

## KEMERLERİN STATİK ANALİZİ İÇİN BASİTLEŞTİRİLMİŞ BİR YAKLAŞIM

Taner UÇAR<sup>1</sup>, Gökhan ŞAKAR<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Dokuz Eylül Üniversitesi, Mimarlık Fakültesi, Mimarlık Bölümü, İzmir, taner.ucar@deu.edu.tr

<sup>2</sup>Dokuz Eylül Üniversitesi, Mühendislik Fakültesi, İnşaat Mühendisliği Bölümü, İzmir, gokhan.sakar@deu.edu.tr

Geliş Tarihi:06.08.2010 Kabul Tarihi:27.12..2010

### ÖZET

Bu çalışmada, yapılarda ilk kullanılan taşıyıcı sistem olarak bilinen kemerlerin çıkış noktaları ve tarihsel süreçteki gelişimleri incelenmiştir. Kemer sistemlerin çalışma prensipleri oluşan iç kuvvetler bakımından irdelenmiştir. Kemerlerin eğri eksenli elemanlar olması nedeniyle günümüzde kullanılan değişik analiz programlarında gerçek kemer geometrisinin tanımlanması oldukça zaman alıcı olmaktadır. Ayrıca elle yapılan hesaplarda kemerlerde iç kuvvetlerin hesaplanması basit olmasına karşılık, yerdeğiştirmelerin hesaplanması kemerin eğri eksenli geometrisinden dolayı zahmetlidir. Bu çalışmada kemerlerin düşey yükler altında çözümünü ve bilgisayarlı analiz programlarında modellenmesini basitleştirebilecek bir yaklaşım sunulmuştur. Bu yaklaşımda kemerler doğru eksenli parçalı elemanlarla temsil edilmiştir. Sunulan yaklaşımın etkinliği kemerlerle ilgili yaygın bir hesap modeli olarak kullanılan üç mafsallı kemerler göz önüne alınarak araştırılmıştır. Gerçek kemer geometrisi ve idealleştirilmiş durumlar için iç kuvvet ve yerdeğiştirme olarak hesaplanan değerler çalışma kapsamında sunulmuş ve karşılaştırmaları yapılmıştır.

**Anahtar kelimeler:** *Kemerlerin tarihsel süreci, kemerlerde iç kuvvetler ve yerdeğiştirmeler, üç mafsallı kemerler, kemer geometrisinin idealleştirilmesi.*

## A SIMPLIFIED APPROACH FOR STATIC ANALYSIS OF ARCHES

### ABSTRACT

In this study, arches, which are known as the first structural system utilized are investigated in point of origin and historical development process. Working principles of arch systems are examined in terms of composed internal forces. Due to curved shape of arches, it is considerably time consuming to model the real geometry of arch in various structural analysis programs, which are commonly used. Also, despite the fact that the determination of internal forces requires an elementary manual calculation, it is quite difficult to obtain displacements because of the curved geometry of arches. In this study, an approach, which simplifies the analysis of arches under vertical loads, and the modeling of them in computer-aided analysis, is presented. In this approach, arches are represented by straight axial fragmented elements. Efficiency of the present approach is investigated by considering three hinged arches, which are commonly used computational models. The values, which are computed in terms of internal forces and displacements for both the real and the idealized cases, are presented in the study and finally these values are compared with each other.

**Keywords:** *Historical process of arches, internal forces and displacements in arches, three hinged arches, idealization of arch geometry.*

### 1. GİRİŞ

Kemer, taş ve tuğla gibi daha çok basınca çalışan malzemelerle açıklık geçmeye yarayan ve duvar, sütun ya da ayak gibi elemanlara iki noktada oturan eğri biçimli yapı elemanıdır. Kagir yapıya özgü olmakla birlikte, ahşap yapıda da kemer kullanılmaktadır [1]. Yapılarda ilk kullanılan taşıyıcı sistemlerdir [2]

İnsanlar ellerindeki tek parça yapı elemanları bir açıklığı geçecek büyüklükte olmayınca, bunları yan yana getirerek o açıklığı geçmeyi düşünmüşlerdir [3]. Duvarda açılan kapı ve pencere boşluklarına ve büyük salonlarda taşıyıcı sütunların üzerine, yukarıdan gelecek yükleri taşımak üzere, ahşap, kagir, çelik veya betondan

bir lento atılmıştır. Gelişmiş yapı malzemelerinin bilinmediği bu devirlerde kagir binalarda lento görevini gören uzun taşların üstten gelen yüklerin etkisi ile kırıldığı görülerek açıklığı güvenli bir biçimde geçmek ve daha geniş açıklıklar geçebilmek amacı ile harcanan çabalar kemerin bulunmasını sağlamıştır. Bu şekilde bir açıklığı birbirine dayanarak örten iki taş parçasının örnekleri olan ilkel kemerler bulunmuştur [3]. Bu basit kemerlerin biraz daha gelişmiş şekli üç parçadan oluşmaktadır. Kubbe ve tonoz gibi yapı elemanlarının çıkış noktasını kemer oluşturmaktadır.

Kemere benzeyen ilk yapı örneklerine M. Ö. 3000 yıllarında Mezopotamya mimarisinde rastlanmaktadır [1, 4, 5]. Mısırlılara ait örnekler, bu uygarlığın da aynı dönemlerde kemer formunun yapısal potansiyeli hakkında bilgi sahibi olduklarını göstermektedir [4]. Babil’de bindirme kemer adı verilen bir kemer türü kullanılmıştır. Bunlarda malzeme olarak büyük taş bloklar kullanılmış ve her sırada bir alttakinden içe doğru taşacak biçimde yerleştirilmiştir [1]. Kemerlerin sistematik kullanımı ise kemer tekniğini geniş bir yapı sınıfına ilk defa uygulayan Romalılar döneminde başlamıştır. Eski Türk yapılarında kemer taşlarını geçmeli yapılarak taşların birbirine daha iyi bağlanmaları sağlanmıştır. Osmanlı mimarisinde de kemer kullanımı yaygın olarak görülmektedir. En çok kullanılan kemer tipleri Bursa Kemer, tek veya çift merkezli teğet kemer, penci kemer, basık kemer ve üç merkezli kemerdir [6].

Yapı tarihi boyunca kemer ögesi, köprü, su yolu, saray, tapınak gibi birçok yapıda kullanılmış ve pek çok kemer türü geliştirilmiştir [1]. Şekil 1’de günümüzde de varlığını sürdüren iki farklı kemer tipinden örnekler sunulmuştur.



a)



b)

**Şekil 1.** Değişik kemer tiplerine ait örnekler  
a) Alcántara vadisindeki su kemerleri, Lisbon  
b) Genelkurmay binasının kemer, Palace Square, St. Petersburg

## 2. KEMERLERİN ÇALIŞMA PRENSİBİ ve YAPIM ÖZELLİKLERİ

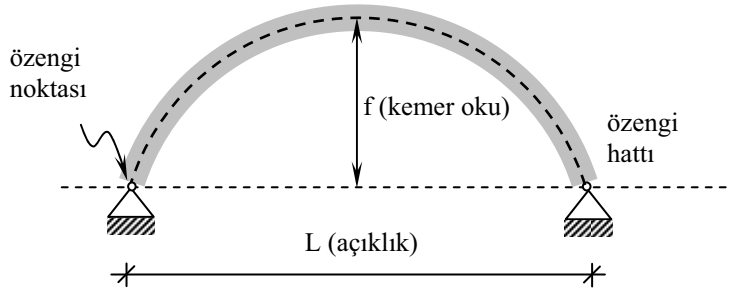
Kemerler açıklık kesitinde çekme gerilmesinin oluşmaması ve sadece basınç gerilmelerinin meydana gelmesi bakımından önemlidir. Bilindiği üzere betonarme ve çelik inşaatlar başlamadan önce tarih sırasına göre kullanılan yapı malzemelerinin başlıcaları taş, tuğla ve betondur. Bu malzemelerin basınca karşı yeterli mukavemeti olmasına karşılık çekmeye karşı mukavemeti yok denecek kadar azdır ve genel olarak çekmeye karşı mukavemetinin olmadığı kabul edilir [2]. Bu durumda, taş, tuğla ve betondan yapılacak taşıyıcı sistemlerde hiçbir şekilde çekme gerilmesinin meydana gelmemesi gerekir. Bunun için de taşıyıcı sistemin her bir kesitinde ya sadece aksel basınç kuvvetinin etkimesi ya da aksel basınç kuvveti ile birlikte bir miktar eğilme momentinin etkimesi gerekir. Kemer eksenine uygun şekilde düzenlenerek hiçbir kesitte eğilme momentinin meydana gelmemesi veya normal kuvvetle birlikte etkiyecek eğilme momentinden çekme gerilmelerinin oluşmaması sağlanabilir [2]. Çekmeye karşı mukavemeti olmayan yapı malzemelerinin kullanılması nedeniyle başlangıçta taşıyıcı sistemler genellikle kemer olarak inşa edilmiştir.

Kagir kemerlerin yapımı esnasında iki önemli avantaj ön plana çıkmaktadır. İlk avantaj olarak kagir kemerler, kemer taşı adı verilen birçok küçük parçadan oluşması nedeniyle taşınması ve yerine konulması oldukça güç olan büyük taş bloklarla uğraşma zorluğunu ortadan kaldırmaktadır. Ayrıca hasarsız büyük taş parçalarının bulunabilme zorunluluğundan da bu şekilde kaçınılmış olunur. İkinci avantaj olarak ise, fiziksel özellikleri nedeniyle kemer eski dönemlerde taşıyıcı eleman olarak kullanılan taş lentolara göre daha büyük açıklıklar geçebilir.

Kemerin üstündeki duvarın neden olduğu ağırlık kuvvetleri kemer üzerine dağılır ve bu kuvvetler kemerin geometrisinden dolayı kemer taşlarında eğik kuvvetlerin oluşmasına neden olur. Kemer, kilit taşı denilen son taş yerine koyuluncaya kadar kendi kendini taşıyamayacağından, başlangıçta ahşap bir kalıp üzerine inşa edilir. Bu durum kemer konstrüksiyonun sakıncalarından birini teşkil etmektedir. Kilit taşı yerine konulduktan sonra kemer kendini taşıyabilir ve ahşap kalıp diğer kemerlerin yapımında kullanılmak üzere sökülebilir [7].

### 3. KEMER TERİNOLOJİSİ

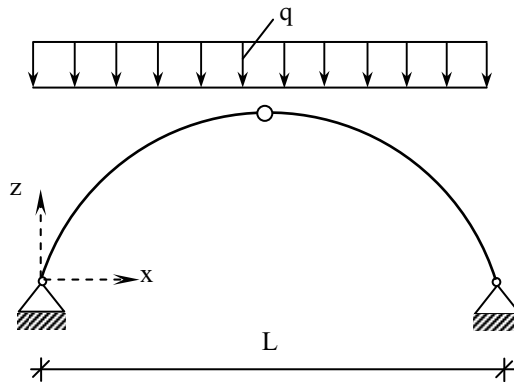
Geleneksel yapım sistemleri arasında yaygın bir kullanımı olan kemerin bölümlerine çeşitli adlar verilmektedir. Kemerin başladığı noktaya, yani bir dayanağa oturduğu bölüme özeni yüzeyi, bu yüzeye ilk oturduğu öğeye özeni taşı (özeni noktası), özeni noktalarını birleştiren doğruya da özeni hattı denir [1, 2]. Kemerin en üst ve orta noktada sıkıştıran konik öğeye kilit taşı, ara öğelere kemer taşı, bu öğeler arasındaki birleşme yüzeylerine de yatak adı verilmektedir [1]. Kilit taşı ile özeni hattı arasındaki uzaklığa kemer oku ( $f$ ) ve özeni noktaları arasındaki yatay uzaklığa da kemerin açıklığı ( $L$ ) denir. Şehimin açıklığa oranına ( $f/L$ ) kemerin basıklığı denir.  $f/L = 1/2$  ise tam kemer (yarım daire kemer),  $f/L > 1/2$  ise sivri kemer,  $f/L < 1/2$  ise basık kemer,  $f/L > 0.30$  ise az basık kemer,  $f/L < 0.15$  ise çok basık kemer denir [2]. İki mesneti sabit mesnet olan ve üzerinde bir mafsallı bulunan kemerlere üç mafsallı kemerler denilir [8]. Kemerin yukarıda açıklanan bazı elemanları Şekil 2’de tipik bir kemer üzerinde gösterilmiştir.



Şekil 2. Tipik kemer örneği

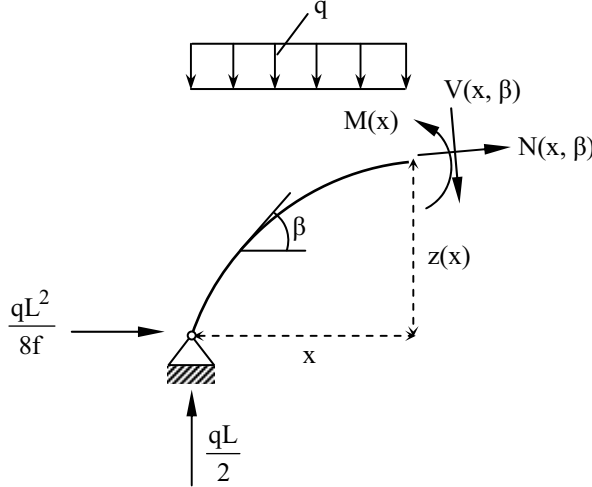
### 4. ÜÇ MAFSALLI KEMERLERİN DÜZGÜN YAYILI DÜŞEY YÜKLER ALTINDA STATİK ANALİZİ

Açıklığı  $L$ , basıklık oranı  $f/L$  olan ve  $q$  şiddetinde düzgün yayılı yüklerle yüklü üç mafsallı bir kemer Şekil 3.’de gösterilmiştir.



Şekil 3. Düzgün yayılı yüklerle yüklü üç mafsallı bir kemer

Bu kemerin herhangi bir kesitindeki iç kuvvetler Şekil 4.'de gösterilen parçanın dengesinden yazılabilir. Kemerde normal kuvvet (N), kesme kuvveti (V) ve eğilme momenti (M) olarak ortaya çıkan iç kuvvetler (x,  $\beta$ )'nın fonksiyonu olarak Denklem (1), (2) ve (3)'de verilmiştir.  $\beta$  kemere herhangi bir noktadan çizilen teğetin yatay eksenle yapmış olduğu açı, x ise o noktanın sabit mesnete olan yatay uzaklığıdır



Şekil 4. Kemerin herhangi bir kesitindeki iç kuvvetler

Kuvvetlerin teğet üzerindeki izdüşümlerinin toplamının sıfır olması şartından hareketle Denklem (1) elde edilir.

$$N(x, \beta) = qx \sin \beta - \frac{qL}{2} \sin \beta - \frac{qL^2}{8f} \cos \beta \quad (1)$$

Kuvvetlerin teğete dik eksen üzerindeki izdüşümlerinin dengesinden yararlanılarak kemerin herhangi bir kesitindeki kesme kuvvetini veren Denklem (2) elde edilir.

$$V(x, \beta) = -qx \cos \beta + \frac{qL}{2} \cos \beta - \frac{qL^2}{8f} \sin \beta \quad (2)$$

Üç mafsallı kemerin herhangi bir kesitindeki eğilme momentini veren ifade ise sadece x'in fonksiyonu olarak Denklem (3)'deki gibi yazılabilir.

$$M(x) = -\frac{qx^2}{2} - \frac{qL^2}{8f} z(x) + \frac{qL}{2} x \quad (3)$$

Üç mafsallı kemerin eğri ekseninin  $z(x) = \frac{4f}{L^2} x(L-x)$  şeklinde ikinci derece bir parabol seçilmesi durumunda

Denklem (2) ve Denklem (3)'de gerekli düzenlemeler yapılırsa kemerin herhangi bir kesitindeki kesme kuvveti ve eğilme momentinin sıfır olduğu görülecektir [9]. Buna göre bu tip kemerlerde yerdeğiştirmelerin hesaplanması sadece normal kuvvete bağlı olarak elde edilecektir.

Gerçek yüklemenin olduğu sistemde kemerin sabit mesnetinden x ( $0 \leq x \leq L/2$ ) gibi bir mesafedeki kesitinde oluşan normal kuvvet  $N_0(x, \beta)$ , Denklem (4)'deki gibi yazılabilir.

$$N_0(x, \beta) = qx \sin \beta - \frac{qL}{2} \sin \beta - \frac{qL^2}{8f} \cos \beta \quad (4)$$

Kemerin mafsal noktasının düşey yerdeğiştirmesini hesaplamak için sistemde esas dış yükler kaldırılıp o noktaya  $P=1$  kN'luk tekil yük uygulandığı zaman kemerin sabit mesnetinden  $x$  ( $0 \leq x \leq L/2$ ) gibi bir mesafedeki kesitinde oluşan normal kuvvet  $N_1(x, \beta)$ , Denklem (5)'deki gibi yazılabilir.

$$N_1(x, \beta) = -\frac{P}{2} \sin \beta - \frac{P}{2} \cos \beta \quad (5)$$

Kemerin mafsal noktasının düşey yerdeğiştirmesi Denklem (6) kullanılarak hesaplanabilir. Bu denklemde  $s$ , sabit mesnet ile mafsal noktası arasındaki kemer uzunluğudur.

$$\delta\left(x = \frac{L}{2}\right) = \frac{1}{EA} \left\{ \int_0^s \left( qx \sin \beta - \frac{qL}{2} \sin \beta - \frac{qL^2}{8f} \cos \beta \right) \cdot \left( -\frac{P}{2} \sin \beta - \frac{P}{2} \cos \beta \right) ds \right\} \cdot 2 \quad (6)$$

Denklem (6)'daki ifadeyi  $x$  değişkenine bağlı olarak integrale etmek için Denklem (7)'deki dönüşüm uygulanmalıdır.

$$ds = \frac{dx}{\cos \beta} \quad (7)$$

Denklem (7)'deki ifade Denklem (6)'da yerine yazılır ve gerekli düzenlemeler yapılırsa Denklem (8) elde edilir.

$$\delta\left(x = \frac{L}{2}\right) = \frac{1}{EA} \int_0^{\frac{L}{2}} \left( qx \tan \beta - \frac{qL}{2} \tan \beta - \frac{qL^2}{8f} \right) \cdot (-P \sin \beta - P \cos \beta) dx \quad (8)$$

Denklem (8)'deki  $\tan \beta$ 'nin karşılığı Denklem (9)'daki gibi yazılabilir.

$$\tan \beta = \frac{\partial z(x)}{\partial x} = \frac{4f}{L^2} (L - 2x) \quad (9)$$

Denklem (8)'deki trigonometrik ifadelerin karşılıkları Denklem (9)'dan faydalanılarak hesaplanır ve yerlerine yazılırsa Denklem (10) elde edilir.

$$\delta\left(x = \frac{L}{2}\right) = \frac{1}{EA} \int_0^{\frac{L}{2}} \left\{ qx \frac{4f}{L^2} (L - 2x) - \frac{qL}{2} \frac{4f}{L^2} (L - 2x) - \frac{qL^2}{8f} \right\} \cdot \left\{ \frac{-P \left[ \frac{4f}{L^2} (L - 2x) + 1 \right]}{\sqrt{1 + \left[ \frac{4f}{L^2} (L - 2x) \right]^2}} \right\} dx \quad (10)$$

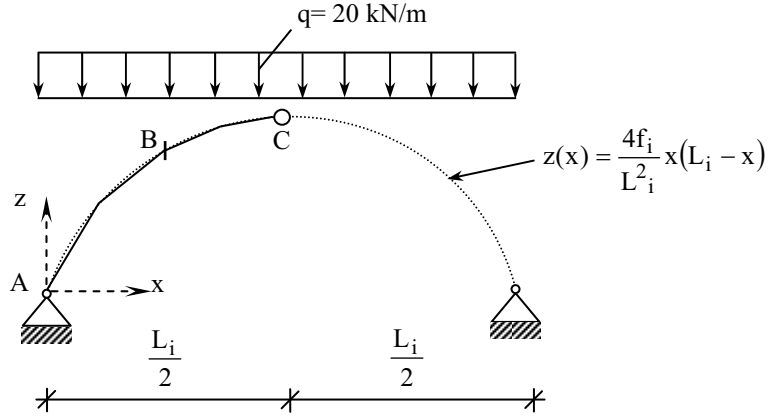
Bu denklem kullanılarak üç mafsalı kemerlerin orta noktasındaki düşey yerdeğiştirme değeri hesaplanabilir.

## 5. SAYISAL UYGULAMA

Kemerlerin eğri eksenli elemanlar olması nedeniyle değişik analiz programlarına gerçek kemer geometrisinin tanımlanması oldukça zaman alıcı olmaktadır. Ayrıca elle yapılan işlemlerde kemerlerde iç kuvvetlerin hesaplanması basit olmasına karşılık yerdeğiştirmelerin hesaplanması kemerin eğri eksenli geometrisinden dolayı zahmetlidir. Yerdeğiştirmelerin yapı statiklerinin bilinen yöntemleri kullanılarak elle hesaplanması durumunda çıkan integral analitik olarak basit dönüşümlerle elde edilemez ve nümerik olarak çözülmek durumunda.

Bu çalışmada yukarıda açıklanan nedenlere bağlı olarak kemerlerin çözümünü ve analiz programlarında modellenmesini basitleştirebilecek bir yaklaşım sunulmuştur. Bu yaklaşımda kemerler doğru eksenli parçalı elemanlarla temsil edilmiştir.

Çalışmada açıklıkları  $L_1= 10\text{m}$ ,  $L_2= 20\text{m}$ ,  $L_3= 30\text{m}$  olarak seçilen ve eğri eksenli  $z(x) = \frac{4f}{L^2}x(L-x)$  şeklinde ikinci derece bir fonksiyonla temsil edilen üç adet üç mafsallı kemer dikkate alınmıştır. Kemer oku olarak  $f_1= 5\text{m}$ ,  $f_2= 10\text{m}$ ,  $f_3= 15\text{m}$  değerleri kullanılmıştır. Düzgün yayılı yükün değeri tüm analizlerde  $q= 20 \text{ kN/m}$  alınmıştır.



Şekil 5. Kemerin doğru parçaları ile idealleştirilmesi

Bu çalışmada dikkate alınan kemerlerin Şekil 5’de A ve C olarak işaretlenen noktaları arasındaki açıklık yatayda eşit uzunluğa sahip iki, dört, sekiz ve on adet doğru ile idealleştirilmiştir. Aynı idealleştirme işlemi kemerin simetrik diğer yarısı için de geçerlidir. A noktası kemer mesnetinin bulunduğu nokta, C noktası ise açıklığın tam orta noktasıdır.

Çalışmada hem gerçek kemer geometrisi, hem de idealleştirilmiş durumlar dikkate alınarak kemerlerin üç farklı noktasındaki (A, B ve C noktalarındaki) iç kuvvetler ( $N_A$ ,  $N_B$ ,  $N_C$ ) hesaplanmıştır. B noktası kemer yarı açıklığının orta noktası olarak seçilmiştir. Ayrıca düşey yerdeğiştirmeler cinsinden de karşılaştırma yapabilmek amacıyla en büyük düşey yerdeğiştirmenin meydana geldiği C noktasındaki değerler gerçek kemer geometrisi ve idealleştirilmiş durumlar dikkate alınarak hesaplanmıştır. Hesaplanan değerler karşılaştırmalı olarak Tablo 1’de verilmiştir. Bu tabloda  $\delta_C$ , C noktasının düşey yerdeğiştirmesini, EA ise kemerin eksenel rijitliğini göstermektedir. İdealleştirilmiş kemer geometrisi üzerinden yapılan tüm hesaplar SAP2000 analiz programı [10] kullanılarak gerçekleştirilmiştir.

**Çizelge 1.** Gerçek kemer geometrisi ve idealleştirilmiş durumlar için hesaplanan değerler

Kemer No	Parça Sayısı	Yaklaşık Değerler			Gerçek Değerler			Yaklaşık Değer	Gerçek Değer
		N <sub>A</sub> (kN)	N <sub>B</sub> (kN)	N <sub>C</sub> (kN)	N <sub>A</sub> (kN)	N <sub>B</sub> (kN)	N <sub>C</sub> (kN)	EAδ <sub>C</sub>	EAδ <sub>C</sub>
1	2	110.9	69.3	44.7	111.8	70.7	50	773.00	793.92
	4	111.6	70.3	48.5				788.78	
	8	111.8	70.6	49.6				792.64	
	10	111.8	70.6	49.8				793.10	
2	2	221.9	138.7	89.4	223.6	141.4	100.0	3091.99	3175.67
	4	223.3	140.6	97.0				3155.13	
	8	223.5	141.2	99.2				3170.32	
	10	223.6	141.3	99.5				3172.40	
3	2	332.8	208.0	134.2	335.4	212.2	150.0	6956.95	7145.25
	4	334.9	210.8	145.5				7099.04	
	8	335.3	211.8	148.8				7137.17	
	10	335.3	211.9	149.3				7137.89	

## 6. SONUÇLAR

Bu çalışmada, geleneksel yapım sistemleri arasında önemli bir yere sahip olan kemerlerin düşey yükler altında çözümünü ve bilgisayarlı analiz programlarında modellenmesini basitleştiren bir yaklaşım sunulmuştur. Bu yaklaşımda kemerler doğru eksensli parçalı elemanlarla temsil edilmiştir. Sunulan yaklaşımın etkinliği kemerlerle ilgili yaygın bir hesap modeli olarak kullanılan üç mafsallı kemerler göz önüne alınarak araştırılmıştır.

Gerçek çözümden elde edilen iç kuvvet değerleri ile yaklaşık çözümden hesaplanan iç kuvvetler ve düşey yerdeğiştirmeler arasında önemli bir fark bulunmamaktadır. İki parçalı doğru parçası ile temsil edilen durumlara ait yaklaşık normal kuvvet ve yerdeğiştirme değerleri, gerçek çözüm değerlerine çok yakındır. İki doğru parçası ile idealleştirilen durumların yaklaşık çözümleri de kabul edilebilir sonuçlar vermektedir.

İki parçalı yaklaşık çözümde A ve B noktalarında elde edilen iç kuvvetler gerçek çözüm değerlerine çok yakındır. Buna karşı, C noktasında elde edilen farklar nispeten daha büyüktür. Hesaplanan en büyük fark oranı %10.6'dır. Aynı durum yerdeğiştirmeler için de geçerlidir.

Kemer açıklığı büyümesine rağmen hesaplanan yaklaşık ve gerçek çözüm farkları oransal olarak sabit kalmaktadır.

Sunulan basitleştirilmiş yaklaşım farklı kemer tipleri için de uygulanabilecektir.

## KAYNAKLAR

- [1] G. K. Usta, A. Usta, Ö. İ. Tuluk, "Anadolu Türk Mimarlığı İçin Görsel Sözlük" Sonhaber Matbaacılık, Trabzon, 2001.
- [2] İ. Ekiz, "Yapı Statiği 1", Seç Yayın Dağıtım, İstanbul, 1995.
- [3] D. Kuban, "Mimarlık Kavramları", Yapı-Endüstri Merkezi Yayınları, 6. Baskı, İstanbul, 2002.
- [4] A. Ural, "Tarihi Kemer Köprülerinin Sonlu Eleman Metoduyla Analizi", Deprem Sempozyumu 2005, 408-413, 23-25 Mart, Kocaeli, 2005.
- [5] A. Ural, Ş. Oruç, A. Doğançün, Ö. İ. Tuluk, "Turkish historical arch bridges and their deteriorations and failures", Engineering Failure Analysis, 15, 43-53, 2008.

- 
- [6] F. Uluengin, B. Uluengin, M. B. Uluengin, “Osmanlı Anıt Mimarisinde Klasik Yapı Detayları”, YEM Yayınları, İstanbul, 2007.
- [7] L. M. Roth, “Mimarlığın Öyküsü”, Kabalcı Yayınevi, İstanbul, 2000.
- [8] A. Çakıroğlu, E. Çetmeli, “Yapı Statiği”, Cilt I, Beta Basım Yayım Dağıtım A.Ş., İstanbul, 1998.
- [9] H. Can, “Çözümlü Örneklerle Yapı Statiği”, Birsen Yayınevi, İstanbul, 2002.
- [10] Computers and Structures, Inc., SAP2000 Nonlinear, Version 8.2.3, Structural Analysis Program, Berkeley CA, 2000.