

Derleme / Review

## Maden Kaynak Belirleme Sondaj Programlarının Optimizasyonu

### Optimization of Mineral Resource Definition Drilling Programs

Yusuf Ziya ÖZKAN 

DAMA Mühendislik A.Ş. Çankaya, Ankara

Geliş (Received): 17.10.2024 / Düzeltme (Revised): 11.11.2024/ Kabul (Accepted): 16.12.2024

### ÖZ

Maden kaynak belirleme sondaj programları, maden yataklarının sınırlarını ve işletilebilirliğini etkileyen özelliklerini belirlemek için yapılan bir örnekleme sürecidir. Bu süreçte, sistematik ve tesadüfi olmak üzere iki tür örnekleme hatası bulunur. Sistematik hatalar, cihaz kalibrasyon hataları veya örneklerin yatağı yetersiz temsil etmesi gibi sorunlardan kaynaklanır ve tahminlerin doğruluğunu olumsuz etkiler. Tesadüfi hatalar ise örneklerin rastgele dağılımı veya doğal değişkenlikten kaynaklanır ve tahminlerde belirsizliğe neden olur. Bu hataların etkisi, daha fazla örnekleme yaparak azaltılabilir, ancak sondaj maliyetli bir işlem olduğu için maliyet ile kabul edilebilir bir belirsizlik düzeyi arasında bir denge kurulması zorunludur. Maden kaynak belirleme sondaj programının optimizasyonu, sondaj noktalarının yerleşimini veya sondaj kuyuları arasındaki mesafeyi, bu dengeyi koruyacak şekilde belirlemeye odaklanır. Geometrik yaklaşım, sondaj etki alanlarının örtüşmesini en aza indirerek optimizasyon yaparken, jeostatistik yöntemler kriging varyansı gibi ölçütlere göre belirsizliği kabul edilebilir seviyelere düşürmeye çalışır. Bilginin değeri yaklaşımı, elde edilen bilgiden ekonomik olarak en yüksek faydayı sağlarken, yanlış sınıflandırma maliyetlerini minimize etmeyi ve ekonomik kayıpları önlemeyi hedefler. Genetik algoritmalar ve parçacık sürüsü optimizasyonu gibi meta-sezgisel yöntemler de belirsizlik yönetiminde etkilidir, ancak yüksek hesaplama gücü gerektirdiğinden sınırlı uygulanmaktadır. Bu optimizasyon yöntemleri, maliyetleri düşürerek ve maden kaynak modelinin doğruluğunu artırarak önemli katkılar sağlar.

**Anahtar Kelimeler:** Maden kaynak belirleme sondaj programı, örnekleme hataları, geometrik yaklaşım, kriging varyansı, bilgi değeri, yanlış sınıflandırma maliyetleri, meta-sezgisel yöntemler.

### ABSTRACT

Mineral resource definition drilling programs are a sampling process used to determine the boundaries and characteristics of mineral deposits. There are two types of sampling errors in this process: systematic and random. Systematic errors arise from issues such as equipment calibration errors or insufficient representation of the deposit by the samples, which negatively affect the accuracy of predictions. Random errors, on the other hand, result from the random distribution of samples or natural variability, leading to uncertainty in predictions. The impact of these errors can be reduced through increased sample size, but since drilling is an expensive operation, it is essential to strike a balance between cost and achieving an acceptable level of certainty. The optimization of resource definition drilling focuses on determining the placement of drilling points or spacing between drill holes in a way that maintains this balance. The geometric approach aims to optimize by reducing the overlap of drilling effects, while geostatistical methods seek to reduce uncertainty to acceptable levels using metrics like kriging variance. The value of information approach aims to maximize the economic benefit derived from the obtained data, while minimizing misclassification

*costs focuses on preventing economic losses. Metaheuristic methods such as genetic algorithms and particle swarm optimization are also effective in managing uncertainty, but their application is limited due to the high computational power required. These optimization methods contribute significantly to reducing costs and improving the accuracy of the resource model.*

**Keywords:** Resource definition drilling, sampling errors, geometric approach, kriging variance, value of information, misclassification costs, metaheuristic methods.

## GİRİŞ

Maden kaynak belirleme için sondaj programları, maden yatağını sınırlandırmak ve işletilebilirliğini etkileyen özelliklerini (konumunu, boyutlarını, şeklini, jeolojik yapısını, mineral dağılımını, tenörünü/kalitesini, yoğunluğunu vb.) yeterli doğrulukta belirlemek için tasarlanan arama programlarıdır.

Maden kaynak belirleme sondajları, maden arama yatırımlarında en yüksek maliyetli adımlardan biridir. Her bir sondaj kuyusu; ekipman, iş gücü, ulaşım ve analiz gibi çeşitli giderler nedeniyle yüksek maliyetlere yol açar. Sondaj programlarının optimizasyonuna yeterince önem verilmemesi, yanlış konumlandırılmış veya gereksiz sondajlar nedeniyle hem maliyetlerin artmasına hem de zaman kaybına yol açar. Bu durum, sadece mali kaynakların boşa harcanmasına neden olmakla kalmaz, aynı zamanda madenin değerlendirilmesinde gecikmelere ve dolayısıyla ciddi mali kayıplara yol açar.

Maliyet ve zaman sınırlamaları nedeniyle hedef evrendeki (aranan yataktaki) her bireyin (veya örnekleme biriminin) araştırılması genellikle mümkün değildir. Dolayısıyla maden kaynakları/rezervleri genellikle sondajlardan çıkarılan örneklerden elde edilen veriler kullanılarak tahmin edilir. Yani maden kaynak belirleme programları, özü itibarıyla sondajlarla yapılan bir mekânsal örnekleme sürecidir. Örnekleme temel amacı, bir örneklem tarafından sağlanan verilerden (istatistik)

bilinmeyen evren parametreleri hakkında istatistiksel çıkarım yapmaktır.

Gerçek ve tahmin edilen tenör değerleri karşılaştırıldığında her zaman bir fark vardır. Tahmin ile gerçek değer arasındaki bu farka örnekleme hatası denir. Dolayısıyla bir istatistiksel tahmin genel olarak eşitlik (1)'deki gibi ifade edilebilir;

$$\text{Parametre} = \text{İstatistik} \pm \text{Örnekleme Hatası} \quad (1)$$

Burada; parametre evrenin (yani maden yatağının) bilinmeyen bir özelliğidir (örneğin; tenörü), istatistik bu parametrenin örneklemeden elde edilen tahminidir (örneğin; örneklem tenör ortalaması).

Örnekleme sürecinde ortaya çıkabilen hatalar iki ana sınıfa ayrılır:

- Sistematik hatalar
- Tesadüfi hatalar

Sistematik hatalar, örnekleme sürecinde tutarlı bir şekilde aynı yönde sapmaya neden olan hatalardır. Bu hatalar iki ana nedenle ortaya çıkar:

1. Veri toplama ve veri kaydı hataları,
2. Temsiliyet hataları.

Birinci tür sistematik hatalar, örnekleme sürecinin değişik aşamalarında (örnek alma, taşıma ve hazırlama, analiz, veri kaydı ve yönetimi) kullanılan bozuk ya da kalibre edilmemiş ölçme cihazlarından, uygun olmayan ölçme yönteminden (örneğin; manyetik mineralli kayalar içinde açılmış bir sondajda

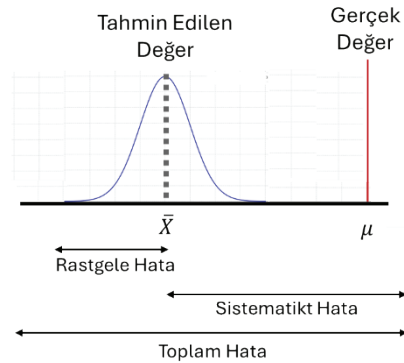
manyetik bir cihazla kuyu içi sapma ölçülmesi), ölçmenin yapıldığı ortamdan, üzerinde ölçme yapılan örneklerin sözü edilen bu etkenlerle etkileşiminden (örneğin; sülfür minerallerinin zamanla oksitlenmesinden) vb. nedenlerden kaynaklanır ve tutarlı bir şekilde aynı yönde sapma şeklinde ortaya çıkar. Bu tür hatalar, kalite güvence ve kontrol sistemleri uygulanmasıyla veya örnekleme süreciyle ilgili sorunları bulup düzelterek önlenir.

İkinci tür sistematik hatalar, örneklemin evreni yetersiz veya yanlı bir şekilde temsil etmesinden kaynaklanır. Örneklemin evreni iyi temsil etmemesi (örneğin yüksek tenörlü bölgede yoğunlaşan sondajlar), düşük tenörlü alanların yeterince örneklenmemesi nedeniyle sistematik bir hataya (temsiliyet hatası) ve olduğundan daha yüksek bir tenör tahminine yol açar. Temsiliyet hataları, eşit örnek desteği, mineralizasyonun mineralojik veya jeolojik farklılıkların belirgin olduğu tüm alanlarından örnek alınması, tesadüfi ve sistematik yöntemlerle yeterli sayıda ve yoğunlukta örnekleme ile önlenabilir.

Sistematik hatalar her örneğe (örnekleme birimine) aynı yönde ve eşit olarak etki etmelerinden dolayı örneklemin standart sapmasını değiştirmez. Bu nedenle sadece doğruluğu etkiler, güvenilirliği etkilemez. Ancak, sistematik hatalar tespit edilip düzeltilmezse, yanıltıcı sonuçlara yol açabilir ve bu da tahminlerin güvenilirliğini etkileyebilir. Bu yüzden, sistematik hataların önlenmesi esastır.

Tesadüfi veya rastgele hatalar, örneklenen evrenin(maden yatağının) doğal değişkenliğinden (jeolojik, mineral içeriği veya kimyasal bileşimlerindeki heterojenlik gibi) ve örnekleme sürecinde rastgele (numune alma noktalarının rastgele belirlenmesi, rastgele operatör ve cihaz hataları vb.) ortaya çıkan hatalardır. Bu hataların kaynağı öngörülemez ve yönü belirsizdir,

sonuçları her iki yöne de saptırabilir. Dolayısıyla tesadüfi hatalar birbirini dengeleyeceği için ortalamada sifıra yaklaşır (Şekil 1). Yeterli sayıda örnek alındığında rastgele hatalar azaltılabilir, ancak yok edilemezler.



Şekil 1. Örnekleme hataları: Sistematik hatalar, Tesadüfi hatalar.

Figure 1. Sampling errors: systematic errors and random errors.

Örnekleme içerisindeki verilerin standart sapması ve varyansı hesaplanarak tesadüfi hataların büyüklüğü belirlenebilir ve parametre tahminlerine yönelik güven aralıkları eşitlik (2) deki gibi ifade edilebilir;

$$\text{Parametre} = \bar{x} \pm z \times \text{SH} \quad (2)$$

Burada;  $\bar{x}$  örnekleme ortalamasını, yani örnekleme içindeki gözlem değerlerinin ortalamasını ifade eder ve genellikle evren ortalamasının tahmini olarak kullanılır.  $z$  ( $z$ -skoru veya puanı), seçilen güven düzeyine bağlı olarak belirlenen bir katsayıdır. Bu katsayı, standart normal dağılım tablosundan elde edilir. Örneğin, %95 güven düzeyi için  $z$  değeri yaklaşık olarak 1,96'dır, çünkü standart normal dağılımında ortalama 1,96 standart sapma uzaklıktaki aralık, toplam olasılığın %95'ini kapsar. SH (Standart Hata), örnekleme ortalamasının standart sapmasıdır ve evrendeki parametreyi tahmin ederken

Özkan

örneklem ne kadar değişkenlik gösterdiğini ifade eder. Standart hata, örneklem büyüklüğü arttıkça azalır (eşitlik 3) ;

$$SH = \frac{s}{\sqrt{n}} \quad (3)$$

Burada, s örneklem standart sapmasını, n ise örneklem büyüklüğünü (örnek sayısını) temsil eder.

Bu formül, örneklem ortalaması etrafında belirli bir güven aralığı oluşturur ve bu aralık, tahmin edilen bir evren parametresinin seçilen güven düzeyine bağlı bir olasılıkla belirli sınırlar içinde yer alabileceğini gösterir. Daha geniş güven aralıkları, daha yüksek rastgele hatayı gösterir. Örneğin, örneklem boyutu n=100, ortalaması =25 ve standart sapması s =5 ise, %95 güven düzeyinde bu tahminin ne kadar güvenilir olduğu eşitlik (4) ile hesaplanabilir:

$$\text{Standart Hata (SH)} = \frac{\text{Örneklemin Standart Sapması}}{\sqrt{\text{Örneklem Boyutu}}} = \frac{s}{\sqrt{n}} = \frac{5}{\sqrt{100}} = \frac{5}{10} = 0,5 \quad (4)$$

Güven Aralığı: =  $\mu \pm z \times SH = 25 \pm 1,96 * 0,5 = 25 \pm 0,98$  (evren parametresini gösterir)  
%95 güven aralığı için z-değeri yaklaşık 1,96'dır.

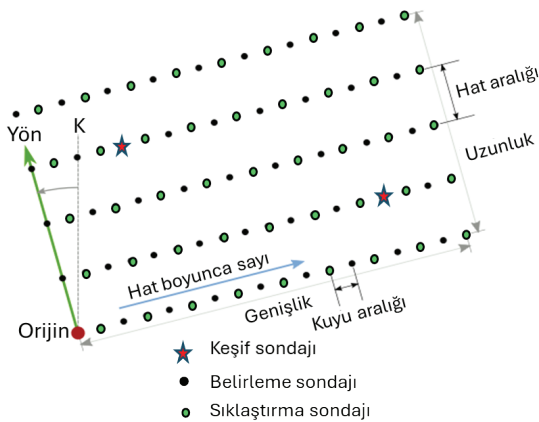
Buradaki örneklem hatası (0,98), örneklem ortalamasının evren ortalamasından sapma miktarını gösterir ve güven aralığı, evren ortalamasının bu aralıkta bulunma olasılığını belirler. Bu güven aralığı, evrenin gerçek ortalamasının %95 olasılıkla 24,02 ile 25,98 gram arasında olduğu anlamına gelir.

Maden kaynak belirleme sondaj programlarında sistematik hataların önlenmesi ve tesadüfi hataların azaltılması, güvenilir tahminler yapmak için büyük önem taşır. Sistematik hataların önlenmesi, bir kalite güvence ve kalite kontrol süreci ile sağlanırken, tesadüfi hataların azaltılması bir optimizasyon problemidir.

Tesadüfi hataları azaltma çeşitli faktörlere bağlıdır; bunların arasında en önemlisi tahmin için kullanılan örneklerin sayısıdır (Koppe vd., 2017). Tesadüfi hataların etkisi, daha fazla sondaj ve daha sık örneklem yapılarak azaltılabilir. Örnekler düzenli bir örneklem ızgarasında toplandığında örnekler arasındaki mesafe azaldıkça, merkezi limit teoremine göre, büyük örneklemlemlerle örnek dağılımlarının normal dağılıma yakınsaması nedeniyle verilerden tahmin edilen tenör hatası genellikle azalır ve eğer tamsayım yapılırsa, hata tamamen ortadan kalkar. Ancak örnek alma (sondaj) pahalı bir işlemdir. Bu nedenle, kabul edilebilir bir belirsizlik düzeyini sağlayacak örneklem yoğunluğu ile maliyetler arasında bir denge kurulması gereklidir. Mümkün olan en düşük maliyetle maden kaynaklarının tenör ve tonajını kabul edilebilir bir güvenilirlik düzeyinde tahmin edebilmek için gereken sondaj yoğunluğunun ve konumlarının belirlenmesi bir optimizasyon problemidir. Mekânsal otokorelasyonu (Haining, 2003) ve mekânsal heterojenliği (Wang vd., 2016) dikkate alan yaklaşımlar, bu süreci geleneksel yöntemlere kıyasla daha maliyet etkin kılarak sondaj programlarının verimliliğini artırır.

Hata aynı zamanda bloğun geometrisine ve blokların bölgesi içindeki verilerin değişkenliğine de bağlıdır. Daha homojen yataklarda büyük hacimli blokların tenörü tahmin edilirken daha düşük hatalar beklenebilir. Tabakalı örneklem (evrenin belirli alt gruplara bölünerek örnek alınması) veya alınan örneklerin homojen mineralizasyon alanlarına bölünerek bu alanlar temelinde tahmin yapılması tahmin doğruluğunu artırırken tesadüfi hataların kontrol altına alınmasına yardımcı olur. Bu yaklaşım, mümkün olan en düşük maliyetle örneklem hatasını veya tahmin belirsizliğini kabul edilebilir düzeyde tutmayı mümkün kılar.

Maden kaynak belirleme sondaj programlarında yaygın bir strateji, başlangıçta geniş bir ızgara (grid) üzerinde sondaj yapmaktır. Bu geniş aralıklı sondajlardan elde edilen veriler, maden kaynak tahmini için başlangıç bilgisi sağlar, ancak genellikle önemli belirsizlikler içerir. Aşamalı örnekleme süreciyle, ek sondajlar yapılarak bu belirsizlikler azaltılabilir. Uyarlanabilir ızgara yaklaşımı, mineralojik veya jeolojik heterojenliği dikkate alarak yatağın farklı alanlarında farklı yoğunluklarda örnekleme yapılmasını mümkün kılar. Örneğin, mineralizasyonun süreksiz olduğu bölgelerde ek sondajlarla bu süreksizliklerin neden olduğu belirsizlikler giderilmeye çalışılır. Mevcut sondajların aralarında ek sondaj yapılmasıyla gerçekleştirilen bu yeni sondajlara sıklaştırma sondajı denir (Şekil 2).



Şekil 2. Uyarlanabilir ızgara üzerinde aşamalı sıklaştırma sondajları (Micromine Help sayfasından değiştirilerek alınmıştır).

Figure 2. Stepwise infill drilling on an adaptive grid (Modified from the Micromine Help page).

Sıklaştırma sondajları genellikle birden fazla aşamada (veya sondaj kampanyası şeklinde) gerçekleştirilir. Her sondaj kampanyası sonunda, sıklaştırma sondajlarına devam edilip

edilmeyeceğine karar vermek için şu iki soru yanıtlanmalıdır:

1. “Belirlenmiş” veya “ölçülmüş” sınıfta maden kaynakları tanımlayabilmek için ek sondaj yapmaya ihtiyaç var mı? Eğer mevcut sondajlar bu sınıflama için yetersizse, ek sondajlar kaçınılmazdır.
2. Ek sondaj yapılacaksa, bu sondajların konumları (veya aralarındaki mesafe) ne olmalıdır?

Bu kararı verirken mevcut verilerdeki belirsizlik bölgeleri, mineralizasyonun değişkenliği ve sondajlar arasındaki mekânsal otokorelasyon dikkate alınmalıdır.

Görüldüğü gibi, maden kaynak belirlemeye yönelik sondajlarının aralıklarının optimizasyonu, sıklaştırma sondajları ve tenör kontrol süreçlerinde belirsizliği azaltmak ve gereksiz maliyetleri önlemek (ekonomik açıdan en uygun sondaj yoğunluğunu belirlemek) için yapılan önemli bir işlemdir (Vargas, 2017). Aşağıda bu optimizasyon probleminin formülasyonu ve çözümü için kullanılan başlıca yöntemler ele alınmaktadır.

## OPTİMİZASYON PROBLEMİNİN FORMÜLASYONU

Maden kaynak belirleme sondajlarının optimizasyonu probleminde karar değişkenleri, amaç fonksiyonu ve kısıtlamalar önemli unsurlardır. Ayrıca, amaç fonksiyonunu oluşturabilmek için (veya fonksiyondaki sabitleri belirleyebilmek için) tasarım parametreleri hakkında bilgi veya tahminler gereklidir.

### Karar Değişkenleri

Karar değişkenleri, optimizasyon problemi içerisinde seçilen ve optimize edilmesi gereken değişkenlerdir. Maden kaynak

belirleme sondajları için tipik olarak şu karar değişkenlerinden biri seçilir:

- **Sondaj Konumları:** Sondaj kuyularının nerelere yerleştirileceği, belirleme sondajı programının en önemli karar değişkenlerinden biridir. Bu, özellikle jeolojik veya mineralojik heterojenliğin yüksek olduğu sahalarda büyük önem taşır. Sondaj konumları, elde edilecek örnekleme dayalı maden kaynak tahminlerinin güvenilirliğini doğrudan etkiler. Karar değişkeni olarak sondaj koordinatlarının seçimi, hem veri toplama gereksinimlerini karşılayacak (yatakta jeolojik ve tenör değişkenlikleri) hem de çevresel ve yasal kısıtlamaları dikkate alarak sondaj yerleri seçiminde esneklik sağlar.
- **Sondajlar Arasındaki Mesafe (Örnekleme Yoğunluğu):** Daha sık (kısa mesafeli) sondaj, tahmin doğruluğunu artırırken maliyeti yükseltir; bu nedenle optimum örnekleme yoğunluğunun bulunması gerekir. Sondaj yoğunluğu belirlenen bir alanda jeolojik süreklilik veya süresizlik ile bağlantılıdır. Mineralizasyonun değişken olduğu yerlerde sondajlar daha sık yapılırken, homojen alanlarda daha geniş aralıklarla sondaj yapılabilir.

Bu karar değişkenlerinin her biri, maden kaynağı tahmininin kesinliği/belirsizliği ile maliyetler arasında bir denge kurma sürecinde optimize edilir.

### Tasarım Parametreleri

Maden kaynak belirleme sondaj programları tasarımında en önemli değişkenlerden biri etki mesafesidir. Etki mesafesi, bir sondajdan alınan örneğin çevresindeki bölgenin tenörü veya diğer özellikleri hakkında güvenilir bilgi sağlayabildiği maksimum mesafeyi ifade eder. Bu mesafe,

sondajda elde edilen verilerin, çevresindeki diğer örnekleme verileriyle otokorelasyon içinde olduğu belirli bir yarıçaplı dairesel alan ya da 3 boyutlu düşünüldüğünde küresel bir hacim (anizotropi durumunda elips veya elipsoit) olarak tanımlanır. Aynı zamanda örnek temsil alanı veya örnek temsil hacmi olarak da adlandırılabilir.

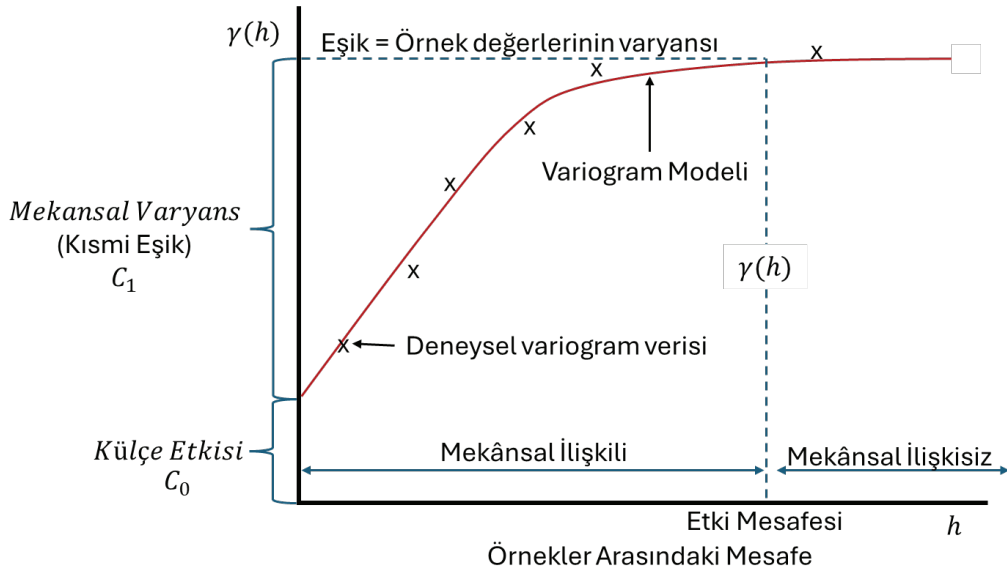
Etki mesafesi, doğrudan sondajla ilişkilendirilen bir özellik olsa da esasen mineralizasyonun jeolojik ve tenör sürekliliğine bağlıdır. Yüksek süreklilik durumunda, etki mesafesi genellikle daha uzun olur; yani sondajdan elde edilen veriler daha geniş bir alan için geçerli olabilir. Buna karşılık, düşük süreklilik durumunda etki mesafesi kısalmır ve daha fazla sondaj yapma gereksinimi ortaya çıkar.

Mineralizasyonun doğal değişkenliği ya da sürekliliği, yönere göre farklılık gösterebilir, yani anizotropik olabilir. Bu durumda, mineralizasyonun yöne bağlı mekânsal sürekliliği farklı etki mesafeleri gerektirebilir ve dolayısıyla sondaj mesafeleri de bu duruma uygun olarak değişiklik gösterebilir.

Etki mesafesi genellikle variogram analizleriyle belirlenir (Şekil 3) ve çoğunlukla variogram etki mesafesinin belirli bir yüzdesi olarak kabul edilir. Eğer variogram analizi yapılabilecek yeterli sondaj verisi yoksa, benzer jeolojik özelliklere sahip diğer maden sahalarındaki etki mesafesi verileri kullanılarak karşılaştırmalar yapılabilir ve uygun bir temsil alanı belirlenebilir.

### Amaç Fonksiyonu

Maden kaynak belirleme sondaj programlarının optimizasyonunda genellikle birden fazla amaç gözetilir. Bu süreç, birden çok hedef arasında dengeli bir çözüm arayışını gerektirir. Temel amaçlar şunlardır:



Şekil 3. Tipik bir variogram modeli. Külçe Etkisi = Analiz hatası + Doğal Değişkenlik. Etki mesafesi= Örnekler arasında maksimum değişkenliğe (yani eşığe) ulaşılan mesafe.

Figure 3. A typical variogram model. Nugget effect = analytical error + natural variability. Range = distance at which maximum variability between samples (i.e. the sill) is reached.

### 1. Ekonomik değerlerin maksimizasyonu:

Sondaj programının, projenin toplam ekonomik değerini (örneğin, Net Bugünkü Değer-NBD) maksimize edecek şekilde tasarlanması bu hedefin özüdür. Bu, en yüksek getiriye sağlayacak alanlara öncelik verilerek yapılır. En kalın, en yüksek tenörlü ve çıkarılması ile işlenmesi en kolay yatak bölümlerine odaklanmak, programın ekonomik etkinliğini artırır. Bu strateji, sınırlı sondaj bütçesiyle maksimum ekonomik kazanç elde etmeyi hedefler.

### 2. Belirsizliğin minimizasyonu:

Sondaj programının, maden kaynağına ilişkin belirsizlikler (mineralizasyonun yayılımı, kalitesi ve miktarı vb.) kabul edilebilir bir düzeye indirecek şekilde minimize edilmelidir.

Bu, maden kaynak modellemelerinde daha doğru tahminler elde etmeyi sağlar. Daha az belirsizlik ve daha güvenilir bir tahmin sağlar. Ancak, belirsizliği azaltmak için gerekli sondaj yoğunluğunu artırma nedeniyle tahmin maliyeti de artar. Bu nedenle, kabul edilebilir bir belirsizlik seviyesinin tespit edilmesi önemlidir.

### 3. Maliyetlerin minimizasyonu:

Sondaj programı, proje maliyetlerini en aza indirecek şekilde tasarlanmalıdır. Maliyet etkinliğini sağlamak için sondajlar, en az sayıda kuyu ile en fazla bilgi elde edilebilecek şekilde planlanmalıdır. Bu, optimum sondaj aralıkları ve konumlarının belirlenmesi anlamına gelir. Gereksiz sondajlardan kaçınarak, sınırlı kaynakların verimli kullanılması ve projenin finansal sürdürülebilirliği sağlanır.

Belirsizliğin ve maliyetin eşzamanlı olarak minimize edilmesi genellikle çatışan iki amaçtır. Daha fazla sondaj, belirsizliği azaltabilir ancak maliyetleri artırır. Tam tersi şekilde, sondaj sayısını azaltarak maliyetler düşürülebilir, fakat bu durumda belirsizlik artar. Bu çatışma, optimizasyon sürecinin temel zorluklarından biridir. Tahmin belirsizliği ve maliyetler arasında en uygun dengenin (maliyet - fayda dengesi) kurulması, sondaj programının başarısının anahtarıdır.

Bu tip çok amaçlı optimizasyon problemlerinde, amaca tam uygun olan tek bir çözüm bulunması zordur. Bu nedenle, ödünleşim çözümleri üretilir. Ödünleşim çözümleri belirsizlik ve maliyet gibi çatışan amaçları dengede tutan ve her iki amacın da makul seviyelerde karşılandığı çözümlerdir. Bu yaklaşım, dengeli optimizasyon olarak bilinir ve çatışan hedefler arasında en iyi ortak faydaya ulaşmayı sağlar.

Sonuç olarak, maden kaynak belirleme sondaj programlarının optimizasyonu, örnekleme maliyeti ile tahmin belirsizliği arasındaki dengeyi bulmayı amaçlar. Bu optimizasyon, mekânsal örnekleme teknikleri kullanılarak gerçekleştirilir ve jeolojik heterojenliği göz önünde bulundurur.

### Kısıtlar

Optimizasyon problemi belirli kısıtlar altında çözülür. Kısıtlar şunlar olabilir:

- **Bütçe:** Sondaj programlarının maliyeti, en önemli kısıtlamalardan biridir. Bütçe kısıtlamaları, yapılabilecek sondaj sayısını ve kullanılacak teknikleri sınırlayabilir.
- **Zaman:** Sondaj programlarının tamamlanması için belirli bir zaman sınırı olabilir. Proje zaman çizelgeleri, sondajların

ve analizlerin ne kadar sürede tamamlanması gerektiğini belirler.

- **Çevresel ve Güvenlik Düzenlemeleri:** Çevre koruma yasaları ve güvenlik düzenlemeleri, sondajların yapılabileceği yerleri ve yöntemleri kısıtlayabilir. Örnekleme faaliyetleri, çevreye en az zararı verecek şekilde planlanmalı ve yasal düzenlemelere uygun şekilde gerçekleştirilmelidir. Ayrıca, güvenlik önlemleri, saha çalışanlarının sağlığını ve güvenliğini korumalıdır.
- **Erişim ve Lojistik:** Bazı alanlara erişim zor olabilir veya lojistik zorluklar bulunabilir. Bu durum, sondaj ekipmanlarının ve personelin sahaya ulaşımını etkileyebilir. Ulaşım ve lojistik kısıtlamalar, programın süresi ve maliyeti üzerinde doğrudan etkilidir.

### OPTİMİZASYON YÖNTEMLERİ

Geçen yüzyılın ikinci yarısından beri, ek sondaj kuyularının en uygun şekilde konumlandırılması (optimizasyonu) için birçok yöntem geliştirilmiştir. Bunları şu ana başlıklar altında toplamak mümkündür:

- **Geometrik yaklaşım:** Bu yaklaşım çakışan etki alanlarının minimizasyonuna dayanır. Jeolojik süreklilik ve tenör sürekliliğine güven derecesi, sondaj kuyuları arasındaki mesafeler ya da veri yoğunluğu ile ilişkilendirilir. Amaç, sondaj kuyularının konumlarını, örtüşmelerini minimize edecek şekilde belirleyerek en etkin kapsama alanını sağlamaktır.
- **Jeoistatistiksel yaklaşım:** Bu yaklaşım, tenör sürekliliğine güven derecesini tahmin varyansı veya koşullu benzetim gibi jeoistatistiksel parametrelerle ilişkilendirir. Belirsizliğin, özellikle kriging varyansının, belirli bir eşik değerin altına düşürülmesi



amaçlarıdır. Jeostatistiksel modeller, sondaj verilerinin mekânsal dağılımını daha hassas tahmin etmek için kullanılır.

- **Bilginin Değerinin Maksimizasyonu:** Bu yöntem, fayda/maliyet oranını maksimize etmeye çalışır. Ek sondajların, projenin genel ekonomik değerine katkısını değerlendirir ve en uygun sondaj aralıklarını bulmaya çalışır. Amaç, sondajdan elde edilen bilginin ekonomik değerini, maliyetle karşılaştırarak optimize etmektir.
- **Yanlış Sınıflandırma Maliyetinin Minimizasyonu:** Bu yaklaşım, cevherli ve cevhersiz bölgeleri doğru sınıflandırarak yanlış pozitif (cevhersiz bölgenin cevherli olarak sınıflandırılması) veya yanlış negatif (cevherli bölgenin cevhersiz olarak sınıflandırılması) hatalarını minimize etmeye odaklanır. Yanlış sınıflandırma maliyetleri, maden işletmesinin verimliliği ve ekonomik kazançları üzerinde doğrudan etki eder.

## Geometrik Yaklaşım

Bu yaklaşımda amaç, mümkün olan en düşük maliyetle tenör ve maden kaynak/rezerv tahmin belirsizliğini kabul edilebilir sınırlar içinde tutmaktır. Bunun için iki şartın sağlanması gerekir:

- Tam kapsama:** Belirli bir sınıfta (kesinlik/belirsizlik düzeyinde) maden kaynak/rezerv tahmini yapabilmek için örneklenen toplam alanın sondaj etki alanları tarafından tamamen kapsanması gereklidir. Bu etki alanlarının bir miktar çakışmasını zorunlu kılar. İki sondaj arasındaki mesafe ( $d$ ) dairelerin yarıçaplarının ( $r$ ) iki katından küçük olduğunda ( $d < 2r$ ), daireler kesişir ve tam kapsama sağlanır.

- Kesişim alanını minimize etme:** Sondaj sayısını (maliyeti) düşürmek için bu kesişim alanını minimumda tutmak gerekir. Fazla kesişim, ek bilgi sağlamadan maliyetlerin artmasına neden olabilir. Bu nedenle, optimum sondaj aralığı bulunarak kesişim alanı minimize edilmeli ve toplam maliyet düşürülmelidir.

Yani optimizasyon problemi, geometrik olarak kapsamayı maksimize ederken kesişimi minimize etme problemine dönüştürülmüş olur.

## Kesişim Alanının Hesaplanması

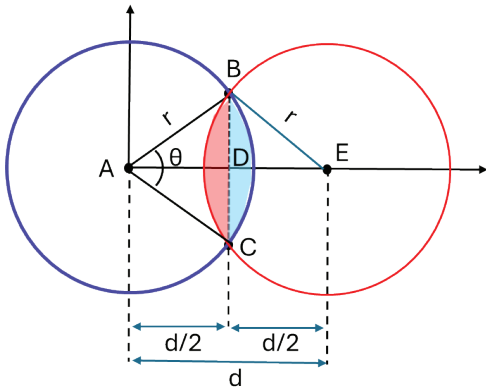
Üst üste binen ya da örtüşen aynı yarıçapa ( $r$ ) sahip iki dairenin kesişim alanının büyüklüğü, bu dairesel etki alanlarının  $r$  yarıçapına ve merkezleri arasındaki mesafeye ( $d$ ) bağlıdır. İki dairenin kesişmesi için  $d$  değerinin yarıçapların toplamından küçük, yarıçaplarının farkından büyük olması gerekir. Yani  $0 \leq d \leq 2r$  olmalıdır.

$d < 2r$  olduğunda kesişim bölgesinin yarı parçasının alanı (mavi boyalı alan), “ABC” daire diliminin alanından ( $A_1$ ) ABC üçgeninin alanının ( $A_2$ ) çıkarılması ile bulunur (Şekil 4). Yani  $A = 2 \times (A_1 - A_2)$ ’dir. Optimizasyon problemi, bu alanı minimize edecek  $d$  değerinin bulunması olarak ifade edilebilir. Başka bir deyişle, sondaj kuyuları arasındaki mesafeyi optimize ederek, minimum kesişimle maksimum kapsama alanı elde edilmesi hedeflenir.

Burada formüllerin çıkarılışına girmeden (bu konuda Özkan, 2023, sayfa 195’e bakılabilir) daire dilimi (eşitlik 5), üçgen alanı (eşitlik 6) kullanılarak eşitlik (7) de verilen kesişim alanı ifade edilebilir.

- Daire diliminin alanı:  $A_1 =$

$$\pi r^2 \times \frac{2 \cdot \text{Cos}^{-1}(d/2r)}{360} = \frac{\pi r^2 \text{Cos}^{-1}(d/2r)}{180} \quad (5)$$



Şekil 4. “r” yarıçaplı iki dairenin kesişim alanı. Açısı  $2\alpha$  olan daire dilimi ile üçgenin alanlarının farkının iki katı alınarak hesaplanabilir (Özkan, 2023).

Figure 4. Intersection area of two circles with radius “r”. This can be calculated by taking twice the difference of areas of the circle segment with angle  $2\alpha$  and of the triangle (Özkan, 2023).

• Üçgenin alanı:  $A_2 = \frac{d}{2} \times \sqrt{r^2 - \left(\frac{d}{2}\right)^2}$  (6)

• Kesişim alanı:  $A = 2 \times (A_1 - A_2) = \frac{\pi r^2 \cos^{-1}\left(\frac{d}{2r}\right)}{180} - \left[\frac{d}{2} \times \sqrt{r^2 - \left(\frac{d}{2}\right)^2}\right]$  (7)

Bu formül, iki dairenin kesişim alanını etki yarıçapı (r) ve merkezler arası mesafe (d) cinsinden verir. Minimize edilecek amaç fonksiyonu budur. Burada etki yarıçapı r sabit bir sayıdır (tasarım parametresi).

### Kesişim Alanının Minimize Eden Sondajlar Arası Mesafenin Hesaplanması

Sondaj etki alanlarının kesişim alanını veren fonksiyonu minimum yapan d değerini bulmak için bu fonksiyonun birinci türevini alıp, bu türevi sıfıra eşitleyen d değerini (eşitlik 8) bulmak gerekir:

$$\frac{d}{dd} \frac{\pi r^2 \cos^{-1}\left(\frac{d}{2r}\right)}{180} - \left[\frac{d}{2} \times \sqrt{r^2 - \left(\frac{d}{2}\right)^2}\right] = 0 \quad (8)$$

Oldukça karışık olan ayrıntılarına girilmeden belirtmek gerekirse, bu amaç fonksiyonunun birinci türevini sıfıra eşitleyen (ya da amaç fonksiyonunu minimize eden) d değeri  $d = \sqrt{3}r$  bulunur.

Bu sonuca göre, kesişim alanını minimize etmek için d yaklaşık olarak r etki yarıçapının  $\sqrt{3}$  katı olmalıdır. Bu, en küçük örtüşme alanıyla en büyük kaplama alanını sağlayan sondajlar arası mesafedir. Örneğin, etki mesafesi  $r=100$  m olan bir mineralizasyonu en az kesişim alanıyla tam kapsama için sondajlar arasındaki optimum mesafe  $\sqrt{3} r = \sqrt{3} \times 100 \text{ m} \approx 173,2\text{m}$  olmalıdır.

Bu mesafe, hem boş alanları en aza indirir hem de üst üste binmeyi en aza indirir.

### Jeoistatistiksel Yaklaşım

Sondaj Kuyusu Aralığı Analizi (Drill Hole Spacing Analysis: DHSA) diye bilinen ve en uygun sondaj aralığını belirlemek için kullanılan jeostatistiksel yöntemler, belirli bir amaç fonksiyonunu maksimize veya minimize etme amacıyla matematiksel olarak formüle edilmiş olmadığı için doğrudan bir optimizasyon yöntemi olarak tanımlanmazlar. Bununla birlikte belirli aralıkların belirsizlik üzerindeki etkisini analiz etmeyi sağlayarak, ek sondaj ve örnekleme yapılması ihtiyacı olan yerleri belirlemede kullanılabilirlerinden dolayı optimizasyon süreçlerine destek aracı olarak işlev görür.

DHSA hem kriging varyansına hem de jeostatistiksel benzetimlere dayalı analizleri içerebilen bir yöntemdir. Kriging varyansına dayanan yöntemde, belirli bir kriging varyansını sağlayacak şekilde sondaj aralıkları belirlenir. Koşullu benzetime dayanan yöntem, sondaj aralıklarını belirlemek için tenörlerin veya

jeolojik parametrelerin mekânsal değişkenliğini daha ayrıntılı bir şekilde modellemeye odaklanır. Kriging varyansı ve koşullu benzetim tekniklerinin uygunluğu, projenin jeolojik karmaşıklığına ve veri yoğunluğuna bağlı olarak değişebilir. Bu iki yöntem birlikte kullanılarak en uygun sondaj aralığı belirlenebilir.

### Ek Sondaj Yerlerinin Kriging Varyansına Dayalı Belirlenmesi

Bu yöntem, belirli bir sondaj aralığında kriging varyansını hesaplayarak, bu varyansı kabul edilebilir bir hata seviyesine düşürene kadar sondaj aralığını optimize etmeye dayanır. Burada amaç, tahmin belirsizliğini minimumda tutacak ancak ekonomik açıdan da makul olacak bir aralık bulmaktır.

Kriging varyansı (eşitlik 9), her bir noktadaki tahminin belirsizliğini, yani tahmin edilen değerlerin gerçek değerlerden sapma olasılığını ifade eder. Düşük bir kriging varyansı, tahminin daha güvenilir olduğunu belirtirken, yüksek bir kriging varyansı ise tahminin daha düşük bir kesinlikle, yani yüksek bir belirsizlikle yapıldığını ifade eder

Kriging varyansının formülü şu şekildedir:

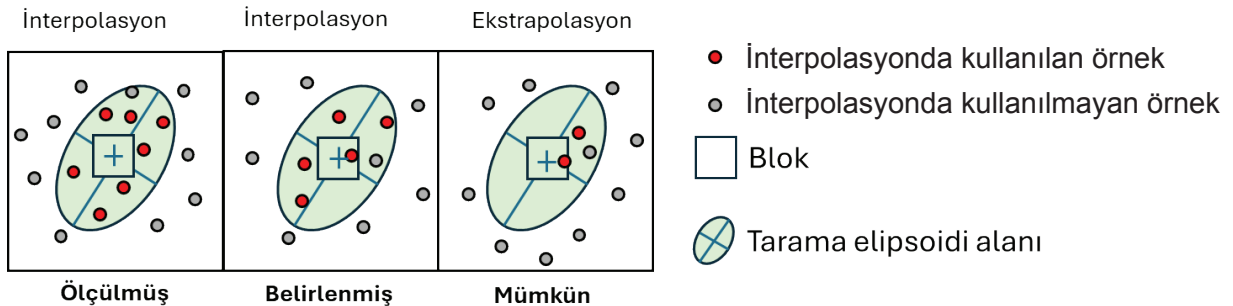
$$\sigma_k^2 = C(0) - \lambda^T C \quad (9)$$

Burada;

- $C(0)$ : Aralarında sıfır mesafe bulunan noktalar için varyansı temsil eder.
- $\lambda$ : Kriging ağırlıkları vektörüdür.
- $C$ : Veriler arasındaki kovaryans matrisidir.

Kriging varyansı, sondaj noktaları arasındaki mesafeye (veri yoğunluğuna) ve mekânsal korelasyonuna bağlı olarak değişir (Bertoli vd., 2013). Daha açık bir anlatımla kriging varyansı, veri noktalarının mekânsal dağılımı, sayısı ve tahmin edilen konuma (blok merkezine) olan uzaklıkları ile doğrudan ilişkilidir (Şekil 5). Veri noktası sayısı arttıkça, genellikle kriging varyansı düşer, çünkü daha fazla bilgi, tahmin belirsizliğini azaltır. Ancak, belirli bir noktadan sonra veri sayısındaki artış, kriging varyansında önemli bir iyileşme sağlamayabilir. Bu durum, veri yoğunluğunun zaten yeterli olduğu ve ek veri noktalarının belirsizliği belirgin şekilde azaltmadığı durumlarda geçerlidir.

Veri noktalarının tahmin edilen noktaya (blok merkezine) olan uzaklığı arttıkça, kriging varyansı artar. Bunun nedeni, krigingin yakın veri noktalarına daha fazla ağırlık vermesidir. Bu nedenle yakın noktalar, tahmin edilen değerlerin belirlenmesinde daha etkili olur. Uzak veri noktaları ise tahmin edilen noktaya daha az katkıda bulunur, bu da belirsizliği artırarak kriging varyansının yükselmesine neden olur.



Şekil 5. İnterpolasyonda kullanılan örneklerin konfigürasyonu ve belirsizlik arasındaki ilişki.

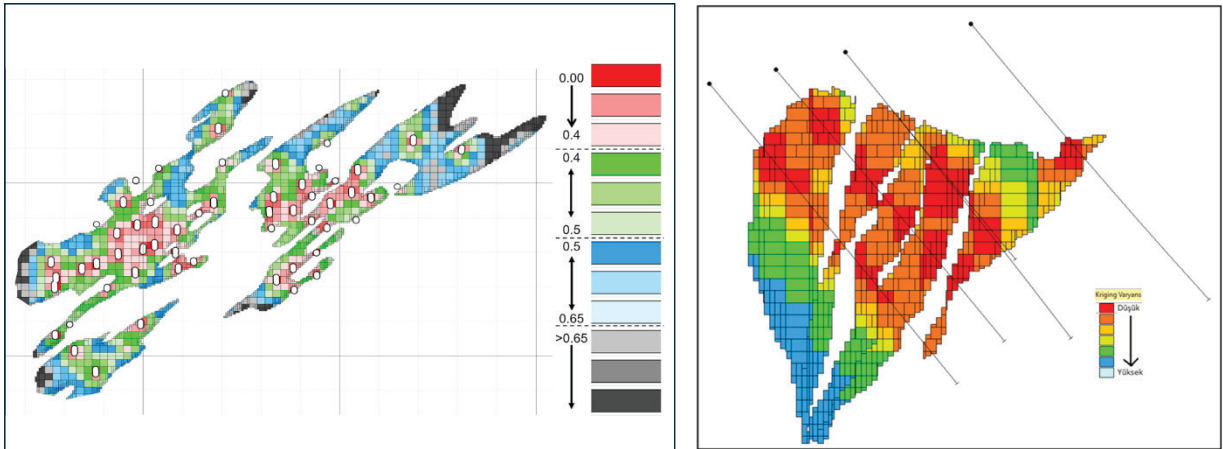
Figure 5. Relationship between the configuration of samples used in interpolation and uncertainty.

Kriging varyansı, veri noktalarının sayısı ve uzaklıklarının yanı sıra, verilerin mekânsal korelasyon yapısına da bağlıdır. Bu korelasyon yapısı, variogram aracılığıyla modellenir ve kriging ağırlıklarının belirlenmesinde önemli bir rol oynar. Veri noktaları tahmin edilen noktaya yakın olsa bile, variogramda belirtilen mesafe aralığında bir korelasyon yoksa, bu veri noktalarının tahmin üzerindeki etkisi sınırlı olur ve kriging varyansı yüksek kalabilir. Açıklandığı gibi, kriging varyansı yalnızca veri noktalarının konumlarına bağlı olup verilerin (örneğin tenör değerlerinin) kriging varyansı üzerinde doğrudan bir etkisi yoktur. Bu nedenle, tahmin belirsizliğini en fazla azaltacak ek örnekleme veya sondaj noktalarının yerleri, sondajlar gerçekleştirilmeden önce, yalnızca konumlarına dayanarak kriging varyansı üzerindeki etkilerine bakarak belirlenebilir. Bu, süreci deneme-yanılma yönteminden çıkararak, kabul edilebilir bir kriging varyansı elde etmek için gereken sondaj aralığını önceden belirlemeye olanak tanır ve gereksiz sondaj maliyetlerinden kaçınmak açısından büyük önem taşır.

Belirli bir kriging varyansını sağlayacak şekilde sondaj aralıklarını belirlemek için ilk olarak mevcut sondaj verilerini kullanarak her bir blok için kriging varyansı hesaplanır ve kriging varyansı haritası (kat planları) çıkarılır (Şekil 6). Bu harita, mevcut sondajlara dayanarak yapılan tahminde hangi bölgelerde belirsizliğin yüksek olduğunu gösterir. Kriging varyansının yüksek olduğu bölgeler ek sondajla daha fazla veri toplanması gereken yerler (hedef bölgeler) olarak belirlenir.

#### a) Kriging Varyansı Esiklerinin Belirlenmesi

Kriging varyansı ile tahmin güvenirliliği arasında genel kabul gören bir ilişki bulunmasına rağmen, geleneksel olarak Ölçülmüş (Measured), Belirlenmiş (Indicated) ve Mümkün (Inferred) diye üç kategoride değerlendirilen Maden Kaynakları için doğrudan kriging varyansına dayalı standart eşik değerler koymak, uygulamada yaygın değildir.



Şekil 6. Kriging varyansı haritası (sol) ve kriging varyansına göre renklendirilmiş blok model kesiti (sağ) (örnekler, DAMA Mühendislik A.Ş.'nin iki projesinden alınmıştır).

Figure 6. Kriging variance map (left) and a block model section coloured by kriging variance (right) (examples from two projects by DAMA Mühendislik A.Ş.).

Bunun yerine, maden kaynak sınıflandırması yapılırken kriging varyansı, jeolojik bilgi seviyesi, veri yoğunluğu ve sondaj aralığı gibi diğer faktörlerle birlikte değerlendirilir. Yani kriging varyansı, sınıflandırma için karar alınmasında kullanılan önemli bir ölçüttür, fakat tek ölçüt değildir. Araştırmacılar Ölçülmüş, Belirlenmiş ve Mümkün\* Maden Kaynakları için doğrudan eşik değerler önerme yerine, varyansın güvenilirlik analizlerinde nasıl kullanılacağını ve bu analize dayalı olarak kararların nasıl alınması gerektiğini tartışmışlardır. Örneğin, David (1977), "Geostatistical Ore Reserve Estimation" adlı kitabında, kriging varyansı ve belirsizliğin rezerv tahminindeki rolü üzerine kapsamlı analizler yapmıştır. David'in çalışmaları, kriging varyansı ve tahmin hatalarının maden kaynak güvenilirlik sınıflandırmalarına olan etkilerini inceleyen temel eserlerden biridir. Journel ve Huijbregts'in (1978) "Mining Geostatistics" adlı kitabı, bu alanda önemli bir kaynak olup, ek sondaj yerlerinin kriging varyansına dayalı optimizasyonuna dair temel bilgiler sunar.

\* *UMREK Kodu'na uyum sağlamak için İngilizce "Inferred Mineral Resource" denen maden kaynakları için "Mümkün Maden Kaynakları" terimi kullanılmıştır. Ancak bu terim maden kaynağı kavramının CRIRSCO tanımına aykırıdır. Söz konusu tanıma göre, bir mineralize malzemeye maden kaynağı denilebilmesi için jeolojik belirlilik şartını ve nihai ekonomik çıkarımı yönünde makul beklenti şartını karşılaması gereklidir. TDK sözlüğüne göre "gizli kalmış, henüz varlığı ortaya çıkmamış olan, gelecekte oluşması veya gelişmesi mümkün olan" anlamına gelen potansiyel veya mümkün sıfatının maden kaynakları için kullanılmasının yanlış olacağı düşünülmektedir.*

David, M. (1977), Journel ve Huijbregts (1978), Diehl ve David (1982), Rivoirard

(1994), Dohm vd., (1995), Rossi ve Deutsch, (2014), kriging varyansına dayalı olarak belirsizliklerin nasıl değerlendirileceğini, güven aralıklarının belirlenebileceğini ve bu aralıkların kullanımıyla maden kaynak sınıflandırmasının nasıl yapılabileceğini tartışmışlardır. Deutsch ve Journel (1997), benzetim ve varyans analizi yoluyla maden kaynak tahminlerinin güvenilirliğini değerlendirmek için yöntemler sunmuşlardır. Chilès ve Delfiner (1999), sondaj noktalarının optimizasyonu için kriging varyansının nasıl kullanılabileceğini etraflıca ele almıştır. Clark (1979) ve Clark ve Harper (2000), jeostatistiksel yöntemlerin uygulamalarına yönelik pratik yaklaşımlar geliştirmiştir. Ek sondaj yerlerinin belirlenmesinde kullanılan bazı temel yöntemlerin anlaşılması için değerli kaynaklar sunmuştur.

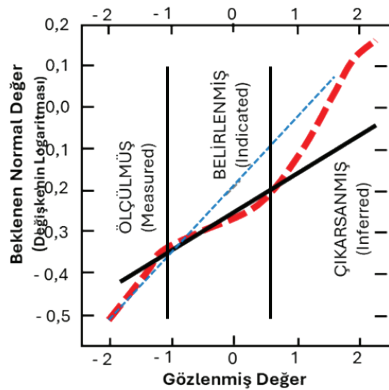
JORC (Joint Ore Reserves Committee), UMREK, NI43-101 Kılavuzları ve CRIRSCO (Committee for Mineral Reserves International Reporting Standards) gibi maden kaynaklarının sınıflandırılması için yaygın olarak kabul edilen uluslararası standartlara göre de Ölçülmüş, Belirlenmiş ve Mümkün maden kaynakları şeklinde sınıflandırmaların yapılmasında kriging varyansı gibi jeostatistiksel ölçütler kullanılabilir. Ancak bu kılavuzlar da doğrudan kriging varyansı eşikleri önermek yerine, genel olarak jeolojik belirsizlik ve veri yoğunluğuna dayalı kararlar alınmasını öngörür.

Kriging varyansı eşiklerinin standart hale getirilememesinin başlıca nedenleri arasında, sahaya özgü jeolojik koşulların farklılık göstermesi ve variogramın sahadan sahaya değişmesi gösterilebilir. Bir sahada kullanılan kriging varyansı eşikleri, o bölgenin jeolojik yapısına, mineralizasyonun homojenliğine ve sondaj yoğunluğuna bağlı olarak farklılık gösterebilir. Ayrıca, ekonomik değerlendirmeler

de eşik belirlemede önemlidir. Örneğin, sondaj maliyetlerinin yüksek olduğu bir sahada, daha yüksek bir varyans kabul edilebilirken, düşük maliyetli alanlarda daha sıkı eşikler kullanılabilir.

Sahaya ya da projeye özgü eşik olarak kullanılacak kriging varyansı değerleri, genellikle varyans dağılımlarının analiz edilmesi yoluyla belirlenir ve bu eşikler tahmin edilen maden kaynaklarının belirsizliğinin kabul edilebilir sınırlarını belirlemeye yardımcı olur. Böylece maden kaynak tahmininde daha doğru ve güvenilir kararlar alınabilir.

Sahaya ya da projeye özgü kriging varyansı eşik değerlerini belirlemek için ilk adım, projede elde edilen kriging varyansı değerlerinin olasılık yoğunluk fonksiyonunu oluşturmak (Şekil 7). Bu dağılımın istatistiksel özellikleri (ortalama ve standart sapması), varyansların nasıl dağıldığını (normal, lognormal) anlamak açısından önemlidir. Olasılık yoğunluk fonksiyonunun yüzdelik dilimleri kullanarak, Ölçülmüş, Belirlenmiş ve Mümkün kategorileri için uygun eşik değerleri seçilebilir.



Şekil 7. Olasılık yoğunluk fonksiyonundan farklı kategoride maden kaynaklar için kriging varyansı eşiklerini belirlenmesi.

Figure 7. Determination of kriging variance thresholds for different categories of resources from the probability density function.

Farklı kategoride maden kaynakları için kriging varyansı eşiklerinin belirlenmesinde olasılık yoğunluk fonksiyonunun farklı dilimleri kullanılabilir. Örneğin, Ölçülmüş Maden Kaynakları için varyansın alt %10'luk (veya %25'lik) dilimi kullanılabilirken, Belirlenmiş Maden Kaynakları için orta %40 (veya %50'lik) ve Mümkün Maden Kaynakları için üst % 20'lik (veya %25'lik) dilimler kullanılarak, her bir maden kaynak sınıfı için kabul edilebilir eşik seviyeleri oluşturulabilir. Örneğin bir projede blok kriging varyanslarının ortalaması 0,10, standart sapması 0,29 ise, Kriging varyanslarının normal dağıldığı varsayıldığında, çeyrek dilimler için sınır değerler şu şekildedir:

- Alt %25 Dilimi: Ortalama - 0.6745 \* Standart Sapma= 0,10 - 0.6745 \* 0,29 = - 0,10
- Üst %25 Dilimi: Ortalama + 0.6745 \* Standart Sapma= 0,10 + 0.6745 \* 0,29 = 0,32

Burada - 0.6745 ve + 0.6745 bir veri setindeki alt %25'lik veya üst %25'lik dilime karşılık gelen z-skorudur. 0.6745 z-skorunu kullanarak, bir normal dağılımdaki %25 ve %75 dilimlerini bulmak için ortalamadan 0.6745 kat standart sapma çıkararak veya ekleyerek sınır değerleri belirlenebilir. Buna göre;

- Varyans değeri alt %25 dilimde olan (Varyans < - 0,10) bloklar Ölçülmüş Kaynak,
- Varyans değeri %25-%75 diliminde olan (- 0,10 ≤ Varyans ≤ 0,32) bloklar Belirlenmiş Kaynak,
- Varyans değeri üst %25 dilimde olan (Varyans > 0,32) bloklar) Mümkün Kaynak olarak sınıflandırılır.

#### b) Benzer Projelerden Uyarılma ve İyileştirme

Kriging varyansı olasılık yoğunluk fonksiyonunun kullanımı, proje özelinde esnek

ve veriye dayalı bir sınıflandırma stratejisi sağlar. Ayrıca,

- Benzer projelerle kıyaslama yaparak ve / veya
- Regresyon eğimi ve koşullu varyans gibi diğer jeostatistiksel göstergeleri de değerlendirilerek ve / veya
- Kriging varyansı yanında jeolojik (kalınlık varyasyonu, jeolojik güven, örnekleme yoğunluğu ve örnekleme dağılımı) ve başka faktörleri de (projelerin risk toleransı farklılıkları, ticari şartlar) göz önüne alarak proje için olasılık yoğunluk fonksiyonu analiziyle belirlenen eşiklerin makul olup olmadığı test edilebilir.

Gerekirse, projenin özelliklerine uygun uyarlamalar yapılabilir. Örneğin, önceki bir projede “Ölçülmüş” maden kaynakları için varyans eşiği 0,08 olarak belirlenmişse ve bu eşiğin projeye iyi uyduğu biliniyorsa, bu proje için de  $\sigma^2 = 0,07$  yerine 0,08 kullanılabilir.

### **Benzetim Temelli Sondaj Aralık Analizi**

Jeostatistiksel benzetim temelli sondaj aralık analizi (DHSA), benzetim (simülasyon) yöntemleri kullanarak optimal sondaj aralıklarını analiz eder ve belirsizliğin azaltılmasını hedefler. Bu yöntemde, çeşitli sondaj aralıkları ve düzenleri için çok sayıda benzetim gerçekleştirilir ve farklı aralıkların tahmin doğruluğuna etkisi analiz edilir. Jeostatistiksel benzetimler, cevher yataklarının mekânsal değişkenliğini simüle ederek sondaj aralığının belirli özelliklere sahip bir cevher gövdesine etkisini test etmek için kullanılır. Bu, farklı sondaj aralıkları ve düzenleri altındaki potansiyel belirsizliklerin karşılaştırılmasına olanak tanır.

Belirli bir tahminin belirsizlik seviyesini analitik (deterministik) olarak değerlendiren

kriging varyansından farklı olarak benzetim temelli DHSA bir alandaki olası mineral dağılımlarının çeşitli gerçekleştirmelerini simüle ederek sondaj aralıklarının etkisini değerlendirir ve belirsizliğin nasıl değiştiğini analiz eder. Bu yaklaşım, mevcut sondaj verilerinden yola çıkarak koşullu benzetim teknikleriyle mevcut verilerle uyumlu olacak şekilde tahmin edilen değerlerin mekânsal dağılımlarını çeşitli olasılıklara dayalı olarak ele alarak daha kapsamlı bir belirsizlik analizi sağlar. Özellikle belirsizliğin yüksek olduğu ve tahminlerin doğruluğunun büyük önem taşıdığı durumlarda bu yöntem daha uygun olabilir.

DHSA'nın geliştirilmesi ve uygulanması konusunda birçok araştırmacı önemli katkılarda bulunmuştur. Bunlardan Clayton V. Deutsch, jeostatistik, özellikle rezerv modelleme ve benzetim konularında önemli bir otoritedir. 2002 yılında yayınladığı “Geostatistical Reservoir Modeling” kitabı, kriging varyansına dayalı yaklaşımlar, benzetim teknikleri ve sondaj aralığı analizleri konusunda sıkça referans gösterilir.

Journel, DHSA gibi benzetim tabanlı yöntemlerin teorik temellerine önemli katkılarda bulunmuş bir jeostatistikçidir. Özellikle “Indicator Kriging” ve “Sequential Gaussian Simulation” gibi tekniklerin geliştirilmesinde rol oynamıştır. Ek sondaj yerlerinin planlanmasında kullanılan olasılıksal modellerin ve benzetim yöntemlerinin temelinin atmıştır. Journel, Huijbregts ile birlikte jeostatistiksel benzetim yöntemlerini kullanarak sondaj aralıklarının analizi ve optimal sondaj noktalarının belirlenmesine yönelik teorik çerçeveler sunan “Mining Geostatistics” adlı klasik kitabın yazarıdır (Journel ve Huijbregts, 1978).

Peter Dowd, sondaj programlarının optimizasyonu konularında çalışmalar yapmıştır (Dowd,1997; Armstrong ve Dowd, 1994).

Özellikle sondaj verilerinin analiz edilmesi ve bu verilere dayalı rezerv tahminleri üzerine önemli araştırmaları bulunmaktadır. M. Armstrong ile birlikte editörlüğünü yaptığı “Geostatistical Simulations” (Armstrong ve Dowd, 1994) çok atıf almaktadır.

Dimitrakopoulos, özellikle maden arama ve modelleme çalışmalarında benzetim tabanlı analizlerin kullanımına yönelik uygulamalı çalışmalar yapmıştır (Boucher vd., 2005).

### **Benzetim Temelli DHSA Adımları**

Benzetim temelli DHSA genellikle şu adımlardan oluşur:

- 1) Veri Toplama ve Hazırlık: Mevcut sondaj verileri kullanılarak bir temel veri seti hazırlanır. Bu veri seti, sahada belirli (söz gelişi 50 m) aralıklarla yapılmış sondajlardan elde edilen metal tenörü değerlerini, jeolojik süreksizlikleri, mineralleşme yapısını ve variogram analizleri için gerekli parametreleri içerir.
- 2) Mevcut Verilerle Model Oluşturma: Mevcut sondaj verileri ve variogram modeli kullanılarak, Sequential Gaussian Simulation (SGS), indikatör kriging, co-kriging ve stochastic simulation gibi bir benzetim yöntemi ile bölgedeki olası tenör dağılımları modellenir. Bu aşamada, mevcut verilerle uyumlu (koşullu) olacak şekilde, sahadaki olası mineral dağılımlarının çoklu gerçekleştirmeleri (benzetimleri) oluşturulur. Örneğin, her bir benzetim sahadaki olası tenör dağılımını farklı bir senaryo olarak yansıtır.
- 3) Farklı Sondaj Aralıklarının Benzetimi (simülasyonu): Mevcut sondaj aralığı (örneğin, 50 m) için elde edilen benzetimlerin ardından, daha geniş

(örneğin, 100 m) ve daha dar (örneğin, 25 m) sondaj aralıklarının nasıl sonuçlar vereceğini değerlendirmek amacıyla benzetimler yapılır. Bu benzetimler, sahada ek sondajlar yapıldığında tenör dağılımının nasıl değişeceğini ve belirsizliklerin ne ölçüde azalacağını analiz eder. Örneğin, 100 m aralıklarla yapılan sondajların belirsizliği artırdığı, 25 m aralıklarla yapılan sondajların ise belirsizliği önemli ölçüde azalttığı gözlemlenebilir.

- 4) Belirsizlik Analizi ve Sonuçların Karşılaştırılması: Farklı aralıklarla gerçekleştirilen bu benzetimlerin sonuçları analiz edilerek her bir sondaj aralığının belirsizlik üzerindeki etkisi karşılaştırılır. Örneğin, 25 m aralıklarla yapılan sondajlarla oluşturulan modelde, tenör tahminlerindeki kriging varyansının belirli bölgelerde kabul edilebilir düzeye (örneğin, 0.2) düştüğü ve bu bölgelerin "Ölçülmüş" sınıfına dahil edilebileceği belirlenir. Diğer yandan, 100 m aralıklarla yapılan benzetimlerde kriging varyansının yüksek olduğu ve bu bölgelerin daha belirsiz bir “Mümkün” sınıfa dahil edilmesi gerektiği anlaşılır.
- 5) Ekonomik Değerlendirme ve Planlama: Bu analizlerle, daha fazla güvenilirlik sağlayacak ek sondajların nerelerde yapılması gerektiği ve bu sondajların ekonomik olarak uygun olup olmadığı değerlendirilir. Daha dar sondaj aralıkları belirsizlikleri düşürebilir ancak maliyeti artırabilir. Dolayısıyla bu aşama, uygun maliyet ile kabul edilebilir doğruluk arasında bir denge kurmayı amaçlar.

### **Tahmin Güvenirlik Seviyeleri İçin Eşikler**

Benzetim temelli analizlerde, belirli bir alandaki tahminlerin ne kadar güvenilir olduğunu



değerlendirmek için benzetim yapılan (simüle edilen) değerlerin istatistiksel dağılımları incelenir ve güven aralıkları belirlemeye odaklanılır.

Koppe vd. (2017), Usero vd. (2019) ve Drumond vd. (2019) gibi araştırmacılar, bu değerlendirmelerde Q95 ve Q5 gibi istatistiksel ölçütleri, referans noktası olarak kullanılmasını önermişlerdir. Q95, benzetimlerin %95'inin altında kalan bir değeri temsil eder ve tahminlerin üst sınırını belirlemek için kullanılır. Yani, tahmin edilen değerlerin %95'i bu değer altında kalır. Aynı şekilde, Q5, benzetim sonuçlarının en düşük %5'lik kısmını temsil eder ve tahminlerin alt sınırını gösterir. Örneğin, tahmin edilen varyans Q95'in üzerindeyse, bu alanın tahmininin güvenilirliğinin düşük olduğu düşünülebilir ve ek sondaj veya veri toplanması gerekebilir.

### Ek Bilgi Değerinin Maksimizasyonu

Ek sondaj yerlerinin belirlenmesinde bilginin değeri yaklaşımı, karar verme sürecinde yeni bilgi edinmenin ekonomik değerini hesaplamak için kullanılan bir yöntemdir. Ek sondajlardan sağlanacak verilerin, mevcut maden kaynak tahminlerinin doğruluğunu artırarak belirsizliği azaltması beklenir. Sondaj maliyetleri ile bu belirsizliğin azalmasından elde edilecek ekonomik fayda karşılaştırılarak, en uygun sondaj aralıkları belirlenir. Bu yaklaşım, özellikle sondaj programlarının optimizasyonunda, ek bilgi sağlayan sondajların potansiyel getirilerini maliyeti ile karşılaştırmak için kullanılır (Deutsch, 2022; Harding ve Deutsch, 2022). Bu şekilde fayda/maliyet oranının değerlendirilmesi üzerine kurulu olduğu için, bir "Fayda/Maliyet" analizi olarak da tanımlanabilir. Bilginin Değeri, genellikle belirsizliğin azaltılmasının potansiyel ekonomik faydalarını ve sondaj maliyetlerini dikkate alarak sondaj aralıklarının optimizasyonuna yardımcı olur.

Dimitrakopoulos (2011), Eidsvik ve Ellefmo (2013), Eidsvik vd. (2015), Froyland vd. (2018), Deutsch (2022), Deutsch ve Journal (1997), Caers vd. (2022), Harding (2021), Harding ve Deutsch (2022), maden arama, petrol ve doğal gaz keşfi gibi alanlarda ek sondajların ekonomik getirilerinin optimize edilmesinde bilginin değeri (value of information) yaklaşımını kullanan ve bu alandaki literatüre önemli katkılarda bulunmuş araştırmacılar arasında öne çıkan isimlerdir.

### Ek Bilginin Değeri

Ek sondajlardan elde edilecek bilginin değeri, madencilik projesinin net bugünkü değerine (NBD) olan etkisi ile ölçülebilir. Ek sondajlarla projedeki toplam maden kaynak miktarında veya tenöründe bir değişiklik beklenmese bile, tahmin güvenilirliğindeki artış, projenin Beklenen NBD'inde bir artışa yol açar. Örneğin, mevcut sondaj verileriyle yapılan maden kaynak tahmininin güvenilirliği %60 iken, planlanan ek sondajların yapılması durumunda bu olasılığın %80'e çıkması halinde bu artış, projenin beklenen NBD'inde önemli bir yükselme sağlayarak projenin ekonomik cazibesini artırabilir.

### Ek Sondaj Maliyeti

Ek sondajların maliyeti, doğrudan ve dolaylı maliyet unsurlarını içerir. Doğrudan maliyetler, sondajın gerçekleştirilmesi için gereken fiziksel maliyetleri (örneğin, sondaj ekipmanı, işçilik ve analiz maliyetleri) kapsar. Dolaylı maliyetler ise, ek sondajların yapılması nedeniyle ortaya çıkabilecek operasyonel gecikmeler, projede yaşanabilecek zaman kayıpları ve lojistik masraflar gibi faktörleri içerir. Bu maliyetlerin dikkatli bir şekilde analiz edilmesi, ek bilgi elde etmek için yapılacak sondajların ekonomik

olarak ne kadar değerli olduğunu belirlemek açısından büyük öneme sahiptir.

### Fayda-Maliyet Analizi ile Optimum Sondaj Aralığının Belirlenmesi

Bu yaklaşımda, amaç fonksiyonu şu şekilde tanımlanabilir:

$$\text{Max (BF - C)}. \quad (10)$$

Burada:

- BF: Ek sondajlarla edinilecek bilginin değerini, yani projenin Beklenen NBD'ine katkısı ya da faydasını,
- C: Ek sondajların maliyetini ifade eder.

Ek sondajlarla tahmin edilen kaynağın miktarında veya tenöründe bir değişiklik olmayacağı, sadece tahmin belirsizliğinin azalacağı varsayımı altında, ek sondajlarla sağlanacak bilginin değeri ya da faydası (BF) eşitlik 11'de verilmiştir.

$$\text{BF} = [R(d_1) - R(d_0)] \times \text{NBD} \quad (11)$$

- $R(d_0)$ : Mevcut sondaj aralığıyla tahmin edilen güvenilirlik
- $R(d_1)$ : Yeni sondaj aralığı  $d_1$  ile elde edilecek güvenilirlik

Bu fonksiyon, güvenilirlikteki artışın projenin ekonomik değerine katkısını ifade eder. Ek sondajlar sayesinde güvenilirlik arttıkça, projenin beklenen değeri artar.

#### 1. Güvenilirlik ile Sondaj Aralığı Arasındaki İlişkinin Tanımlanması

Tahmin güvenilirliği (R) ile sondaj aralığı (d) arasındaki ilişki, sondaj yoğunluğunun artmasının (yani aralıkların daralmasının) belirsizliği azaltması üzerine kuruludur. Sondaj aralığı azaldıkça, tahmin güvenilirliği genellikle

doğrusal olmayan bir şekilde artar. Bu ilişki sigmoidal bir fonksiyonla eşitlik 12'deki gibi tanımlanabilir:

$$R(d) = R_{\min} + \frac{R_{\max} - R_{\min}}{1 + k \cdot d^p} \quad (12)$$

Burada:

- $R(d)$ : Sondaj aralığı d olduğunda tahmin edilen güvenilirlik.
- $R_{\min}$ : Başlangıç güvenilirlik seviyesi (örneğin, mevcut sondajlarla %60).
- $R_{\max}$ : En yüksek güvenilirlik seviyesi (örneğin, %99).
- k: Fonksiyonun eğimini belirleyen sabit (sondaj aralığı azaldıkça güvenilirliğin ne kadar hızlı arttığını belirler).
- p: Sondaj aralığı ile güvenilirlik arasındaki doğrusal olmayan ilişkiyi belirleyen üstel (genellikle  $p > 0$ ).

Bu sigmoidal fonksiyon, sahada sıkça gözlemlenen, sondaj aralığı azaldıkça belirsizliğin hızlıca azalması ve ardından yavaş yavaş devam etmesi durumunu iyi yansıtır. Özellikle saha verileriyle bu modelin parametreleri (k ve p) kalibre edilerek, saha şartlarına uygun bir analiz yapılabilir. Fonksiyon, sondaj aralığı azaldıkça güvenilirliğin  $R_{\max}$ 'a yaklaştığını ama onu tam olarak geçemediğini gösterir, yani sonsuz güvenilirlik mümkün değildir.

#### 2. Sondaj Maliyeti ile Sondaj Aralığı Arasındaki İlişkinin Tanımlanması

Sondaj aralığı d'nin maliyet üzerindeki etkisini tanımlamak için, maliyeti sondaj aralığına bağlı olarak ifade edelim. Maliyet eşitlik 13 ile modellenebilir:

$$C(d) = N(d) \times c \quad (13)$$

Burada:

- $N(d)$ : Sondaj aralığı d olduğunda gereken toplam sondaj sayısı.

- **c:** Tek bir sondajın ortalama maliyetini göstermektedir.

Sondaj aralığı  $d$  küçüldükçe, gereken sondaj sayısı artar ve dolayısıyla toplam maliyet de artar. Sondajların düzenli bir ızgara üzerinde yapıldığını varsayarsak,  $N(d)$  eşitlik 14 ile hesaplanabilir:

$$N(d) = \frac{L \times W}{d^2} \quad (14)$$

Burada  $L$  ve  $W$ , çalışma alanının uzunluk ve genişliği olup, ızgaranın alanını verir. Eğer başlangıçta  $N_0$  adet sondaj zaten yapılmışsa, ek sondaj maliyeti eşitlik 15 ile ifade edilebilir:

$$C(d) = \left[ \frac{L \times W}{d^2} - N_0 \right] \times c \quad (15)$$

Bu formül, mevcut sondajların üzerine ek yapılacak sondajların maliyetini ifade eder. Sondaj aralığı azaldıkça yeni sondaj sayısı artacağından, maliyet de artar.

### 3. Optimizasyon Problemi

Güvenilirlik ve maliyet fonksiyonlarını kullanarak amaç fonksiyonunu eşitlik 16 ile tanımlanabilir:

$$\text{Max} [(R(d) - R_{\min}) \times \text{NBD} - C(d)] \quad (16)$$

Bu amaç fonksiyonunda:

- $R(d) - R_{\min} \times \text{NBD}$ : Ek sondajlar sonucu güvenilirlik artışının projenin Beklenen NBD'sine katkısını ifade eder. Bu terim, güvenilirlik artışı sayesinde riskin azalmasının proje değerine katkısını yansıtır.
- **C(d)**: Ek sondajların maliyetini temsil eder.

Amaç, güvenilirlik artışından elde edilen ekonomik faydayı (bilginin değeri) sondaj maliyetine kıyasla maksimize edecek şekilde optimum sondaj aralığı  $d$  değerini bulmaktır. Bu problemi çözmek için türev alınarak kritik noktalar bulunabilir veya numerik optimizasyon yöntemleri kullanılabilir (Eşitlik 17).

$$\frac{d}{dd} [(R(d) - R_{\min}) \times \text{NBD} - C(d)] \quad (17)$$

Bu denklem çözülerek, projenin Beklenen NBD'ine en fazla katkı sağlayan ve maliyetleri minimize eden optimum sondaj aralığı hesaplanabilir. Ancak bu tür fonksiyonlar için türev almak ve analitik bir çözüm elde etmek genellikle zor olabilir. Çünkü hem güvenilirlik fonksiyonu  $R(d)$  hem de maliyet fonksiyonu  $C(d)$  karmaşık ve doğrusal olmayan yapılara sahiptir. Örneğin, güvenilirlik fonksiyonu sigmoidal bir yapıdayken maliyet fonksiyonu genellikle ters orantılıdır.

Bu durumda, türev olarak analitik çözüm bulmak yerine yinelemeli (iterative) yöntemler kullanmak, yani sayısal optimizasyon teknikleri uygulamak daha uygun ve pratik bir çözüm yolu olarak öne çıkar. Yinelemeli yöntemlerle problem çözüldükten sonra adımlar izlenebilir:

1. Başlangıç Değerlerinin Belirlenmesi: İlk olarak, sondaj aralığı  $d$  için makul bir başlangıç değeri seçilir (örneğin, mevcut aralık olan 100 m).
2. Adım Adım İyileştirme: Belirlenen  $d$  değeri için, güvenilirlik ve maliyet fonksiyonları hesaplanır ve amaç fonksiyonu değeri bulunur (eşitlik 18):

$$F(d) = (R(d) - R_{\min}) \times \text{NBD} - C(d) \quad (18)$$

3. Yeni Değerlerin Denenmesi: Sondaj aralığı  $d$ 'yi adım adım artırarak veya azaltarak yeni amaç fonksiyonu değerleri hesaplanır. Amaç fonksiyonunun değeri her adımda iyileşip iyileşmediği kontrol edilir.
4. Durdurma Ölçütü: Amaç fonksiyonunun değeri belirli bir noktadan sonra daha fazla iyileşmiyorsa veya çok küçük değişimler oluyorsa, en iyi sonuç veren  $d$  değeri optimum aralık olarak kabul edilir.

5. Sonuçların Analizi: Elde edilen optimum sondaj aralığı değeri analiz edilerek, bu değerin ekonomik olarak sürdürülebilir olup olmadığı değerlendirilir. Bunun için örneğin F-M oranı kullanılabilir (eşitlik 19):

$$\text{Fayda/Maliyet Oranı} = \frac{\text{Bilginin Değeri}}{\text{Ek Sondaj Maliyeti}} \quad (19)$$

Bu oran 1'den büyük olduğu sürece (yani bilginin değeri, maliyetlerden büyük olduğu sürece), ek sondajların yapılması ekonomik olarak mantıklı kabul edilir. Fayda/maliyet oranı ne kadar büyükse, ek sondajların yapılması o kadar ekonomik anlamda uygun olacaktır.

Farklı sondaj aralıkları (örneğin, 100 m veya 50 m) için bu analiz tekrarlanarak, her durumda elde edilen bilginin değeri ve maliyetler karşılaştırılabilir. En yüksek fayda/maliyet oranını sağlayan sondaj aralığı, projenin belirsizliğini en etkin şekilde azaltan ve ekonomik açıdan en uygun sondaj aralığı olarak kabul edilir.

Bu yinelemeli çözüm yöntemi, optimizasyon yazılımları (örneğin Python'da SciPy veya R'de optim) ya da Excel'de Çözücü (Solver) gibi araçlarla uygulanabilir. Bu araçlar, karmaşık türevlerin hesaplanması yerine sayısal olarak optimum değeri arar ve kullanıcıya hızlı bir çözüm sunar. Özellikle saha verileri ve ekonomik değişkenlerin belirsiz olduğu durumlarda, bu yöntem daha esnek ve uyarlanabilir bir çözüm sunar.

Yinelemeli çözüm yöntemi, aynı zamanda saha koşullarında yapılan değişikliklere ve elde edilen yeni verilere hızlıca adapte edilebilmesi açısından da üstündür. Böylece, saha koşulları veya ekonomik koşullarda değişiklikler olduğunda, analiz kolaylıkla güncellenebilir.

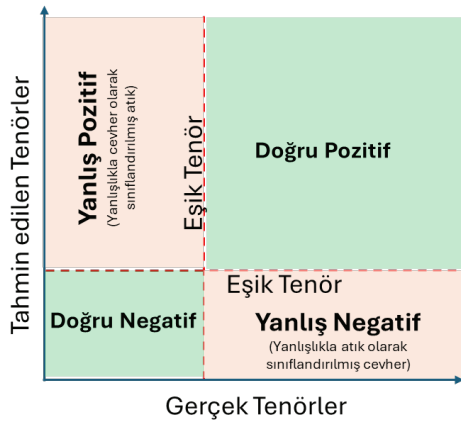
### Yanlış Sınıflandırma Maliyetinin Minimizasyonu

Yanlış sınıflandırma maliyetinin minimizasyonu, özellikle sondaj programlarının optimizasyonunda cevherli ve cevhersiz (atık) bölgelerin doğru bir şekilde ayrılmasını amaçlayan bir yaklaşımdır. Bu yöntemde, hem sondaj maliyetlerini kontrol altında tutmak hem de belirsizliği ve yanlış sınıflandırma maliyetlerini minimumda tutmak amaçlanır. Bu sayede, ekonomik kazanç maksimize edilmiş olur ve sınırlı kaynaklarla en doğru sonuçlara ulaşılabilir.

Yanlış sınıflandırma maliyetleri iki ana kategoriye ayrılır:

1. Yanlış Pozitif (False Positive) Sınıflandırma Maliyeti: Cevhersiz bir bloğun veya bölgenin cevherli olarak sınıflandırılmasıdır (Şekil 8). Bu durumda değersiz veya düşük tenörlü malzemenin çıkarılması ve işlenmesi, gereksiz işleme ve düşük kaliteli ürün üretimine yol açar. Bu hatanın neden olduğu ekstra maliyetlere yanlış pozitif sınıflandırma maliyeti denir.
2. Yanlış Negatif (False Negative) Sınıflandırma Maliyeti: Cevherli bir bloğun veya bölgenin cevhersiz olarak sınıflandırılmasıdır (Şekil 8). Bu durumda, maden içeren bir bloğun veya bölgenin gözden kaçırılması veya değerli cevherin atığa gönderilmesi söz konusu olur. Bu hatanın yol açtığı ekonomik kayıplara yanlış negatif sınıflandırma maliyeti denir.

Clayton V. Deutsch, Mario E. Rossi, J.P. Chilès, P. Delfiner, Peter Dowd, Roussos Dimitrakopoulos, Andre Journel ve Xavier Emery maden planlaması, belirsizlik yönetimi ve optimizasyon konularında önde gelen araştırmacılarıdır (Değinen Belgeler bölümündeki referanslarına bakınız).



Şekil 8. Yanlış pozitif ve yanlış negatif hataların belirlenmesi (Vargas, 2017'tan değiştirilerek).

Figure 8. Identification of false positive and false negative errors (Modified from Vargas, 2017).

Örneğin Chiles ve Delfiner (1999), "Geostatistics: Modeling Spatial Uncertainty" adlı eserlerinde, sınıflandırma problemleri ve yanlış sınıflandırma risklerinin nasıl değerlendirileceğine dair temel yaklaşımlar sunmuşlardır. Englund ve Heravi (1993), yanlış sınıflandırma maliyetlerini yanlış sınıflandırma indeksi olarak değerlendirmiş ve sondaj yerlerini buna göre optimize etmek için kullanmıştır. Rossi ve Deutsch (2014), Chilès ve Delfiner (1999), Dowd (1997), Journel ve Huijbregts (1978), Emery ve Séguret (2020) ve Vargas (2017) yanlış sınıflandırma maliyetlerini minimize etmek amacıyla jeostatistiksel yöntemleri ve benzetim tabanlı analizleri kullanmış, sondaj aralığı ve yoğunluğunun optimizasyonunda bu yöntemlerin uygulamalarını incelemişlerdir.

### Yanlış Sınıflandırma Maliyetlerinin Hesaplanması

Yanlış sınıflandırma maliyetlerini hesaplamak için yanlış pozitif ve yanlış negatif durumların olasılıkları ve bu hataların ekonomik

etkileri dikkate alınır. Hesaplama düzeyi, blok temelinde veya daha geniş alanlar için yapılabilir ve projenin ölçeğine ve karar verme sürecinin ayrıntı düzeyine bağlıdır.

Blok temelli yaklaşımda yanlış sınıflandırma maliyeti, her bir blok için ayrı ayrı hesaplanır ve bu maliyetlerin toplamı genel proje maliyetine etkisini belirler. Bu yaklaşıma örnek olarak, bir madencilik şirketinin 20x20x10 metre boyutlarındaki bloklardan oluşan bir model kullanarak her bloğun cevherli olup olmadığını belirlemek istediğini varsayalım. Bir bloğun tahmini tenörü belirlenen bir eşik tenör değeri ile karşılaştırılarak cevher ya da atık olarak sınıflandırılır. Örneğin, bir blok tahminlere göre cevherli olarak sınıflandırılmış ancak gerçek tenörü eşik tenörden düşük çıkarsa, bu durumda yanlış pozitif sınıflandırma maliyeti oluşur. Bu maliyet, tahmin edilen ton başına madencilik ve işleme maliyeti, blok hacmi ve yoğunluğu kullanılarak hesaplanabilir.

Başka bir blok ise atık olarak sınıflandırılmış ancak gerçekte eşik tenörün üzerinde bir tenöre sahipse, bu durumda yanlış negatif sınıflandırma maliyeti oluşur. Bu durumda, yanlış sınıflandırma maliyeti, kaybedilen cevher değerine eşittir ve yerinde bırakılan cevher miktarı, madencilik verimi ve ton başına yerinde (in situ) cevher değeri çarpılarak bulunabilir.

Bölge veya alan temelinde hesaplamada yanlış sınıflandırma maliyeti birçok blok içeren daha geniş bir alan veya bir bölge temelinde hesaplanır. Belirli bir sondaj verisi setine dayalı olarak, hangi bölgelerin cevherli veya cevhersiz olarak sınıflandırılacağına karar verilir. Bu belirli alanın cevher ya da atık olarak sınıflandırılmasının yanlış olması durumunda ortaya çıkacak toplam maliyet dikkate alınır.

Bölge veya alan temelinde hesaplama, daha basit ve hızlı bir analiz sağlar, bu da geniş alanlar

için genel kararlar verirken avantajlı olabilir. Bölgedeki heterojenlik çok yüksek değilse veya projenin ilk aşamalarında uygulanabilir.

### Yanlış Sınıflandırma Olasılıklarının Hesaplanması

Blok tenörlerinin normal dağılıma uyduğu varsayılırsa, tahmin edilen tenör ve kriging varyansı kullanılarak yanlış sınıflandırma olasılıkları hesaplanabilir:

Yanlış pozitif olasılığı, tahmin edilen blok tenörünün eşik değerinin altında olmasına rağmen kriging belirsizliği nedeniyle bu değer üstünde kabul edilme olasılığıdır. Yanlış negatif olasılığı ise tahmin edilen blok tenörünün eşik değerinin üstünde olmasına rağmen kriging belirsizliği nedeniyle bu değer altında kabul edilme olasılığıdır. Bu olasılıkları hesaplamak için eşitlik 20 ve 21 kullanılır:

- Yanlış pozitif olasılığı

$$P_{YP} = 1 - \Phi \left( \frac{g_{eşik} - Z_k}{\sigma} \right) \quad (20)$$

- Yanlış negatif olasılığı

$$P_{YN} = \Phi \left( \frac{g_{eşik} - Z_k}{\sigma} \right) \quad (21)$$

Burada:

$Z_k$ : Tahmin Edilen Blok Tenörü,

$g_{eşik}$ : Eşik Tenör Değeri ve

$\sigma$ : Standart sapma veya Blok Kriging Varyansının kareköküdür.

Bu formüllerde geçen  $\Phi \left( \frac{g_{eşik} - Z_k}{\sigma} \right)$  ifadesi, standart normal dağılımın ( $Z$  dağılımı) bir değerinin kümülatif dağılım fonksiyonunu (CDF) ifade eder.

Bu,  $\frac{g_{eşik} - Z_k}{\sigma}$  değerinin standart normal dağılımında karşılık geldiği  $z$  değerini kullanarak, o değer solundaki alanı yani belirli bir olasılığı bulmak anlamına gelir. Başka bir deyişle  $\Phi$

sembolü, kümülatif dağılım fonksiyonunu ifade eder. Bir  $z$  değerine kadar olan alanı (yani olasılığı) verir.

$\frac{g_{eşik} - Z_k}{\sigma}$ , tahmin edilen blok tenörü ( $Z$ ) ile eşik tenör ( $g_{eşik}$ ) arasındaki farkın, blok tahminindeki belirsizlik veya hata (kriging standart sapması  $\sigma$ ) cinsinden normalize edilmiş halidir.

Yanlış pozitif olasılığı ( $P_{YP}$ ), tahmin edilen blok tenörünün ( $Z$ ) eşik tenörden düşük olmasına rağmen, belirsizlik nedeniyle eşik değer üzerinde sınıflandırılma olasılığıdır. Yani, bu hesaplama, tahmin edilen değer gerçekte eşik değer altında olduğu ama tahmin belirsizliği yüzünden eşik değer üzerinde kabul edilme ihtimalini gösterir.

Yanlış negatif olasılığı ( $P_{YN}$ ) ise, tahmin edilen blok tenörünün ( $Z_k$ ) eşik tenörden yüksek olmasına rağmen, belirsizlik nedeniyle eşik değer altında sınıflandırılma olasılığıdır. Yani, bu hesaplama, tahmin edilen değer gerçekte eşik değer üzerinde olduğu ama tahmin belirsizliği yüzünden eşik değer altında kabul edilme ihtimalini gösterir.

Özetle,  $\Phi$  fonksiyonu, normal dağılım tablosundan veya standart normal dağılım BDF'nundan (Birlikli / Kümülatif Dağılım Fonksiyonu), belirli bir  $z$  değerine karşılık gelen olasılıkları belirlemek için kullanılır.  $\frac{g_{eşik} - Z_k}{\sigma}$  ifadesi ise, tahmin edilen blok tenörü ile eşik tenörün farkının, belirsizliğin büyüklüğü (standart sapma) cinsinden normalize edilmesiyle elde edilen  $z$  - değeridir ( $z$  -skoru veya  $z$ - puanı da denmektedir).  $Z$ -değeri, bir veri noktasının bir veri setinin ortalamasından kaç standart sapma uzaklıkta olduğunu tanımlayan istatistiksel bir ölçümdür. Bu  $z$  değerini kullanarak, tahminlerin ne kadar doğru olduğuna dair olasılıkları hesaplanabilir.

### Optimum Sondaj Aralığının Belirlenmesi

Yeni sondajlar, tahminlerin doğruluğunu artırarak kriging varyansını düşürür. Bu durum hem yanlış pozitif hem de yanlış negatif sınıflandırma olasılıklarının azalmasına yol açar. Yanlış sınıflandırma olasılıklarının düşmesi de toplam beklenen yanlış sınıflandırma maliyetinin azalmasını sağlar. Eğer yeni sondajın maliyeti, yanlış sınıflandırma maliyetindeki azalmadan daha düşükse, sondaj yapılması ekonomik olarak faydalıdır. Bu durumda sondaj, yanlış sınıflandırma maliyetlerini azaltarak toplam ekonomik faydayı artırır. Optimum sondaj kuyusu aralığı, maliyetin, seçimli madencilik birimlerindeki cevher ve atıkların yanlış sınıflandırılmasının maliyetine eşit olacağı şekilde tanımlanır (Şekil 9).

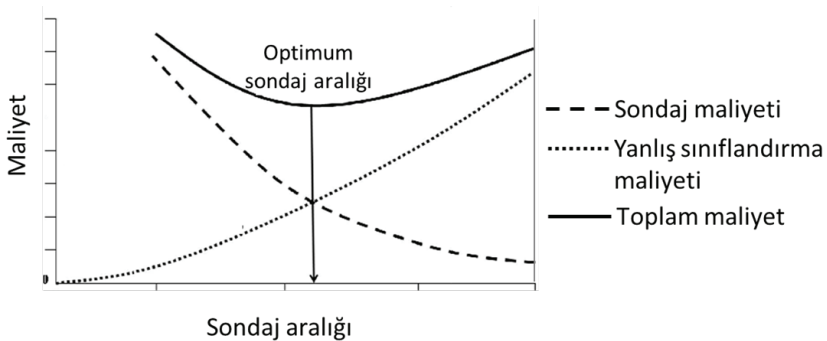
### Matematiksel Optimizasyon Tekniklerinin Kullanımı

Matematiksel olarak, bu problem bir maliyet minimizasyon problemi olarak formüle edilebilir ve optimizasyon algoritmaları (doğrusal programlama, dinamik programlama vb.) kullanılarak en uygun sondaj noktaları

belirlenebilir. Amaç fonksiyonu, toplam maliyeti (yanlış sınıflandırma maliyeti + yeni sondaj maliyeti) minimize etmektir. Karar değişkenleri, yeni sondajların lokasyonları ve sayısıdır. Kısıtlar arasında toplam sondaj maliyetlerinin bütçeyi aşmaması ve belirli bir belirsizlik seviyesinin altında kalmak gibi koşullar yer alabilir.

### META-SEZGİSEL YAKLAŞIMLAR

Maden kaynak belirlemeye yönelik sondaj tasarımlarının optimizasyonu, jeolojik belirsizlikler, maliyet kısıtlamaları ve birden fazla amacın aynı anda göz önünde bulundurulması gereken karmaşık bir optimizasyon problemidir. Stokastik ve meta-sezgisel yöntemler (genetik algoritmalar, yapay arı kolonisi, parçacık sürüsü optimizasyonu gibi) özellikle karmaşık ve büyük ölçekli optimizasyon problemlerini çözmek için kullanılır ve bu tür problemlerin üstesinden gelmek için etkili araçlar sunar. Bu yaklaşımlar, belirli bir problemi doğrudan çözmek yerine, daha genel bir arama stratejisi kullanarak optimal ya da optimal çözüme yakın sonuçlar bulmayı hedefler.



Şekil 9. Yanlış sınıflandırma maliyetine göre optimum sondaj kuyusu aralığının hesaplanması (Özkan, 2023).

Figure 9. Calculation of optimal drill hole spacing based on misclassification costs (Özkan, 2023).

Maden arama ve sondaj optimizasyonu için kullanılan meta-sezgisel yöntemler arasında genetik algoritmalar (Soltani vd., 2011), parçacık sürüsü optimizasyonu (Soltani vd., 2016; Fatehi vd., 2017), tabu arama (TS), tavlama benzetimi (Soltani ve Hezarkhani, 2013; Soltani vd., 2012) ve çok kollu haydut (Dirkx ve Dimitrakopoulos, 2017) gibi teknikler bulunmaktadır. Ancak, literatürde bu optimizasyon yöntemlerine nadiren rastlanır. Bunun nedenleri, stokastik yöntemler ve meta-sezgisel algoritmaların büyük veri setleri ve karmaşık modellerle çalışmak için yoğun hesaplama gücü gerektirmesi, algoritmaların her bir maden yatağına özel olarak uyarlanmasının zorluğu ve sektörde yeni yöntemlerin kabul görmesinin zaman alması olabilir.

## SONUÇLAR

Maden kaynak belirleme sondajları, maden arama yatırımlarında yüksek maliyetli adımlardan biridir. Her bir sondaj kuyusu; ekipman, iş gücü, ulaşım ve analiz gibi çeşitli giderler nedeniyle yüksek maliyetlere yol açar. Sondaj programlarının optimizasyonuna yeterince önem verilmemesi, yanlış konumlandırılmış veya gereksiz sondajlar nedeniyle hem maliyetlerin artmasına hem de zaman kaybına yol açar. Bu durum, sadece mali kaynakların boşa harcanmasına neden olmakla kalmaz, aynı zamanda madenin değerlendirilmesinde gecikmelere ve dolayısıyla ciddi mali kayıplara yol açar.

Özellikle 1970'lerden itibaren, maden arama ve sondaj programlarının verimliliğini artırmak ve maliyetleri düşürmek amacıyla önemli gelişmeler yaşanmıştır. Bu çalışmada, maden kaynak belirleme sondaj programlarının tasarımı için kullanılan geleneksel (örneğin geometrik yöntemler) ve modern (meta-sezgisel algoritmalar gibi) optimizasyon yöntemleri incelenmiş ve bu yöntemlerle sondaj tasarım problemlerinin çözümüne dair

örnekler sunulmuştur. Maden kaynak belirleme sondaj programlarının doğru şekilde optimize edilmesiyle, belirsizliklerin azalması, verimsiz sondajların tespit edilip önlenmesi ve örnekleme maliyetlerinin azaltılması mümkündür. Maliyet tasarrufuna ek olarak, doğru planlanmış sondajlar sayesinde jeolojik modelin doğruluğu artırılabilir ve madenin gerçek boyutları ile mineral dağılımı hakkında daha güvenilir tahminler yapılabilir.

Maden kaynak belirleme sondaj programlarının optimizasyonu, maden kaynak doğruluğunu artırmak ve maliyetleri düşürmek amacıyla sürekli gelişen bir alandır. Bu alanda gelecekteki araştırma konuları ve yönelişler hakkında şunlar söylenebilir.

- İleri makine öğrenimi algoritmaları (örneğin, derin öğrenme ve karar ağaçları) ve yapay zeka destekli modeller, mevcut verilerden öğrenerek sondaj yerlerinin ve yoğunluklarının optimizasyonunu otomatikleştirebilir ve jeolojik belirsizlikleri azaltabilir.
- Sıklaştırma sondaj programlarında belirsizliğin azaltılması ve yeni verilerin bütünleştirilmesi için Bayesci güncelleme teknikleri gittikçe önem kazanmaktadır. Bu yöntemle, her yeni sondaj sonucu ile kaynak tahminleri güncellenebilir ve optimum sondaj yerleri dinamik olarak belirlenebilir (Bayesci Güncelleme ve Dinamik Optimizasyon).
- Jeolojik ve mineralojik heterojenliklerin daha doğru bir şekilde modellenmesi, sondaj yerleri arasındaki ilişkiyi değerlendirmek açısından kritik öneme sahiptir. Gelecekte, daha gelişmiş coğrafi bilgi sistemi (CBS) bütünleştirilmesi ve veri analitiği araçları ile maden kaynak modelleme hassasiyeti artırılabilir.
- Sıklaştırma sondaj programlarında, maliyet ve doğruluk arasındaki dengeyi sağlamak



için çok amaçlı optimizasyon teknikleri giderek önem kazanmaktadır. Bu yaklaşımla, sondaj sıklığı ve doğruluk hedeflerine göre Pareto cephesi oluşturularak, kullanıcıya bir dizi optimal çözüm sunulabilir.

- Monte Carlo benzetim teknikleri, özellikle jeolojik belirsizlikleri anlamak ve sondaj programlarının risk analizini yapmak için yaygın olarak kullanılmaktadır. Gelecekte, daha hızlı ve daha karmaşık benzetim yöntemleri, belirsizlikleri daha kapsamlı şekilde ele alarak sıklaştırma sondaj programlarını optimize etmeye katkı sağlayabilir.
- Özellikle bulut tabanlı veya bütünleşik karar destek sistemleri, sondaj programlarının tasarımında esneklik ve hız sağlayarak kullanıcıların jeolojik modellerle gerçek zamanlı olarak çalışmasına olanak tanır. Bu sistemler, optimizasyon sürecini hızlandırırken kullanıcıya görsel analiz ve veri bütünleştirme sağlar.

Bu araştırma alanları, sıklaştırma sondaj programlarının verimliliğini artırarak, sondaj maliyetlerini optimize etmek ve kaynak tahminlerinde doğruluğu artırmak için giderek daha fazla önem kazanacaktır.

## KATKI BELİRTME

Makaleyi yayın öncesinde okuyup düzeltmeleri ve destekleri için DAMA Mühendislik A.Ş Genel Müdür Yardımcısı Sayın Mehmet Ali Akbaba, Jeoloji ve Arama Bölümü Müdürü Sayın Mustafa Atalay'a şükranlarımı sunarım. Ayrıca değerli katkıları ve önerileri için hakemlere teşekkür etmek istiyorum. Prof. Dr. Tolga Çan, Doç. Dr. Senem Tekin başta olmak üzere dergi editörlerine sağladıkları editoryal yardım için de minnettarım.

## KAYNAKLAR

- Armstrong, M., & Dowd, P. A. (Eds.). (1994). Geostatistical simulations. Springer Science & Business Media.
- Bertoli, O., Paul, A., Casley, Z., & Dunn, D. (2013). Geostatistical drillhole spacing analysis for coal resource classification in the Bowen Basin, Queensland. *International Journal of Coal Geology*, 112, 107–113. <https://doi.org/10.1016/j.coal.2013.08.001>
- Boucher, A., Dimitrakopoulos, R., & Vargas-Guzman, J. A. (2005). Joint simulations, optimal drill hole spacing and the role of stockpile. In Leuangthong, O., & Deutsch, C. (Eds.), *Geostatistics Banff 2004: Quantitative Geology and Geostatistics* (Vol. 14, pp. 35–44). Springer.
- Caers, J., Scheidt, C., Yin, Z., Wang, L., Mukerji, T., & House, K. (2022). Efficacy of information in mineral exploration drilling. *Natural Resources Research*, 31, 1157–1173. <https://doi.org/10.1007/s11053-022-10002-8>
- Chilès, J. P., & Delfiner, P. (1999). *Geostatistics: Modeling spatial uncertainty*. John Wiley & Sons.
- Clark, I. (1979). *Practical geostatistics*. Applied Science Publishers.
- Clark, I., & Harper, W. V. (2000). *Practical geostatistics*. Ecosse North America.
- David, M. (1977). *Geostatistical ore reserve estimation*. Elsevier.
- Deutsch, C. V. (2002). *Geostatistical reservoir modeling*. Oxford University Press.
- Deutsch, C. V., & Journel, A. G. (1997). *GSLIB: Geostatistical software library and user's guide* (2nd ed.). Oxford University Press.
- Diehl, P., & David, M. (1982). Classification of ore reserves/resources based on geostatistical methods. *CIM Bulletin*, 75(838).
- Dimitrakopoulos, R. (2011). Stochastic optimization for strategic mine planning: A decade of developments. *Journal of Mining Science*, 47(2), 138–150. <https://doi.org/10.1134/S1062739111020039>
- Dirkx, R., & Dimitrakopoulos, R. (2017). Optimizing infill drilling decisions using multi-armed bandits: Application in a long-term, multi-element stockpile. *Mathematical Geosciences*, 50, 35–52. <https://doi.org/10.1007/s11004-017-9691-y>

- Dohm, C. (2004). Quantifiable mineral resource classification: A logical approach. In Leuangthong, O., & Deutsch, C. V. (Eds.), *Geostatistics Banff 2004* (pp. 333–342). Springer.
- Dowd, P. A., (1997). Risk in minerals projects: Analysis, perception and management. *Transactions of the Institution of Mining and Metallurgy, Section A: Minerals Industry*, 106, A9–A18.
- Drumond, D. A., Amarante, F. A. N., Koppe, V. C., & Costa, J. (2019). A chart for judging optimal sample spacing for ore grade estimation. Part II. *Natural Resources Research*, 29, 551–560. <https://doi.org/10.1007/s11053-019-09457-9>
- Eidsvik, J., & Ellefmo, S. L. (2013). The value of information in mineral exploration within a multi-Gaussian framework. *Mathematical Geosciences*, 45(7), 777–798. <https://doi.org/10.1007/s11004-013-9482-7>
- Eidsvik, J., Mukerji, T., & Bhattacharjya, D. (2015). *Value of information in the Earth sciences: Integrating spatial modeling and decision analysis*. Cambridge University Press.
- Emery, X., & Séguret, S. A. (2020). *Geostatistics for the mining industry: Applications to porphyry copper deposits*. CRC Press.
- Englund, E. J., & Heravi, N. (1993). Conditional simulation: Practical application for sampling design optimization. In Soares, A. (Ed.), *Proceedings of the Fourth International Geostatistics Congress* (Vol. 2, pp. 613–624). Kluwer Academic.
- Fatehi, M., Asadi Haroni, H., & Hossein Morshedy, A. (2017). Designing infill directional drilling in mineral exploration by using particle swarm optimization algorithm. *Arabian Journal of Geosciences*, 10, 487. <https://doi.org/10.1007/s12517-017-3212-3>
- Froyland, G., Menabde, M., Stone, P., & Hodson, D. (2018). The value of additional drilling to open pit mining projects. In Dimitrakopoulos, R. (Ed.), *Advances in applied strategic mine planning* (pp. 119–138). Springer.
- Haining, R. P. (2003). *Spatial data analysis: Theory and practice*. Cambridge University Press.
- Harding, B. E. (2021). Drillhole spacing determination with value of information. Retrieved from <https://era.library.ualberta.ca/items/fa0321f4-a91b-4202-bf92-a58fdd53842a>
- Harding, B., & Deutsch, C. V. (2022). Drillhole spacing determination with value of information. *CIM Journal*, 13(1), 38–51.
- Journel, A. G., & Huijbregts, C. J. (1978). *Mining geostatistics*. Academic Press.
- Koppe, V. C., Rubio, R. H., & Costa, J. F. C. L. (2017). A chart for judging optimal sample spacing for ore grade estimation. *Natural Resources Research*, 26(2), 191–199.
- Özkan, Y. Z. (2023). Maden arama projelerinin optimizasyonu. Mayeb Basın Yayın İnsan Kaynakları Ltd. Şti.
- Rivoirard, J. (1994). *Introduction to disjunctive kriging and non-linear geostatistics*. Clarendon Press.
- Rossi, M. E., & Deutsch, C. V. (2014). *Mineral resource estimation*. Springer.
- Soltani-Mohammadi, S., & Hezarkhani, A. (2013). A simulated annealing-based algorithm to locate additional drillholes for maximizing the realistic value of information. *Natural Resources Research*, 22(3), 229–237.
- Soltani-Mohammadi, S., Hezarkhani, A., & Tercan, E. (2012). Optimally locating additional drill holes in three dimensions using grade and simulated annealing. *Journal Geological Society of India*, 80, 700–706.
- Soltani, S., Hezarkhani, A., Tercan, E., & Karimi, B. (2011). Use of genetic algorithm in optimally locating additional drillholes. *Journal of Mining Science*, 47(1), 62–72.
- Soltani-Mohammadi, S., Safa, M., & Mokhtari, H. (2016). Comparison of particle swarm optimization and simulated annealing for locating additional boreholes considering combined variance minimization. *Computers & Geosciences*, 95, 146–155.
- Usero, G., Misk, S., & Saldanha, A. (2019). An approach for drilling pattern simulation. In *Mining Goes Digital: Proceedings of the 39th International Symposium on Application of Computers and Operations Research in the Mineral Industry* (pp. 59–66). CRC Press.
- Vargas, A. M. (2017). Optimizing grade-control drill hole spacing with conditional simulation. *Minería y Geología*, 33(1), 1–12.
- Wang, J., Zhang, T., & Fu, B. (2016). A measure of spatial stratified heterogeneity. *Ecological Indicators*, 67, 250–256. <https://doi.org/10.1016/j.ecolind.2016.02.052>