştırılmıştır. Köprü ayağı etrafındaki açık kanal akımının hız alanı laboratuvar ortamında tek boyutlu Lazer Doppler Anemometresi (LDA) ile ölçülmüştür. Türbülanslı akımın hareketini idare eden temel denklemler, ANSYS-Fluent paket programı kullanılarak deney ile aynı akım koşulları altında sayısal olarak çözülmüştür. Sayısal çözümlerde Reynolds Ortalamalı Navier Stokes

denklemleri ile birlikte Standart k-ε, Renormalization k-ε ve Realizable k-ε türbülans kapatma modelleri kullanılmıştır. Sayısal modellemede kullanılan hesaplama ağ yapısının sayısal çözümler üzerindeki etkisini araştırmak için Ağ Yakınsama İndeksi (Grid Convergence Index-GCI) kullanılmıştır. Sayısal hesaplamalardan elde edilen çeşitli kesitlerdeki hız ve su yüzü profilleri deneysel ölçümlerle karşılaştırılmış, türbülans modellerinin, hız alanı ve serbest su yüzü profilinin belirlenmesindeki başarısı test edilmiştir.



Şekil 1. Bir köprü ayağı etrafındaki çevrıntiler ve oyulma çukuru (The vorticities and scour hole around a cylindrical pier)



Şekil 2. Deneysel düzeneği ve şematik gösterimi (Experimental set-up and schematic view)

2. MATERYAL VE YÖNTEM (MATERIAL and METHOD)

2.1. Deneysel (Experiments)

Deneysel, Çukurova Üniversitesi İnşaat Mühendisliği Hidrolik Laboratuvarında bulunan hidrolik bakımından cıvalı, uzunluğu 4,0 m, genişliği ve yüksekliği 0,35 m olan cam duvarlı açık kanalda yapılmıştır. Şekil 2'de laboratuvar ortamındaki deney düzeneği ve onun şematik gösterimi verilmiştir. Şekil 2'de görüldüğü üzere kanalın başlangıcının 2 m mansabına, çapı (D) 0,05 m olan pürüzsüz bir silindirik köprü ayağı yerleştirilmiştir. Köprü

ayağı etrafındaki serbest su yüzünün deneysel olarak ölçülmesinde limnometre kullanılmıştır. LDA ile yapılan hız ölçümleri, akımın debisinin $Q=0,0127 \text{ m}^3/\text{s}$ olduğu akım koşulunda gerçekleştirilmiştir. Açık kanaldaki akımın hidrolik yarıçapına bağlı Reynolds sayısı $Re_h (=4V_h R_h/\nu) \approx 90.850$ olarak hesaplanmıştır (R_h hidrolik yarıçap ve ν kinematik viskozitedir). LDA sistemi, ortalama hız ve hız sapıncı değerlerini %95 doğruluk mertebesinde belirlemektedir.

2.2. Temel Denklemler (Governing Equations)

Üç-boyutlu, sıkışmayan, türbülanslı açık kanal akımının hareketini idare eden temel eşitlikler, kütle ve momentumun korunumu (Reynolds-ortalama Navier-Stokes) eşitlikleri aşağıdaki gibidir:

$$\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_i} = 0 \quad (1)$$

$$\rho \left(\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial t} + \bar{u}_j \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} \right) = \rho g_i - \frac{\partial \bar{p}}{\partial x_i} + \mu \frac{\partial^2 \bar{u}_i}{\partial x_j^2} + \frac{\partial \tau_{ij}}{\partial x_j} \quad (2)$$

(1) ve (2) eşitliklerinde u_i , x_i doğrultusundaki hız bileşeni, g yer çekimi ivmesi, p basınç, μ dinamik viskozite, ρ akışkan yoğunluğu ve τ_{ij} türbülans (Reynolds) gerilmeleridir. Bu çalışmaya konu olan üç boyutlu akımı idare eden yukarıdaki 4 adet eşitlik 10 adet bilinmeyen içermektedir, bunlar: üç hız bileşeni \bar{u}_i , basınç \bar{p} ve 6

bağımsız Reynolds gerilmesidir ($\overline{\rho u'_i u'_j}$). Böylece, eşitlik sisteminin çözülebilmesi için türbülans gerilmelerinin tanımlanmasına ihtiyaç duyulmaktadır.

Bu sorun, yukarıdaki zamansal-ortalama eşitliklerinin sayısal çözümünü sürecinde, eşitliklerde yer alan türbülans gerilmelerinin uygun türbülans kapatma modelleriyle tanımlanmasını gerektirmektedir. Türbülans viskozitesinin doğrusal olarak ifade edilmesini esas alan Boussinesq yaklaşımına göre (2) eşitliğindeki türbülans kayma gerilmeleri bünye eşitliği ile, sıkışmayan akımlar için aşağıdaki gibi verilmiştir:

$$\tau_{ij} = -\overline{\rho u'_i u'_j} = \mu_t \left(\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i} \right) - \frac{2}{3} \rho k \delta_{ij} \quad (3)$$

burada u'_i ve u'_j yatay ve düşey türbülans hız sapınçları, μ_t türbülans viskozitesi, k ($=\overline{u'_i u'_i}/2$) türbülans kinetik enerjisi ve δ_{ij} Kronecker deltasıdır.

2.3. Türbülans Modelleri (Turbulence Models)

Eşitlik (3)'de görülen μ_t türbülans viskozitesinin hesaplanmasında Reynolds Ortalamalı Navier Stokes denklemlerinin (RANS) çözümüne dayalı Standart $k-\varepsilon$ (SKE), Renormalization Group $k-\varepsilon$ (RNG) ve Realizable $k-\varepsilon$ (RKE) türbülans kapatma modelleri kullanılmıştır.

2.3.1. Standart $k-\varepsilon$ Türbülans Modeli (SKE)

(Standard $k-\varepsilon$ Turbulence Model)

Standart $k-\varepsilon$ modeli RANS denklemlerinin çözümünde ilk olarak öne sürülen ve sıklıkla kullanılan iki denklemlilik türbülans modellerinin başında gelmektedir. Bu model türbülans özelliklerinin ortalama akış ve difüzyon yoluyla taşınımının, türbülans üretiminin ve dağıtımının genel bir tanımlamasını içermektedir. Bu modelin daha küçük basınç gradyanlarına sahip serbest kayma tabakalı akımlar için daha kullanışlı olduğu bilinmektedir. Benzer şekilde duvar sınırlı ve iç akış koşulları için yalnızca ortalama basınç gradyanlarının küçük olduğu durumlarda daha iyi sonuçlar verdiği rapor edilmiştir [18].

Bu modelde türbülans viskozitesi μ_t şu şekilde ifade edilir:

$$\mu_t = \rho C_\mu \frac{k^2}{\varepsilon} \quad (4)$$

burada C_μ türbülans modeli sabitidir.

SKE modelinde, türbülans kinetik enerjisi (k) ve onun kayıp oranı "dissipasyonu" (ε) için iki adet transport denklemi, Reynolds denklemlerine ek olarak çözülmektedir. Bu transport denklemleri k ve ε için sırası ile şu şekilde ifade edilir:

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho k) + \frac{\partial}{\partial x_i}(\rho k u_i) = \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\Gamma_k \frac{\partial k}{\partial x_j} \right) + G_k - \rho \varepsilon \quad (5)$$

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho \varepsilon) + \frac{\partial}{\partial x_i}(\rho \varepsilon u_i) = \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\Gamma_\varepsilon \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_j} \right) + C_{1\varepsilon} \frac{\varepsilon}{k} G_k - C_{2\varepsilon} \rho \frac{\varepsilon^2}{k} - R \quad (6)$$

Bu modelde $R=0$ olup, deneysel sabitleri $C_{1\varepsilon} = 1,44$, $C_{2\varepsilon} = 1,92$, $C_\mu = 0,09$, k ve ε için türbülans Prandtl sayıları $\sigma_k = 1,0$, $\sigma_\varepsilon = 1,3$ 'tür [18].

2.3.2. Renormalization Group $k-\varepsilon$ Türbülans Modeli (RNG) (Renormalization Group $k-\varepsilon$ Turbulence Model)

RNG $k-\varepsilon$ türbülans modeli Yakhov ve Orszag [19] tarafından düşünülmüş ve geliştirilmiş yine iki denklemlilik

bir model olup esas itibariyle Navier-Stokes denklemlerinden renormalization group teorisi kullanılarak elde edilmiştir[20]. Bu modelde k ve ε için transport denklemleri Eşitlikler 5 ve 6'daki gibi yazılabilir. Temel farkı, sabitlerin farklı olması ve ilave terimlerin gelmesidir. RNG $k-\varepsilon$ modelinin Standart $k-\varepsilon$ modeline göre en büyük farkı, ε denklemine ilave olarak gelen R terimidir. Bu terim,

$$R = \frac{C_\mu \rho \eta^3 (1 - \eta/\eta_0) \varepsilon^2}{1 + \beta \eta^3} \frac{\varepsilon^2}{k} \quad (7)$$

ifadesi ile hesaplanır. Bu terim eşitlik 6'da yerine koyulursa türbülans kinetik enerjisi kayıp oranı ε denklemini şu şekilde ifade edilir:

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho \varepsilon) + \frac{\partial}{\partial x_i}(\rho \varepsilon u_i) = \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\Gamma_\varepsilon \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_j} \right) + C_{1\varepsilon} \frac{\varepsilon}{k} G_k - C_{2\varepsilon}^* \rho \frac{\varepsilon^2}{k} \quad (8)$$

Eşitlikteki $C_{2\varepsilon}^*$ terimi aşağıdaki gibi ifade edilir:

$$C_{2\varepsilon}^* = C_{2\varepsilon} + \frac{C_\mu \eta^3 (1 - \eta/\eta_0)}{1 + \beta \eta^3} \quad (9)$$

burada η , türbülans kinetik enerjisinin üretimi ve kayıp oranının bir fonksiyonu olup şekil değiştirme tensörü S parametresini içermektedir. Bu ilave terim, SKE modelinde olmayan, yüksek kayma oranları ve akım çizgisi eğriliklerini göz önüne alması açısından önemlidir. Bu modelde kullanılan sabitler $C_{1\varepsilon}=1,42$, $C_{2\varepsilon}=1,68$, $C_\mu=100$, $\eta_0=4,38$, $\beta=0,012$, $C_\mu=0,0845$ 'dir.

2.3.3. Realizable $k-\varepsilon$ Türbülans Modeli (RKE)

(Realizable $k-\varepsilon$ Turbulence Model)

Akım alanındaki yüksek şekil değiştirme hızlarının ve sınır tabakası ayrılmasının mevcut olduğu karmaşık akım durumlarında SKE modeli üzerinde, performans artırıcı olarak RKE modeli adı altında şu iyileştirmeler yapılmıştır: (a) türbülans viskozitesi, μ_t , ifadesinde, sabit bir değer yerine değişken C_μ terimi kullanılarak SKE modelindeki katı yüzeye dik şekil değiştirme bileşenlerinin değeri küçültülmüş, ve (b) ε transport denkleminde yerel şekil değiştirme hızını esas alan farklı bir kaynak terimi kullanılmıştır. Shih ve arkadaşları [21], C_μ^* için aşağıdaki formülü vermişlerdir:

$$C_\mu^* = \frac{1}{A_0 + A_s \frac{U^* k}{\varepsilon}} \quad (10)$$

Burada, $A_0 = 4$, $A_s = \sqrt{6} \cos \phi$, $\phi = \frac{1}{3} \arccos(\sqrt{6}W)$,

$$W = \frac{S_{ij} S_{jk} S_{ki}}{\tilde{S}^3}, \quad \tilde{S} = \sqrt{S_{ij} S_{ij}}, \quad U^* = \sqrt{S_{ij} S_{ij} + \tilde{\Omega}_{ij} \tilde{\Omega}_{ij}},$$

$$\tilde{\Omega}_{ij} = \Omega_{ij} - 2\varepsilon_{ijk} \omega_k^*, \quad \Omega_{ij} = \bar{\Omega}_{ij} - \varepsilon_{ijk} \omega_k^*,$$

$$\Omega_{ij} = \frac{1}{2} (\bar{u}_{i,j} - \bar{u}_{j,i})$$

$\bar{\Omega}_{ij}$, ω_k^* açısal hızı ile dönen eksen takımına göre ölçülen ortalama rotasyon hızı tansördür.

ε -denklemleri aşağıdaki gibi ifade edilmiştir:

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho\varepsilon) + \bar{u}_j \frac{\partial(\rho\varepsilon)}{\partial x_j} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\left(\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_\varepsilon} \right) \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_j} \right] + \rho C_1 S \varepsilon - \rho C_2 \frac{\varepsilon^2}{k + \sqrt{\nu \varepsilon}} \quad (11)$$

Model sabitleri aşağıdaki gibi önerilmiştir:

$$C_1 = \max \left[0.43, \frac{\eta}{\eta + 5} \right], \quad \eta = S \frac{k}{\varepsilon}, \quad S = \sqrt{S_{ij} S_{ij}},$$

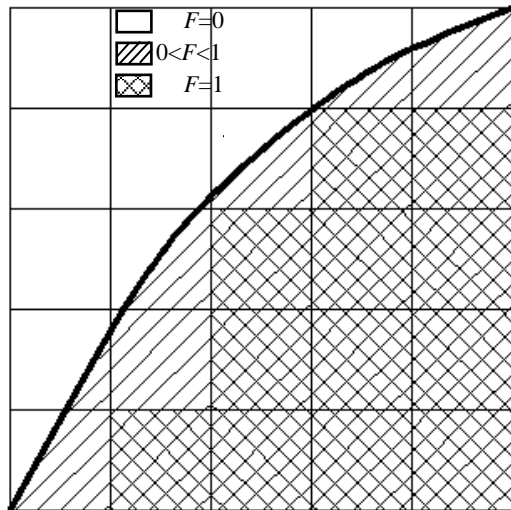
$$C_2 = 1.9, \quad \sigma_k = 1.0, \quad \sigma_\varepsilon = 1.2$$

RKE modeli, ivmelenen, eğrisel, sınır tabakasının ayrıldığı, ikincil akımların var olduğu akımlarda SKE modeline göre daha başarılı olduğu ifade edilmiştir [21].

2.4. Akışkan Hacimleri Yöntemi

(Volume of Fluid Method -VOF)

Akışkan hacimleri yöntemi, sabit basınçlı serbest bir akış alanının yüzey sınırının şeklini ve yerini belirlemede sıklıkla kullanılan bir yöntemdir [22]. Bu çalışmada su-hava ara kesitinin hesabında akışkan hacimleri yöntemi (Volume of Fluid, VOF) kullanılmıştır. VOF yöntemi hücrelerin boş, kısmen ya da tam suyla dolu olduğunu belirlemede kullanılmaktadır. Hacimsel doluluk oranını temsilen bir akışkan hacmi (F) tanımlanır. $F=1$ için ağ elemanı tam dolu, $F=0$ için boş (hava ile dolu) ve $0 < F < 1$ için ağ elemanı kısmen dolu olmaktadır (Şekil 3). Akışkan Hacimleri Yöntemi ile serbest su yüzünün hesaplanmasında “Geo-Reconstruct” yaklaşımı kullanılmıştır [23].



Şekil 3. Ağ elemanlarının doluluk oranı (Coverage rate of grid elements)

2.5. Çözüm Bölgesinin Sınır Şartları

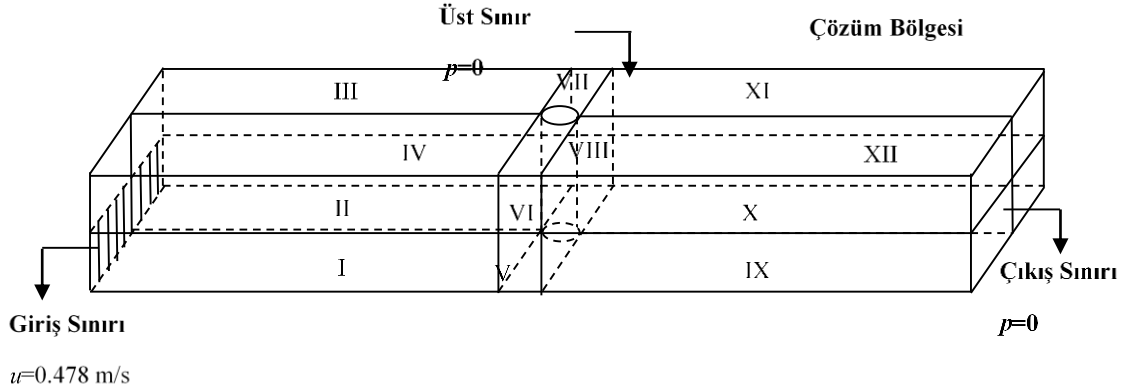
(Boundary Conditions of Solution Domain)

Kullanılan koordinat sisteminin orijini, çözüm bölgesinin sol alt köşesi olarak alınmıştır. Şekil 4’te verilen çözüm bölgesinin üst sınırı ve çıkış bölgesinin sınır şartı sıfır

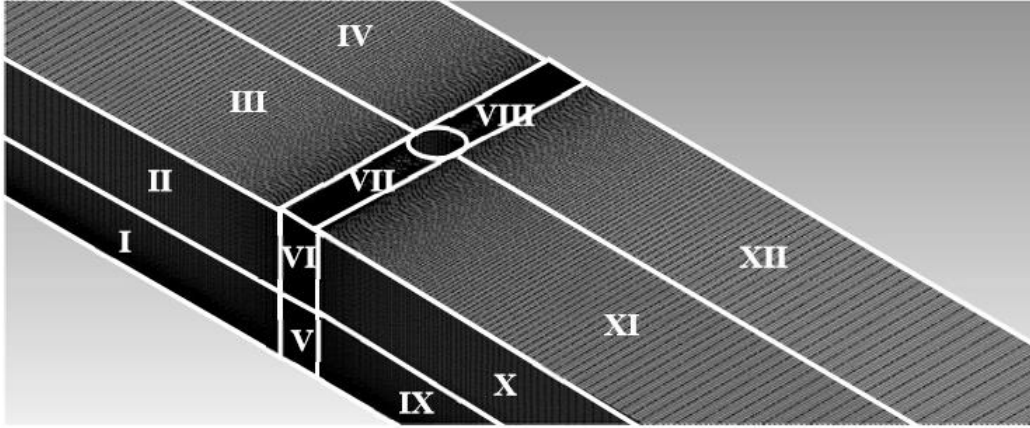
basınç ($p=0$), kanal tabanında ve savak alt tabanında sıfır hız sınır şartı, yani $u=0$, $v=0$ olarak tanımlanmıştır. Akım durumunda sayısal modelde giriş sınır şartı olarak yatay hız bileşeni için üniform hız ($u=0,478$ m/s) dağılımı kullanılmıştır. Düşey hız bileşeni ise $v=0$ olarak tanımlanmıştır. Zamana bağlı çözüm sürecinde, başlangıç şartı olarak, çözüm bölgesinin giriş sınırında doluluk oranı $F=1$, diğer bölgeler ve çözüm bölgesinin çıkış sınırında ise $F=0$ alınmıştır. Sayısal modellemede hız basınç eşleşmesi için genel olarak zamana bağlı simülasyonlar için kullanılan SIMPLE (basınç-bağımlı denklemler için yarı kapalı yöntem-Semi-implicit method for pressure-linked equations) algoritması kullanılmıştır [24]. Momentum, türbülans kinetik enerji ve türbülans kinetik enerji kayıp oranı denklemleri için birinci dereceden ayrıklaştırma şeması (first-upwind discretization scheme) ve basıncın ayrıklaştırılması için PRESTO (kademeli basınç seçeneği-pressure staggered option) algoritması kullanılmıştır. Türbülans modelleri için zaman adımı $\Delta t=0,001$ s olarak seçilmiş ve sayısal çözümün kararlı hale geldiği 25s kadar çözüm yapılmıştır. SKE, RNG ve RKE modellerinde, kanal tabanında katı sınıra yakın akım bölgesinin modellenmesinde Chen ve Patel [25] tarafından önerilen iki-tabakalı çözümü esas alan ve genişletilmiş iki-tabakalı duvar-yakını modellemesi olarak anılan yöntem kullanılmıştır. (1) ve (2) temel eşitliklerinin, Şekil 3’te görülen sınır şartlarına göre \bar{u} , \bar{v} ve \bar{p} için sayısal çözümü, sonlu hacimler yöntemine dayalı ANSYS-Fluent® v.12.1 paket programı kullanılarak yapılmıştır.

2.6. Hesaplama Ağının Tasarımı (Design of Computational Grid)

Serbest yüzeyli açık kanal akımı içerisine yerleştirilmiş bir yapı etrafındaki türbülanslı akımın sayısal hesaplamalarında, hesaplama ağı yapısının elde edilen sayısal sonuçlar üzerinde etkili olduğu bilinen bir gerçektir. Bu çalışmadaki probleme uygun hesaplama ağının oluşturulmasında, edinilen deneyimlere bağlı olarak, katı sınırlara doğru ve yüzey profilinde hızlı değişimin söz konusu olduğu bölgelerde hesap ağı sıklaştırılmıştır. Akımın karakteri göz önüne alınarak, Şekil 4’te verilen sayısal çözüm bölgesi, Şekil 5’te görüldüğü gibi, 12 alt bölgeye ayrılmıştır. Her bir alt bölgede eleman sayısı yaklaşık olarak %50 ve %75 artırılmak suretiyle, lineer dörtgen elemanlardan oluşan 3 farklı yoğunluğa sahip ağ yapıları (Ağ-1, Ağ-2, Ağ-3) elde edilmiştir. Sayısal çözüm alanındaki ağ yapısının yeterli sıklıkta olup olmadığı, bir başka ifadeyle ağ yapısından bağımsız sayısal çözümler elde etmek amacıyla ele alınan üçlü ağ sisteminde yapılan sıklaştırmanın uygunluğu, Ağ Yakınsama İndeksi (Grid Convergence Index-GCI) yöntemiyle test edilmiştir [26, 27]. Ağ-3 sistemiyle, akım hızlarındaki hataların kabul edilebilir bir sınır olan % 2’den küçük olduğu görülmüş ve hesaplama hassasiyetinin ağ yoğunluğundan bağımsızlaştığı kanaatine varılmıştır.



Şekil 4. Sayısal çözüm bölgesi ve sınır şartları (Solution domain and boundary conditions)



Şekil 5. Sayısal modelde kullanılan hesaplama ağı ve alt bölgeleri (Computational grid and sub-domains in the numerical models)

3. BULGULAR VE TARTIŞMA (RESULTS AND DISCUSSION)

3.1. Deneysel ve Hesaplanan Hız Profilleri

(Experimental and Numerical Velocity Profiles)

Bu çalışmada kullanılan SKE, RNG ve RKE modellerinin başarılarının kıyaslanması bağlamında, deneysel ve sayısal hesap bulgularının niceliksel olarak karşılaştırılmasında, hız ve su yüzü profilleri için Eşitlik 12 ve 13'de sırasıyla verilen *Ortalama Karesel Hata* (OKH) ve *Ortalama Mutlak Göreceli Hata* (OMGH) değerleri ölçüt olarak alınmıştır:

$$OKH = \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N (v_d - v_h)^2 \quad (12)$$

$$OMGH = \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N \left| \frac{v_d - v_h}{v_d} \right| \times 100 \quad (13)$$

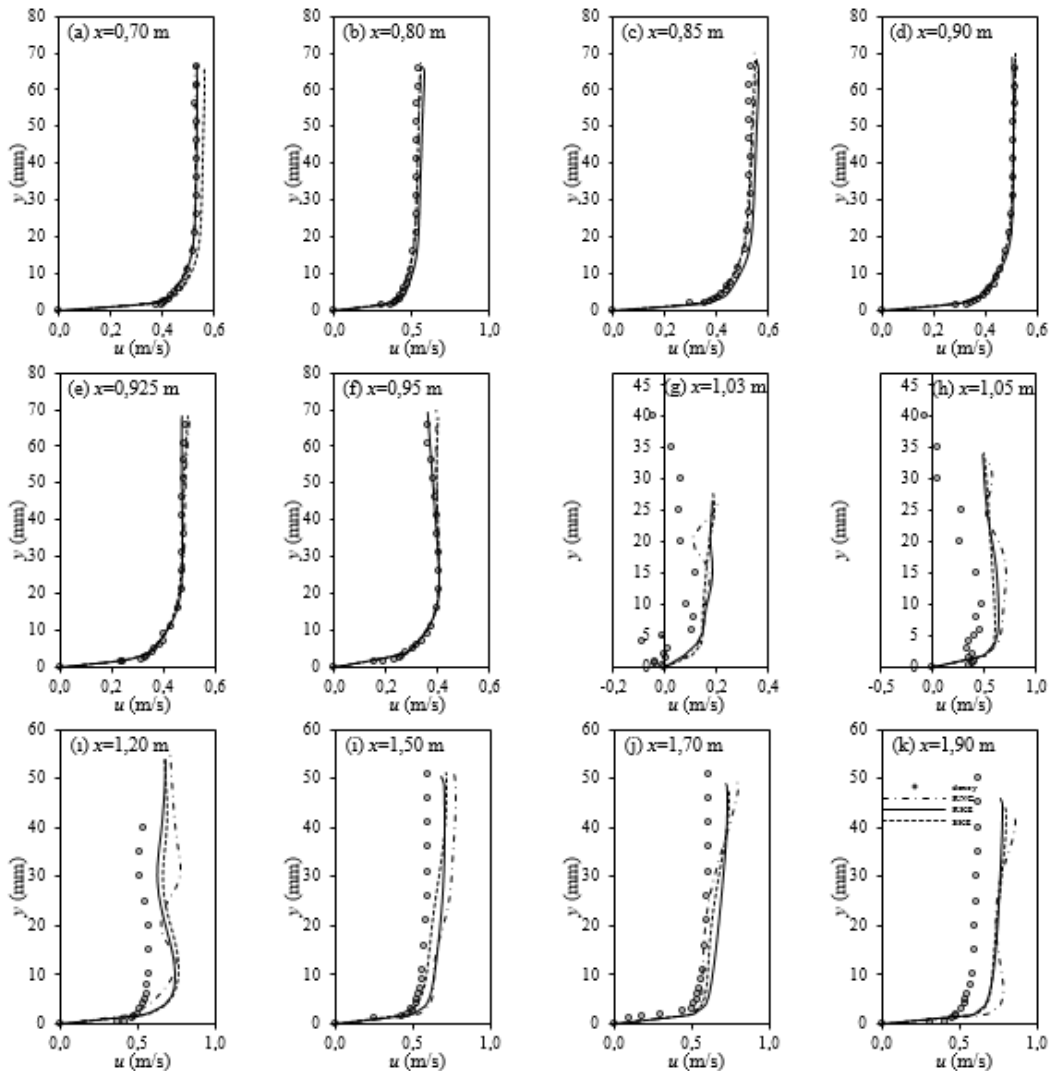
burada, v_d ve v_h sırasıyla deneysel ve hesaplanan hız veya su yüzü değerlerini, N işlem yapılan hız veya su yüzü profilinde ele alınan nokta sayısını göstermektedir. Çizelge 1'de, SKE, RNG ve RKE türbülans modelleri kullanılarak, farklı kesitlerden elde edilen sayısal hız profillerinin deneysel bulgularla karşılaştırılmasından elde edilen OKH ve OMGH değerleri verilmiştir.

Çizelgenun son satırında, tüm kesitler göz önünde bulundurularak elde edilen ortalama OKH ve OMGH değerleri sunulmuştur. Bu değerler incelendiğinde, tüm çözüm bölgesini kapsayacak şekilde, RKE türbülans modelinin ölçüm yapılan kesitlerin tümünde hem OKH hem de OMGH değerlerine göre, SKE ve RNG modellerinden daha başarılı olduğu görülmektedir. $x=1,03$ m ve $x=1,05$ kesitleri köprü ayağı yapısının hemen mansabında elde edilen hız profillerini göstermektedir. Burada meydana gelen karmaşık akım yapısının sayısal olarak doğru modellenemediği, bu kesitlerde elde edilen OKH ve OMGH değerlerinin büyüklüğünden de açıkça görülmektedir. Akım yapısının daha düzenli olduğu memba bölgesinde ise sayısal bulguların deneylerle gayet uyumlu olduğu söylenebilir. Sonuç olarak köprü ayağı etrafındaki türbülanslı akımın modellenmesinde RKE türbülans modelinin, kullanılan diğer modellere göre deneysel ölçümlerle daha uyumlu olduğu belirlenmiştir.

Şekil 6'da, kanalın farklı kesitlerindeki SKE, RNG ve RKE türbülans modellerinden hesaplanan sayısal hız profilleri ile deneysel olarak ölçülen hız profilleri sunulmuştur. Bu grafiklerden, köprü ayağı membasındaki $x=70, 85, 90, 92,5$ ve 95 cm kesitlerinde, Çizelge 1'den de anlaşıldığı gibi, tüm türbülans modellerinin

Çizelge 1. Hesaplanan hız profilleri için OKH (m^2/s^2) ve OMGH (%) değerleri
(Calculated MSE (m^2/s^2) and MARE (%) values for the velocity profiles)

x (cm)	SKE		RNG		RKE	
	OKH	OMGH	OKH	OMGH	OKH	OMGH
70	0,0005	4,08	0,0004	2,19	0,0003	2,12
80	0,0002	2,14	0,0002	2,24	0,0009	5,67
85	0,0001	1,75	0,0001	2,00	0,0004	3,94
90	0,0002	2,25	0,0002	1,79	0,0001	1,57
92,5	0,0002	2,12	0,0002	2,30	0,0002	2,06
95	0,0003	3,77	0,0004	4,13	0,0002	2,75
103	0,0094	660,01	0,0078	581,04	0,0095	535,94
105	0,0759	213,72	0,1101	246,97	0,0800	213,69
120	0,0243	28,25	0,0302	29,70	0,0165	23,23
150	0,0075	12,42	0,0190	22,40	0,0103	16,81
170	0,0070	11,33	0,0070	9,73	0,0075	14,38
190	0,0220	24,59	0,0348	30,66	0,0201	23,71
Ort.	80,53	0,0123	77,92	0,0175	70,49	0,0122

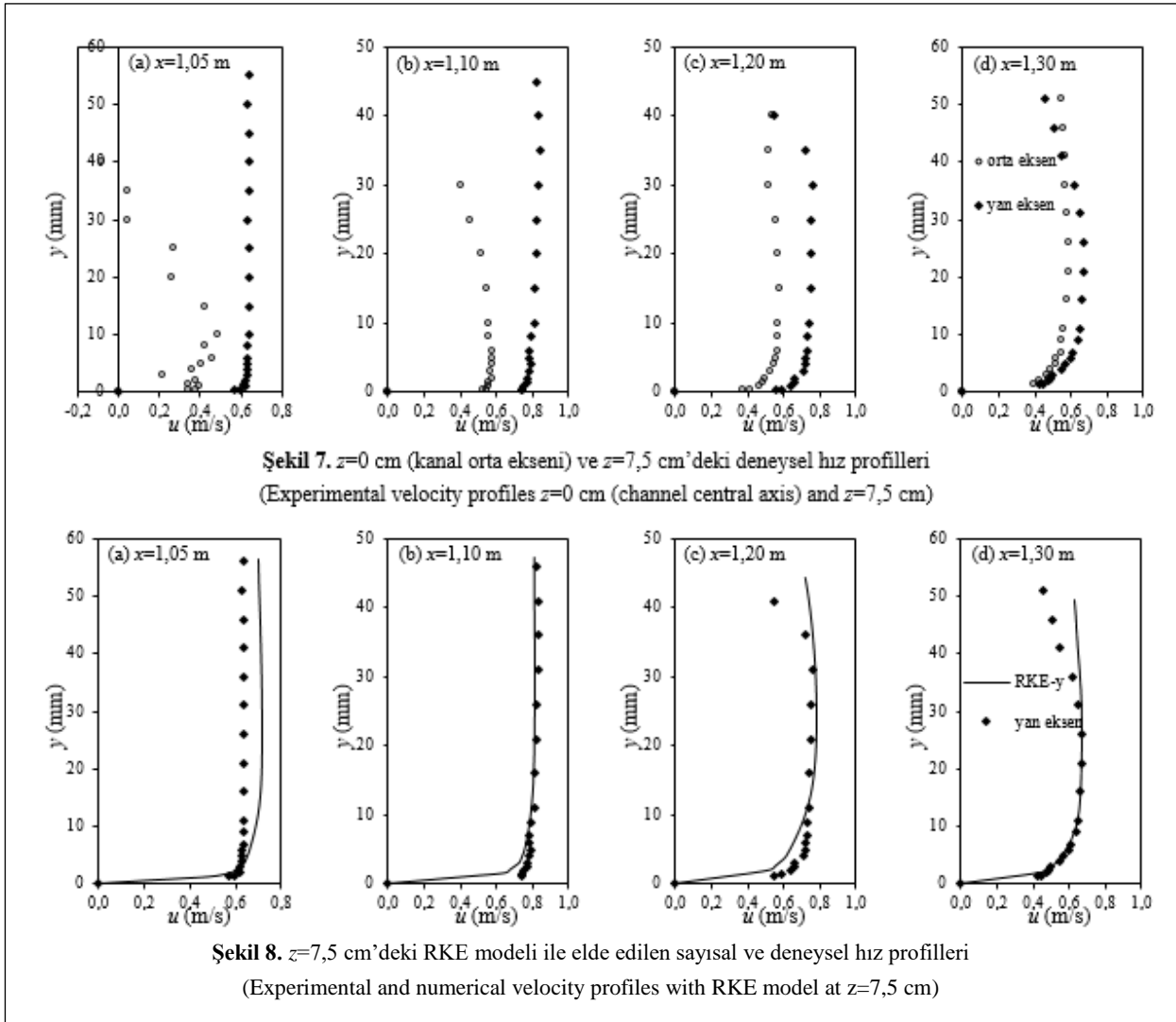


Şekil 6. Kanalın farklı kesitlerindeki SKE, RNG ve RKE ile elde edilen sayısal ve deneysel hız profilleri

(Experimental and numerical velocity profiles with SKE, RNG and RKE models in different sections of the channel)

deneyleler gayet uyumlu olduğu görülebilmektedir. Ancak köprü ayağının mansap bölgesine gelindiğinde, burada meydana gelen karmaşık akım yapısı,

kullanılan tüm türbülans modellerinin çok da başarılı bir şekilde modelleyemediği anlaşılmaktadır.

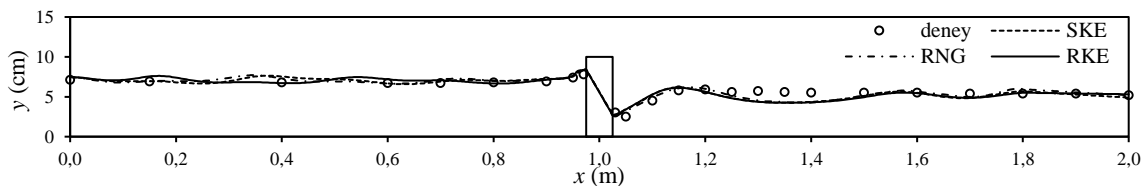


Şekil 7'de kanalın orta ekseninde ($z=0$ cm) ve orta eksenden kanal duvarına doğru 7,5 cm mesafede ($z=7,5$ cm) ölçülen deneysel hız profilleri karşılaştırılmıştır. Bu grafiklerden köprü ayağı mansabında meydana gelen oylulma çukurunun kanal duvarına doğru etkisini kaybettiği görülebilmektedir. Ayrıca $x=1,30$ m kesitinde, oylulma bölgesinin etkisinin hemen hemen kaybolduğu ve kanal duvarına yakın bölgede elde edilen deneysel hız

profilleri ile karşılaştırılması verilmiştir. Bu grafiklerden, RKE modelinin deneylerle uyumlu olduğu söylenebilir.

3.2. Deneysel ve Hesaplanan Su Yüzü Profilleri (Numerical and experimental free surface profiles)

Silindir köprü ayağı etrafındaki akımın serbest su yüzünün belirlenmesinde VOF metodu kullanılmıştır. Şekil 9'da farklı türbülans kapatma modelleri ile kanalın orta kesitinde elde edilen sayısal ve deneysel su yüzü



Şekil 9. Sayısal ve deneysel su yüzü profilleri (Numerical and experimental free surface profiles)

profilinin orta eksendeki deneysel hız profiline yaklaştığı, ancak duvar etkisinden dolayı da tam olarak benzeşmediği görülmektedir. Şekil 8'de ise köprü ayağı mansabında, $z=7,5$ cm'de ölçülen deneysel hız profillerinin, bu çalışmada en başarılı türbülans modeli olarak belirlenen RKE modelinden elde edilen hız

profilleri verilmiştir. Şekiller incelendiğinde, hız profillerine göre en başarılı türbülans modeli olarak belirlenen RKE modelinin yanı sıra SKE ve RNG türbülans modellerinin de akım profilini tahmin etmede başarılı olduğu söylenebilir. SKE, RNG ve RKE türbülans modellerinin, köprü ayağı mansabında meydana gelen akış yapısını ve ayağın membasındaki

durma noktasını doğru bir şekilde tahmin ettiği görülmektedir.

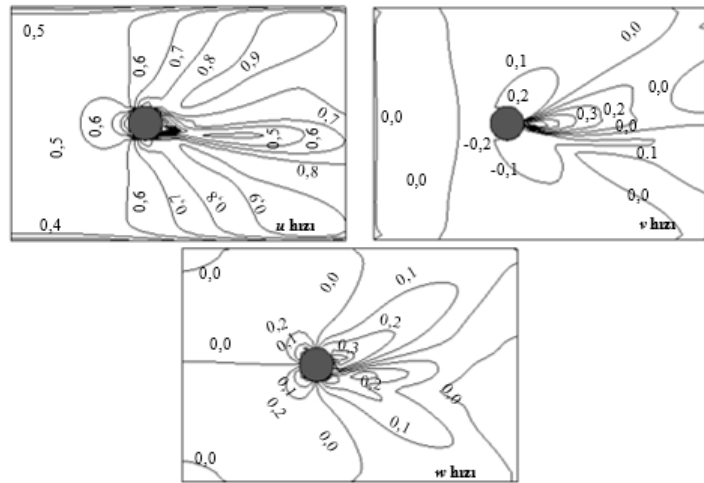
3.3. Sayısal Hız Bileşenleri ve Basınç Dağılımı

(Numerical Velocity Components and Pressure Distribution)

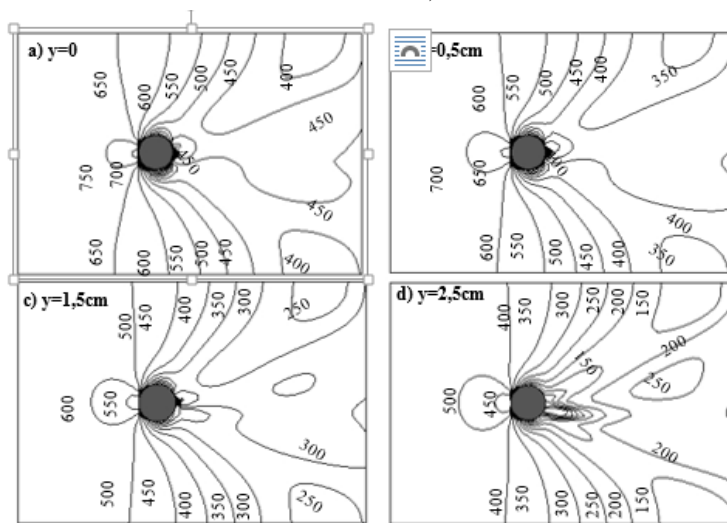
Şekil 10'da, kanal tabanının 2,5 cm üzerindeki yatay kesitte, RKE türbülans modelinden elde edilmiş x , y ve z doğrultusundaki hız bileşenlerinin dağılımı görülmektedir. Hız bileşenlerinin maksimum değerleri silindirik köprü ayağı mansabında oyulma bölgesinde elde edilmiştir. v ve w hız bileşenleri burada belirginleşmiştir. Bir başka ifade ile köprü ayağının mansabında, akımın üç boyutluluğu diğer bölgelere kıyasla daha hakimdir. Şekil 11'de RKE türbülans modelinden elde edilen köprü ayağı etrafında, kanal tabanından farklı yüksekliklerdeki ($y=0$, 0,5, 1,5, 2,5 cm) basınç dağılımlarının plan görünüşleri verilmektedir. Verilen basınç dağılımlarından, beklenildiği gibi, kanal tabanına yaklaştıkça basınç değerlerinin

türbülans modelinden elde edilen, köprü ayağı etrafında kanal tabanından farklı yüksekliklerdeki ($y=0$, 0,5, 1,5, 2,5 cm) türbülans kinetik enerji dağılımının plan

görünüşleri verilmektedir. Türbülans kinetik enerjisinin tabandan su yüzüne yükseldikçe artış gösterdiği görülmektedir. Bunun sebebinin köprü ayağı mansabında meydana gelen karmaşık akım yapısı ve y ve z doğrultularındaki hız bileşenlerinin daha aktif hale gelmesi olduğu söylenebilir. Ayrıca türbülans kinetik enerjisinin maksimum büyüklüğüne tüm yüksekliklerde oyulma çukurunun meydana geldiği bölgede ulaştığı açıkça görülmektedir. Şekil 13'te RKE türbülans modelinden elde edilen kanalın orta eksenindeki türbülans kinetik enerji konturları, akım çizgileri ve hız vektörleri verilmiştir. RKE türbülans modelinden elde edilen sayısal akım çizgileri ve hız vektörleri akımın topolojisini yansıtmaktadır. Çevrinti bölgesi, durma



Şekil 10. Tabandan $y=2,5$ cm yükseklikteki u , v , w hız konturları (u , v , w velocity contours at $y = 2,5$ cm height from the channel base)



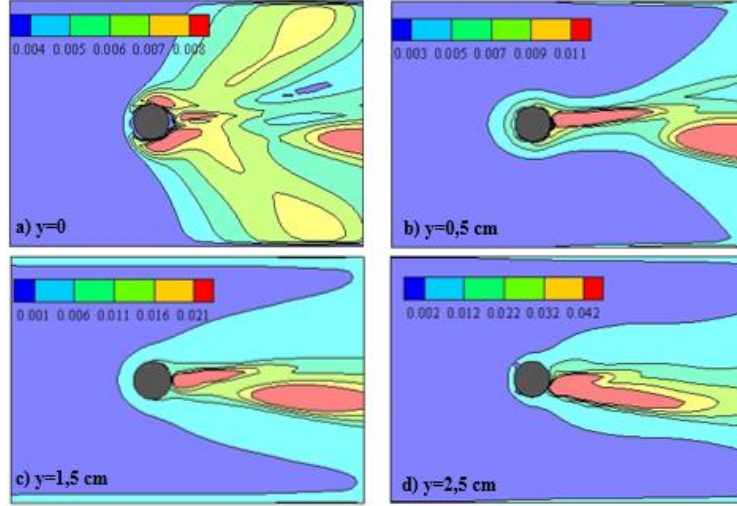
Şekil 11. Farklı derinliklerdeki basınç dağılımları (Pressure distributions at different depths)

arttığı görülebilmektedir. Derinlik boyunca basınç maksimum değerine köprü ayağının hemen membasındaki durma çizgisi boyunca ulaşmaktadır. Şekil 12'de RKE

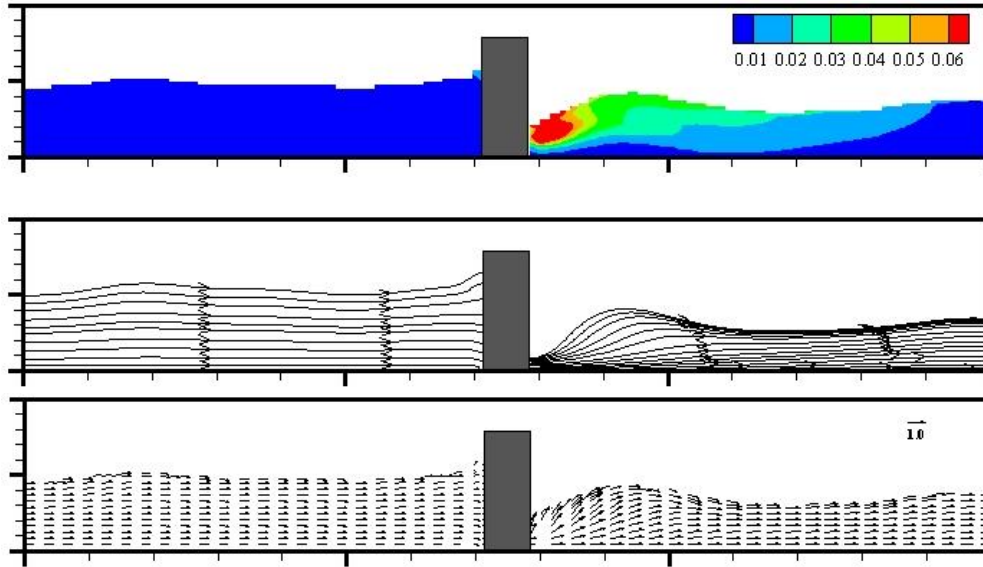
noktası ve iki boyutlu akım bölgesi akım çizgileri ve hız vektörlerinden açıkça görülmektedir. Hız bileşenlerine benzer şekilde, türbülans kinetik enerjisi de silindirik köprü

ayağının hemen mansabında maksimum değere ulaşmaktadır. Mansaba doğru gidildikçe türbülans kinetik enerji azalmaktadır. Mamba bölgesinde ise rölatif olarak daha düşük değerlere sahip türbülans kinetik enerji dağılımı söz konusudur.

karşılaştırılmasından RKE türbülans modelinin akım hız alanını ve serbest su yüzünü belirlemede diğer türbülans modellerine göre daha başarılı olduğu görülmüştür. Dairesel en kesite sahip düşey silindirik köprü ayağı etrafındaki akım ile ilgili karakteristiklerin, özellikle



Şekil 12. Farklı derinliklerdeki türbülans kinetik enerji dağılımları (Turbulence kinetic energy distributions at different depths)



Şekil 13. RKE türbülans modelinden elde edilen: a) türbülans kinetik enerji, b) akım çizgileri, c) hız vektörleri (a: Turbulence kinetic energy distributions, b: Streamline, c: Velocity vectors obtained from RKE turbulence model)

4. SONUÇLAR (CONCLUSIONS)

Bu çalışmada dairesel en kesite sahip silindirik köprü ayağı etrafındaki türbülanslı akım alanı, Standart $k-\epsilon$, Renormalization Grubu $k-\epsilon$ ve Realizable $k-\epsilon$ türbülans kapatma modelleri kullanılarak sayısal olarak incelenmiştir. Silindir köprü ayağı etrafındaki üç boyutlu türbülanslı akışı idare eden temel denklemler, sonlu hacimler yöntemine dayalı ANSYS-Fluent programını kullanılarak çözülmüştür. Sayısal olarak elde edilen bulgular, laboratuvarında ölçülen deneysel hız ve su yüzü profilleri ile karşılaştırılmıştır. Sayısal ve deneysel sonuçların OKH ve OMGH değerlerine bağlı olarak

ayağın hemen mansabında daha ön plana çıktığı belirlenmiş; bu tür yapıların tasarımı açısından, daralma kesitinde ve hemen sonrasında akım ile ilgili parametrelerin üç boyutlu olarak değerlendirilmesi gerektiği sonucuna varılmıştır.

TEŞEKKÜR (ACKNOWLEDGMENT)

Bu çalışma, Çukurova Üniversitesi Bilimsel Araştırma Projeleri (BAP) Birimi tarafından FBA-2016-6126 nolu proje ile desteklenmektedir. Desteklerinden dolayı Çukurova Üniversitesi Bilimsel Araştırma Projeleri Birimi'ne teşekkür ederiz.

KAYNAKLAR (REFERENCES)

- [1] Yanmaz, A.M., "*Köprü Hidroliği*", ODTÜ Geliştirme Vakfı Yayıncılık ve İletişim A.Ş., ANKARA, (2002).
- [2] Richardson, J.E. and Panchang, V.G., "Three-dimensional simulation of scour-inducing flow at bridge piers", *Journal of Hydraulic Engineering*, 124(5): 530-540, (1998).
- [3] Melville, B.W. and Coleman, S.E., "*Bridge scour*", Water Resources Publication, Colorado, U.S.A., (2000).
- [4] Kirkil, G., Constantinescu, G. and Ettema, R., "Detached eddy simulation investigation of turbulence at a circular pier with scour hole", *Journal of Hydraulic Engineering*, 135(11): 888-901, (2009).
- [5] Huang, W., Yang, Q. and Xiao, H., 2009. "CFD modeling of scale effects on turbulence flow and scour around bridge piers", *Computers & Fluids*, 38(5): 1050-1058, (2009).
- [6] Salaheldin, T.M., Imran, J. and Chaudhry, M.H., "Numerical modeling of three-dimensional flow field around circular piers", *Journal of Hydraulic Engineering*, 130(2): 91-100, (2004).
- [7] Duan, J.G., "Two-dimensional model simulation of flow field around bridge piers", *Impacts of Global Climate Change*: 1-12, (2005).
- [8] Melville, B.W., "*Local scour at bridge sites*", researchspace@auckland, (1975).
- [9] Yanmaz, A.M. and Altinbilek, H.D., "Study of time-dependent local scour around bridge piers", *Journal of Hydraulic Engineering*, 117(10): 1247-1268, (1991).
- [10] Ali, K. H. and Karim, O., "Simulation of flow around piers", *Journal of Hydraulic Research*, 40(2): 161-174, (2002).
- [11] Smith, H.D. and Foster, D.L., "Modeling of flow around a cylinder over a scoured bed", *Journal of Waterway, Port, Coastal, and Ocean Engineering*, 131(1): 14-24, (2005).
- [12] Jensen, B., Sumer, B., Jensen, H. and Fredsoe, J., "Flow around and forces on a pipeline near a scoured bed in steady current", *Journal of Offshore Mechanics and Arctic Engineering*, 112(3): 206-213, (1990).
- [13] Fayyadh, M., Akib, S., Othman, I. and Razak, H.A., "Experimental investigation and finite element modelling of the effects of flow velocities on a skewed integral bridge", *Simulation Modelling Practice and Theory*, 19(9): 1795-1810, (2011).
- [14] Zhu, Z. and Liu, Z., "CFD prediction of local scour hole around bridge piers", *Journal of Central South University*, 19: 273-281, (2012).
- [15] Demirci, M., Kocaman, S. and Varlı, B., "Farklı geometrilerdeki köprü kenar ayakları etrafındaki hız dağılımının sayısal incelenmesi", *Erciyes Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü Dergisi*, 28(3): 161-173, (2012).
- [16] Afzal, M.S., Bihs, H., Kamath, A. and Arntsen, Ø.A., "Three-dimensional numerical modeling of pier scour under current and waves using level-set method", *Journal of Offshore Mechanics and Arctic Engineering*, 137(3): 032001, (2015).
- [17] Zhang, K., Katsuchi, H., Zhou, D., Yamada, H. and Han, Z., "Numerical study on the effect of shape modification to the flow around circular cylinders", *Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics*, 152: 23-40, (2016).
- [18] Launder, B.E. and Spalding, D.B., "*Lectures in Mathematical Models of Turbulence*", Academic Press, London, (1972).
- [19] Yakhot, V. and Orszag, S.A., "Renormalization-Group Analysis of Turbulence", *Physical Review Letters*, 57(14): 1722-1724, (1986).
- [20] Yakhot, V., Orszag, S.A., Thangam, S., Gatski, T.B. and Speziale, C.G., "Development of Turbulence Models for Shear Flows by a Double Expansion Technique", *Physics of Fluids a-Fluid Dynamics*, 4(7): 1510-1520, (1992).
- [21] Shih, T.H., Liou, W.W., Shabbir, A., Yang, Z.G. and Zhu, J., "A New Kappa-Epsilon Eddy Viscosity Model for High Reynolds-Number Turbulent Flows", *Computers & Fluids*, 24(3): 227-238, (1995).
- [22] Hirt, C.W. and Nichols, B.D., "Volume of Fluid (VOF) Method for the Dynamics of Free Boundaries", *Journal of Computational Physics*, 39(1): 201-225, (1981).
- [23] ANSYS, "*Fluent Theory Guide*", ANSYS Inc. USA, (2012).
- [24] Patankar, S.V. and Spalding, D.B., "A calculation procedure for heat, mass and momentum transfer in three-dimensional parabolic flows", *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 15(10): 1787-1806, (1972).
- [25] Chen, H. and Patel, V., "Near-wall turbulence models for complex flows including separation", *AIAA Journal*, 26(6): 641-648, (1988).
- [26] Çelik, İ.B., Ghia, U., Roache, P.J. and Freitas, C.J., "Procedure for Estimation and Reporting of Uncertainty Due to Discretization in CFD Applications", *Journal of Fluids Engineering-Transactions of the ASME*, 130(7), (2008).
- [27] Roache, P.J., "Verification of codes and calculations", *AIAA Journal*, 36(5): 696-702, (1998).