



TOPRAK BİLİMİ VE BİTKİ BESLEME DERGİSİ

<http://dergi.toprak.org.tr>



Boussinesq denkleminin çözümüne bağlı olarak taban suyu seviyesi yüksekliğinin incelenmesi

İmanverdi Ekberli *, Coşkun Gülser

Ondokuz Mayıs Üniversitesi, Ziraat Fakültesi, Toprak Bilimi ve Bitki Besleme Bölümü, Samsun

Özet

Bu çalışmada geçirgen toprak katmanında Dupuit yaklaşımı ve Darcy yasasına bağlı olarak taban suyu seviyesindeki değişimin belirlenmesi için Boussinesq denkleminin ilave edilmesi ve çözümü açıklanmıştır. Yavaş (0.44 cm sa^{-1}), oldukça yavaş (1.05 cm sa^{-1}) ve orta (3.12 cm sa^{-1}) hidrolik iletkenlik değerlerine sahip topraklara aynı hacimde su uygulanması durumunda, farklı toprak kesitlerinden farklı sürelerde oluşacak drenaj koşulları için taban suyu seviyesindeki değişimler hesaplanmıştır. Genel olarak taban suyu seviyesi, drenajın gerçekleştiği kesit mesafesinin daralması ile yükselmekte, kesit mesafesinin artması ile alçalmaktadır. Taban suyu seviyesindeki değişim drenaj süresi arttıkça aynı geçirgenlik sınıfı için sabit bir değere yaklaşmaktadır. Toprak ortamına ilave olunan su miktarına bağlı olarak taban suyu seviyesinin değişiminde, drenaj kesit mesafesinin, zamanın ve hidrolik iletkenliğin temel faktörler olduğu belirlenmiştir.

Anahtar Kelimeler: Drenaj, Dupuit yaklaşımı, Darcy yasası, Boussinesq denklemi, iletkenlik.

Investigation of groundwater level due to the solution of Boussinesq equation

Abstract

In this study, to determine the change in groundwater level in a permeable soil layer depend on the Dupuit approach and Darcy's law, the addition of the Boussinesq equation and its solution were explained. If the same volume of water is applied to the soils having slow (0.44 cm h^{-1}), moderately slow (1.05 cm h^{-1}) and moderate (3.12 cm h^{-1}) hydraulic conductivity values, changes in the ground water levels were calculated under the different drainage conditions occurred from different cross sections of soils for different drainage times. The ground water level generally rises with the narrowing of the cross-sectional distance at which the drainage takes place and falls with the increase of the cross-sectional distance. The change in the ground water level approaches a constant value for the same permeability class as the drainage time increases. It was determined that the main factors in the change of the ground water level depending on the amount of water added to soil were the cross-section drainage distance, time and hydraulic conductivity.

Keywords: Drainage, Dupuit approach, Darcy's law, Boussinesq equation, conductivity.

© 2018 Türkiye Toprak Bilimi Derneği. Her Hakkı Saklıdır

Giriş

Arazi koşullarında topraktaki doymamış su hareketi i) yağmur veya sulamadan sonra suyun doygun olmayan toprak profilinde yukarıdan aşağı doğru hareketi ve ii) taban suyu tablasının doyurduğu toprak seviyesinde aşağıdan yukarı doğru olan su hareketi ile iki şekilde gerçekleşmektedir. Sulama ve yıkama uygulamaları, aşırı yağış miktarı, bölgenin hidrojeolojik koşulları gibi faktörler taban suyunun derinliğine ve seviyesine önemli düzeyde etki yapmaktadır. Düzensiz sulama uygulamaları, aşağı toprak katmanları yönünde doğal taban suyu akışının olmaması taban suyu derinliğinin yükselmesine, dolayısıyla bitki-kök bölgesinde tuzlanmaya neden olmaktadır (Kostyakov, 1960; Kats ve Shestakov, 1992). Taban suyunun derinliği, sıcaklığı, tuz yoğunluğu, kimyasal bileşeni vb. özelliklerinin yıl boyunca veya çok yıllık değişkenliği, taban suyunun özgül özelliklerindedir. Su tüketimi yüksek olan bitki örtüsü altındaki derinliği fazla olmayan taban suyu seviyesinin günlük değişimi 10-15 cm kadar olabilmektedir. Eğimli dağ yamacı gibi arazilerde taban suyu seviyesinin mevsimlik değişimi daha fazla olup, birkaç santimetreden 10-15 m'ye

* Sorumlu yazar:

Tel. : 0362 3121919
E-posta : iman@omu.edu.tr

Geliş Tarihi : 20 Aralık 2017
Kabul Tarihi : 21 Eylül 2018

e-ISSN : 2146-8141

kadar değişebilmektedir. Genel olarak, taban suyu seviyesinin çok yıllık değişimi, mevsimlik değişimden daha fazla olmaktadır. Taban suyu derinliğinin ve seviyesinin değişimi toprakların su, tuz, sıcaklık rejiminin oluşumuna önemli düzeyde etki yapmakta, bu değişimin belirlenmesi ise sulanan topraklarda drenaj-kollektor şebekesinin yapılmasında gerekli olmaktadır (Faibishenko, 1986; Kats ve Shestakov, 1992). Taban suyu seviyesinin değişimi, çeşitli tarım ürünleri için farklı değerlere sahip olan "kritik taban suyu derinliği" ne de etki yapmaktadır (Zaydelman, 1987).

Toprakta deneysel olarak ölçülen fiziksel, kimyasal ve biyolojik süreçlerin ifade edilmesinde matematiksel çözümlere dayalı yaklaşımlar kullanılmaktadır. Toprak profili boyunca ısı hareketinin teorik olarak ifadesinde parabolik fonksiyonların kullanımı, ısı taşınım denkleminin çözümünde benzerlik teorisinin uygulanması, topraklara uygulanan yük altında toprak deformasyon ve geriliminin ifadesinde reoloji denkleminin kullanılabilirliği gibi topraktaki birçok fiziksel sürecin ifadesinde de analitik denklem çözümlerinden yararlanıldığı bilinmektedir (Ekberli ve ark. 2014; 2015a,b; 2016; 2017; Ekberli ve Sarılar, 2015; Gülser ve ark., 2018). Taban suyu tablasının seviyesindeki değişimin belirlenmesinde de teorik ve deneysel yöntemler uygulanmaktadır. Teorik yöntemler, doğrusallaştırılmış Boussinesq denkleminin (doğrusal olmayan difüzyon denkleminin) analitik veya yarı analitik (Rai ve ark., 2006; Cuthbert, 2010); Richards denkleminin sayısal (Neto ve ark., 2015) ve su bilançosu denkleminin çözümlerinden (Bierkens, 1998; Knotters ve Bierkens, 2000; Park ve Parker, 2008; Jeong ve Park, 2017) oluşmaktadır. Yeraltı hidroloji süreçlerinin belirlenmesinin zor olduğu veya belirlenememesi durumlarında deneysel verilerden yararlanılmaktadır (Bierkens ve ark., 1999; Coulibaly ve ark., 2001). Burada, deneysel verilere bağlı olarak doğrusal (Bierkens ve ark., 1999; Knotters ve Bierkens, 2000) veya doğrusal olmayan (Coulibaly ve ark., 2001; Coulibaly ve Baldwin, 2005; Yoon ve ark., 2011) yöntemler uygulanmaktadır. Morel ve ark. (2015) tarafından yapılan bir çalışmada, Oberbeck-Boussinesq yaklaşımının değişken yoğunluklu taban suyu akışının modellenmesinde geçerliliği incelenmiştir. Doymun koşullardaki taban suyu akışında, Oberbeck-Boussinesq yaklaşımı ile düşük yoğunlukta konumsal ve zamansal değişim, kütle denge eşitliği ile ifade edilmiştir. Jeong ve ark. (2018), doymun olmayan koşullarda taban suyu seviyesinin 25.5, 70.0 ve 156.5 m olan üç izleme alanında, su tablasının yağmura bağlı olarak değişiminin incelenmesinde, zamanın fonksiyonu olan matematiksel bir model geliştirmiş; doymun ve doymun olmayan ortamlarda modelin uygulanabilirliği için deneysel verilerin kalibre edilmesi gerektiğini bildirmişlerdir. Kong ve ark. (2015), taban suyu seviyesinin değişimine etki yapan faktörleri araştırarak, değişimin tahmin edilmesinde Boussinesq denklemi ve diğer modelleri (Li ve ark., 1997; Barry ve ark., 1996; Kong ve ark., 2013) kullanmışlardır. Bu çalışmanın amacı, literatürde yer alan taban suyu seviyesinin belirlenmesinde kullanılan yöntemlere Boussinesq denkleminin dahil edilmesi ve çözümü; elde edilen çözüme bağlı olarak taban suyu seviyesi değişiminin matematiksel olarak ifade edilmesi, farklı drenaj süreleri, kesit mesafeleri, ve ortam geçirgenlikleri için sayısal olarak uygulanmasıdır.

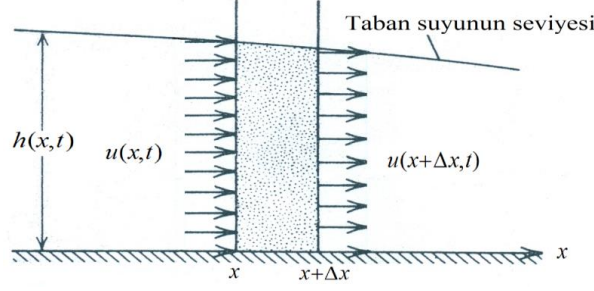
Materyal ve Yöntem

Geçirgen toprak katmanında Dupuit yaklaşımı ve Darcy yasasına bağlı olarak taban suyu seviyesindeki değişimin belirlenmesine ait yaklaşıma ilave edilen Boussinesq denklemi çalışmanın materyalini oluşturmaktadır. Araştırma yöntemi olarak matematiksel modelleme yöntemi kullanılmıştır.

Matematiksel Açıklama

Herhangi bir geçirgen toprak katmanında $u(x,t)$ akışına sahip taban suyunun, zamana ve mesafeye bağlı olan taban suyu tablasının $h(x,t)$ yüzey seviyesinin belirlenmesi için süreklilik denkleminin veya kararlı olmayan ortamda kütle korunması kuralının dahil edilmesi gerekmektedir. Bu durumda, su ile doymun ortamda x mesafesine bağlı bir boyutlu $u(x)$ su akışının yatay basınç (p) eğimini ifade eden $\frac{dp}{dx} = \rho g \frac{dh}{dx}$

(burada, ρ -suyun yoğunluğu, kgm^{-3} ; $g = 9.81m sn^{-2}$ -yerçekimi ivmesidir) Dupuit yaklaşımının (Dupuit, 1863; Bear ve ark., 1968; Turcotte ve Schubert, 1982) doğru olduğu varsayılır ve geçirgen toprak katmanının x ve $x + \Delta x$ yüzeyleri ile sınırlanan birim kesit alanında çok kısa mesafede gerçekleşen $u(x,t)$ su akışı incelenir (Şekil 1).



Şekil 1. Kapalı olmayan geçirgen toprak katmanının birim kesit alanında çok kısa mesafede gerçekleşen bir boyutlu akış (Turcotte ve Schubert, 1982)

Doymun toprak katmanına dik olan ve katmanının birim uzunluktaki çok küçük bir kesitinden giren ve çıkan suyun hacmi sırasıyla $u(x,t)h(x,t)$ ve $u(x+\Delta x,t)h(x+\Delta x,t)$, toprak kesitindeki su akışının değişimi ise

$$\lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{u(x+\Delta x,t)h(x+\Delta x,t) - u(x,t)h(x,t)}{\Delta x} = \frac{\partial}{\partial x}(uh) \quad (1)$$

olarak, çıkan su akış miktarı aşağıdaki gibi ifade edilir.

$$u(x+\Delta x,t)h(x+\Delta x,t) - u(x,t)h(x,t) \approx \frac{\partial}{\partial x}(uh)\Delta x \quad (2)$$

Suyun sıkıştırılmaması varsayımı durumunda, çıkan su giren sudan fazla olmakta, dolayısıyla taban suyu seviyesinin azalmasına neden olmaktadır. Taban suyu seviyesinin Δt zamanında $h(t,x)$ 'den $h(t+\Delta t,x)$ 'e gibi değişmesi durumunda, su hacminin değişimi aşağıdaki gibi ifade edilir.

$$\varphi[h(t+\Delta t,x) - h(t,x)]\Delta x \approx \varphi \frac{\partial h}{\partial t} \Delta x \Delta t \quad (3)$$

(3) ifadesindeki φ çarpımı, ancak topraktaki gözeneklerin su ile doymuş durumda olduğunu göstermektedir. Kütlelerin korunumu koşuluna göre, Δt zamanında toprağın küçük bir kesitinden çıkan toplam su miktarı, azalan su hacmine eşit olmaktadır. Bu durumda, (1) ve (2) ifadeleri göz önüne alınarak aşağıdaki (4) ifadesi elde edilir.

$$\varphi \frac{\partial h}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}(uh) = 0 \quad (4)$$

(1) ifadesinin, bir boyutlu durumda $u = -\frac{k}{\mu} \frac{dp}{dx}$ (burada, k ortamın geçirgenlik katsayısı (gözenekli ortamda gerçekleşen akıma gösterilen direncin ölçütü); μ sıvının dinamik akışkanlık katsayısıdır) gibi ifade edilen Darcy yasasında (Darcy, 1856) yerine konulması ile doymuş ortam için elde edilen $u = -\frac{k\rho g}{\mu} \frac{dh}{dx}$ Darcy hızı

(4)'te göz önüne alınırsa,

$$\frac{\partial h}{\partial t} = \frac{k\rho g}{\mu\varphi} \frac{\partial}{\partial x} \left(h \frac{\partial h}{\partial x} \right) \quad (5)$$

Boussinesq denklemi (doğrusal olmayan difüzyon denklemi) elde edilir (Boussinesq, 1904; Turcotte ve Schubert, 1982; Lockington ve ark., 2000; Tang ve Alshawabkeh, 2006; Telyakovskiy ve ark., 2010; 2016; Su, 2017).

Toprak fiziği, sulama, hidroloji, jeodinamik vb. gibi alanlarda, Boussinesq denkleminin farklı başlangıç ve sınır koşullarında, benzerlik değişkenlerine bağlı olan çeşitli çözümleri kullanılmaktadır (Luthin, 1964; Szilagyi ve Parlange, 1998; Rai ve Manglik, 1999; Zavala ve ark., 2007; Morel ve ark., 2015; Yang ve ark., 2018). Toprakta az geçirgen katman üzerindeki suyun yatay yöndeki hareketi durumunda, ısı iletkenliği denkleminin çözümüne benzer olarak (Luikov, 1948; Luikov ve Mikhailov, 1965; Luikov, 1967; Isachenko ve ark., 1981; Gülser ve Ekberli, 2002; Ekberli, 2006), Boussinesq denkleminin benzerlik parametrelerine bağlı çözümünün belirlenmesi ve uygulanması mümkün olmaktadır (Turcotte ve Schubert, 1982; Barna ve Matyas, 2015; Su, 2017; Yao ve ark., 2018).

Başlangıçta her hangi bir hacimde olan taban suyunun hareketi, benzerlik değişkenleriyle (f, ξ) aşağıdaki gibi ifade edilebilir:

$$f = \left(\frac{12k\rho g\varphi t}{\mu V^2} \right)^{\frac{1}{3}} h \quad (6)$$

$$\xi = \left(\frac{2\mu\varphi^2}{3k\rho g Vt} \right)^{\frac{1}{3}} x \quad (7)$$

(Burada, V - taban suyunun hareketine dikey yönde birim uzunluktan giren suyun hacmidir.)

(5) Boussinesq denkleminin f ve ξ benzerlik değişkenleri ile ifade edilmesi için, (6) ifadesinden

$$h = \left(\frac{\mu V^2}{12k\rho g\varphi t} \right)^{\frac{1}{3}} f \text{ bulunarak, } \frac{\partial h}{\partial t} \text{ ve } \frac{\partial}{\partial x} \left(h \frac{\partial h}{\partial x} \right) \text{ kısmi türevleri hesaplanır:} \quad (8)$$

$$\frac{\partial h}{\partial t} = \frac{1}{3} \left(\frac{\mu V^2}{12k\rho g\varphi t} \right)^{-\frac{2}{3}} \left(\frac{\mu V^2}{12k\rho g\varphi} \right) \left(-\frac{1}{t^2} \right) \cdot f + \left(\frac{\mu V^2}{12k\rho g\varphi t} \right)^{\frac{1}{3}} \frac{df}{d\xi} \frac{\partial \xi}{\partial t} = -\frac{1}{3t} \left(\frac{\mu V^2}{12k\rho g\varphi t} \right)^{\frac{1}{3}} \left(f + \xi \frac{df}{d\xi} \right) \quad (9)$$

$$\frac{\partial h}{\partial x} = \left(\frac{\mu V^2}{12k\rho g\varphi t} \right)^{\frac{1}{3}} \frac{df}{d\xi} \frac{d\xi}{dx} = \left(\frac{\mu V^2}{12k\rho g\varphi t} \right)^{\frac{1}{3}} \left(\frac{2\mu\varphi^2}{3k\rho g Vt} \right)^{\frac{1}{3}} \frac{df}{d\xi} \quad (10)$$

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(h \frac{\partial h}{\partial x} \right) = \frac{\partial h}{\partial x} \frac{\partial h}{\partial x} + h \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial h}{\partial x} \right) = \left(\frac{\mu V^2}{12k\rho g\varphi t} \right)^{\frac{2}{3}} \left(\frac{2\mu\varphi^2}{3k\rho g Vt} \right)^{\frac{2}{3}} \left(\frac{df}{d\xi} \right)^2 + \left(\frac{\mu V^2}{12k\rho g\varphi t} \right)^{\frac{1}{3}} f \cdot$$

$$\cdot \left(\frac{\mu V^2}{12k\rho g\varphi t} \right)^{\frac{1}{3}} \left(\frac{2\mu\varphi^2}{3k\rho g Vt} \right)^{\frac{1}{3}} \frac{d}{d\xi} \left(\frac{df}{d\xi} \right) \cdot \frac{d\xi}{dx} = \left(\frac{\mu V^2}{12k\rho g\varphi t} \right)^{\frac{2}{3}} \left(\frac{2\mu\varphi^2}{3k\rho g Vt} \right)^{\frac{2}{3}} \left[\left(\frac{df}{d\xi} \right)^2 + f \frac{d^2 f}{d\xi^2} \right]$$

(8) ve (10) ifadeleri (5)'de yerine konursa, aşağıdaki denklem elde edilir:

$$f \frac{d^2 f}{d\xi^2} + \left(\frac{df}{d\xi} \right)^2 + \xi \frac{df}{d\xi} + f = 0 \quad (11)$$

Su miktarının korunması koşulu f ve ξ değişkenlerine göre aşağıdaki biçimde yazılır:

$$\int_0^{\xi_0} f d\xi = 1 \quad (12)$$

(Burada, ξ_0 değeri, taban suyu seviyesi genişliğinin yarısı (x_0) ile bağlantılı olup, $x = x_0$ olarak (7) ifadesine göre belirlenir.)

(11)-(12) probleminin analitik çözümü (Turcotte ve Schubert, 1982) aşağıdaki gibi olur:

$$f = \frac{3^{\frac{2}{3}}}{2} \left(1 - \frac{\xi^2}{3^{\frac{2}{3}}} \right), \quad |\xi| \leq \xi_0 = 3^{\frac{1}{3}} \quad (13)$$

(13) ifadesinden görüldüğü gibi, taban suyunun yüzeyi, herhangi bir zaman anında parabolik fonksiyonla ifade olunabilir. (7) ifadesi (13)'de yerine konursa aşağıdaki (14) ifadesi elde edilir.

$$f = \frac{3^{\frac{2}{3}}}{2} \left[1 - \left(\frac{2\mu\varphi^2}{9k\rho g Vt} \right)^{\frac{2}{3}} x^2 \right] \quad (14)$$

(6) ve (14) ifadelerinden ise, mesafenin (x) ve zamanın (t) fonksiyonu olarak taban suyunun yüksekliği (h) için aşağıdaki ifade elde edilir (Turcotte ve Schubert, 1982):

$$h = \left(\frac{3\mu V^2}{32k\rho g\varphi t} \right)^{\frac{1}{3}} \left[1 - \left(\frac{2\mu\varphi^2}{9k\rho g Vt} \right)^{\frac{2}{3}} x^2 \right] \quad (15)$$

(15) ifadesi dikey drenaj (kuyu) sisteminde taban suyu tablasının seviyesine ait yükseklikteki değişimin yaklaşık olarak belirlenmesine imkan sağlamaktadır. (15) ifadesi aşağıdaki gibi sadeleştirilebilir:

$$h = \left(\frac{3\mu V^2}{32k\rho g\varphi} \right)^{\frac{1}{3}} \left(\frac{1}{t} \right)^{\frac{1}{3}} \left[1 - \left(\frac{2\mu\varphi^2}{9k\rho gV \cdot 10^4} \right)^{\frac{2}{3}} \left(\frac{1}{t \cdot 10^{-4}} \right)^{\frac{2}{3}} x^2 \right] \quad (16)$$

(hesaplamanın kolaylaştırılması için 10^4 ve 10^{-4} sayıları dahil edilmiştir)

$A = \left(\frac{3\mu V^2}{32k\rho g\varphi} \right)^{\frac{1}{3}}$ ve $B = \left(\frac{2\mu\varphi^2}{9k\rho gV \cdot 10^4} \right)^{\frac{2}{3}}$ işaret edilirse aşağıdaki (17) ifadesi elde edilir.

$$h(x,t) = A \left(\frac{1}{t} \right)^{\frac{1}{3}} \left[1 - B \left(\frac{1}{t \cdot 10^{-4}} \right)^{\frac{2}{3}} x^2 \right] \quad (17)$$

(17) ifadesinde de görüldüğü gibi, taban suyunun yüzey seviyesinin (taban suyu tablasının) değişimi mesafeye ve zamana önemli derecede bağlı olmaktadır.

Bulgular ve Tartışma

Taban suyu seviyesinin drenaj kesit mesafesi ve zamana bağlı olarak değişimi

Bu çalışmada, geçirgen toprak katmanında Dupuit yaklaşımı ve Darcy yasasına bağlı olarak Boussinesq denkleminin ilave edilmesi ve denklemin çözümünden elde edilen analitik ifadeye göre taban suyu tablasının yüksekliğindeki değişim gösterilmiştir. Bu analitik ifade örnek bir çözüm ile açıklanmaya çalışılırsa, orta düzeyde geçirgenliğe sahip bir toprak ortamı için hektardan 180 m³ suyun drene olduğu kabul edildiğinde (Averyanov, 1978) taban suyunun hareketine birim alandan (m²) birim uzunlukta (m) giren su miktarı $V = 0.018m^2$ olacaktır. Bu toprak ortamında suyun akışkanlığının $\mu = 1.14 \cdot 10^{-3} kg m^{-1} sn^{-1}$; gözenekli ortamın geçirgenlik katsayısının (özgül iletkenliğinin) $k = 10^{-12} m^2$; suyun yoğunluğunun $\rho = 1000 kg m^{-3}$; yerçekimi ivmesinin $g = 9.81 m sn^{-2}$ ve suyla doymun gözenekliğin $\varphi = 0.45$ olması durumunda eşitlik (17) deki A ve B ifadeleri aşağıdaki gibi hesaplanabilir.

$$A = \left[\frac{3 \cdot 1.14 \cdot 10^{-3} \cdot (0.018)^2}{32 \cdot 10^{-12} \cdot 1000 \cdot 9.81 \cdot 0.45} \frac{kg m^7 sn^2}{kg m^4 sn} \right]^{\frac{1}{3}} \approx (7.844 m^3 sn)^{\frac{1}{3}} \approx 1.987 m sn^{\frac{1}{3}}$$

$$B = \left[\frac{2 \cdot 1.14 \cdot 10^{-3} \cdot (0.45)^2}{9 \cdot 10^{-12} \cdot 1000 \cdot 9.81 \cdot 0.018 \cdot 10^4} \frac{kg m^3 sn^2}{kg m^6 sn} \right]^{\frac{2}{3}} \approx (29.052 m^{-3} sn)^{\frac{2}{3}} \approx 9.450 m^{-2} sn^{\frac{2}{3}}$$

Bu değerler eşitlik (17)'de yerine konulduğunda toprağa ilave olan su miktarına bağlı olarak taban suyu tablasının dikey yöndeki değişimi (h), su giriş mesafesi (x) ve zamanın (t) bir fonksiyonu olarak eşitlik (18) yardımıyla hesaplanabilir.

$$h(x,t) = \left(1.987 m sn^{\frac{1}{3}} \right) \left(\frac{1}{t} \right)^{\frac{1}{3}} \left[1 - \left(9.450 m^{-2} sn^{\frac{2}{3}} \right) \left(\frac{1}{t \cdot 10^{-4}} \right)^{\frac{2}{3}} x^2 \right] \quad (18)$$

Bu toprak ortamı için taban suyunun yüzey seviyesindeki değişim, farklı mesafelerdeki su girişi (x; 0.05, 0.10, 0.15, 0.20, 0.25, 0.30, 0.40 ve 0.60 m) ve zaman aralıkları (t; 3, 5, 8, 12, 24, 48, 72 ve 96 saat) için hesaplanabilir. Örneğin, belirtilen ortam özelliklerine sahip toprağın birim uzunlukta 5 cm'lik yatay katmanından ($x = 0.05 m$) oluşacak drenajla 3 saat ($t = 1.08 \cdot 10^4 sn$) sonunda taban suyu seviyesindeki değişim miktarı (18) ifadesi ile aşağıdaki gibi hesaplanır.

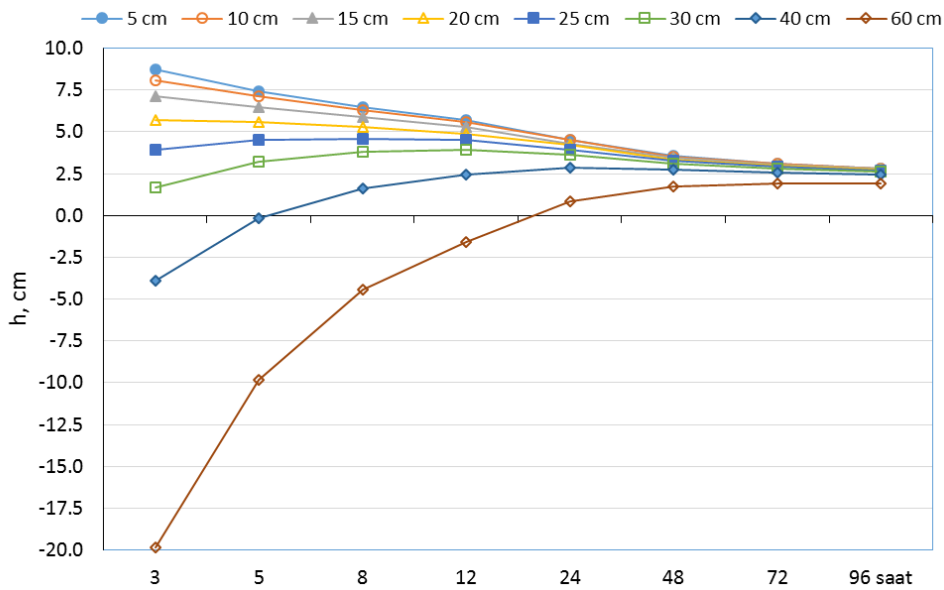
$$h(x,t) = \left(1.987 m sn^{\frac{1}{3}} \right) \left(\frac{1}{1.08 \cdot 10^4 sn} \right)^{\frac{1}{3}} \left[1 - \left(9.450 m^{-2} sn^{\frac{2}{3}} \right) \left(\frac{1}{1.08 sn} \right)^{\frac{2}{3}} (0.05 m)^2 \right] \approx 0.090 m \cdot 0.978 \approx 0.088 m = 8.8 cm \text{ olur.}$$

Bu toprak örneği için farklı kesit mesafelerinden oluşacak drenajla zamana göre taban suyu yüzey seviyesindeki değişim değerleri (18) ifadesine göre hesaplanmış ve Çizelge 1’de verilmiştir.

Çizelge 1.Taban suyu tablası yüksekliğinin ($h(x,t)$, m), mesafe ve zamana göre değişimi

| $t \cdot 10^4$ sn x, m | 1.08 | 1.80 | 2.88 | 4.32 | 8.64 |
|---------------------------|--------|--------|--------|--------|-------|
| 0.05 | 0.088 | 0.074 | 0.065 | 0.057 | 0.045 |
| 0.10 | 0.081 | 0.071 | 0.063 | 0.056 | 0.045 |
| 0.15 | 0.071 | 0.065 | 0.059 | 0.053 | 0.043 |
| 0.20 | 0.057 | 0.056 | 0.053 | 0.049 | 0.042 |
| 0.25 | 0.039 | 0.045 | 0.046 | 0.045 | 0.039 |
| 0.30 | 0.017 | 0.032 | 0.038 | 0.039 | 0.036 |
| 0.40 | -0.039 | -0.002 | 0.016 | 0.024 | 0.029 |
| 0.60 | -0.198 | -0.098 | -0.044 | -0.016 | 0.009 |

Çizelge 1’den görüldüğü gibi, zamana bağlı olarak birim alandan (V) farklı kesit mesafelerinde drene olan su miktarı taban suyu yüzey seviyesi yüksekliğini etkilemektedir. Bu toprak ortamı için ele alınan birim uzunlukta (m) aynı miktardaki suyun (0.018 m^2) farklı kesit mesafelerdeki drenajı sonucunda taban suyu tablasının seviyesinde (h) 4 günlük ($34.56 \cdot 10^4$ sn) değişimler eşitlik (18) yardımıyla hesaplanarak Şekil 1’de verilmiştir. Şekil 1’in incelenmesinden de anlaşılacağı gibi, birim uzunlukta aynı miktardaki su kütlelerinin drene olduğu kesit mesafesi azaldıkça taban suyu seviyesi artış göstermektedir. Taban suyu seviyesindeki en yüksek artış 8.8 cm ile 3 saat sonunda 5 cm’lik toprak kesitinde gerçekleşen drenaj durumunda belirlenmiştir. Toprakta birim uzunlukta aynı miktar suyun drenajı 5 ile 30 cm aralığındaki kesit mesafelerde gerçekleşmesi durumunda taban suyu seviyesinde artış, 40 ve 60 cm gibi daha geniş kesit mesafelerden drenajında ise taban suyu seviyesinde azalış veya alçalma konisi oluştuğu gözlenmektedir. Bu geniş toprak kesitlerinden (40 ve 60 cm) gerçekleşen drenaj sonucu hesaplanan ve başlangıçta negatif değere sahip taban suyu seviyesi altında olan değişimin zamana bağlı olarak arttığı ve pozitif değerler olarak taban suyu seviyesinin üzerine çıktığı görülmektedir (Şekil 1). Elde edilen (18) çözümüne göre suyun topraktan drene olduğu kesit mesafeye göre taban suyu tablasının seviyesindeki değişimlerin (alçalma ve artma) drenajın karalı duruma yaklaştığı 72. ve 96. saatlerden sonra azaldığı görülmektedir. Bu durumda taban suyu seviyesindeki değişim miktarı, incelenen bütün drenaj kesitleri için 4 günlük süresinin sonunda 2.82 cm ile 1.92 cm arasında değerler olarak, sabit bir değere doğru yaklaştığı görülmektedir.



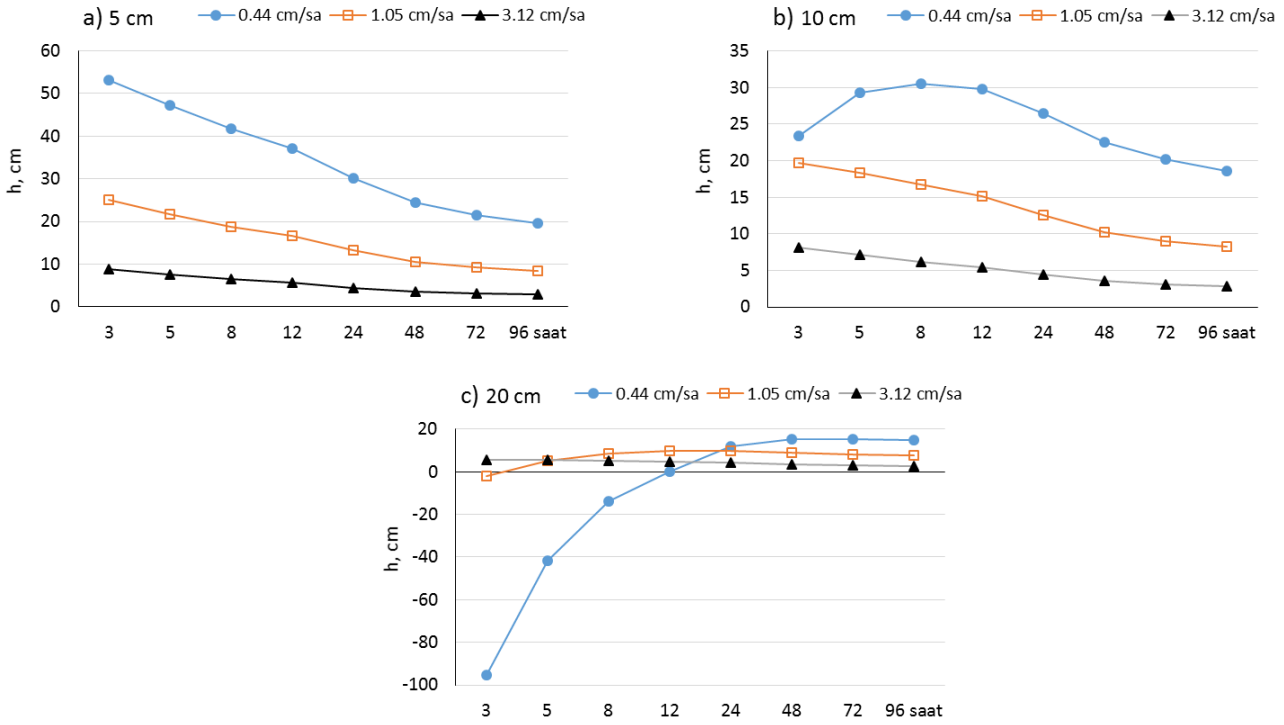
Şekil 1. Orta düzeyde geçirgenliğe sahip bir toprak ortamından zamana bağlı olarak farklı kesit mesafelerden oluşan drenaja göre taban suyu tablasının seviyesindeki değişim (h).

(15) ifadesinde $\left(\frac{2\mu\varphi^2}{9k\rho g Vt}\right)^{\frac{2}{3}} x^2 \geq 1$ veya $x \geq \left(\frac{9k\rho g Vt}{2\mu\varphi^2}\right)^{\frac{1}{3}}$ olması durumunda, teorik olarak

$h = 0$ ve $h \rightarrow -\infty$ olmaktadır. Hesaplanan $h(x, t)$ değerleri de (Çizelge 1), mesafe artışına bağlı olarak, negatif yönde değişebilmektedir.

Taban suyu seviyesinin drenaj ortamının hidrolik iletkenliğine bağlı olarak değişimi

Bu çalışmada taban suyu tablasının yüksekliğindeki değişim gösteren (18) ifadesi yavaş (0.44 cm sa^{-1}), oldukça yavaş (1.05 cm sa^{-1}) ve orta (3.12 cm sa^{-1}) doymun hidrolik iletkenlik değerine sahip 3 farklı toprak ortamı için analiz edilmiştir. Drenajın gerçekleştiği toprak ortamları için hektardan 180 m^3 suyun drene olduğu kabul edildiğinde (Averyanov, 1978) taban suyunun hareketine birim alandan (m^2) birim uzunlukta (m) giren su miktarı $v = 0.018 \text{ m}^2$ olmaktadır. Toprakta akışkanlığın $\mu = 1.14 \cdot 10^{-3} \text{ kg m}^{-1} \text{ sn}^{-1}$; $\rho = 1000 \text{ kg m}^{-3}$; $g = 9.81 \text{ m sn}^{-2}$; suyla doymun gözenekliliğin $\varphi = 0.45$ olduğu varsayılan 3 farklı toprak ortamında özgül iletkenlik değerlerinin “yavaş” $k = 0.14 \cdot 10^{-12} \text{ m}^2$; “oldukça yavaş” $k = 0.33 \cdot 10^{-12} \text{ m}^2$ ve “orta” $k = 1 \cdot 10^{-12} \text{ m}^2$ olması durumunda (Özdemir, 1998), bu topraklar için eşitlik (17) deki A ifadesi için sırasıyla $13.910 \text{ m sn}^{(1/3)}$, $5.961 \text{ m sn}^{(1/3)}$ ve $1.987 \text{ m sn}^{(1/3)}$ olarak, B ifadesi için ise sırasıyla $66.150 \text{ m}^2 \text{ sn}^{(2/3)}$, $28.350 \text{ m}^2 \text{ sn}^{(2/3)}$, ve $9.450 \text{ m}^2 \text{ sn}^{(2/3)}$ olarak hesaplanır.



Şekil 2. Yavaş (0.44 cm sa^{-1}), oldukça yavaş (1.05 cm sa^{-1}) ve orta (3.12 cm sa^{-1}) hidrolik iletkenlik değerlerine sahip toprak ortamlarından zamana bağlı olarak farklı kesit mesafelerden [a)5 cm, b)10 cm, c)20 cm] oluşan drenaja göre taban suyu tablasının seviyesindeki (h) değişimler.

Toprağın hidrolik iletkenlik değeri ve birim mesafedeki drenajın sağlandığı su kesit mesafesi azaldıkça, taban suyu seviyesindeki yükselme daha fazla olmaktadır [Şekil 2a)]. Diğer taraftan toprakta birim mesafedeki drenajın sağlandığı kesit mesafesinin artmasına bağlı olarak taban suyu seviyesindeki yükselmeye azalmaktadır. Yavaş (0.44 cm sa^{-1}) hidrolik iletkenlik değerine sahip toprak ortamı için 10 ve 20 cm kesit mesafesindeki drenaj koşullarında su uygulamasının başladığı erken saatlerde (ilk 12 saat içerisinde) drene olan su miktarı uygulanan su miktarından daha fazla olmakta ve taban suyu seviyesi alçalmaktadır [Şekil 2b), 2c)]. Bu durum orta yavaş (1.05 cm sa^{-1}) hidrolik iletkenlik değerine sahip toprakta 20 cm'lik drenaj kesit mesafesinde gözlemlenirken, orta (3.12 cm sa^{-1}) hidrolik iletkenlik değerine sahip toprakta görülmemektedir.

Taban suyu seviyesindeki değişim farklı hidrolik iletkenlik değerleri için yapılan hesaplamalarda yaklaşık 4. gün (96 saat) sonunda sabit değerlere yaklaşmaktadır.

Sonuç

Bu çalışmada, geçirgen toprak katmanına su ilavesi sonucunda taban suyu seviyesindeki değişimin belirlenmesinde Dupuit yaklaşımı ve Darcy yasasına bağlı olarak Boussinesq denkleminin ilavesi ve çözümü yapılmış, drenajın gerçekleştiği toprak katmanının kesit mesafesi, drenaj süresi ve toprak geçirgenliğine bağlı olarak taban suyu seviyesinin değişimi irdelenmiştir. Genel olarak drenajın gerçekleştiği kesit mesafesinin daralması ile taban suyu seviyesi yükselmekte, kesit mesafesinin artması ile aynı hacimdeki suyun drenajında taban suyu seviyesi alçalmaktadır. Drenaj süresi arttıkça aynı geçirgenlik sınıfı için taban suyu seviyesindeki değişim sabit değere yaklaşmaktadır. Toprakların geçirgenlik katsayıları taban suyu seviyesi üzerinde etkili olmakta, geçirgenlik katsayısının azalması ile taban suyu seviyesi de yükselmektedir. Bu yükseliş drenaj kesit mesafesinin dar olduğu ortam koşullarında daha fazla olmaktadır. Farklı geçirgenlik koşulları için taban suyu seviyesindeki değişimler, toprağa su ilavesini izleyen kısa süreli başlangıç koşullarında daha fazla gerçekleşirken, ilerleyen zaman sürecinde her bir geçirgenlik sınıfı için taban suyu seviyesindeki değişim sabit bir değere doğru yaklaşmaktadır.

Genel olarak, Boussinesq denkleminin farklı alanlara uygulamasında gerekli varsayımlar ve sınır koşulları kullanılmaktadır. Araştırma konusunun daha da geliştirilmesi için, Boussinesq denkleminin ortamın toprak-su özelliklerine uygun başlangıç ve sınır koşullarındaki çözümünün detaylı olarak incelenmesi, gerekli parametrelerin tarla ve laboratuvar koşullarında belirlenmesi, teorik ve deneysel değerlerin karşılaştırılmasına ihtiyaç duyulmaktadır.

Kaynaklar

- Averyanov SF, 1978. Control of salinity in irrigated lands. Kolos Press, Moccow (in Russian), 288 p.
- Barna IF, Matyas L, 2015. Analytic self-similar solutions of the Oberbeck-Boussinesq equations. *Chaos Solitons and Fractals* 78: 249-255.
- Barry DA, Barry SJ, Parlange, JY, 1996. Capillarity correction to periodic solutions of the shallow Flow Approximation, Mixing in Estuaries and Coastal Seas. American Geophysical Union, pp. 496-510.
- Bear J, Zaslavsky D, Irmay S, 1968. Physical principles of water percolation and seepage. UNESCO, Paris, pp. 191-223.
- Bierkens MFP, 1998. Modeling water table fluctuations by means of a stochastic differential equation. *Water Resources Research* 34 (10): 2485-2499.
- Bierkens MFP, Knotters M, Geer FC, 1999. Calibration of transfer function-noise models to sparsely or irregularly observed time series. *Water Resources Research* 35(6): 1741-1750.
- Boussinesq MJ, 1904. Recherches theoriques sur l'écoulement des nappes d'eau infiltrées dans le sol et sur debit de sources. *Journal de Mathématiques Pures et Appliquées* 10: 5-78.
- Coulibaly P, Anctil F, Aravena R, Bobee B, 2001. Artificial neural network modeling of water table depth fluctuations. *Water Resources Research* 37 (4): 885-896.
- Coulibaly P, Baldwin CK, 2005. Nonstationary hydrological time series forecasting using nonlinear dynamic methods. *Journal of Hydrology* 307 (1): 164-174.
- Cuthbert MO, 2010. An improved time series approach for estimating groundwater recharge from groundwater level fluctuations. *Water Resources Research* 46 (9): W09515.
- Darcy H, 1856. Les fontaines publiques de la ville de Dijon. Dalmont, Paris, 647 p.
- Dupuit J, 1863. Études théoriques et pratiques sur le mouvement des eaux dans les canaux découverts et a travers les terrains perméables. Dunod, Paris, 364 p.
- Ekberli I, 2006. Determination of initial unconditional solution of heat conductivity equation for evaluation of temperature variance in finite soil layer. *Journal of Applied Sciences* 6 (7): 1520-1526.
- Ekberli İ, Dengiz O, Gülser C, Özdemir N, 2016. Benzerlik teorisinin toprak sıcaklığına uygulanabilirliği. *Toprak Bilimi ve Bitki Besleme Dergisi* 4 (2), 63-68.
- Ekberli İ, Gülser C, Mamedov A, 2015a. Toprakta bir boyutlu ısı iletkenlik denkleminin incelenmesinde benzerlik teorisinin uygulanması. *Süleyman Demirel Üniversitesi Ziraat Fakültesi Dergisi* 10 (2): 69-79.
- Ekberli İ, Gülser C, Özdemir N, 2014. Toprak deformasyonu ve geriliminin reoloji denklemine göre analitik incelenmesi. *Anadolu Tarım Bilimleri Dergisi* 29 (1):79-85.
- Ekberli İ, Gülser C, Özdemir N, 2015b. Toprakta ısı iletkenliğine etki yapan ısıl parametrelerin teorik incelemesi. *Anadolu Tarım Bilimleri Dergisi* 30 (3):300-306.
- Ekberli İ, Gülser C, Özdemir N, 2017. Farklı toprak derinliklerindeki sıcaklığın tahmininde parabolik fonksiyonun kullanımı. *Toprak Bilimi ve Bitki Besleme Dergisi* 5 (1) 34- 38.
- Ekberli İ, Sarılar Y, 2015. Toprak sıcaklığının profil boyunca sönme derinliğinin ve gecikme zamanının belirlenmesi. *Ege Üniversitesi Ziraat Fakültesinin Dergisi* 52 (2): 219-225.
- Faibishenko BA, 1986. Water-salt rejime of soils under irrigation. Agropromizdat, Moscow (in Russian), 304 p.
- Gülser C, Ekberli İ, 2002. Toprak sıcaklığının profil boyunca değişimi. *Ondokuz Mayıs Üniversitesi Ziraat Fakültesinin Dergisi* 17(3): 43-47.

- Gülser C, Ekberli, İ, Mamedov, A, Özdemir, N, 2018. Faz değişimine bağlı olarak ısı iletkenliği denkleminin incelenmesi ve toprak neminin ısısal yayınıma etkisi. *Anadolu Tarım Bilimleri Dergisi* 33 (3): 261-269
- Isachenko VP, Osipova VA, Sukomel AS. 1981. Heat transfer (in Russian). Energoizdat Press, Moscow, 417 p.
- Jeong J, Park E, 2017. A shallow water table fluctuation model in response to precipitation with consideration of unsaturated gravitational flow. *Water Resources Research* 53: 3505-3512.
- Jeong J, Park E, Han WS, Kim K-Y, Suk H, Jo SB, 2018. A generalized groundwater fluctuation model based on precipitation for estimating water table levels of deep unconfined aquifers. *Journal of Hydrology*, 562: 749-757.
- Kats DM, Shestakov VM, 1992. Melioration hydrogeology. Moscow State University Press, Moscow (in Russian), pp.71-92.
- Knotters M, Bierkens MFP, 2000. Physical basis of time series models for water table depths. *Water Resources Research* 36 (1): 181-188.
- Kong J, Shen CJ, Xin P, Song Z, Li L, Barry DA, Jeng DS, Stagnitti F, Lockington, DA, Parlange JY, 2013. Capillary effect on water table fluctuations in unconfined aquifers. *Water Resources Research* 49 (5): 3064-3069.
- Kong J, Xin P, Hua G-F, Luo ZY, Shen C-J, Chen, D, Li L, 2015. Effects of vadose zone on groundwater table fluctuations in unconfined aquifers. *Journal of Hydrology* 528: 397-407.
- Kostyakov AN, 1960. Fundamentals of land reclamation. Selhozgis, Moscow (in Russian), 622 p.
- Li L, Barry DA, Parlange JY, Pattiaratchi CB, 1997. Beach water table fluctuations due to wave run-up: capillarity effects. *Water Resources Research* 33 (5): 935-945.
- Lockington DA, Parlange J-Y, Parlange MB, Selker J, 2000. Similarity solution of the Boussinesq equation. *Advances in Water Resources* 23: 725-729.
- Luikov AV, 1948. Heat conductivity of nonstationary processes (in Russian). State Energy Press (Gosudarstvennoye energetičeskoye izdatelstvo), Moscow-Leningrad, 232 p.
- Luikov AV, 1967. Theory of thermal conductivity (in Russian). Vysshaya Shkola Press, Moscow, 599 p.
- Luikov AV, Mikhailov YuA, 1965. Theory of energy and mass transfer. Pergamon Press, Oxford, England, 392 p.
- Luthin JN (Editor), 1964. Drainage of agricultural lands. Kolos Press, Moscow (in Russian), 719 p.
- Morel CRG, van Reeuwijk M, Graf T, 2015. Systematic investigation of non-Boussinesq effects in variable-density groundwater flow simulations. *Journal of Contaminant Hydrology* 183: 82-98.
- Neto DC, Chang HK, van Genuchten MT, 2015. A mathematical view of water table fluctuations in a shallow aquifer in Brazil. *Groundwater*, 54 (1): 82-91.
- Özdemir N, 1998. Toprak Fiziği. Ondokuz Mayıs Üniversitesi Ziraat Fakültesi Ders Kitabı No:30, Samsun.
- Park E, Parker JC, 2008. A simple model for water table fluctuations in response to precipitation. *Journal of Hydrology* 356 (3): 344-349.
- Rai SN, Manglik A, Singh VS, 2006. Water table fluctuation owing to time-varying recharge pumping and leakage. *Journal of Hydrology* 324 (1-4): 350-358.
- Rai, SN, Manglik A, 1999. Modelling of water table variation in response to time-varying recharge from multiple basins using the linearised Boussinesq equation. *Journal of Hydrology* 220: 141-148.
- Su N, 2017. The fractional Boussinesq equation of groundwater flow and its applications. *Journal of Hydrology* 547, 403-412.
- Szilagyi J, Parlange MB, 1998. Baseflow separation based on analytical solutions of the Boussinesq equation. *Journal of Hydrology* 204: 251-260.
- Tang G, Alshawabkeh AN, 2006. A semi-analytical time integration for numerical solution of Boussinesq equation. *Advances in Water Resources*, 29: 1953-1968.
- Telyakovskiy AS, Braga GA, Kurita S, Mortensen J, 2010. On a power series solution to the Boussinesq equation. *Advances in Water Resources* 33: 1128-1129.
- Telyakovskiy AS, Kurita S, Allen MB, 2016. Polynomial-based approximate solutions to the Boussinesq equation near a well. *Advances in Water Resources* 96: 68-73.
- Turcotte DL, Schubert G, 1982. Geodynamics: Application of Continuum Physics to Geological Problems. Wiley & Sons, 450 p.
- Yang F, Liang D, Xiao Y, 2018. Influence of Boussinesq coefficient on depth-averaged modelling of rapid flows. *Journal of Hydrology* 559: 909-919.
- Yao Y, Tang Z, Jiang C, He W, Liu Z, 2018. Boussinesq modeling of solitary wave run-up reduction by emergent vegetation on a sloping beach. *Journal of Hydro-Environment Research* 19: 78-87.
- Yoon H, Jun SC, Hyun Y, Bae GO, Lee KK, 2011. A comparative study of artificial neural networks and support vector machines for predicting groundwater levels in a coastal aquifer. *Journal of Hydrology* 396 (1): 128-138.
- Zavala M, Fuentes C, Saucedo H, 2007. Non-linear radiation in the Boussinesq equation of the agricultural drainage. *Journal of Hydrology* 332: 374-380.
- Zaydelman FR, 1987. Soil reclamation. Moscow State University Press, Moscow (in Russian), pp. 160-167.