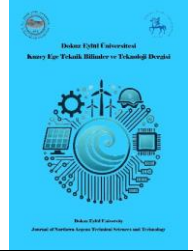




Kuzey Ege Teknik Bilimler ve Teknoloji Dergisi
<https://dergipark.org.tr/tr/pub/ketbt>



İki Boyutlu Sınırlandırılmış Stok Kesme Problemine Matematiksel Model Yaklaşımı

Didem Arı^{a,*}, Pınar Mızrak Özfirat^b

^a Endüstri Müh. Böl., Müh. ve Doğa Bil. Fak., Manisa Celal Bayar Üniv., Manisa, Türkiye, ORCID: 0000-0002-5518-3495

^b Endüstri Müh. Böl., Müh. ve Doğa Bil. Fak., Manisa Celal Bayar Üniv., Manisa, Türkiye, ORCID: 0000-0003-2669-3135

ÖZET

Stok kesme problemleri, kombinatoriyal optimizasyon problemlerinden biridir. Bu problemlerde, büyük malzemelerden talep doğrultusunda istenen boyutlara uygun kesim işlemlerinin yapılması esastır. Bu doğrultuda alternatifler arasında karmaşık seçimlerin yapılarak etkin kararların verilmesi oldukça önemlidir. Stok kesme problemlerinde seçme, atama ve yerleştirme başlıkları altında üç ayrı karar aşamasından geçilmektedir. Stok kesme problemleri NP-zor problem kapsamında değerlendirildiği için kesin sonuç veren çözüm yolları aranmaya devam etmektedir. Bu doğrultuda çalışma kapsamında iki boyutlu stok kesme problemi ele alınmıştır. Literatürde iki boyutlu stok kesme problemleri incelendiğinde ise son yıllarda da çalışmaların yapılmaya devam edildiği dolayısıyla hala çözüm yolu aranan problemler olarak literatürde yerini koruduğu görülmektedir. Bu doğrultuda, literatürde daha önce ele alınan iki boyutlu bir test problemi verisi alınarak kesin çözüm yöntemlerinden olan matematiksel modelleme ile çözümlenmeye çalışılmıştır. Ele alınan örnek veri iki saatlik bir zaman diliminde net bir sonuca ulaşamamış yalnızca sonuca ait alt ve üst sınırlara ulaşılabilmiştir. Dolayısıyla oluşturulan modelin hem doğruluğunu sorgulayabilmek hem de iki saatlik zaman dilimi baz alındığında nereye kadar çözüm verebildiğini görebilmek adına orijinal veri boyutu küçültülerek, daha küçük boyutlardan çözümün gerçekleşmediği büyük boyutlara doğru denemeler yapılmıştır. Sonuç olarak modelin doğruluğu kanıtlanmış ve denemeler değerlendirilerek önerilerde bulunulmuştur.

Anahtar Kelimeler: Kombinatoriyal optimizasyon, İki boyutlu stok kesme problemi, NP-zor.

Mathematical Model Approach for The Two-Dimensional Constrained Stock Cutting Problem

Didem Arı^{a,*}, Pınar Mızrak Özfirat^b

^a Dept. of Industrial Eng., Faculty of Eng. Nat. Sci., Manisa Celal Bayar Univ., Manisa, Türkiye, ORCID: 0000-0002-5518-3495

^b Dept. of Industrial Eng., Faculty of Eng. Nat. Sci., Manisa Celal Bayar Univ., Manisa, Türkiye, ORCID: 0000-0003-2669-3135

ABSTRACT

Stock cutting problems are combinatorial optimization problems. In these problems, it is essential to perform cutting operations in accordance with the desired dimensions from large materials according to demand. Hence, it is very important to make effective decisions by making complex choices among alternatives. In the problem, there are three decision stages as selection, assignment and placement. In this study, two-dimensional stock cutting problem is considered. When two-dimensional stock cutting problems are examined in the literature, it is seen that studies have continued to be carried out in recent years and still maintain their place in the literature. Therefore, a two-dimensional test problem previously addressed in the literature was tried to be solved using mathematical modeling. With the sample data, an exact result could not be reached in two hours, only the lower and upper limits of the result could be reached. Hence, to see accuracy of the created model and how far it can provide a solution when the two-hour period is taken into account, the data size was reduced and attempts were made from smaller sizes to larger sizes where the solution could not be achieved. Consequently, the accuracy of the model was proven and the attempts were evaluated and suggestions were made.

Keywords: Combinatorial optimization, Two-dimensional stock cutting problem, NP-hard.

1. Giriş

Stok kesme problemleri; cam, metal, tekstil, deri, ahşap ve kâğıt gibi endüstrilerde uygulanmakta olup bu sektörlerde çözüme ihtiyaç duyulan, kesme ve paketleme ailesinde yer alan kombinatoriyal optimizasyon problemlerinden biridir. Bu problemlerde karmaşık kesim kombinasyonları içerisinde etkin kararların verilmesi oldukça önemlidir [1-4].

Stok kesme problemleri, Kantorovich'in 1939 yılında kereste endüstrisi için geliştirdiği doğrusal programlama formülasyonlarının 1960 yılında öne sürülmesiyle birlikte literatürde yerini almıştır. Polinom sürelerde çözülemediği için literatüre girdiği andan itibaren NP-zor olarak adlandırılan problemler arasında yerini almıştır. 1960 yılından sonra, Kantorovich ile Zalgaller'in ekonomik kullanımı göz önünde bulundurarak geliştirdikleri sütun oluşturma tekniği ile önemli gelişmeler kaydedilmiştir. Devamında, dualite kavramı ile yeni ilerlemeler sağlanmış ve bilgisayarların bilim dünyasında yerini almasıyla bu tür problemlerin karmaşık yapılarının üstesinden gelmek için çeşitli algoritmalar geliştirilmiştir. Böylelikle kesim süreci için gerekli olan karmaşık kararların daha etkin bir şekilde verilmesi sağlanabilmiştir [1, 5, 6].

Stok kesme problemi çalışmalarında, sürece uygun kısıtlar ve amaçlar göz önünde bulundurularak büyük stok malzemeleri üzerinden uygun kesim planları ile küçük nesnelere elde edilmesi esastır. Bu doğrultuda atık minimizasyonu, maliyet minimizasyonu, küçük nesnelere ait değer maksimizasyonu gibi birçok amaç fonksiyonu dikkate alınarak kesme kararları verilmektedir. Amaç fonksiyonuna ek olarak problem yapısına göre değişen birçok kısıt da bulunmaktadır. Bu kısıtlar arasında; atanan küçük nesnelere stok malzemesinin boyutunu geçmemesi, nesnelere üst üste gelmemesi, teknoloji ve zaman açısından engellerin olması, kesilecek nesnelere döndürme izninin olmaması, nesnelere ait kesilme önceliklerinin olması gibi durumlar yer alabilmektedir. Belirlenen kısıtlar altında amaç fonksiyonuna en iyi şekilde ulaşmak amacıyla çeşitli kombinasyonlar içerisinde kesim planı olarak adlandırılan en iyi geometrik kombinasyonlar oluşturulmaktadır [1, 3, 5, 6].

Stok kesme problemlerinde stok malzemesi ve/veya kesilecek nesnelere seçimi, hangi nesnenin hangi stok malzemesi üzerinde kesilerek elde edileceği ve ilgili kesim planlarının nasıl oluşturulacağı olmak üzere seçme, atama ve yerleştirme başlıkları altında üç karar aşamasından geçilmektedir [6]. Atama ve yerleştirme problemlerinin her biri NP-zor problem olarak sınıflandırılmaktadır. Dolayısıyla stok kesme problemi iç içe geçmiş NP-zor problemler olarak değerlendirilmektedir [1]. Karar aşamasına geçilmeden önce stok kesme problemlerinin sınıflandırılması da oldukça önemlidir. Bu doğrultuda literatüre bakıldığında boyut, atama cinsi, stok malzemeleri, küçük nesnelere olmak üzere dört sınıftan bahsedildiği görülmektedir. Sınıflandırmalar yapılırken genellikle bir boyuttan üç boyuta kadar boyutlandırmaların söz konusu olduğu görülmektedir. Bir boyutlu problem tek bir boyutun dikkate alındığı, şeritler halinde kesimin gerçekleştiği durumlardır. İki boyutlu problem yatay ve dikey eksenlerde kesimlerin gerçekleştiği durumu içermektedir. Üç boyutlu problem ise hacimsel üç boyutu dikkate almaktadır. İki boyutlu bir problemde malzemenin bir boyutu değiştirilebilir duruma getirildiğinde bu problemler 1,5 boyutlu olarak, üç boyutlu problemlerde bir boyut değişken bırakıldığında ise 2,5 boyutlu olarak sınıflandırıldığı söylenebilmektedir. Atama cinsi olarak bakıldığında tüm stok malzemelerine küçük nesnelere yalnızca bir kısmının atanması veya stok malzemelerinin bir kısmına tüm küçük nesnelere atanması şeklinde ayrımlar yapılmaktadır. Stok malzemesi için yapılan sınıflandırmada ise tek bir stok malzemesi, birden fazla aynı tipte stok malzemesi, farklı tiplerde stok malzemesi şeklinde ayrıştırılmaların yapıldığı görülmektedir. Son olarak küçük nesnelere için yapılan sınıflandırmaya bakıldığında çeşitliliği fazla ve miktarı az olan nesnelere, çeşitliliği fazla ve miktarı çok olan nesnelere, çeşitliliği az ve miktarı çok olan nesnelere, benzer nesnelere şeklinde dört ayrı kategoride ele alındığı gözlenmektedir [1, 2, 6, 7, 8, 9]. İlgili çalışmaya boyut açısından bakıldığında iki boyutlu bir problem olduğu, atama cinsi açısından bakıldığında tüm stok malzemesine küçük nesnelere yalnızca bir kısmının atandığı, stok malzemeleri açısından bakıldığında tek bir stok malzemesi kullanıldığı ve küçük nesne açısından bakıldığında çeşitliliği fazla, miktarı az olan nesnelere ele alındığı söylenebilmektedir. Amaç fonksiyonu olarak ise değer maksimizasyonu seçilmiştir.

İlgili problem için literatür araştırmasında problem boyutuna uygun olan iki boyutlu problemler üzerine yoğunlaşmıştır. Bu doğrultuda iki boyutlu literatür çalışmaları incelendiğinde; Özkan (2008) [10], atık minimizasyonunu sağlayacak en uygun yerleşimlerin elde edilmesi amacıyla bir çalışma yürütmüştür. Bu doğrultuda yöntem olarak matematiksel modelleme ile matematiksel model tabanlı geliştirdiği bir metodu uygulamıştır. Erdoğan (2010) [11], büyük dikdörtgen malzemelere en az atık oluşacak şekilde küçük dikdörtgen nesnelere yerleştirilebilmesi için bir çalışma yürütmüştür. Bu doğrultuda aşağı sol dolgu, genetik algoritma, dinamik programlama tabanlı sezgisel algoritma yöntemlerini kullanmıştır. Malaguti vd. (2014) [12], kısa süre içerisinde atık minimizasyonu ve kesme ekipmanı verimliliğinin maksimizasyonu üzerine matematiksel modelleme, sezgisel şerit yöntemi, yinelemeli çok modelli sezgisel algoritma, iteratif açgözlü rastgele uyarlanabilir arama prosedürü, budanmış dal ve fiyat algoritmalarını kullanarak bir çalışma yürütmüşlerdir. Ayasandır (2019) [13], kesilen nesnelere elde edilen toplam gelir ile kullanılan malzemedeki toplam maliyet arasındaki farkı maksimize edebilmek adına bir çalışma yürütmüştür. Bu doğrultuda iki farklı matematiksel modelleme yöntemi ve ayrıştırma tabanlı sezgisel algoritma kullanmıştır. Do Nascimento vd. (2022) [14], gelecekte kesme işlemi için kullanılabilir atıkların üretilmesini sağlayacak şekilde kesme deseni oluşturmayı hedeflemiştir. Kullanılan yöntemler ise doğrusal olmayan ve doğrusallaştırılmış matematiksel modellemeler ile iki aşamalı sezgisel algoritma şeklindedir. Salem vd. (2023) [4], talebi karşılayacak şekilde üretilecek tekstil malzemelerinin toplam miktarını ve kullanılan kesme desenlerinin sayısını en aza indirebilmek adına matematiksel modelleme ve ϵ -kısıtlama yaklaşımı kullanarak bir çalışma yürütmüşlerdir. İçmen Erdem ve Kasımbeyli (2024) [15], kullanılan toplam stok alanını ve atığını minimize etmek için mat-sezgisel, yerel arama içeren rastgele anahtar tabanlı bir genetik algoritma ve matematiksel modelleme yöntemlerini kullanmışlardır. Terán-Viadero vd. (2024) [2] ise atıkları minimize edecek şekilde panellerin konfigürasyonunu matematiksel modelleme yöntemleri ile belirlemeye çalışmışlardır.

Stok kesme probleminin keşfedildiği zamanlara ve örnek verilen çalışmalara bakıldığında geçmişten günümüze stok kesme problemleri üzerine çalışmaların devam etmiş olduğu, farklı amaç fonksiyonları ve çözüm yöntemleri ile çalışmaların sürdürüldüğü görülebilmektedir. Dolayısıyla stok kesme problemleri araştırmaya, çözmeye açık bir konu olduğundan bu çalışmada iki boyutlu sınırlandırılmış giyotin kesimli bir problem ele alınarak çözüm yaklaşımı sunulmaya çalışılmıştır.

2. Materyal ve Yöntem

Bu çalışmada, iki boyutlu sınırlandırılmış giyotin kesim içeren stok kesme problemini literatürde ilk ele alan çalışmalardan biri olan Christofides ve Whitlock (1977) [16] makalesinde verilen test problemleri ele alınmıştır. Çalışmayı gerçekleştirmeden önce ön hazırlık olabilmesi açısından Arı ve Mızrak Özfirat (2024) [17] tarafından yapılan çalışma genişletilerek daha gerçekçi bir bakış açısıyla çözümlerin sunulması sağlanmıştır. Tablo 1’de görüldüğü üzere referans alınan çalışmaya ait 10x15 stok malzemesi ve yedi çeşit nesneden oluşan örnek veri ele alınmıştır [16]. Burada stok malzemesinden kesilebilecek nesne miktarı tablonun dördüncü sütunda verilen maksimum miktarlar ile sınırlandığı için yedi çeşit nesneden maksimum 16 nesneye kadar kesim yapılabileceği görülmektedir. Son sütunda ise amaç fonksiyonunu etkileyecek olan nesnelere ait değer verileri bulunmaktadır.

Tablo 1. 10 x 15 stok malzemesi, yedi çeşit örnek veri [16]

Nesne numarası	Boy	En	Maksimum miktar	Değerler
1	4	8	2	66
2	3	7	1	35
3	2	8	3	24
4	3	4	5	17
5	3	3	2	11
6	2	3	2	8
7	1	2	1	2

İlgili orijinal problem için matematiksel modelleme çalışması, ücretsiz açık erişimi olan Python yazılımı üzerinde Gurobi çözücüsü kullanılarak gerçekleştirilmiştir. Referans alınan makaledeki örnekler için oluşturulan matematiksel modelden ve Ergün (2004)'e [3] ait çalışmada belirtilen matematiksel modelden esinlenilerek oluşturulan Ari ve Mızrak Özfirat (2024)'e [17] ait bildirideki tam sayılı doğrusal programlama modeli daha kapsamlı ele alınmış; bu doğrultuda nesne boyutları, yatay-dikey konumlar ile yerleştirme kararları da modele eklenerek 0-1 tam sayılı doğrusal programlama modeli oluşturulması sağlanmıştır. Bu mantık çerçevesinde model baştan sona tekrar güncellenmiş ve NP-zor boyuta getirilmiştir. Buna ek olarak ele alınan örneğe ait maksimum miktar sınırına göre her bir nesne için ek satırlar açılarak Tablo 2'deki verilerin modele verilmesi, böylece bu durum için ek bir kısıt eklenmesine gerek kalınmaması sağlanmıştır.

Tablo 2. Modele verilen veriler

Nesne numarası	Boy	En	Değerler
1	4	8	66
2	4	8	66
3	3	7	35
4	2	8	24
5	2	8	24
6	2	8	24
7	3	4	17
8	3	4	17
9	3	4	17
10	3	4	17
11	3	4	17
12	3	3	11
13	3	3	11
14	2	3	8
15	2	3	8
16	1	2	2

Matematiksel modelleme oluşturulurken stok malzemesi 1x1'lik hücrelere bölünerek ele alınmıştır. Bu doğrultuda nesnelere optimum bir şekilde hangi hücrelere ne şekilde yerleştirildiğinin net bir şekilde görülebilmesi sağlanmıştır. Bunun için yalnızca 0 ve 1 değerlerini alabilen dört farklı karar değişkeni tanımlanmıştır. Parametre olarak küçük nesnelere ve stok malzemesine ait en ve boy verileri ile küçük nesnelere ait değer verileri modele sunulmuştur. İlgili amaç ve kısıtlar doğrultusunda aşağıdaki model elde edilmiştir:

Karar değişkenleri

$$X_{ijk} = \begin{cases} 1, & \text{eğer } k \text{ nesnesinin sol üst köşesi } i - j \text{ hücrelerinden başlıyorsa} \\ 0, & \text{değilse} \end{cases}$$

$$Y_{ijk} = \begin{cases} 1, & \text{eğer } i - j \text{ hücrelerinde } k \text{ nesnesi varsa} \\ 0, & \text{değilse} \end{cases}$$

$$XE_k = \begin{cases} 1, & \text{eğer } k \text{ nesnesi enine yerleştiyse} \\ 0, & \text{değilse} \end{cases}$$

$$XB_k = \begin{cases} 1, & \text{eğer } k \text{ nesnesi boyuna yerleştiyse} \\ 0, & \text{değilse} \end{cases}$$

Parametreler

$en_k = k$ nesnesinin eni

$boy_k = k$ nesnesinin boyu

$değer_k = k$ nesnesine ait değer

$stoken = stok$ malzemesinin eni

$stokboy = stok$ malzemesinin boyu

Amaç Fonksiyonu

$$\text{maksimum} \sum_i \sum_j \sum_k (x_{ijk} \times deger_k) \quad (1)$$

Kısıtlar

$$\sum_i \sum_j x_{ijk} \leq 1 \quad \forall_k \quad (2)$$

$$\sum_k x_{ijk} \leq 1 \quad \forall_{i,j} \quad (3)$$

$$\sum_k y_{ijk} \leq 1 \quad \forall_{i,j} \quad (4)$$

$$XE_k + XB_k \leq 1 \quad \forall_k \quad (5)$$

$$XE_k + XB_k = \sum_i \sum_j x_{ijk} \quad \forall_k \quad (6)$$

$$y_{(i+l-1,j+w-1,k)} \geq (XE_k + x_{ijk}) - 1 \quad \forall_{i,j,k} \quad \forall_{w=1,\dots,en_k} \text{ ve } l=1,\dots,boy_k \quad (7)$$

$$y_{(i+w-1,j+l-1,k)} \geq (XB_k + x_{ijk}) - 1 \quad \forall_{i,j,k} \quad \forall_{w=1,\dots,en_k} \text{ ve } l=1,\dots,boy_k \quad (8)$$

$$x_{(i,stoken-w+2,k)} \leq (1 - XE_k) \quad \forall_{i,j,k} \quad \forall_{w=2,\dots,en_k} \text{ (eğer } en_k \geq 2) \quad (9)$$

$$x_{(stokboy-w+2,j,k)} \leq (1 - XB_k) \quad \forall_{i,j,k} \quad \forall_{w=2,\dots,en_k} \text{ (eğer } en_k \geq 2) \quad (10)$$

$$x_{(i,stoken-l+2,k)} \leq (1 - XB_k) \quad \forall_{i,j,k} \quad \forall_{l=2,\dots,boy_k} \text{ (eğer } boy_k \geq 2) \quad (11)$$

$$x_{(stokboy-l+2,j,k)} \leq (1 - XE_k) \quad \forall_{i,j,k} \quad \forall_{l=2,\dots,boy_k} \text{ (eğer } boy_k \geq 2) \quad (12)$$

Modelde 1 numaralı denklem ile amaç fonksiyonu olan değer maksimizasyonunun gerçekleştirilmesi sağlanmıştır. Bir diğer deyişle kesimi yapılacak nesnelere değerlerinin en büyüklenmesi amaçlanmaktadır. Kısıtlar incelendiğinde 2 numaralı kısıt ile her nesneden en fazla bir tane kesilebilmesi sağlanmıştır. 3 ve 4 numaralı kısıtlar ile her hücrede en fazla bir nesnenin yer alabilmesi, nesnelere üst üste gelmemesi sağlanmıştır. 5 ve 6 numaralı kısıtlar ile atanan nesnelere yalnızca enine ya da boyuna kesim yapılabilmesi sağlanmıştır. 7 ve 8 numaralı kısıtlar ile enine kesim için nesnenin yatay yerleştirilerek kesilmesi, boyuna bir kesim için ise nesnenin dikey yerleştirilerek kesilmesi sağlanmıştır.

9, 10, 11 ve 12 numaralı kısıtlar ile de stok alanı dışına çıkılmadan atama ve yerleştirmelerin gerçekleştirilmesi sağlanmıştır.

3. Sonuçlar ve Tartışma

Oluşturulan matematiksel model ile kısa sürede net sonuçlar elde edebilmek ve modeli detaylı bir şekilde değerlendirebilmek adına kısa sürede sonuç verebilen daha küçük boyutlardan başlayarak iki saat içerisinde sonuç alamadığımız boyuta kadar deneme yapılması planlanmıştır. Bu doğrultuda baz alınacak olan maksimum çalışma süresi iki saat olarak belirlenmiştir.

Tablo 3'te de görüleceği üzere ilk olarak orijinal örnek boyutu küçültülerek 8x10'luk stok malzemesinden başlanması uygun görülmüş ve modele verilen nesnelere ait ilk 10 veri ele alınarak denemelere başlanmıştır. Sonra diğer nesnelere de probleme birer birer eklenerek son 16 nesneye kadar denemeler yapmaya devam edilmiştir. Böylece boyut büyüdükçe modelin ne kadar sürede optimum sonuç verebildiği gözlenmiştir. Sonrasında 10x10 boyutlu stok malzemesi için aynı işlemler yapılmış ve süreler kaydedilmiştir. Bu işlemlerden sonra 10x12 boyutlu stok malzemesi için aynı işlemler yapılmaya başlanmış, fakat bu boyutta 11 nesne içeren problemin çözümü iki saati de geçtiği için iki saatte net bir sonuç alınamamış ve burada durulmuştur. Bu problem boyutunda ancak 10 nesne için bir sonuç alınabildiğinden stok boyutu bir birim artırılarak 10x13 boyutlu stok malzemesi için de deneme yapılmıştır. Ancak bu örnek boyutunda iki saatlik bir zaman diliminde 10 nesne için net bir sonuca ulaşamadığı gözlenmiştir. Bu süreçte net sonuçlar verebilen küçük boyutlar incelendiğinde oluşturulan matematiksel modelin kısıtlamalara ve amaca uygun bir şekilde istenilen sonuçlara ulaşabildiği görülmüştür. Ele alınan problem NP-zor kategorisinde yer aldığından boyut büyüdükçe net sonuca ulaşmanın zorlaşacağı da beklenen bir durum olduğundan büyük boyutlar için modelin işleyişinde de herhangi bir sorun olmadığı söylenebilmektedir.

Tablo 3. Matematiksel modele ait sonuçlar

Stok malzemesi	Nesne sayısı	Sonuç	Süre (saniye)
8x10	10	156	40,6
	11	156	121,42
	12	156	178,52
	13	156	261,03
	14	156	450,04
	15	156	628,43
	16	156	629,21
10x10	10	180	228,07
	11	180	591,63
	12	180	737,64
	13	180	1194,87
	14	180	3824,32
	15	180	4706,36
	16	182	7201,66
10x12	10	214	2832,37
	11	[214, 258]	7210
10x13	10	[215, 241]	7217

Son olarak çalışma kapsamında ele alınan 10x15'lik stok malzemesi ve 16 nesneden oluşan orijinal örnek çalıştırılmıştır. Fakat problem karmaşıklığından kaynaklı iki saatlik bir zaman diliminde net bir sonuç alınmamıştır. Bu doğrultuda Şekil 1'de de görüleceği üzere alt sınır olarak 260, üst sınır olarak 364 değerlerine ulaşıldığı gözlenmiştir. Bu da optimum sonucun [260, 364] aralığında yer aldığını göstermektedir.

Nodes		Current Node			Objective Bounds			Work	
Expl	Unexpl	Obj	Depth	IntInf	Incumbent	BestBd	Gap	It/Node	Time
46713	15962	infeasible	57		260.00000	364.00000	40.0%	578	7171s
47263	16063	281.00000	40	212	260.00000	364.00000	40.0%	579	7274s

Şekil 1. Orijinal örneğe ait matematiksel model sonucu

Sonuç olarak referans alınan çalışmadaki örneğe ait veriler için iki saatlik zaman dilimi baz alındığında matematiksel modelleme ile net bir sonuç elde edilememiş fakat alt ve üst sınırlara ulaşılmıştır. Bulunan alt ve üst sınırlar incelendiğinde referans alınan çalışmada uygulanan arama ağacıyla optimum sonuca ulaşamamış olduğu matematiksel modelde elde edilen alt sınır ile anlaşılabilir. Arama ağacı ile bulunan sonuç 244 iken matematiksel modele ait alt sınırın 260 olduğu görülmektedir. Matematiksel modellemeden iki saatlik bir zaman diliminde net bir sonuç alınamamış olsa da aslında 194. saniyede alt sınır olarak 260 değerine ulaşabildiği gözlenmiştir. 244'ten daha iyi sonuç aralığına ise 33. saniyeden itibaren ulaşabildiği görülmüştür.

4. Sonuç

Çalışma kapsamında ele alınan iki boyutlu sınırlandırılmış stok kesme problemi için literatürde daha önce çalışılmış bir test problemi ele alınmıştır. Bu problem için kesilen malzemelerin değerini maksimize eden ve kesim şemalarını net şekilde oluşturan 0-1 tam sayılı programlama modeli oluşturulmuştur. Model problemin farklı boyutlarına göre test edilmiş, sonuçlar amaç fonksiyon değeri ve çözüm süresine göre karşılaştırılmıştır. Küçük boyutlu problemlerde optimum sonuçlara ulaşmak mümkün olmuş ancak büyük boyutlu problemlerde iki saatlik süre içerisinde optimum çözüm elde edilememiş, alt sınır ve üst sınır değerlerine ulaşılmıştır. Referans alınan problemdeki örnek, çalışma kapsamında test edilmiş olan örneklerden daha büyük bir boyuta sahip olduğu için matematiksel modelleme ile iki saatlik bir zaman diliminde optimum sonuca ulaşamamıştır. Ancak oldukça kısa bir sürede arama ağacından daha iyi bir alt sınıra ulaşabildiği gözlenmiştir. Fakat modelin kesin sonuç vermesi uzun süreceği için ileriki çalışmalarda meta-sezgisel, mat-sezgisel algoritmalar gibi daha kısa sürelerde optimuma oldukça yakın sonuçlar elde edebilen çözüm yaklaşımlarının geliştirilmesi önerilmektedir.

Kaynaklar

- [1] S. Çam, (2019). Kesme ve stoklama problemi için sezgisel bir çözüm önerisi: Metal blok işleyen bir tesis uygulaması (Doktora Tezi). Tokat Gaziosmanpaşa Üniversitesi, Sosyal Bilimler Enstitüsü, Tokat, Türkiye.
- [2] P. Terán-Viadero, A. Alonso-Ayuso, F. Javier Martín-Campo, (2024). A 2-dimensional guillotine cutting stock problem with variable-sized stock for the honeycomb cardboard industry, *International Journal of Production Research*. 62(1-2), 483-500. <https://doi.org/10.1080/00207543.2023.2279129>
- [3] K. Ergün, (2004). Kesme ve paketleme problemleri ve araştırmaya yönelik bir metod geliştirilmesi ve bu metodun etkinliğinin sınanması (Yüksek Lisans Tezi). Balıkesir Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü, Balıkesir, Türkiye.
- [4] K.H. Salem, E. Silva, J.F. Oliveira, M.A. Carravilla, (2023). Mathematical models for the two-dimensional variable-sized cutting stock problem in the home textile industry, *European Journal of Operational Research*. 306(2), 549-566. <https://doi.org/10.1016/j.ejor.2022.08.018>

- [5] E. Albayrak, (2013). İki boyutlu dikdörtgen şekilli stok kesme problemleri için sezgisel-metasezgisel algoritma ve yazılım geliştirme (Yüksek Lisans Tezi). Balıkesir Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü, Balıkesir, Türkiye.
- [6] Y. Yavuz, (2005). Üç boyutlu stok kesme probleminin matematiksel programlama teknikleri ile çözümü ve mermer endüstrisinde bir uygulama (Yüksek Lisans Tezi). Erciyes Üniversitesi, Sosyal Bilimler Enstitüsü, Kayseri, Türkiye.
- [7] D. Altınpulluk, (2019). The cutting stock problem with diameter conversion in the construction industry (Yüksek Lisans Tezi). Orta Doğu Teknik Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü, Ankara, Türkiye.
- [8] H. Fırat, (2018). İmalat sektöründe parça yerleştirme ve kesme probleminin optimizasyonu (Yüksek Lisans Tezi). İnönü Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü, Malatya, Türkiye.
- [9] M.Z. Gürbüz, (2015). Cam kesme problemine çok amaçlı yaklaşım (Doktora Tezi). Yıldız Teknik Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü, İstanbul, Türkiye.
- [10] D.M. Özkan, Çok boyutlu stok kesme problemi ve yeni bir çözüm yaklaşımı (Yüksek Lisans Tezi). Kocaeli Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü, Bilgisayar Mühendisliği Anabilim Dalı, Kocaeli, Türkiye.
- [11] Y.A. Erdoğan, (2010). İki boyutlu kesme problemi için sezgisel yaklaşım ile bir uygulama (Yüksek Lisans Tezi). Bahçeşehir Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü, İstanbul, Türkiye.
- [12] E. Malaguti, R.M. Durán, P. Toth, (2014). Approaches to real world two-dimensional cutting problems, *Omega*. 47, 99-115. <https://doi.org/10.1016/j.omega.2013.08.007>
- [13] U. Ayasandır, (2019). Two-dimensional cutting stock problem with multiple stock sizes (Yüksek Lisans Tezi). Orta Doğu Teknik Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü, Ankara, Türkiye.
- [14] D.N. do Nascimento, A.C. Cherri, J.F. Oliveira, (2022). The two-dimensional cutting stock problem with usable leftovers: mathematical modelling and heuristic approaches, *Operational Research: An International Journal*. 22(5), 5363-5403. <https://doi.org/10.1007/s12351-022-00735-9>
- [15] B. İçmen Erdem, R. Kasımbeyli, (2024). İki boyutlu iki aşamalı kesme problemleri için matematiksel programlama temelli sezgisel yöntem, *Gazi Üniversitesi Mühendislik Mimarlık Fakültesi Dergisi*. 39(2), 899-908. <https://doi.org/10.17341/gazimmfd.1049876>
- [16] N. Christofides, C. Whitlock, (1977). An algorithm for two-dimensional cutting problems, *Operations Research*. 25(1), 30-44.
- [17] D. Arı, P. Mızrak Özfirat, (2024). İki boyutlu sınırlandırılmış giyotin kesim içeren stok kesme problemlerinde çözüm yaklaşımları. 43. Yöneylem Araştırması / Endüstri Mühendisliği Kongresi (YA/EM 2024), Trabzon, Türkiye, pp. 107.