



POLİTEKNİK DERGİSİ

*JOURNAL of POLYTECHNIC*

ISSN: 1302-0900 (PRINT), ISSN: 2147-9429 (ONLINE)

URL: <http://dergipark.org.tr/politeknik>



# Gri tahmin yöntemi ile İstanbul su tüketiminin modellenmesi

## *Water consumption model of Istanbul city by gray prediction method*

*Yazar(lar) (Author(s)): Eyyup Ensar BAŞAKIN<sup>1</sup>, Mehmet ÖZGER<sup>2</sup>, Necati Erdem ÜNAL<sup>3</sup>*

*ORCID<sup>1</sup>: 0000-0002-9045-5302*

*ORCID<sup>2</sup>: 0000-0001-9812-9918*

*ORCID<sup>3</sup>: 0000-0002-4777-4279*

**Bu makaleye şu şekilde atıfta bulunabilirsiniz (To cite to this article):** Başakın E.E., Özger M. ve Ünal N.E., "Gri tahmin yöntemi ile İstanbul su tüketiminin modellenmesi", *Politeknik Dergisi*, 22(3): 755-761, (2019).

**Erişim linki (To link to this article):** <http://dergipark.org.tr/politeknik/archive>

**DOI:** 10.2339/politeknik.422727

# Gri Tahmin Yöntemi ile İstanbul Su Tüketiminin Modellenmesi

*Araştırma Makalesi / Research Article*

**Eyyup Ensar BAŞAKIN\***, Mehmet ÖZGER, Necati Erdem ÜNAL

İnşaat Fakültesi, İnşaat Mühendisliği Bölümü, İstanbul Teknik Üniversitesi, Türkiye

(Geliş/Received : 14.05.2018 ; Kabul/Accepted : 27.10.2018)

## ÖZ

Mühendislik yapılarının ekonomik ve sürdürülebilir hizmet verebilmeleri, yapım öncesi titiz bir planlama gerektirmektedir. Uzun hizmet ömrü ve yüksek ilk yatırım maliyetleri sebebiyle ön planlama su yapılarında ayrı bir önem taşır. Projelendirilecek su yapısının hangi boyut ve özellikte olması gerektiği, su tüketim miktarları ile ilişkilidir. Gelecekte gerçekleşmesi düşünülen su tüketim değerinin tespiti bu yapıların inşa sürecine önemli katkılar sunmaktadır. Ancak bazı bölgelerde geçmişte kullanılan su miktarına ait ölçümlerdeki yetersizlik veya eksik kayıtlar sebebiyle tahmin yapmak zorlaşmaktadır. Klasik tahmin yöntemleri belirli bir sayının altında veri ile sağlıklı performans sergileyemezler. Geçmiş kayıtların az olduğu durumlarda ise Gri Tahmin yöntemi en çok başvurulan yöntemlerden biridir. Bu çalışmada, güncel bir yöntem olan Gri Tahmin yöntemi kullanılarak İstanbul ilinin yıllık su tüketim değerleri tahmin edilmeye çalışılmıştır. Gri Tahmin yöntemlerinin sonuçları istatistiksel başarı kriterleri yardımıyla test edilmiş ve hidrolojide kullanımının mümkün olduğu görülmüştür.

**Anahtar Kelimeler:** Gri tahmin, su tüketimi, hidroloji, zaman serisi, matematik model.

# Water Consumption Model of Istanbul City by Gray Prediction Method

## ABSTRACT

Engineering structures require precise planning before its construction to provide economical and sustainable service. Due to long service life and high initial investment costs, preliminary planning is of particular importance for water structures. The size and type of the water structure to be projected is highly related to the amount of water consumption rate. The determination of water consumption rate which is considered to be realized in the future provides an important contribution to the construction process of these special structures. However, in some regions it is difficult to estimate the water demand because of inadequacies or missing records in previous water consumption rates. Classical prediction methods cannot perform well with limited number of data. Gray Prediction Model is one of the most commonly used methods when there are few records. In this study, annual water consumption rates of the province of Istanbul were estimated by using Gray Prediction Model which is a contemporary method. The results of the Gray Prediction Model was tested with the help of statistical error criteria and it was found out that this method gives satisfactory results in hydrology area even if number of data is limited.

**Keywords:** Gray prediction, water consumption, hydrology, time series, mathematical model.

## 1. GİRİŞ (INTRODUCTION)

Tüm mühendislik disiplinlerinde olduğu gibi inşaat mühendisliğinde de geleceğe yönelik tahminde bulunmak problem çözümlerinde önemli kolaylıklar sağlamaktadır. Herhangi bir problemin çözümüne katkı sağlayacağı düşünülen verilerin eşit zaman aralıklarında ölçülmesi sonucu oluşan veri setine zaman serisi denilmektedir. Zaman serileri saatlik, günlük, haftalık, aylık ve yıllık olarak gruplara ayrılabilir. Zaman serileri kullanılarak yapılan tahmin çalışmalarında yeterli veri olduğu durumlarda regresyon analizi, stokastik analizler, yapay sinir ağları ve bulanık mantık gibi birçok

matematiksel tahmin yöntemi kullanılmıştır. Regresyon analizi ve klasik stotastik yöntemlerin normal dağılım, durağanlık, varyans sabitliği gibi koşulları sağlaması gerekliliği bu yöntemlerin uzun ve kompleks bir süreç

dönüştürmektedir ve bu yöntemlerin kullanım alanını kısıtlamaktadır. Bu bakımdan araştırmacılar arasında daha sade ve kullanışlı modellere eğilim son zamanlarda giderek yaygınlaşmıştır. Veri sayısının yetersiz olduğu durumlar için ise Gri Tahmin yöntemi geliştirilmiştir. Su tüketim değerlerinin son birkaç yılda sağlıklı şekilde ölçülebildiği bölgelerde, gelecek tüketim değerlerinin tahmini hakkında bilgi sahibi olabilmek adına Gri Tahmin yönteminden yararlanmanın gerçekçi sonuçlar doğuracağı öngörülmüştür. Bu sayede uzun seneler ölçüm yapılmadan da istenen tahmin değerlerine yüksek güvenilirlik seviyelerinde ulaşmak mümkün kılınmıştır. Yapılan çalışmada, Gri Tahmin yöntemi tanıtılmış ve hidrolojide kullanımı test edilmiştir.

Su ekonomik ve sosyal kalkınmayı etkileyen, kritik ve sınırlı bir doğal kaynaktır. Bu kısıtlı doğal kaynağın kullanımının modellenmesi ve tahmini, ihtiyaca cevap verebilmesi adına önem arz etmektedir.

\*Sorumlu Yazar (Corresponding Author)  
e-posta : basakin@itu.edu.tr

Uzun süreli bellek bileşenlerine ve kısa süreli bellek bileşenlere ayrılabilir tarihsel değişim modeline sahip, aylık belediye su kullanımını zaman serileri ile tahmin eden bir çalışmada, Maidment ve Parzen [1] su tüketimini su fiyatına ve birkaç değişkene bağlı bir fonksiyon ile temsil etmiştir. Uzun bellek bileşenler şunlardır: nüfus, su fiyatı ve aile gelirindeki yavaş değişimlerin yıl-yıl etkisini yansıtan bir eğilim ve bir yıl içinde su kullanımındaki değişimin döngüsel modelini yansıtan mevsimsellik. Kısa vadeli bileşenler ise şunlardır: ardışık su kullanım miktarlarının doğrusal bağımlılığını yansıtan otokorelasyon ve yağış olaylarının su kullanımı üzerindeki etkisini yansıtan iklim ilişkisi.

Çoklu regresyon kullanan ve su gereksinimlerini, sadece nüfus artışına bağlı, kişi başı su harcamaları ile ilişkili basit tahmin modellerinin aksine, çalışmada Dziegielewski ve Boland [2] su kullanımını hem su ihtiyacına hem de su kullanım yoğunluğunu belirleyen faktörlere bağlar. Bu yaklaşım, IWR-MAIN olarak anılan bilgisayarlı tahmin sistemine dahil edilmiştir. Model California'daki bir vaka çalışmasında gösterilmiştir.

Altunkaynak vd., [3] yaptıkları çalışmada, İstanbul ilinin 1994-2005 yılları arasında ölçülen aylık su tüketim değerlerini, Bulanık Mantık yöntemini kullanarak modellemişlerdir. Klasik yöntemlerin sağlaması gerektiği istatistiksel bazı özelliklerin sınırlamalarına takılmadan çalışan bu yöntem sayesinde %10 görece hatanın altında tahminlerde bulunmuşlardır.

Veri ön işleme teknikleri kullanılarak yapılan diğer bir çalışmada Altunkaynak ve Niğussie [4] İstanbul ilinin 1992-2014 yılları arasındaki su tüketim değerlerini kullanarak bir model geliştirmişlerdir. Sezonluk etkilerin çarpımsal ayrıştırma yöntemi ile ayrıştırıldığı bu model ayrık dalgacık dönüşümü uygulanmış modeller ile karşılaştırılmıştır. Her iki ön işleme yöntemi sonrasında tahminler yapay sinir ağları ile yapılmıştır. Daha sonra modellere ayrıştırılan değerler eklenerek tahmin sonucuna ulaşılmıştır. Çarpımsal ayrıştırma modelinin tahminleri ayrık dalgacık dönüşümlü modelinden daha iyi sonuçlar vermiştir.

İzmir ilinin su tüketim değerlerinin tahmin edildiği çalışmada Firat vd., [5] bulanık mantık çıkarım sistemlerinden Mamdani ve Sugeno temelli ANFIS yöntemini kullanmışlardır. Zaman serisi değerleri kullanarak yaptıkları çalışmada 6 ayrı model oluşturmuş ve bu modeller ile iki ayrı çıkarım yöntemi olan Mamdani ve Sugeno temelli ANFIS'i karşılaştırmışlardır. ANFIS yöntemi içerdiği nöron ilişkileri sayesinde daha sistematik çalışma prensibine sahiptir ve Mamdani'nin aksine üyelik şekillerinin ve aralıklarının ayarlanmasında insan hatasını en aza indirebilmektedir. Bu sebeplerden dolayı Sugeno temelli ANFIS çıkarım sisteminin Mamdani çıkarım sisteminden daha iyi sonuçlar verdiği gözlemlenmiştir.

Son yıllarda su kıtlığı ile mücadele eden Lefkoşa kentinin daha etkin su yönetiminin sağlanabilmesi adına Adamowski ve Karapataki [6] kentin su talebini tahmin etmeye çalışmışlardır. Çoklu doğrusal regresyon ve

yapay sinir ağlarının kullanan araştırmacılar yaptıkları çalışmada farklı öğrenme algoritmalarına sahip yapay sinir ağlarının su talebini tahmin etmede çoklu doğrusal regresyondan daha başarılı olduğunu göstermişlerdir. Ayrıca yapay sinir ağları içerisinde kullanılan eğitim algoritmalarından Levenberg-Marquardt eğitim algoritmasının Lefkoşa kenti su talebinin tahmini için en iyi eğitim algoritması olduğu sonucuna varmışlardır.

Nasseri vd., [7] yaptıkları çalışmada Tahran kentinin su talebini tahmin etmek için genişletilmiş kalman filtresi ve genetik programlama kullanmışlardır. Zaman serisi değerlerindeki gecikmeler yardımıyla oluşturdukları 5 ayrı model üzerinden tahmin çalışması gerçekleştirmişlerdir. Model parametrelerinin bulunması aşamasında genetik programlamadan yararlanan araştırmacılar etkin bir su yönetimi için, talep tahmini çalışmalarında genetik programlama ile birlikte genişletilmiş kalman filtresinin daha başarılı sonuçlar verdiğini göstermiştir.

Zhang vd., [8] Pekin'in merkezi kent bölgesindeki kentsel su tüketimini analiz etmek için bir regresyon modeli oluşturmuşlardır. Bu modelde su tüketimi temel tüketim ve mevsimsellik unsurlarına ayrılarak tahmin edilmiştir. Model sayesinde gerçek zamanlı günlük su kullanımının tahmini sağlanırken, su kullanımını etkileyen faktörlerin yapısını farklı zaman ölçeklerinde yorumlama imkânı da sağlanmıştır. Araştırmacılar daha fazla değişkenin modellere eklenerek daha iyi sonuçların elde edilebileceğine vurgu yapmışlardır.

Liu vd., [9] yaptıkları çalışmada kentsel su kullanımının en önemli belirleyicilerini nicel olarak tanımlamak için yeni bir yaklaşım geliştirmişlerdir. Yaklaşım, işlevin ve parametrelerin yapısını otomatik olarak eşzamanlı optimize eden genetik programlama (GP) adlı bir veri madenciliği modelini temel alır. Kentsel su kullanımı modeli, GP modeli kuzey Çin'deki 47 şehir için en uygun faktörleri tanımlamaktadır. Geleneksel regresif modellerle karşılaştırıldığında GP modeli, regresif modele göre daha iyi performans gösterir. GP modelinin Nash-Sutcliffe modeli verimlilik katsayısı (NSE) 0.87 iken regresif modelinin NSE değeri 0.79'dur. Vaka çalışmasının sonuçlarına göre, kentsel su kullanımı hem sosyo-ekonomik hem de doğal değişkenlerle belirlenmiştir. Toplam nüfus, hizmet endüstrisi göstergeleri, yeşil alan, konut alanı, su fiyatı ve yağış, kentsel su kullanımının belirleyici unsurlarıdır. Bu çalışmada geliştirilen yeni model ve bilgiler, kentsel su yönetimi için, özellikle su kıtlığı yaşayan şehirlerde yararlı olabilir.

Melbourne şehrinin günlük su tüketimi tahmin etmek için zaman serisi trend, mevsimsellik, iklimsel korelasyon ve otokorelasyon gibi dört faktörün etkisinde değerlendirilen çalışmada Zhou vd., [10] bu faktörler ışığında bir denklem elde etmişlerdir. Temel tüketimdeki yıllık bazda uzun vadeli eğilim, zamanın bir fonksiyonu olarak bir polinom ile temsil edilmiştir. Mevsimsel su kullanımı, mevsimsel, iklimsel ve kalıcılık bileşenleri ile yaz ve kış olarak altı ay ayrı ayrı modellenmiştir.

Geliştirilen model, 1 Aralık 1996'dan 31 Ocak 1997'ye kadar yaz döneminde bağımsız bir veri seti kullanılarak test edilmiştir. Ototregresyon yardımıyla çözülen denklem ve yapılan tahminler %89 doğrulukta sonuçlar vermiştir.

### 1.2 Gri Tahmin Yönteminin Hidrolojide Kullanımı

(Usage of gray prediction methods in hydrology)

Trivedi ve Singh [11] hidroloji alanında nispeten yeni bir yaklaşım olan gri sistem teorisini kullanarak, yağış-akış sürecini modellemek için bir model kurmuşlardır. Gri sistem teorisi, bir girdi-çıkıtkı süreci ile belirsiz iç ilişkiler, belirsiz mekanizmalar ve yetersiz bilgi arasındaki ilişkiyi araştırmak için bir yaklaşım geliştirir. 1993-1997 yılları arasında toplanan Hindistan'ın Kothuwatari havzasındaki on altı fırtına olayı, diferansiyel hidrolojik gri modellerin geliştirilmesi ve tahmini için kullanılmıştır. Model parametrelerinin tahmini için en küçük kareler yöntemi kullanılmıştır. Geliştirilen modelin performansı nitel ve nicel istatistik endeksleri vasıtasıyla değerlendirilmiştir. Çeşitli hata endekslerinin daha düşük değerleri ve daha yüksek korelasyon endeks değerleri, modelin çalışma alanı için makul bir doğrulukla fırtına akışını tahmin etme yeteneğini doğrulamaktadır.

Gelecekteki yağış tahminleri, taşkın tahmini süresini kısaltmanın bir yoludur. Yu vd., [12] bulanık hedef regresyon metodu kullanılarak model parametrelerinin tahmin edildiği, gri modele dayalı yağış tahmin modelini önermektedir. Tahmini iyileştirmek için bir adım tahmin tekniği tanıtılmıştır. On tarihi fırtına olayı, önerilen modeli kalibre etmek ve doğrulamak için kullanılmıştır. Model sonuçları, önerilen modelin makul yağış kütlesi eğrileri sergilediğini ve yağış hiyetografını 1-3 saat önceden tahmin edilmesini sağladığını göstermektedir.

Son yıllarda havza özellikleri ile yağış-akış arasındaki dinamik ilişki geniş bir biçimde incelenmiştir. Havza yağış-akışı durağan olmayan bir süreç olduğu için, en deterministik taşkın öngörme yaklaşımları, uyarlanabilir algoritmalar yardımı olmadan etkisizdir. Ho ve Lee [13] yağış tahmin modelini, havza akış modelini ve gerçek zamanlı güncelleme algoritmasını bütünleştiren etkili bir akış tahmin sistemi önermektedir. Mevcut saatlik yağış verilerine dayanan gri yağış öngörme tekniğini benimsemiştir. Değişen jeo-iklim koşullarının, kararsız ve doğrusal olmayan havza sisteminin hidrolojik tepkisi üzerindeki etkilerini simüle etmek için bir jeomorfoloji tabanlı akış modeli kullanılmış ve akış güncelleme algoritması, ölçülen akış verilerine göre havza akışını tahmin etmek için birleştirilmiştir. Sonuçlar, tahmini ve gözlemlenen hidrografların üç havza için de iyi bir uyum içinde olduğunu göstermiştir. Önerilen akış tahmin sistemi, taşkın olayları sırasında can ve mal kaybını en aza indirmeye yardımcı olabileceği vurgulanmıştır.

Lin vd., [14] bir rezervuara gelen akışı tahmin etmek için değiştirilmiş gri bir model önermiştir. Arka plan değerinin integral formu, orijinal gri model GM (1,1) için doğruluk ve uygulanabilirliği artırmak için kullanılır. Fourier serisi tahmin ile ilgili aşırı değerleri ele alacak şekilde değiştirilir; tahmini gecikme olgusunun

dezavantajlarını iyileştirmek için üstel yumuşatma kullanılır. Son olarak, tahmin doğruluğu daha iyi olan nihai gri model olarak, yani EFGM (1,1) elde edilir. Bir tayfunun rezervuara girişinde önemli değişiklikler yapması nedeniyle, bulanık gri modifikasyon modeli FEFGM (1,1) oluşturmak için bulanık üyelik işlevi uygulanır. Gri modellerin sonuçları Ototregresif Hareketli Ortalama (ARIMA) ile karşılaştırılmıştır. Farklı indeksleri değerlendirerek, tahmin edilen EFGM (1,1) aşırı değerinin hataları, GM (1,1) ve ARIMA'dan daha iyi performans gösterir, ancak FEFGM (1,1)' den daha kötüdür. FEFGM (1,1) tayfun sırasında bulanık, üstel yumuşatma ve Fourier serilerinin birleşik etkileri ile rezervuar akış girişi tahmini konusunda yüksek hassasiyet göstermektedir.

Chou [15] yağış-akış süreçlerini dalgacık tabanlı çok çözünürlüklü analiz ile modellemek için yeni bir yaklaşım önermektedir. İlk olarak, her çözünürlük seviyesinde dalgacık katsayılarını elde etmek için gözlemlenen etkili yağış ve doğrudan akış zaman serilerini ayırtmak için dalgacık dönüşümü kullanılmıştır. Daha sonra bu dalgacık katsayıları, her bir çözünürlük seviyesinde çift serili diferansiyel hidrolojik gri modelleri kullanarak yağış-akış proseslerini modellemek için uygulanmıştır. Her çözünürlük seviyesindeki tahmini gri parametrelerin ortalaması, sadece önerilen yaklaşımı doğrulamak için bilgi sağlamakla kalmaz aynı zamanda her çözünürlük seviyesindeki ortalama sistem özelliklerini de temsil etmektedir. Tahmin sonuçlarının çeşitli çözünürlük seviyelerinde toplamı genel tahmini vermekle beraber bu prosedürün yağış akış prosesinin modellenmesi için uygun olduğunu ortaya koymuştur.

Şehirlerdeki konut su tüketimi, orta ve uzun vadeli verilerin tahmininde düşük doğruluğa yol açan rastgele, dalgalanma ve ayrıklığın tipik sıralı özelliklerine sahiptir. Bu problemi çözmek için modifiyeli doğrusal olmayan gri Bernoulli modeli öneren Wang vd., [16] uyum derecesini iyileştirmek için ham verilerin dönüştürülmesine bir kısmi düzen getirmiştir. Orijinal verideki titreşim özelliklerini tanımlamak ve en iyi güç ve zaman hareketi parametrelerini bulmak için kendi kendine uyarlanabilir yapay balık sürüsü algoritması (SAFSA) kullanılmıştır. Wuhan'ın 2004 ve 2014 arasındaki konut su tüketiminin zaman serisi verileri, su tüketimini tahmin etmede optimize edilmiş modelin etkililiğini doğrulamak için kullanılmıştır. Sonuçlar, modifiyeli modelin birkaç geleneksel gri modele göre daha yüksek tahmin kesinliği olabileceğini göstermektedir.

Bu çalışmadaki amaç, elde az verinin bulunduğu durumlarda etkili bir yöntem olan Gri Tahmin yönteminin performansını göstermektir. Klasik istatistik modellerin her koşulda çalışmadığı bilinen bir gerçektir. Belirli sayının altındaki veri setleri ile çalışmak istenirse parametrelerin anlamsızlığı, modelin yanlılığı, normal dağılmama, varyans sabitliğinin sağlanamaması gibi bazı problemler ortaya çıkmaktadır. Gri Tahmin yöntemi bahsi geçen sınırlamaların hiçbirine takılmadan

modelleme yapabilmektedir. Modelleme çalışması kapsamında Gri Tahmin yöntemi içerisindeki iki alt modelleme yöntemi ile tahmin başarı performansı karşılaştırılmıştır. Çalışmada veri seti olarak İstanbul'un yıllık su tüketim değerleri kullanılmıştır. Rezervuar optimizasyonu problemleri sırasında etkili şekilde kullanılabilen bir tahmin modeli oluşturmak hedeflenmektedir.

## 2. MATERYAL VE METOD (MATERIAL and METHOD)

### 2.1 Gri Tahmin (GM 1,1) (Gray Prediction)

Veri sayısının kısıtlı olduğu durumlarda modelleme yapabilmek yeteneğine sahip olan bu model endüstri, ekonomi, sosyal bilimler ve mühendislik bilimleri tarafından son yıllarda oldukça fazla kullanım alanı bulmuştur [17]. Çalışma prensibi olarak, bilinen verilerin beyaz, bilinmeyen verilerin ise siyah olarak adlandırılması ve beyaz veriler yardımıyla siyah verilerin beyaz verilere yakınlştırılması yani grileştirilmesini esas almaktadır. Gri sistem; gri tahmin, gri karar verme, gri ilişkisel analiz ve gri modeller olarak farklı çalışma gruplarına ayrılmaktadır. Gri tahmin sürecinde GM (n, m), n diferansiyel denklem mertebesini, m ise değişken sayısını göstermektedir. Hesaplama kolaylığı sağlaması açısından en çok kullanılan model GM (1,1) modelidir. Gri model kullanılırken yalnızca pozitif değerli veriler kullanılabilir. Gri tahmin 3 ana model aşamasına sahiptir. Bunlar; birikim üretme işlevi, ters birikim üretme işlevi ve gri modeldir. GM (1,1) modeli tek değişkene sahip birinci derecen modelini temsil etmektedir ve modelleme adımları aşağıdaki gibidir.

Formüller daha düzgün yazılmalı, karışık görünüyor.

1. **Adım:** Zaman serisini oluşturan tek değişken değerleri n büyüklüğe sahip bir sırayla  $X^{(0)}$  ham zaman serisi dizisi olsun.

$$X^{(0)} = (x^{(0)}(1), x^{(0)}(2), x^{(0)}(3), \dots, x^{(0)}(n)); n \geq 4 \quad (1)$$

2. **Adım:** Ham zaman serisi dizisine Birikim Üretim İşlevi uygulanarak monoton artan  $X^{(1)}$  dizisi oluşturulur. Bu işlem zaman serisi değerlerinin kümülatif olarak toplanmasını ifade etmektedir.

$$X^{(1)} = (x^{(1)}(1), x^{(1)}(2), x^{(1)}(3), \dots, x^{(1)}(n)); n \geq 4 \quad (2)$$

$$X^{(1)}(k) = \sum_{i=1}^k x^{(0)}(i), \quad (i = 1, 2, 3, \dots, n) \quad (3)$$

3. **Adım:** 2. adımda üretilen diziden ortalama değerler üretilerek  $Z^{(1)}$  dizisi oluşturulur.

$$Z^{(1)} = (z^{(1)}(2), z^{(1)}(3), z^{(1)}(4), \dots, z^{(1)}(n)) \quad (4)$$

$$z^{(1)}(k) = 0.5x^{(1)}(k) + 0.5x^{(1)}(k-1) \quad (5)$$

4. **Adım:**

$X^{(0)}(k) + az^{(1)}(k) = b$  eşitliği oluşturularak a ve b parametreleri tahmin edilir. Bu tahmin aşamasında en küçük kareler yöntemi kullanılmaktadır.

Denklemler matris formunda yazılmak istenirse  $Y=B\tilde{a}$  eşitliği elde edilebilir. Burada Y, B ve  $\tilde{a}$  matrisleri ifade etmektedir.

$$B = \begin{pmatrix} -z^{(1)}(2) & 1 \\ -z^{(1)}(3) & 1 \\ -z^{(1)}(4) & 1 \\ \vdots & \vdots \\ -z^{(1)}(n) & 1 \end{pmatrix} \quad Y = \begin{pmatrix} X^{(0)}(2) \\ X^{(0)}(3) \\ X^{(0)}(4) \\ \vdots \\ X^{(0)}(n) \end{pmatrix} \quad \tilde{a} = \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix} \quad (6)$$

$\tilde{a}$  vektörünün elde edilebilmesi için sırasıyla aşağıdaki işlemler gerçekleştirilmelidir.

$$Y = B\tilde{a} \quad (7)$$

$$B^T Y = B^T B\tilde{a} \quad (8)$$

$$\tilde{a} = (B^T B)^{-1} B^T Y \quad (9)$$

5. **Adım:**  $\frac{dx^{(1)}(k)}{dk} + ax^{(1)}(k) = b$  şeklindeki diferansiyel denklem çözülerek tahmin modeli elde edilir.

$$X^{(1)}(k+1) = \left[ x^{(0)}(1) - \frac{b}{a} \right] e^{-ak} + \frac{b}{a} \quad (10)$$

Tahmin için kullanılacak son Gri model ise;

$$X^{(1)}(k+1) = \left[ x^{(0)}(1) - \frac{b}{a} \right] e^{-ak} (1 - e^{-a}) \quad (11)$$

olarak hesaplanır.

6. **Adım:**

Tahmin modeli kullanılarak tahmin işlemi gerçekleştirilir.

### 2.2 Yuvarlanan Gri Tahmin Modeli (YGM 1,1) (Rolling Gray Prediction Model)

Bu model oldukça basit bir algoritmaya sahip olup, verilerin her parametre tahmini için birer adım ilerletilerek tekrar hesaplama yapılmasına dayanır. Örneğin, beşinci tahmin verisi ilk dört değerden tahmin edilirken, altıncı değer hesaplanırken modelden birinci değer çıkarılarak 2,3,4 ve 5 inci değerler modele dahil edilir. Yeni bir model oluşturularak tahmin gerçekleştirilir. Bu süreç son elemana dek tekrar eder. Kullanılacak veri sayısı deneme yanılma yolu ile seçilebilir. En düşük hata oranını veren model seçilerek öngörü yapılabilir. Bu model tahmin edilecek değerlerin kendine en yakın noktalara benzeme ihtimalinin fazla olması durumu üzerine temellendirilir.

### 2.3 Model performans kriterleri (Model performance criteria)

Literatürde, tahmin modellerinin doğruluğunu belirlemek için farklı performans ölçütleri önerilmiştir. Bu çalışmada, ortalama mutlak yüzde hata (MAPE) ve verimlilik katsayısı (CE) kullanılmıştır.

$$MAPE = \frac{\sum_{i=1}^n \frac{|gerçekleşen_i - tahmin_i|}{gerçekleşen_i}}{n} * 100 \quad (12)$$

Denklem hataların mutlak değerinin ortalamasının, gerçek değerlerin yüzdesi olarak gösterilmesini sağlar ve n veri sayısını ifade eder.

$$CE = 1 - \left[ \frac{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (T_{Ti} - T_{Gi})^2}{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (T_o - T_{Gi})^2} \right] \quad (13)$$

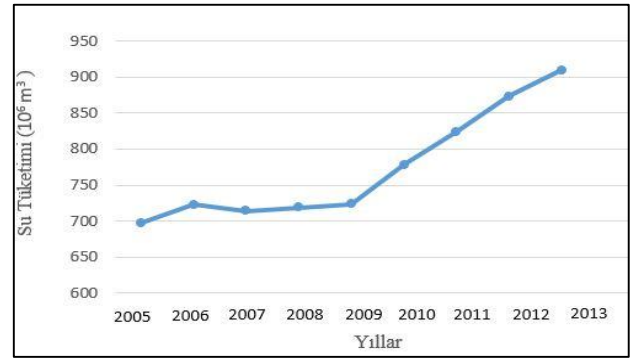
Denklemdaki ifadeler; CE=Verimlilik Katsayısı, n=toplam gözlem ve tahmin değeri sayısı,  $T_{Ti}=i$ nci tüketim tahmin değeri,  $T_{Gi}=i$ nci tüketim ölçüm değeri,  $T_o$ =Ölçülen tüketim değerleri ortalamasıdır. Verimlilik katsayısı değeri hidrolojik verilerin tahmin edilen ve gerçekleşen değerlerinin hangi ölçüde yakınlık gösterdiğini ölçen bir yöntemdir. Bu katsayı hata karelerinin ortalaması ve gerçekleşen değerlerin varyansına bağlı bir parametre olup, hata karelerinin gerçekleşen değerlerin varyansına oranının birden çıkarılması ile elde edilir. Bu oranın 1'den çıkarılması ile eksi sonsuz ve bir arasında bir değer elde edilir. Bu değer 0.5 ile 0.7 arasında olması tahminin "kabul edilebilir", 0.7-0.85 arasında olması "iyi", 0.85-1 arasında olması ise "çok iyi" olarak adlandırılabilir. [18]

### 3. SONUÇ VE TARTIŞMA (RESULT AND DISCUSSION)

Gri tahmin modeli ile İstanbul ilinin 2005-2013 yılları arasında gerçekleşen su tüketimi değerleri kullanılmıştır. Değerler yıllık değerler olarak ölçülmüş ve 9 adettir. Gri tahmin modelinin az veriye sahip olunan ve monoton artan değerlere sahip veri setlerinde yüksek performans sağladığı bilinmektedir. Verilerin yıllara göre değişimi Şekil-1 ve Çizelge-1 de verilmektedir. Şekil-1 den de görüldüğü üzere seri bir veri hariç monoton artan özellik sergilemektedir.

**Çizelge 1.** İstanbul ili su tüketim değerleri (Water consumption values of Istanbul city)

YILLAR	SU TÜKETİM DEĞERLERİ (m <sup>3</sup> )
2005	697507414
2006	723051451
2007	714314288
2008	718346791
2009	723655328
2010	778027398
2011	823749364
2012	872936475
2013	909454169



**Şekil 1** İstanbul ili su tüketim değerleri grafiği (Water consumption in the Istanbul city)

Çizelge 2 de yıllık su tüketimi zaman serilerinin temel istatistiksel özellikleri gösterilmiştir. Değişim katsayısı 1.0 civarında çıkmaktadır. Dolayısıyla serinin varyansı oldukça yüksektir.

**Çizelge 2.** Zaman serisi istatistiksel parametreleri (Statistical parameters of the time series)

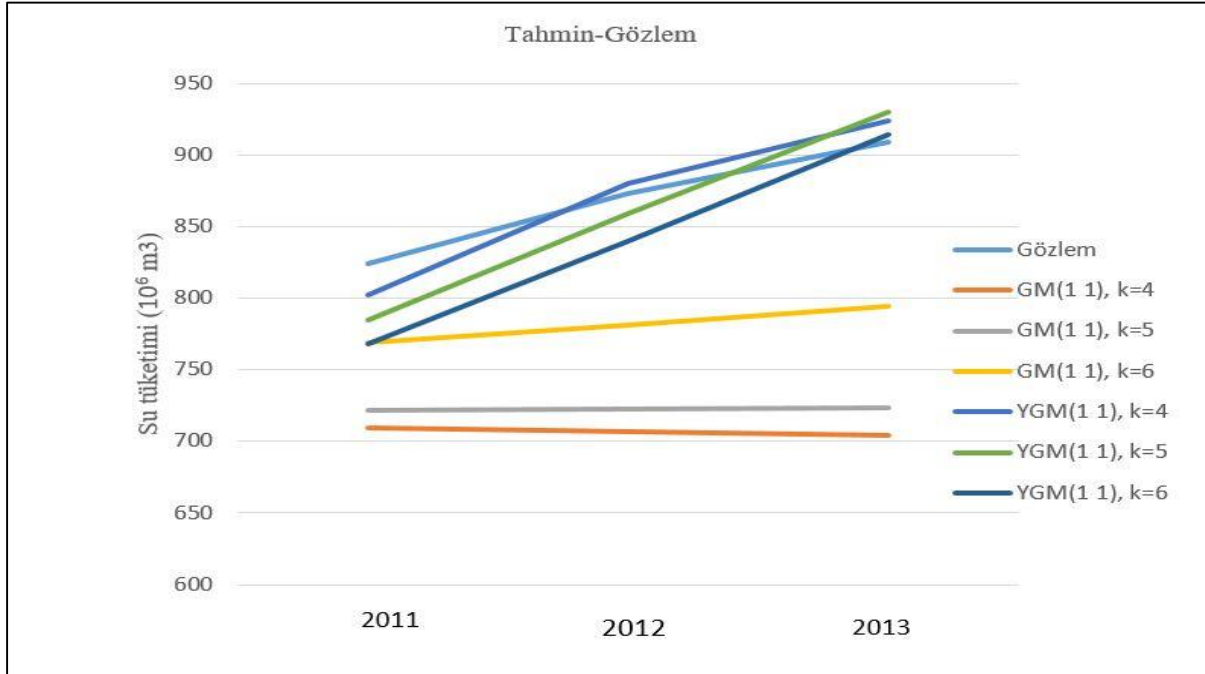
Değer	Ortalama	Standart Sapma	Çarpıklık	Basıklık
Su tüketimi (10 <sup>6</sup> m <sup>3</sup> /yıl)	773 (10 <sup>6</sup> m <sup>3</sup> )	776 (10 <sup>6</sup> m <sup>3</sup> )	0,87	-0,79

GM(1 1) ve YGM(1 1) modelleri oluşturulurken ham zaman serisinden kaç adet veri ile hesaplamalara başlanacağı k sayısı ile belirlenmiştir. İlk olarak k=4 değeri için ilk 4 veri kullanılarak GM ve YGM modeli oluşturulmuştur. Daha sonra k sayısı birer birer artırılarak yeni modeller oluşturulmuştur. Son olarak, verilerin k=6 adeti model oluşturulurken kullanılmış, geri kalan 3 veri ise test kısmında kullanılmıştır. Farklı k değerleri ile oluşturulan modellerin MAPE ve CE değerleri Çizelge-3 de verilmiştir.

GM ve YGM modelleri oluşturulurken ilk kaç verinin kullanılacağını belirten bir k değeri belirlenmiş ve farklı k değerleri için modeller oluşturulmuştur. Çizelge-3 den anlaşılacağı üzere GM(1 1) modelinde k değeri arttıkça hata değeri küçülmekte, YGM (1 1) modelinde ise k değeri arttıkça hata artmaktadır. k=4 değeri için GM(1 1) modelinin giderek azalan bir tahmin seyri sergilediği görülmektedir bunun nedeni 2006 yılından sonra tüketim değerlerinde az miktarda bir düşüş olmasıdır. 2007 yılından itibaren sürekli artışa geçen tüketim değerleri sayesinde k=5 ve k=6 için kurulan GM(1 1) modelleri daha isabetli kararlar vermektedir. YGM (1 1) modellerinden k = 4 olarak

**Çizelge 3.** Tahmin modelleri performans değerleri (Performance values of prediction models )

		GM(1 1)			YGM(1 1)		
		k=4	k=5	k=6	k=4	k=5	k=6
Yıl	Su tüketimi (10 <sup>6</sup> m <sup>3</sup> )	Tahmin (10 <sup>6</sup> m <sup>3</sup> )	Tahmin (10 <sup>6</sup> m <sup>3</sup> )	Tahmin (10 <sup>6</sup> m <sup>3</sup> )	Tahmin (10 <sup>6</sup> m <sup>3</sup> )	Tahmin (10 <sup>6</sup> m <sup>3</sup> )	Tahmin (10 <sup>6</sup> m <sup>3</sup> )
2011	823	709	722	769	802	785	769
2012	872	707	723	781	880	859	840
2013	909	704	724	795	924	930	915
<b>MAPE</b>		18,49	16,65	9,93	0,04	1,35	3,28
<b>CE</b>		-14,32	-11,05	-2,28	<b>0,86</b>	0,61	0,25

**Şekil 2.** Tahmin edilen ve gerçekleşen su tüketimi (Observed and predicted water consumptions.)

seçilen model en düşük hataya sahip MAPE =0,049 ve CE = 0,86 değerlerine sahip olmuştur. YGM(1 1) modelinde ise her iterasyonda tahmin edilecek değerler sadece k kadar öncesinde bulunan değerler modele dahil edildiği için başarılı tahminler ortaya çıkmaktadır

#### 4. SONUÇLAR (CONCLUSIONS)

Çalışma kapsamında, şehir hayatında çok önemli yere sahip olan su tüketim değerleri tahmin edilmeye çalışılmıştır. İstanbul ilinin 2005-2013 yılları arasında ölçülmüş su tüketim değerleri modellenmiştir. Modelleme çalışması Gri Tahmin yöntemi ile gerçekleştirilmiştir. Gri tahmin modelleri genel olarak veri sayısının kısıtlı olduğu durumlarda tercih edilmektedir. Bu kapsamda 9 yıllık ölçülmüş İstanbul ili

su tüketim değerlerinin ilk 6 yılı ile model oluşturulmuş kalan 3 yıllık değerler ise tahmin edilmeye çalışılmıştır. Verimlilik katsayısı ve ortalama mutlak yüzde hata sonuçları göstermektedir ki yetersiz veri durumunda ve hızlı karar verilmesi gereken durumlarda gri tahmin modelleri gelecekteki su tüketim değerlerinin tahmin edilmesinde iyi bir performans sergileyebilmektedir. Ayrıca çalışmada ulaşılan önemli sonuçlardan bir diğeri ise tahmin edilecek değerin etkilendiği değerlerin doğru şekilde belirlenmesi olmuştur. Yakın tarihli değerlerin model sonucunu önemli derece etkilediği görülmüştür. Araştırmacıların ileride yapacakları çalışmalarda, yakın geçmiş değerlerinin farklı kombinasyonları ile oluşturacakları modellerin daha başarılı tahmin sonuçları üretebileceği düşünülmektedir. Gri tahmin modellerinin diğer tahmin modellerine (bulanık mantık, yapay sinir

ağları, makine öğrenmesi modelleri vb.) entegre edilmesi sonucunda yeni birleşik modellerinde kurulabileceği düşünülmektedir. Zaman serisi değerleri ile hidrolojik parametrelerin tahmin edilmesi gün geçtikçe üzerinde bilimsel çalışmaların arttığı bir alan haline gelmektedir. Zaman serisi tahmin yöntemlerinde karmaşıklığın azaltıldığı, önışlemlerin olmadığı ve başarılı tahmin sonuçları veren yöntemlerin de hidrologlar tarafından kullanımının yaygınlaşmasının iyi neticeler vereceği öngörülmüştür.

#### KAYNAKLAR (REFERENCES)

- [1] Maidment, D. R., and Parzen, E., Cascade model of monthly municipal water use, *Water Resources Research*, 20(1): 15-23, (1984).
- [2] Dziegielewski, B., and Boland, J. J., Forecasting urban water use: the iwr-main model1, *JAWRA Journal of the American Water Resources Association*, 25(1): 101-109, (1989)
- [3] Altunkaynak, A., Özger, M., and Çakmakci, M., Water consumption prediction of istanbul city by using fuzzy logic approach, *Water Resources Management*, 19(5): 641-654, (2005).
- [4] Altunkaynak, A., and Nigussie, T. A., Monthly water consumption prediction using season algorithm and wavelet transform;based models, *Journal of Water Resources Planning and Management*, 143(6): 04017011, (2017).
- [5] Firat, M., Turan, M. E., and Yurdusev, M. A., Comparative analysis of fuzzy inference systems for water consumption time series prediction, *Journal of Hydrology*, 374(3): 235-241, (2009).
- [6] Adamowski, J., and Karapataki, C., Comparison of multivariate regression and artificial neural networks for peak urban water-demand forecasting: evaluation of different ann learning algorithms, *Journal of Hydrologic Engineering*, 15(10): 729-743, (2010).
- [7] Nasserli, M., Moeini, A., and Tabesh, M., Forecasting monthly urban water demand using Extended Kalman Filter and Genetic Programming, *Expert Systems with Applications*, 38(6): 7387-7395, (2011).
- [8] Zhang, D., Ni, G., Cong, Z., Chen, T., and Zhang, T., Statistical interpretation of the daily variation of urban water consumption in Beijing, China, *Hydrological Sciences Journal*, 59(1): 181-192, (2013).
- [9] Liu, Y., Zhao, J., and Wang, Z., Identifying determinants of urban water use using data mining approach, *Urban Water Journal*, 12(8): 618-630, (2014).
- [10] Zhou, S. L., McMahon, T. A., Walton, A., and Lewis, J., Forecasting daily urban water demand: a case study of Melbourne, *Journal of Hydrology*, 236(3): 153-164, (2000).
- [11] Trivedi, H. V., and Singh, J. K., Application of grey system theory in the development of a runoff prediction model, *Biosystems Engineering*, 92(4): 521-526, (2005).
- [12] Yu, P.-S., Chen, C.-J., and Chen, S.-J., Application of gray and fuzzy methods for rainfall forecasting, *Journal of Hydrologic Engineering*, 5(4): 339-345, (2000).
- [13] Ho, J.-Y., and Lee, K., Grey forecast rainfall with flow updating algorithm for real-time flood forecasting, *Water*, 7(5): 1840, (2015).
- [14] Lin, Y.-H., Chiu, C.-C., Lee, P.-C., and Lin, Y.-J., Applying fuzzy grey modification model on inflow forecasting, *Engineering Applications of Artificial Intelligence*, 25(4): 734-743, (2012).
- [15] Chou, C.-m., Applying multi-resolution analysis to differential hydrological grey models with dual series, *Journal of Hydrology*, 332(1): 174-186, (2007).
- [16] Wang Yu-lu, Y. Y.-b., Yuan Xiao-hui , Zhang Miao, A modified nonlinear grey bernoulli model used for water consumption prediction, *March 2017 Singapore International Conferences*, (2017).
- [17] Deng, J.L., Control problems of grey systems, *Systems & Control Letters*, 1(5): 288-294. (1982).
- [18] Nash, J. E., and Sutcliffe, J. V., River flow forecasting through conceptual models part I — A discussion of principles, *Journal of Hydrology*, 10(3): 282-290, (1970).