

## Kırılgan Beşli Ülkelerinin Menkul Kıymet Borsalarının Kaotik Yapısının İncelenmesi\*

Ayşe İŞİ\*\*

Sedat YENİCE\*\*\*

Fatih ÇEMREK\*\*\*\*

Geliş Tarihi (Received): 22.02.2018– Kabul Tarihi (Accepted): 15.03.2018

### Öz

Kaotik veri analizi, 1980'lerden itibaren finansal piyasaların davranışlarının açıklanmasında ve modellenmesinde faydalı bir araç olarak kullanılmaktadır. Bu çalışmada Yükselen ekonomiler sınıfında yer alan ve Morgan Stanley tarafından Kırılgan Beşli Ülkeleri olarak adlandırılan Brezilya, Endonezya, Hindistan, Türkiye ve Güney Afrika (BIITS)'nın menkul kıymet borsalarının kaotik yapısının incelenmesi amaçlanmıştır. Bu amaçla Kırılgan Beşli ülkelerinin önde gelen borsa endekslerinin 2001-2015 dönemini kapsayan günlük kapanış değerlerini içeren veri seti ile çalışılmıştır. Ülkelerin menkul kıymet borsalarının kaotik yapısının incelenmesinde, kaotik davranışın en önemli göstergelerinden olan ve Grassberger ve Procaccia (1983) tarafından önerilen Korelasyon Boyutu ile Kantz (1994)'ın en büyük Lyapunov üsteli algoritması kullanılmıştır. Korelasyon boyutu analizine göre incelenen ülkelerin menkul kıymet borsalarının aynı fraktal boyuta, diğer bir ifade ile aynı karmaşıklık düzeyine sahip oldukları belirlenmiştir. En büyük Lyapunov üsteli değerlerine göre ise tüm ülkelerin genel olarak zayıf kaotik yapıya sahip oldukları belirlenmiştir. Kaotik analizler sonucu elde edilen bulgular, Kırılgan Beşli ülkelerinin menkul kıymet borsalarının benzer kaotik davranış sergilemeleri nedeniyle aynı grupta yer almasını destekleyici niteliktedir.

**Anahtar Kelimeler:** Kaotik zaman serileri, Korelasyon boyutu, En büyük Lyapunov üsteli, Menkul kıymet borsası, Kırılgan Beşli.

---

\* Bu çalışma 05-07 Ekim 2017 tarihlerinde Karadeniz Teknik Üniversitesi'nde düzenlenmiş olan 18. Uluslararası Ekonometri, Yönelem Araştırması ve İstatistik Sempozyumu'nda sunulan bildirinin gözden geçirilmiş ve genişletilmiş halidir.

\*\* Öğr.Gör.Dr., Gazi Üniversitesi, Polatlı Sosyal Bilimler MYO, ayseisi@gazi.edu.tr

\*\*\* Doç.Dr., Gazi Üniversitesi, Polatlı Sosyal Bilimler MYO, sedatyenice@gmail.com

\*\*\*\* Doç.Dr., Eskişehir Osmangazi Üniversitesi, Fen-Edebiyat Fakültesi, İstatistik Bölümü, fcemrek@ogu.edu.tr

## **Investigation of the Chaotic Structure of Stock Exchanges of Fragile Five Countries**

### **Abstract**

Chaotic data analysis has been used since the 1980s as a useful tool in describing and modeling the behavior of financial markets. In this study, it was aimed to examine the chaotic structure of the stock exchanges of Brazil, Indonesia, India, Turkey, and South Africa (BIITS), categorized as the emerging economies and called the Fragile Five by Morgan Stanley. For this purpose, the leading indexes of the Fragile Five countries were studied with the data set containing daily closing values for the period 2001-2015. The chaotic structure of the stock exchanges of the countries was determined using the correlation dimension proposed by Grassberger and Procaccia (1983), which is an important indicator of chaotic behavior, and the largest Lyapunov exponents calculated using the Kantz (1994) algorithm. According to the correlation dimension analysis, it was found that the stock exchanges of the Fragile Five have the same fractal dimension and according to the largest Lyapunov exponent values, all the countries were found to have a weak chaotic structure in general. The findings obtained as a result of the chaotic analysis support the fact that the studied countries are in the same group.

**Keywords:** Chaotic time series, Correlation dimension, Largest Lyapunov exponent, Stock exchange, Fragile Five.

## Giriş

Ülkelerin gelişmişlik düzeyi, ekonomilerin ve menkul kıymet borsalarının yapısıyla yakından ilişkilidir. Gelişmekte olan ülkeler olarak tanımlanan ülkeler, ekonomik açıdan dikkat çeken ve gelişme potansiyeli yüksek olan ülkeler olarak ifade edilmektedir. Son zamanlarda gelişmekte olan ülkeler ifadesinin yerine yükselen ekonomiler ifadesi sıklıkla kullanılmaya başlanmıştır.

Yükselen piyasa ekonomisi tanımı ilk kez 1981 yılında Uluslararası Finans Kurumu (IFC) tarafından kullanılmıştır. Yükselen ekonomi ifadesi, düşük orta düzeyde kişi başına gelire sahip ülkeler için kullanılmıştır (Erşin,2014, s. 43). Günümüzde yaygın olarak kullanılan bu terim için literatürde kesin bir tanım olmamasının yanı sıra, bu gruba dahil olacak ülkelerin özellikleri hakkında genel bir görüş birliği de bulunmamaktadır. Buna rağmen, önceleri BRIC daha sonra da Güney Afrika'nın eklenmesiyle BRICS olarak adlandırılan Brezilya, Rusya, Hindistan ve Çin, yükselen ekonomiler olarak anılmaktadır.

Morgan Stanley'in 2013 yılında hazırlamış olduğu raporda ortaya atılmış olduğu Kırılgan Beşli ülkeleri de, BRICS'e benzer şekilde yükselen ekonomiler içerisinde yer almaktadır. Bu ülkelerin kırılgan olarak sınıflandırılmasının temelinde bu ülkelerin yüksek cari açıklarının olması, yüksek enflasyon oranları ve büyüme performanslarındaki istikrarsızlık, artan dış finansman gereksinimi gibi özellikler yer almaktadır (Akel, 2015, s. 77).

Yaklaşık yarım asırdır menkul kıymet borsaları, küresel ekonominin ayrılmaz bir parçası haline gelmiştir. Menkul kıymet borsalarındaki herhangi bir değişiklik bireylerin, kurumların ve ülkelerin finansal durumlarını etkilemektedir (Hassan ve Nath, 2005; Kuo vd.,1996). Bu nedenle menkul kıymet borsalarının davranışlarının açıklanması ve öngörülmesi, yatırımcılar, finansçılar ve bilim adamları açısından önde gelen konulardan biri olmuştur.

19 Ekim 1987'de yaşanan ve Kara Pazartesi olarak adlandırılan menkul kıymet borsalarındaki ani çöküşün ardından hem finans basınında hem de akademik literatürde doğrusal olmayan dinamik sistemlere ve özellikle de deterministik kaotik sistemlere olan ilgi artmıştır. Kaotik davranışlara olan bu ilginin en önemli nedeni, ekonomide ve finansal piyasalarda rassal görünümlü dalgalanmaları potansiyel olarak açıklayabilmesidir (Hsieh,1991, s. 1839,1845).

Finans piyasalarının kaotik unsurlar içerip içermediğinin belirlenmesi ve bu kaotik unsurlarla piyasalardaki hareketlerin açıklanmasıyla ilgili pek çok çalışma yapılmıştır. Huanga vd. (2005), NIKKEI 225 endeksini; Duarte vd. (2010), Dow Jones ve NASDAQ endekslerini incelemiş; Ozun vd. (2010), Türkiye ve Atina hisse senedi piyasalarını karşılaştırmışlardır. Brock vd. (1991), Mayfield ve Mizrach (1992), Vaidyanathan ve Krehbiel (1992) ve Haniaş vd. (2013) S&P 500 endeksini incelemiş ve düşük boyutlu kaos tespit etmişlerdir. Abhyankar vd. (1997), SP&500, DAX, NIKKEI 225 ve FTSE 100 endekslerinin getiri serileri ile çalışmışlar ve düşük boyutlu kaosa dair bir kanıt bulamadıklarını ifade etmişlerdir. Webel (2012) ise DAX endeksinin kaotik olduğunu belirlemiştir. Elridge ve Coleman (1993), FTSE-100 endeksinin doğrusal olmadığını aynı zamanda kaotik özellikler taşıdığını belirlemiştir. Özdemir ve Akgül (2014) ve Alpar ve Eren (2016), İMKB-100 endeksini incelemiş ve öngörü değerlerini elde etmeye çalışmıştır.

Başta genel ekonomik koşullar ve siyasi olaylar olmak üzere pek çok faktör yatırımcıların davranışlarını ve dolayısıyla menkul kıymet borsalarının seyrini etkilemektedir. Stermen (1998), karar verici pozisyonunda olan bireylerle yaptığı deneysel çalışma ile ekonomik sistemlerin kaotik davranışının, bireylerin önemli bir makroekonomik durum karşısındaki karar verme süreçleri tarafından üretildiğini göstermiştir.

Bu çalışmada 2013 Mayıs ayında FED'in tahvil alımını azaltacağı yönündeki kararının ardından Ağustos ayında Morgan Stanley'in raporunda Kırılgan Beşli olarak adlandırılan ve bu süreçte menkul kıymet borsaları en çok değer kaybeden Brezilya, Hindistan, Endonezya, Türkiye ve Güney Afrika'nın menkul kıymet borsaları, kaotik özellikler bağlamında incelenmiştir.

Literatürde Kırılgan Beşli ülkelerinin ekonomik yapısının ve piyasa hareketlerinin çeşitli göstergeler ve analiz yöntemleri kullanılarak incelenmesine ilişkin çalışmalar mevcuttur (Erşin, 2014; Akel, 2015; Çeviş ve Ceylan, 2015; Hayaloğlu, 2015; Yenice ve Tekindal, 2015). Özellikle bu ülkelerin menkul kıymet borsalarının benzerlikler göstermesi, akademik çalışma yapanlar açısından ilgi çekici bulunmuştur. Bu çalışmada Kırılgan Beşli ülkelerinin menkul kıymet borsalarının benzerliklerinin kaotik veri analizi yöntemi kullanılarak incelenmesi, çalışmayı literatürdeki diğer çalışmalardan ayırmaktadır. Kaos teorisi, dinamik sistemlerin özelliklerinin ortaya konması ve karmaşık yapıya sahip bir zaman serisinin eğiliminin kestirilmesi için önemli bir araç sunmuştur. Kaos teorisi üzerine çalışan bilim adamları, kaotik zaman serilerinin kestirimi için doğrusal olmayan kestirim yaklaşımlarını kaotik parametrelerle birleştirerek bir takım yeni yaklaşımlar geliştirmişlerdir. Bu çalışma ile ayrıca, menkul kıymet

borsaları gibi kaotik unsurlar taşıyan finansal zaman serilerinin seyrinin öngörülmesinde, doğrusal olmayan geleneksel metotlar yerine kaotik kestirim yaklaşımlarının kullanılmasının gerekliliğine dikkat çekilmek istenmektedir.

## 1. Yöntem

Yükselen ekonomileri temsil etmek üzere ele alınan Kırılgan Beşli ülkelerinin menkul kıymet borsalarının kaotik özellikler bağlamında incelenmesi amacıyla en önemli kaotik parametreler olan korelasyon boyutu ve en büyük Lyapunov üsteli kullanılmıştır.

Zaman serileri temelde doğrusal ve doğrusal olmayan zaman serileri olarak ikiye ayrılmaktadır. Kaotik zaman serileri, doğrusal dinamik sistemler tarafından üretilmekte ve başlangıç koşullarına hassas bağlılık gösterme, fraktal yapıya sahip olma (kendine benzeme özelliği gösterme), aperiodyodik olma ve sınırlılık gibi bir takım karakteristik özelliklerle doğrusal olmayan zaman serilerinden ayrılmaktadır.

Kaotik sistemlerin bu özellikleri, bir zaman serisinin gözlemlenmiş değerlerinden hareketle yeniden yapılandırılan belirli bir boyuttaki faz uzayından elde edilen bilgilerle incelenmektedir. Bu nedenle çalışmanın bu bölümünde öncelikle faz uzayının yeniden yapılandırılması için gerekli olan faz uzayı parametrelerinin belirlenmesi, daha sonra da sistemin kaotikliğinin belirlenmesinde kullanılan korelasyon boyutu ve en büyük Lyapunov üstellerinin teorik çerçevesi üzerinde durulmuştur.

### 1.1. Faz Uzayının Yeniden Yapılandırılması

Kaotik sistemlerin en önemli özellikleri, ünlü meteorolog Lorenz tarafından ortaya konan başlangıç koşullarına hassas bağlılık göstermeleri ve Mandelbrot tarafından tanımlanan fraktal yapıya sahip olmalarıdır (Abarbanel vd, 1993). Bu özellikler, gözlemlenmiş zaman serisinden hareketle yeniden yapılandırılan belirli bir boyuttaki faz uzayında oluşan çekiciden elde edilen bilgiler ile incelenmektedir. Çekiciler, dinamik bir sistemin faz uzayındaki noktalarından oluşan ve bir cisim şeklinde görünen yapılardır. Dolayısıyla öncelikle bu çekicilerin konumlanacağı faz uzayının yeniden yapılandırılması gerekmektedir. Faz uzayının yeniden yapılandırılması için en önemli iki parametre, zaman gecikmesi  $\tau$  ve gömme boyutu  $d'$  dir.

Çekiciler, Takens (1981)'in gömülü teoremine göre,  $x(t)$  gözlemlenmiş zaman serisinin  $\tau$  gecikme zamanı ile,

$$X_t = (x_t, x_{t-\tau}, x_{t-2\tau}, \dots, x_{t-(d-1)\tau}) \quad (1)$$

vektörlerinin d-boyutlu faz uzayına aktarılması ile oluşturulmaktadır.

Çekici oluşturulduktan sonra, çekicinin fraktal boyutu ve sistemin Lyapunov üstelleri hesaplanarak sistemin kaotik yapısı değerlendirilmektedir.

### 1.1.1. Zaman Gecikmesinin Tahmin Edilmesi

En uygun zaman gecikmesinin ( $\tau$ ) belirlenmesi için Fraser ve Swinney (1986) tarafından önerilen ortalama karşılıklı bilgi yöntemi, bir zaman serisi ile onun gecikmeli değerlerini içeren iki serinin birbiri hakkında içerdiği bilgiyi ölçen bir yöntemdir.

$x(t)$ , t anındaki gözlem değerlerini ve  $x(t+T)$ , t+T anındaki gözlem değerlerini ifade etmek üzere, ortalama karşılıklı bilgi istatistiği  $I(T)$ , (2) numaralı denklemlerle elde edilmektedir.

$$I(T) = \sum_{x(t), x(t+T)} P(x(t), x(t+T)) \cdot \log_2 \left[ \frac{P(x(t), x(t+T))}{P(x(t)) \cdot P(x(t+T))} \right] \quad (2)$$

$I(T)$  ortalama karşılıklı bilgi değerinin ilk minimum olduğu T değeri, çekicinin konumlanacağı faz uzayının oluşturulmasında kullanılacak optimum gecikme değeri ( $\tau$ ) olarak belirlenmektedir (Abarbanel, 1996:29).

### 1.1.2. Gömme Boyutunun Tahmin Edilmesi

Gömme boyutu (d), çekicinin oluşturulacağı faz uzayının boyutunu ifade etmektedir. En uygun gömme boyutunun belirlenmesi için kullanılan yöntemlerden biri, Kennel vd. (1992) tarafından önerilen Yanlış En Yakın Komşu (False Nearest Neighbors) metodudur.

Yanlış en yakın komşu metodunda seçilen bir nokta ve bu noktanın yakın komşuları için ayrı ayrı d boyutlu ve d+1 boyutlu uzayda Öklid uzaklığının karesi hesaplanmaktadır. Daha sonra bu kareli uzaklıkların bir oranı hesaplanmaktadır. Bu oran, belli bir eşik değeri ile karşılaştırılıp seçilen noktanın yanlış en yakın komşu olup olmadığı değerlendirilmektedir.

Kennel vd.(1992), herhangi bir komşunun yanlış komşu olduğunun belirlenmesi için (3) numaralı denklemlerle verilen kriterin kullanılmasını önermişlerdir:

$$\left[ \frac{R_{d+1}^2 - R_d^2}{R_d^2} \right]^{1/2} = \left| \frac{x(t+d\tau) - x^{(r)}(t+d\tau)}{\sum_{k=0}^{d-1} [x(t+k\tau) - x^{(r)}(t+k\tau)]} \right| > R_{tol} \quad (3)$$

(3) numaralı denklemlerde  $R_{tol}$  bir eşik değeridir. Kennel vd. (1992)'e göre,  $R_{tol} \geq 10$  olduğunda yanlış komşular açık bir şekilde belirlenmektedir. Bu işlem için yalnızca en yakın komşuları (r=1) göz önünde bulundurmak ve yörünge üzerindeki her bir noktayı sorgulayarak

N tane en yakın komşudan kaç tanesinin yanlış olduğunu saptamak yeterlidir. Yanlış en yakın komşu sayısı sifira indiğinde çekici, d-boyutlu Öklid uzayına gömülmektedir.

## 1.2. Korelasyon Boyutunun Belirlenmesi

Grassberger ve Procaccia (1983) tarafından geliştirilen korelasyon boyutu, sistemin karmaşıklık düzeyinin bir ölçüsüdür (Eckman ve Ruelle,1985; Abarbanel vd,1993) ve sistemin çekicisinin fraktal (kendine benzerlik) boyutunun hesaplanması ile belirlenmektedir. Metot, korelasyon integralinden hareketle yeniden yapılandırılmış çekici üzerindeki uzun dönem gözlemlenmiş zaman serisinin noktaları arasındaki korelasyonu dikkate alarak hesaplama yapmaktadır.

$\{X_1, X_2, \dots, X_N\}$  çekici üzerindeki noktalar kümesi olmak üzere d-boyutlu faz uzayı için korelasyon integrali  $C(r)$ ,

$$C(r) = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{N(N-1)} \sum_{i,j=1}^N \Theta(r - |X_i - X_j|) \quad (4)$$

biçiminde tanımlanmaktadır.  $\Theta(x)$ , Heaviside basamak fonksiyonu olup,

$$\Theta(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 0 \text{ ise} \\ 1, & x > 0 \text{ ise} \end{cases} \quad (5)$$

biçiminde tanımlanmaktadır.

Grassberger and Procaccia (1983) çeşitli sistemler üzerinde yaptıkları çalışmalarda,  $\nu$  korelasyon üsteli ve  $D_c$  çekicinin boyutu veya  $\ln C(r) - \ln(r)$  grafiğinin eğimi olmak üzere  $\nu \cong D_c$  olduğunu göstermişlerdir. Korelasyon boyutu,

$$\nu = D_c = \lim_{r \rightarrow 0} \frac{\ln C(r)}{\ln(r)} \quad (6)$$

denklemleri ile belirlenmektedir.

## 1.3. En Büyük Lyapunov Üstelinin Belirlenmesi

Bir zaman serisi için kaos, genellikle sistemin faz uzayındaki görüntüsü olan çekicinin gözlemlenmesiyle ve çekicinin fraktal boyutunun hesaplanmasıyla tanımlanabilir. Ancak zaman serisinin kaotik olup olmadığının en önemli işareti, Rus Matematikçi Aleksandr Lyapunov tarafından geliştirilen Lyapunov üstelidir.

Daha önce de değinildiği gibi, kaotik sistemlerin en önemli özelliği, başlangıç koşullarına hassas bağıllık göstermesidir. Çekici üzerindeki iki yakın başlangıç koşulu, yörünge boyunca zamana bağlı olarak birbirlerinden katlanarak büyüyen bir uzaklık ile ayrılır. Bu

uzaklığın ortalama büyüme oranı, Lyapunov üsteli olarak adlandırılır. Periyodik sistemlerde yörüngeler birbirinden yavaşça uzaklaşırken kaotik sistemlerde bu uzaklaşma, üstel bir şekilde hızlıdır. Lyapunov üstelinin pozitif değeri hassas bağıllığı (kaosu), sıfır değeri periyodikliği (veya yarı-periyodikliği), negatif değeri ise kararlı denge durumunu ifade eder. (Kantz ve Schreiber, 2004, s. 66; Sprott, 2010, s. 20; Wolf vd., 1985, s. 286).

Bir zaman serisinin en büyük Lyapunov üstelinin hesaplanması için Kantz (1994) bir algoritma önermiştir. Kantz'ın algoritmasına göre en büyük Lyapunov üsteli, referans yörüngenin bir  $\varepsilon$  komşuluğundaki tüm komşuların aranmasına ve zamanın bir fonksiyonu olarak komşular ve referans yörünge arasındaki ortalama uzaklığın hesaplanmasına dayanmaktadır (Kantz ve Schreiber, 2004, s. 70) ve

$$S(\Delta t) = \frac{1}{N} \sum_{t_0=1}^N \ln \left( \frac{1}{|U(X_{t_0})|} \sum_{X_t \in U(X_{t_0})} |x_{t_0+\Delta t} - x_{t+\Delta t}| \right) \quad (7)$$

fonksiyonu ile verilmektedir. (7) numaralı denklemde  $X_{t_0}$  referans noktaları, gecikme vektörlerini;  $U(X_{t_0})$ ,  $X_{t_0}$ 'in  $\varepsilon$  çaplı komşuluğunu ifade etmektedir. Bu fonksiyonun eğimi, en büyük Lyapunov üsteli olarak alınmaktadır.

d-boyutlu bir sistem için  $\lambda_1 > \lambda_2 > \dots > \lambda_d$  olacak şekilde faz uzayının boyutu kadar Lyapunov üsteli hesaplanmaktadır.  $\lambda_1$  değeri pozitif olduğunda sistemin kaotik bir yapıya sahip olduğu değerlendirilmektedir. Ayrıca  $\lambda_1$  değerinin büyüklüğü, kaosun derecesi hakkında bilgi vermektedir.

## 2. Bulgular

### 2.1. Veri Seti

22 Mayıs 2013 tarihinde ABD Merkez Bankası (FED)'nin tahvil alımını azaltacağını açıklamasıyla birlikte bu politika değişikliğinden en çok etkilenen ülkeler olarak Hindistan, Endonezya, Brezilya, Türkiye ve Güney Afrika gösterilmiştir. FED'in tahvil alımlarını azaltma sinyalini vermesinin ardından bu beş ülkenin para birimleri yabancı paralar karşısında hızla değer kaybetmiş, tahvil faizlerinde yükselmeler görülmüş ve menkul kıymet borsalarında önemli değer kayıpları yaşanmıştır. Morgan Stanley tarafından 2013 yılında hazırlanan raporda bu beş ülke Kırılgan Beşli olarak tanımlanmıştır. Morgan Stanley'in hazırladığı rapora göre, Kırılgan Beşli ülkeleri yüksek cari orana ve enflasyona sahip, büyüme performansı istikrarsız ülkelerdir. Bu ülkelerin FED'in tahvil azaltma kararına aynı yönde tepki vermeleri neticesinde Morgan Stanley'in hazırladığı raporda böyle bir gruplandırma yapılarak Kırılgan Beşli olarak adlandırılmıştır (Yenice ve Tekindal, 2015, s.182).



Bu çalışmada Kırılğan Beşli olarak adlandırılan ülkelerin menkul kıymet borsalarına ait aşağıda belirtilen önemli endeksler kullanılmıştır.

Brezilya = Sao Paulo Menkul Kıymetler Borsası Endeksi (BVSP)

Endonezya = Jakarta Menkul Kıymetler Borsası Endeksi (JSX)

Hindistan = S&P Bombay Menkul Kıymetler Borsası Endeksi (BSE/SN)

Türkiye= Borsa İstanbul 100 Endeksi (XU100)

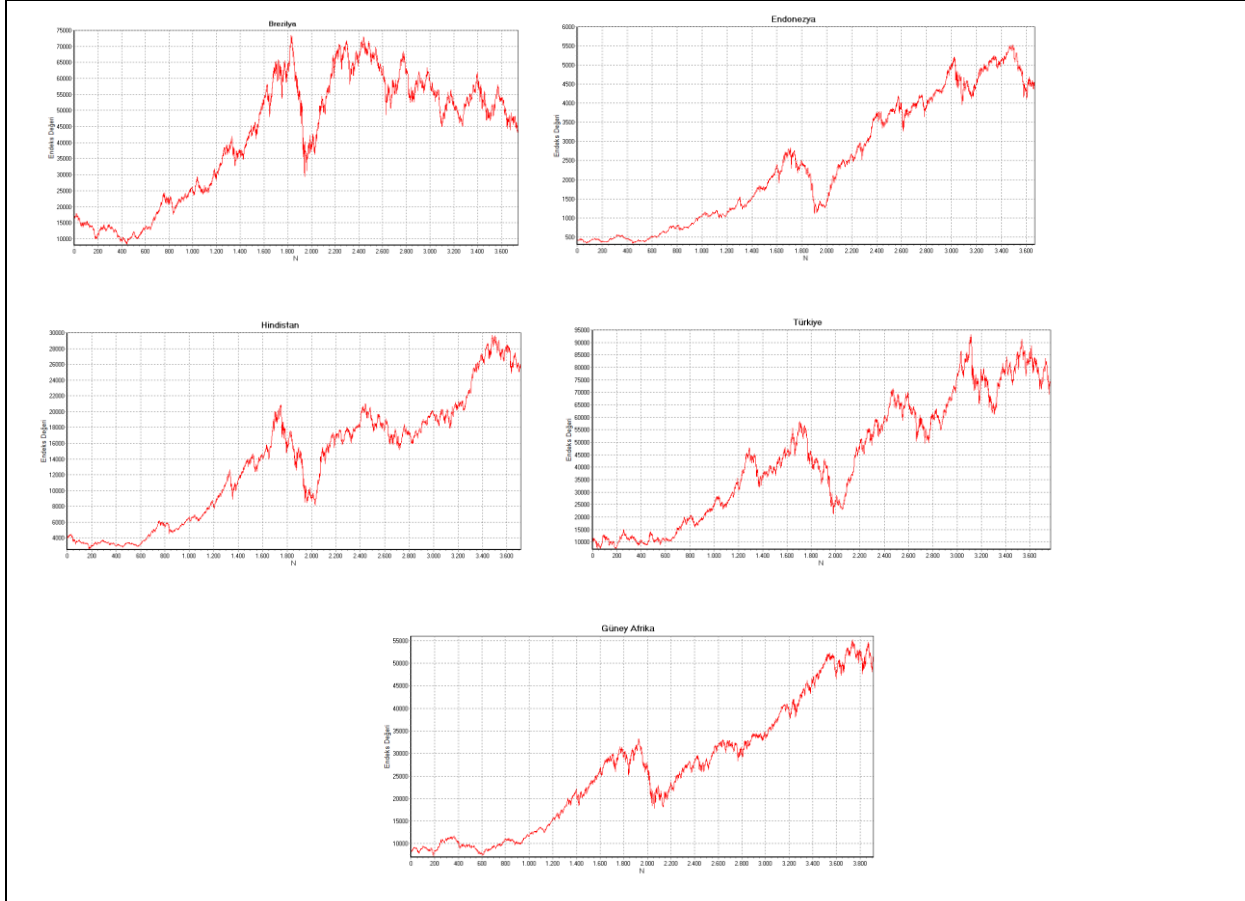
Güney Afrika= Johannesburg Menkul Kıymet Borsası Endeksi (FTSE/JSE)

Araştırmanın veri setini, bu endekslerin 2001-2015 dönemini kapsayan günlük kapanış değerleri oluşturmaktadır. Veriler, investing.com web sitesinden elde edilmiştir.

## 2.2. Kaotik Parametrelerin Belirlenmesi

Kaotik sistemler, doğrusal olmayan sistemler altında ortaya çıkmaktadır. Kırılğan Beşli ülkelere ait endekslerin Grafik 1’de verilen zaman grafikleri incelendiğinde serilerin doğrusal olmayan ve aperiyyodik bir yapıya sahip oldukları görülmektedir.

Grafik 1. Kırılğan Beşli Ülkelerinin Borsa Endekslerinin Orijinal Grafikleri



Kırılğan Beşli ülkeleri endekslerinin her biri için Ortalama Karşılıklı Bilgi Yöntemi ile 55 gecikmeye kadar hesaplanan  $I(T)$  değerlerine göre ilk minimum gecikme zamanları Tablo 1’de verilmiştir.

Tablo 1. Tahmin Edilen Zaman Gecikmesi Değerleri

Ülke	İlk	Mutlak
	Minimum	Minimum
Brezilya	47	55
Endonezya	48	48
Hindistan	46	48
Türkiye	41	55
G.Afrika	51	55

Tablo 1’de verilen sonuçlara göre; en uygun gecikme zamanları Brezilya için 47, Endonezya için 48, Hindistan için 46, Türkiye için 41 ve Güney Afrika için 51 olarak tahmin edilmiştir. Her bir ülke için ele alınan endeks verileri, bu gecikmeler dikkate alınarak faz uzayına aktarılmaktadır.

Tüm ülkeler için yukarıda hesaplanan gecikme zamanları dikkate alınarak Yanlış En Yakın Komşu Yöntemi ile 10 gömme boyutuna kadar en yakın komşu değerleri hesaplanmış ve Tablo 2’de verilmiştir.

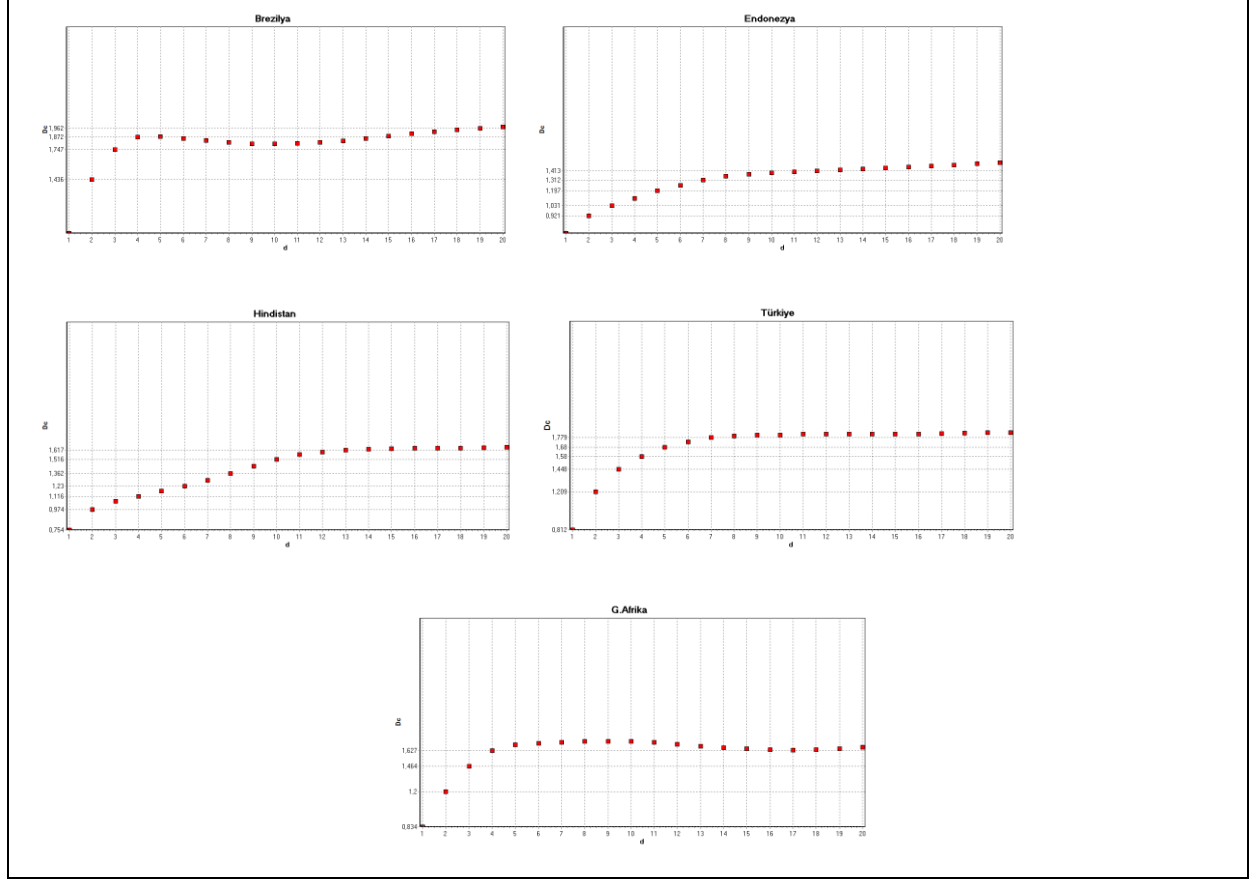
Tablo 2. Tahmin Edilen Yanlış En Yakın Komşu Değerleri

Ülke	Gömme Boyutu									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Brezilya	96,913	42,665	8,282	0,367	0	0	0	0	0	0
Endonezya	94,793	28,890	3,513	0,690	0,251	0,063	0	0	0	0
Hindistan	96,712	38,445	3,995	0,584	0,184	0,031	0	0	0	0
Türkiye	96,696	40,982	5,119	0,655	0,119	0	0	0	0	0
Güney Afrika	95,006	35,076	4,524	0,235	0,059	0	0	0	0	0

Gömme boyutunun bir fonksiyonu olarak elde edilen en yakın komşu tahmin değerlerine göre; Brezilya için 5, Türkiye ve Güney Afrika için 6, Endonezya ve Hindistan için 7 boyutlu faz uzayında en uygun çekici oluşmaktadır.

Tablo 1’de verilen gecikme zamanları dikkate alınarak hesaplanan korelasyon üstellerinin gömme boyutu değerlerine göre grafiği, Grafik 2’de verilmektedir.

Grafik 2. Korelasyon Boyutu Grafikleri



Gömme boyutunun bir fonksiyonu olarak verilen korelasyon üsteli değerleri ( $D_c$ ), gömme boyutu değeri arttıkça doymuluk noktasına ulaştığında bu doymuluk değerinin üst tamsayı değeri korelasyon boyutu olarak alınmaktadır. Grafik 2’de verilen korelasyon boyutu grafikleri incelendiğinde, tüm ülkelerin endeks verilerine ilişkin korelasyon üsteli değerlerinin belirli bir gömme boyutu değerinden sonra doymuluk noktasına ulaştığı veya gömme boyutu değerleri arttıkça belirli sınırlar içerisinde kaldığı görülmektedir.  $D_c$  değerleri Brezilya için 1,9; Endonezya için 1,4; Hindistan için 1,6; Türkiye için 1,8 ve Güney Afrika için 1,7 civarında doymuluk noktasına ulaşmaktadır. Bu durumda tüm ülkelerin endeks verileri için oluşturulacak çekicilerin fraktal boyutu 2 olmaktadır.

Korelasyon üsteli değerinin doymuluk noktasına ulaştığı gömme boyutu değeri, en uygun gömme boyutu olarak kabul edilmektedir. Grafik 2’de verilen grafikler incelendiğinde korelasyon üsteli değerleri Brezilya, Endonezya, Türkiye ve Güney Afrika için Tablo 2’de

verilen gömme boyutu değerleri civarında doyum noktasına ulaşmaktadır. Hindistan'ın endeks verilerinin korelasyon üsteli ise 11. gömme boyutundan itibaren doyum noktasına ulaşmaktadır. Gömme boyutu değerinin yani faz uzayı boyutunun olması gerekenden büyük seçilmesi, kaotik incelemenin en önemli faktörü olan çekiciden elde edilecek bilgilerin yanıltıcı sonuçlar doğurması nedeniyle uygun görülmemektedir. Takens (1981)'in teoremi, gömme boyutunun  $d \geq 2D_c + 1$  olacak şekilde belirlenmesinin uygun olduğunu ifade etmektedir. Bununla birlikte, Farmer ve Sidorowich (1987) ise gömme boyutunun belirlenmesinde  $d \geq D_c$  olacak şekilde bir gömme boyutu alınmasının minimal yeterlilik olduğunu belirtmektedir. Bu durumda bu çalışmada Kırılgan Beşli ülkelerinin endeks verileri için Tablo 2 ile belirlenen gömme boyutu değerlerinin kullanılmasının uygun olduğu düşünülmektedir.

Kırılgan Beşli ülkelerinin menkul kıymet borsalarına ait serilerin belirlenen zaman gecikmesi ve faz uzayı boyutlarına göre hesaplanan en büyük Lyapunov üstelleri Tablo 3'te verilmektedir.

Tablo 3. Tahmin Edilen En Büyük Lyapunov Üsteli Değerleri

Ülke	$\lambda_1$
Brezilya	0,031
Endonezya	0,004
Hindistan	0,003
Türkiye	0,028
Güney Afrika	0,005

İncelen tüm ülkeler için hesaplanan en büyük Lyapunov üstelleri pozitif ( $\lambda_1 > 0$ ) olarak bulunmuştur.

### 3. Tartışma ve Sonuç

Bu çalışmada Yükselen ekonomileri temsil etmek üzere ele alınan ve Kırılgan Beşli olarak adlandırılan ülkelerin menkul kıymet borsalarına ait endeksler, kaotik inceleme analizlerinden korelasyon boyutu analizi ve en büyük Lyapunov üsteli kullanılarak incelenmiştir.

Çekicinin fraktal boyutunu ifade eden korelasyon boyutu, sistemin kaotik yapısı hakkında önemli ipuçları vermektedir. Tamsayı olmayan, sınırlı ya da doymuş  $D_c$  değeri, sistemin kaotik bir yapıya sahip olduğunu, aynı zamanda deterministik olduğunu ve başlangıç koşullarına hassas bağlılık gösterdiğini ifade etmektedir. Gömme boyutu arttıkça  $D_c$  değeri de

sınırsız bir şekilde artıyorsa araştırma altındaki sistemin stokastik olduğu düşünülmektedir (Fraedrich,1986, s.422; Shang vd, 2005, s.124 ).

Kırılgan Beşli ülkelerinin endeks verileri için hesaplanan korelasyon boyutu değerleri, tamsayı olmayan değerler almakta, her biri belirli bir gömme boyutundan sonra doygunluk noktasına ulaşmaktadır. Ayrıca tüm ülkeler için en büyük Lyapunov üstelleri, pozitif olarak bulunmuştur. En büyük Lyapunov üstellerinin sıfıra yakın değerler alması, bu kaotik yapının zayıf olduğu anlamına gelmektedir. Kaotik inceleme sonucunda elde edilen bulgular, Kırılgan Beşli ülkelerinin menkul kıymet borsalarının deterministik kaos yapısına sahip olduğunu ortaya koymaktadır.

Korelasyon boyutu analizi sonucuna göre, Kırılgan Beşli ülkelerinin menkul kıymet borsalarının aynı fraktal boyuta sahip olmaları ve en büyük Lyapunov üsteli değerlerinin sıfıra yakın pozitif değerler alması nedeniyle benzer kaotik davranış göstermeleri, bu ülkelerin kaotik yapıları açısından da aynı grupta yer almasını açıklayıcı nitelikte bulgular olarak değerlendirilmektedir.

Kaotik zaman serileri, doğrusal olmayan sistemler tarafından üretilmesine rağmen doğrusal olmayan zaman serilerinden farklı bir takım karakteristik özellikler taşımaktadır. Dolayısıyla Kırılgan Beşli ülkelerinin borsa verileri gibi kaotik özellikler taşıyan zaman serilerinin modellenmesinde ve öngörü değerlerinin elde edilmesinde doğrusal olmayan klasik yaklaşımlardan ziyade bu kaotik parametrelerin hesaba katıldığı global, yerel veya yarı-yerel kaotik kestirim yaklaşımlarından birinin kullanılması daha başarılı sonuçlar elde edilmesine olanak sağlayacaktır. Literatürde yapılan çalışmalarda da kaotik kestirim yaklaşımlarının doğrusal olmayan metotlara göre daha iyi öngörü performansı sergilediği gösterilmiştir (Lillekjendlie vd., 1994; BuHamra vd., 2003; Özdemir ve Akgül, 2014).

Bu çalışma sonucunda elde edilen bulgular, yükselen ekonomilerin menkul kıymet borsalarının davranışlarının açıklanmasında ve modellenmesinde kaotik analizlerin alternatif bir yaklaşım olarak kullanılabileceğini ortaya koymaktadır.

## Kaynakça

Abarbanel, H. D., Brown, R., Sidorowich, J. J., Tsimring, L. S. (1993). The analysis of observed chaotic data in physical systems. *Reviews Of Modern Physics*, 65(4), 1331.

Abarbanel, H.D.I. (1996). *Analysis of observed chaotic data*. Newyork: Springer-Verlag, p.272.

Abhyankar, A., Copeland, L. S., Wong, W. (1995). Nonlinear dynamics in real-time equity market indices: Evidence from the United Kingdom. *The Economic Journal*, 864-880.

Akel, V. (2015). Kırılgan Beşli ülkelerinin hisse senedi piyasaları arasındaki eşbütünleşme analizi. *International Journal Of Management Economics and Business*, 11(24), 75-96.

Alpar, O. ve Eren, Ö. (2016). IMKB100 endeks değişim değerlerinde Lyapunov üsteli metoduyla kaosun incelenmesi, *İstanbul Aydın Üniversitesi Dergisi*, 30, 151-174.

Brock, W. A., Hsieh, D. A., LeBaron, B. D. (1991). *Nonlinear Dynamics, Chaos and Instability: Statistical Theory and Economic Evidence*. MIT press.

BuHamra, S., Smaoui, N., Gabr, M. (2003). The Box–Jenkins analysis and neural networks: Prediction and time series modelling. *Applied Mathematical Modelling*, 27(10), 805-815.

Ceviş, I., ve Ceylan, R. (2015). Kırılgan Beşlide satın alma gücü paritesi (SAGP) hipotezinin test edilmesi. *Journal of Yasar University*, 10(37), 6381-6393.

Duarte, F. B., Tenreiro Machado, J. A., Monteiro Duarte, G. (2010). Dynamics of the Dow Jones and the NASDAQ stock indexes. *Nonlinear Dynamics*, 61(4), 691-705.

Eckmann, J. P., Ruelle, D. (1985). Ergodic theory of chaos and strange attractors. *Reviews Of Modern Physics*, 57(3), 617-656.

Eldridge, R. M., Coleman, M. P. (1993). *The British FTSE-100 index: Chaotically deterministic or random*. Working Paper, School of Business, Fairfield University.

Erşin, F., (2014). Yükselen ekonomiler ve Kırılgan Beşli: Türkiye üzerine bir değerlendirme. *Bankacılık ve Finansal Araştırmalar Dergisi (BAFAD)*, 1, 43-51.

Farmer, J. D., Sidorowich, J. J. (1987). Predicting chaotic time series. *Physical Review Letters*, 59(8), 845.

Fraedrich, K. (1986). Estimating the dimensions of weather and climate attractors. *Journal of the atmospheric sciences*, 43(5), 419-432.

Fraser, A. M. and Swinney, H. L. (1986). Independent coordinates for strange attractors from mutual information. *Physical Reviews A*, 33, 1134-1140.

Grassberger, P., Procaccia, I. (1983). Characterization of strange attractors. *Physical Review Letters*, 50(5), 346.

Hanias M., Magafas L., Konstantaki P. (2013). Non-linear analysis of S&P index., *Equilibrium. Quarterly Journal of Economics and Economic Policy*, 8(4), 125-135.

Hassan M.R., Nath, B. (2005). Stock market forecasting using Hidden Markov model: A new approach. *Proceedings of the 5th International Conference on Intelligent Systems Design and Applications*, 192–196.

Hayaloğlu, P. (2015). Kırılgan Beşli ülkelerinde finansal gelişme ve ekonomik büyüme ilişkisi: Dinamik panel veri analizi. *AİBÜ-İİBF Ekonomik ve Sosyal Araştırmalar Dergisi*, 11(1), 131-144.

Hsieh, D.A. (1991). Chaos and nonlinear dynamics: Application to financial markets. *Journal of Finance*, 46(5), 1839–1877.

Huanga, W., Nakamoria, Y., Wangb, S. (2005). Forecasting stock market movement direction with support vector machine. *Computers and Operations Research*, 32 (10), 2513–2522.

Kantz, H., Schreiber, T. (2004). *Nonlinear time series analysis (2nd ed)*. Cambridge University Press.

Kennel, M.B., Brown,R., and Abarbanel,H.D.I. (1992). Determining embedding dimension for phase-space reconstruction using a geometrical construction. *Physical Review A*, 45(6), 3403-3411.

Kuo, R.J., Lee, L.C., Lee, C.F. (1996). Integration of artificial NN and fuzzy delphi for stock market forecasting. *IEEE International Conference on Systems, Man, and Cybernetics*, 2, 1073–1078.

Lillekjendlie, B., Kugiumtzis, D., Christophersen, N. (1994). Chaotic time series part II: system Identification and prediction. *Modeling, Identification and Control*, 15, 225-243.

Mayfield, E. S., Mizrach, B. (1992). On determining the dimension of real-time stock-price data. *Journal of Business and Economic Statistics*, 10(3), 367-374.

Ozun A, Haniyas M.P., Curtis P.G. (2010). A chaos analysis for Greek and Turkish equity markets. *EuroMed Journal of Business*, 5(1), 101-118.

Özdemir, S. D., Akgül, I. (2014). Hisse senedi piyasalarının kaotik yapısı ve yapay sinir ağları ile öngörüsü: İMKB-100 örneği. *İktisat İşletme ve Finans*, 29 (336), 31-58.

Scheinkman, J.A., LeBaron, B. (1989). Nonlinear dynamics and stock returns. *Journal of Business*. 62, 311–337.

Shang, P., Li, X., Kamae, S. (2005). Chaotic analysis of traffic time series. *Chaos, Solitons & Fractals*, 25(1), 121-128.

Sprott, J.C. (2010). *Elegant Chaos Algebraically Simple Chaotic Flows*. World Scientific Publishing Co. Pte. Ltd.

Sterman, J. D. (1988). Deterministic chaos in models of human behavior: Methodological issues and experimental results. *System Dynamics Review*, 4(1-2), 148-178.

Takens, F. (1981). *Detecting strange attractors in turbulence*. In *Dynamical Systems And Turbulence*, Warwick 1980 (pp. 366-381). Springer Berlin Heidelberg.

Vaidyanathan, R., Krehbiel, T. (1992). Does the S&P 500 futures mispricing series exhibit nonlinear dependence across time? *Journal of Futures Markets*, 12(6), 659-677.

Webel, K. (2012). Chaos in German stock returns-new evidence from the 0–1 test. *Economics Letters*, 115(3), 487-489.

Wolf, A., Swift, J. B., Swinney, H. L., Vastano, J. A. (1985). Determining Lyapunov exponents from a time series. *Physica D: Nonlinear Phenomena*, 16(3), 285-317.

Yenice, S., Tekindal, M. A. (2015). Forecasting the stock indexes of Fragile Five countries through Box-Jenkins methods. *International Business and Social Sciences*, 6(8), 180-191.