

MIMO Sistemler için Gelişmiş Uzaysal Modülasyon Teknikleri

Advanced Spatial Modulation Techniques for MIMO Systems

Ertuğrul Başar¹, Ümit Aygölü¹, Erdal Panayırıcı², H. Vincent Poor³

¹Elektronik ve Haberleşme Mühendisliği Bölümü
İstanbul Teknik Üniversitesi
basarer@itu.edu.tr, aygol@itu.edu.tr

²Elektronik Mühendisliği Bölümü
Kadir Has Üniversitesi
eepanay@khas.edu.tr

³Elektrik Mühendisliği Bölümü
Princeton Üniversitesi
poor@princeton.edu

Özet

Uzaysal modülasyon (SM), geleneksel işaret kümelerine ek olarak anten indisleriyle de bilgi iletmek temeline dayanan, yakın zamanda önerilmiş umut verici bir çok-girişli çok-çıkışlı (MIMO) iletim tekniğidir. Bu bilgilendirici makalenin temel amacı, telsiz iletişim alanında çalışan araştırmacılara bu güncel ve yeni konuyu tanıtmak, SM konusunda yakın zamanda yapılan çalışmaları gözden geçirmek ve SM sistemlerinin hata başarımını iyileştirmek için literatürde önerdiğimiz iki yeni ve özgün MIMO iletim sistemini okurların dikkatine sunmaktır [12-16]. Uzay-zaman blok kodlamalı uzaysal modülasyon (STBC-SM) olarak adlandırılan ilk sistemde SM, uzay-zaman blok kodlama (STBC) ile birleştirilmiştir. Dolayısıyla bu sistemde, bilgi simgeleri sadece uzay ve zaman bölgelerine değil aynı zaman anten bölgesine de dağıtılmıştır. STBC-SM için genel bir tasarım yöntemi verilmiş ve en büyük olabirlikli (ML) kod çözücü incelenmiştir. Bilgisayar benzetimleri yardımıyla STBC-SM yapılarının klasik SM ve V-BLAST yapılarına göre oldukça iyi hata başarımı sağladığı gösterilmiştir. İncelenen ikinci sistemde ise, ek kodlama kazançları elde etmek için, SM ile kafes kodlama birleştirilerek kafes kodlamalı uzaysal modülasyon (TC-SM) olarak adlandırılan bir MIMO iletim sistemi sunulmuştur. Bir kafes kodlayıcı ile SM eşleyicinin birlikte tasarlandığı bu sistemin çiftsel hata olasılığı (PEP), ilişkisiz Rayleigh sönümlemeli kanallar için hesaplanarak kod tasarım ölçütleri verilmiştir. Ardından bu ölçütler 4, 8 ve 16-durumlu TC-SM sistemlerinin elde edilmesinde kullanılmıştır. Bilgisayar benzetimleri sonucu incelenen TC-SM yapılarının klasik uzay-zaman kafes kodlara göre daha düşük kod çözme karmaşıklığı ile daha iyi hata başarımları sağladığı gösterilmiştir.

Abstract

Spatial modulation (SM), which has recently been proposed and is based on the use of the antenna indices to transmit information in addition to the conventional signal constellations, is a promising multiple-input multiple-output (MIMO) transmission technique. The main objective of this tutorial paper is to introduce the researcher working in wireless communication the recent developments and results in the area of the SM as well as the two new and novel MIMO transmission schemes, which have been proposed in the literature quite recently, to improve the error perfor-

mance of the SM system [12-16]. In the first scheme called space-time block coded spatial modulation (STBC-SM), SM is combined with space-time block coding (STBC). Therefore, in this scheme, information symbols are expanded not only to the space and time domains but also to the antenna domain. A general design technique is given and maximum likelihood (ML) decoder is investigated for STBC-SM. It is shown by computer simulations that the STBC-SM systems achieve significantly better error performance than classical SM and V-BLAST systems. In the second reviewed scheme, to obtain additional coding gains, a new MIMO communication scheme called trellis coded spatial modulation (TC-SM) is presented by combining SM with trellis coding. For uncorrelated Rayleigh fading channels, code design criteria are given by deriving pairwise error probability (PEP) of this system, in which a trellis encoder and SM mapper are jointly designed. These criteria are then used to obtain 4, 8 and 16-state TC-SM schemes. It is shown via computer simulations that the investigated TC-SM schemes achieve better error performance than the classical space-time trellis codes, at reduced decoder complexity.

1. Giriş

Gelecek nesil telsiz iletişim sistemleri, tek verici ve tek alıcı antenli sistemlere göre kanal sığasında ve hata başarımında önemli iyileşmeler sağlayan çok-girişli çok-çıkışlı (MIMO) iletim tekniklerine dayanmaktadır [1]. Dolayısıyla geçen on yıl içerisinde MIMO iletim teknikleri üzerine oldukça yoğun araştırmalar yapılmış ve iki genel iletim tekniği, uzaysal çoğullama ve uzay-zaman blok kodlama (STBC[§]) önerilmiştir. Vertical-Bell Lab layered space-time (V-BLAST) [2] gibi uzaysal çoğullama sistemlerinde gelen bilgi bitleri tüm verici antenlere dağıtılarak oldukça yüksek band verimliliklerine ulaşmak mümkündür. Ancak böyle bir sistemin alıcısı tüm antenler aynı anda iletimde olduğu için kanallar arası girişimden dolayı oldukça karmaşıktır. Diğer yandan STBC'ler düşük alıcı karmaşıklığı ve yüksek çeşitleme kazançları sağlamaktadırlar [3],[4]. Ancak simge tabanlı çözülebilen STBC'ler için iletim hızı 3/4 simge/kanal kullanımı ile sınırlıdır. Literatürde daha yüksek iletim hızına sahip birçok STBC önerilmiştir [5],[6]. Ancak bu kodların alıcı karmaşıklıkları kullanılan işaret kümesinin eleman sayısına göre üstel olarak ar-

[§]STBC kısaltması metin içerisindeki konumuna göre uzay-zaman blok kodlama/kod için kullanılmaktadır.

tarak gerçekleştirmelerini pahılaştırmakta ve zorlaştırmaktadır.

Uzaysal modülasyon (spatial modulation, SM), MIMO sistemler için literatürde varolan yöntemlere seçenек olarak önerilmiş umut verici, yeni bir yaklaşımdır [7]. SM'in temel ilkesi, bilgi bitlerinin iki boyutlu geleneksel M 'li faz kaydırmalı anahtarlama (PSK) ya da dik genlik modülasyonu (QAM) işaret kümelerinin elemanlarıyla birlikte anten indislerine de eşlenmesine dayanmaktadır. Dolayısıyla bilgi sadece taşıyıcının genlik/faz değerleriyle değil aynı zamanda anten indisleriyle de taşınmaktadır. Alıcı tarafta ise optimum kod çözücü, bu sistem için hem işaret kümesini hem de kullanılabilir antenleri göz önünde bulundurarak ortak bir karar vermektedir [8]. SM'in V-BLAST sistemine göre daha basit bir yapıyla daha iyi hata başarımı sağladığı gösterilmiştir [8]. Son zamanlarda sadece anten indislerini kullanarak bilgi ileten ve SM'in özel bir şekli olan uzay kaydırmalı anahtarlama (space shift keying, SSK) olarak adlandırılan yeni bir sistem de önerilmiştir [9]. SM ve SSK sistemlerinde çoklu verici antenler sadece bilgi iletmek amacıyla kullanılmış, ancak MIMO sistemlerin verici çeşitleme potansiyeli düşünülmemiştir. Bu makalede, bu iki sistemin yukarıda sözü geçen dezavantajın giderilmesi amacıyla önerdiğimiz yeni bir sistem incelenecektir. En yeni çalışmalarda ise kafes kodlamalı modülasyonun (TCM) [10] temel ilkesi SM'e uygulanarak bir kafes kodlamalı sistem önerilmiştir [11]. Bu sistemde, bir grup bilgi biti önce iki diziyeye ayrılmakta, ikinci dizi doğrudan SM eşleyiciye verilirken, ilk dizi bir kafes kodlayıcıdan ve ardından SM eşleyici ise kodlanmış bitlere göre etkin anteni seçip bu anten üzerinden kodlanmamış bitler tarafından belirlenen modülasyonlu simgeyi iletmektedir. Sadece ilişkin anten indisini belirleyen bitlerin kodlandığı bu optimum olmayan sistemin ilişkisiz kanallarda klasik SM'e göre hiçbir iyileşme sağlamadığı, ancak ilişkili kanallarda hata başarımında iyileşmeler sağladığı gösterilmiştir. Bu makalede, bu sisteme seçenек olarak hem ilişkisiz hem de ilişkili kanallarda kafes kodlama ile ek kodlama kazançları elde etmek için önerilmiş yeni bir yöntem de incelenecektir.

Bu bilgilendirici (tutorial) makalede oldukça güncel ve ilginç bir konu olan SM alanında yapılan çalışmaların sonuçlarının ve bizim literatüre yaptığımız özgün katkıların bu alana ilgi duyan ve duyacak araştırmacılara sunulması hedeflenmektedir. Bu amaçla geleneksel SM sistemine göre hata başarımında önemli iyileşmeler sağlayan iki yeni MIMO iletim sistemi gözden geçirilmiştir. İlk olarak, SM ile STBC birleştirilerek tasarlanan ve STBC-SM adıyla [12] ve [13]'te yakın zamanda önerdiğimiz yeni bir teknik sunulmaktadır. Bu sistemde bilgi, ilişkin MIMO sistemin antenlerinin değişik kombinasyonları üzerinden iletilen bir STBC matrisi ile taşınmaktadır. Alamouti kodunun [3] kullanıldığı bu sistemde bilgi sadece Alamouti kodu içerisindeki iki karmaşık simge ile değil aynı zamanda Alamouti kodunun iletiminde kullanılan iki verici antenin indisleri tarafından da taşınmaktadır. Herhangi sayıda verici anten için STBC-SM sisteminin tasarımı ve optimizasyonuna ait teknikler verilmiş, çeşitleme ve kodlama kazançlarının analizi yapılmıştır. Bu sistem için hem iletilen sigmelere hem de kullanılan antenlerin indislerine karar veren en büyük olasılıklı (ML) alıcı oluşturulmuştur. Bilgisayar benzetimleri sonucu STBC-SM yapısının SM'e göre oldukça iyi hata başarımı sağladığı gösterilmiştir. Sunulan ikinci yapı ise, STBC-SM yapısını bir aşama daha ilerleterek, çeşitleme kazancının yanı sıra ek kodlama kazançları da elde etmek için

SM ile kafes kodlamayı doğrudan birleştiren ve kafes kodlamalı uzaysal modülasyon (TC-SM) olarak adlandırılan yeni bir sistemdir [14-16]. Bu MIMO iletim sisteminde TCM tekniğinden esinlenerek kafes kodlayıcı ve SM eşleyici birlikte tasarlanmıştır. Bu yapının MIMO sistemin verici antenleri arasında anahtarlama bir çeşit sanal serpiştirme etkisi oluşturmada ve bunun sonucunda serpiştirici kullanılmaksızın zaman çeşitlemesi elde edilebilmektedir. TC-SM yapısının öncelikle koşullu çiftsel hata olasılığı (CPEP) çıkartılmış, ardından çeşitli durumlar için koşulsuz çiftsel hata olasılığı (UPEP) değerleri ilişkisiz Rayleigh sönümlemeli kanallar için hesaplanmıştır. Bunun sonucunda TC-SM yapısı için tasarım ölçütleri verilmiş ve bu ölçütlere göre 2 ve 3 bit/s/Hz band verimlilikleri için 4, 8 ve 16-durumlu TC-SM sistemleri sunulmuştur. Bilgisayar benzetimleri ile incelenen sistemlerin uzay-zaman kafes kodlardan (STTC) [17] ve [11]'de önerilen yapıdan daha iyi hata başarımı sağladığı gösterilmiştir. TC-SM yapısının STTC'lerden daha düşük kod çözme karmaşıklığına sahip olduğu da gösterilmiştir.

Gösterim: Kalın büyük harfler matrisler için, kalın küçük harfler ise vektörler için kullanılmıştır. $(\cdot)^*$, $(\cdot)^T$ ve $(\cdot)^H$ sırasıyla karmaşık eşleniği, evriği and Hermiyen eşleniği, $\|\cdot\|$, $\det(\cdot)$ ve $\text{rank}(\cdot)$ sırasıyla bir matrisin Frobenious normunu, determinantını ve rankını, $\mathbf{A}(p, q)$, \mathbf{A} matrisinin p . satır ve q . sütunundaki elemanını, $\mathbf{0}_{m \times n}$, tüm elemanları sıfır olan $m \times n$ boyutlu bir matrisi, $\Re\{x\}$, karmaşık x değişkeninin gerçel kısmını, $n(\eta)$, η kümesindeki elemanların sayısını, ξ , M elemanlı karmaşık işaret uzayını ve $\Pr(\cdot)$ ise bir olayın olasılığını göstermektedir. Bir X raslantı değişkeninin olasılık yoğunluk işlevi (p.d.f.) $f(x)$ ile gösterilmiştir. $\mathcal{N}(m_X, \sigma_X^2)$, m_X ortalama ve σ_X^2 varyanslı Gauss dağılımını, $\mathcal{CN}(0, \sigma_X^2)$ ise dairesel simetrik karmaşık Gauss dağılımını ve $Q(\cdot)$ standart Gauss dağılımının kuyruk olasılığını göstermektedir. $\binom{n}{k}$, $[x]$ ve $\lceil x \rceil$ sırasıyla binom katsayısını, x 'den küçük ya da eşit en büyük tamsayıyı ve x 'den büyük ya da eşit en küçük tamsayıyı göstermektedir. $\lfloor x \rfloor_{2^p}$ ise x 'den küçük ya da eşit en ikinin kuvveti olan en büyük tamsayıyı göstermektedir.

2. Uzaysal Modülasyon (SM)

SM, aynı anda tüm antenlerin iletimde olduğu V-BLAST gibi sistemlere seçenек olarak önerilmiş umut verici yeni bir MIMO iletim tekniğidir. SM tekniğinin geleneksel MIMO iletim sistemlerine göre üstünlükleri şu şekilde sıralanabilir:

1. SM'de kanallar arası girişim tamamen ortadan kaldırılmıştır. Dolayısıyla bu sistemin alıcısı, V-BLAST sisteminin alıcısına göre karmaşık girişim yok edici algoritmalara gereksinim duymayacağı için daha basittir.
2. Bu sistemde belli bir anda sadece tek bir antenin iletimde olması dolayısıyla vericide gerekli radyo frekans (RF) katlarının sayısı kuramsal olarak tektir ancak pratikte bazı problemlerle karşılaşılabılır [9].
3. SM sistemi için alıcı anten sayısında herhangi bir alt sınır yoktur.
4. SM sisteminde anten indisleriyle ek bilgi bitleri iletildiği için, artan verici anten sayısı ile birlikte SM sisteminin band verimliliği logaritmik olarak artmaktadır.

n_T verici ve n_R alıcı antenden oluşan bir MIMO sistemi ele alacak olursak, \mathbf{u} ile gösterilen ikili bilgi dizisi şu şekilde SM

teknigi ile iletilmektedir. SM verici her iletim aralığında $n = \log_2(Mn_T)$ bitin, ilk $\log_2(n_T)$ bitini ilişkin anten indislerine, geriye kalan $\log_2(M)$ biti de ilişkin M -PSK ya da M -QAM işaret kümelerinin elemanlarına eşleyerek sadece tek bir elemanı sıfırdan farklı olan $1 \times n_T$ 'lik $\mathbf{s} = [0 \ 0 \ \dots \ s \ 0 \ \dots \ 0]$ vektörünü $s \in \xi$ olmak üzere iletmektedir. Alınan $1 \times n_R$ işaret vektörü $\mathbf{y} = \mathbf{sH} + \mathbf{n}$ olmak üzere burada \mathbf{H} ve \mathbf{n} , sırasıyla elemanları $\mathcal{CN}(0, 1)$ ve $\mathcal{CN}(0, N_0)$ dağılımına sahip bağımsız ve eş dağılımlı (i.i.d.) raslantı değişkenleri olan, $n_T \times n_R$ boyutlu kanal matrisi ve $1 \times n_R$ boyutlu toplamsal beyaz Gauss gürültü vektörüdür. SM'in ilk olarak önerildiği [7]'de, iletilen simge ile kullanılan anten indisine ayrı ayrı karar veren oldukça basit ancak optimum olmayan bir alıcı önerilmiştir. [8]'de ise hem ilişkin işaret kümesinin elemanlarını hem de kullanılabilir antenleri göz önüne alan optimum SM alıcısı sunulmuştur. ML sezim tekniğine göre çalışan bu alıcı, olası tüm antenleri ve ξ işaret kümesinin elemanlarını (tüm olası \mathbf{s} vektörlerini) tarayarak $f(\mathbf{y} | \mathbf{s}, \mathbf{H}) = (\pi N_0)^{-n_R} \exp(-\|\mathbf{y} - \mathbf{sH}\|^2 / N_0)$ olarak verilen \mathbf{y} 'nin koşullu p.d.f.'inin maksimum değerini veren bir $\hat{\mathbf{s}}$ vektörünü bularak, kullanılan antene ve ilişkin simgeye karar vermektedir. SM için ML sezicinin optimum olmayan seziciye göre yaklaşık 4 dB'lik bir işaret-gürültü oranı (SNR) kazancı sağladığı gösterilmiştir [8]. Bu çalışmada yukarıda kısaca anlatılan SM sisteminin hata başarımını iyileştirebilmek amacıyla yakın zamanda önerilmiş iki farklı yöntem incelenmiştir.

3. Uzay-Zaman Blok Kodlamalı Uzaysal Modülasyon (STBC-SM)

STBC-SM yapısında hem STBC matrisi içerisindeki modülasyonlu simgeler hem de bu simgelerin iletiminde kullanılan antenlerin indisleri bilgi taşımaktadır. Basit sezimi ve yüksek hızı dolayısıyla çekirdek STBC olarak Alamouti kodu seçilmiştir. Alamouti kodu ile M -PSK ya da M -QAM gibi bir işaret kümesinden seçilen x_1 ve x_2 karmaşık bilgi simgeleri, iki iletim aralığında iki verici antenden şu şekilde iletilmektedir:

$$\mathbf{X} = (\mathbf{x}_1 \ \mathbf{x}_2) = \begin{pmatrix} x_1 & x_2 \\ -x_2^* & x_1^* \end{pmatrix}. \quad (1)$$

Burada sütunlar ve satırlar sırasıyla verici antenlere ve zaman aralıklarına denk düşmektedir. STBC-SM'de (1)'de verilen matris anten bölgesine genişletilmiştir. STBC-SM kavramını aşağıdaki basit örneklerle sunabiliriz.

Örnek (Dört verici anten ve BPSK ile STBC-SM): Alamouti kodunu aşağıda verilen dört kod sözcüğünden birini kullanarak ileten dört verici antenli bir MIMO sistemi göz önüne alalım:

$$\begin{aligned} \chi_1 &= \{\mathbf{X}_{11}, \mathbf{X}_{12}\} = \left\{ \begin{pmatrix} x_1 & x_2 & 0 & 0 \\ -x_2^* & x_1^* & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & x_1 & x_2 \\ 0 & 0 & -x_2^* & x_1^* \end{pmatrix} \right\} \\ \chi_2 &= \{\mathbf{X}_{21}, \mathbf{X}_{22}\} = \left\{ \begin{pmatrix} 0 & x_1 & x_2 & 0 \\ 0 & -x_2^* & x_1^* & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} x_2 & 0 & 0 & x_1 \\ x_1^* & 0 & 0 & -x_2^* \end{pmatrix} \right\} e^{j\theta}. \end{aligned} \quad (2)$$

Burada $\chi_i, i = 1, 2$ STBC-SM kodları olup her biri birbirleriyle örtüşmeyen sütunlara sahip ikişer STBC-SM kod sözcüğü $\mathbf{X}_{ij}, j = 1, 2$ içermektedir. STBC-SM kod ailesi $\chi = \bigcup_{i=1}^2 \chi_i$ ile gösterilmiştir. Bir STBC-SM kodunun kod sözcükleri her zaman örtüşmeyen sütunlara sahip olup $\mathbf{X}_{ij} \mathbf{X}_{ik}^H = \mathbf{0}_{2 \times 2}, j, k = 1, 2, \dots, a, j \neq k$ eşitliği geçerlidir. (2)'deki θ

Tablo 1: 2 bit/s/Hz iletim için BPSK ve Alamouti kodu kullanan STBC-SM yapısının eşleme kuralı

	Giriş Bitleri	İletim Matrisleri		Giriş Bitleri	İletim Matrisleri
χ_1	0000	$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$	χ_2	1000	$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 1 & 0 \end{pmatrix} e^{j\theta}$
	0001	$\begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$		1001	$\begin{pmatrix} 0 & 1 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \end{pmatrix} e^{j\theta}$
	0010	$\begin{pmatrix} -1 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & -1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$		1010	$\begin{pmatrix} 0 & -1 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & -1 & 0 \end{pmatrix} e^{j\theta}$
	0011	$\begin{pmatrix} -1 & -1 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$		1011	$\begin{pmatrix} 0 & -1 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & 0 \end{pmatrix} e^{j\theta}$
	0100	$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & -1 & 1 \end{pmatrix}$		1100	$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix} e^{j\theta}$
	0101	$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$		1101	$\begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} e^{j\theta}$
	0110	$\begin{pmatrix} 0 & 0 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & -1 & -1 \end{pmatrix}$		1110	$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & -1 \\ -1 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix} e^{j\theta}$
	0111	$\begin{pmatrix} 0 & 0 & -1 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & -1 \end{pmatrix}$		1111	$\begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 & -1 \\ -1 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} e^{j\theta}$

ise verilen bir işaret kümesi için maksimum çeşitleme ve kodlama kazançları elde etmek için optimize edilmesi gereken bir dönme açısıdır. θ göz önüne alınmadığında değişik kodlara ait kod sözcük çiftleri, örtüşen sütunları dolayısıyla çeşitleme derecesini bire düşüreceklerdir. (u_1, u_2, u_3, u_4) ile gösterilen dört adet bilgi bitinin iki ardışık zaman aralığında STBC-SM ile iletildiğini göz önüne alalım. 2 bit/s/Hz iletim hızı için eşleme kuralı (2)'deki kod sözcükleri ve BPSK modülasyonu için Tablo 1'de verilmiştir. Tablo 1'de ilk iki veri biti (u_1, u_2) anten çifti konumu ℓ 'yi belirlerken, son iki veri biti (u_3, u_4) de BPSK simge çiftini belirlemektedir.

3.1. STBC-SM Sistem Tasarımı ve Optimizasyonu

Bu alt bölümde, Alamouti kodu kullanan STBC-SM yapısı n_T verici antenli MIMO sistemler için genelleştirilecektir. Duruğumsu Rayleigh sönümlenmeli kanallar için önemli bir tasarım parametresi olan iki STBC-SM kod sözcüğü (iletilen \mathbf{X}_{ij} ve hatalı çözülen $\hat{\mathbf{X}}_{ij}$) arasındaki kodlama kazancı uzaklığı (CGD) [18] şu şekilde tanımlanmıştır:

$$\delta_{\min}(\mathbf{X}_{ij}, \hat{\mathbf{X}}_{ij}) = \min_{\mathbf{x}_{ij}, \hat{\mathbf{x}}_{ij}} \det(\mathbf{X}_{ij} - \hat{\mathbf{X}}_{ij})(\mathbf{X}_{ij} - \hat{\mathbf{X}}_{ij})^H. \quad (3)$$

χ_i ve χ_j gibi iki kod arasındaki CGD ise

$$\delta_{\min}(\chi_i, \chi_j) = \min_{k, l} \delta_{\min}(\mathbf{X}_{ik}, \mathbf{X}_{jl}) \quad (4)$$

şeklinde tanımlanmıştır. STBC-SM yapısının minimum CGD'si de

$$\delta_{\min}(\chi) = \min_{i, j, i \neq j} \delta_{\min}(\chi_i, \chi_j) \quad (5)$$

şeklinde dir. Aynı kodun içerisindeki birbirleriyle örtüşmeyen kod sözcükleri arasındaki CGD, (5)'in sağ tarafından her zaman büyük ya da eşit olacağı için (5)'de verilen $\delta_{\min}(\chi)$ 'in maksimizasyonu minimum determinant ölçütüne özdeştir [18].

Klasik SM'in zıttına STBC-SM sisteminde verici antenlerin sayısının 2'nin tam katı olması gerekli değildir. Bunun nedeni

n_T verici antenin değişik kombinasyonlarının kullanılmasıdır. Aşağıda, STBC-SM sistemini tasarlamak için bir algoritma verilmiştir:

1. Verilen bir verici anten sayısı n_T için, p pozitif bir tam sayı olmak üzere $c = \lfloor \frac{n_T}{2} \rfloor_{2^p}$ ile Alamouti kodunun iletimi için olurlu anten kombinasyonlarının (STBC-SM kod sözcüklerinin) toplam sayısı hesaplanır.
2. Her bir kod $\chi_i, i = 1, 2, \dots, n-1$ içerisindeki kod sözcük sayısı $a = \lfloor n_T/2 \rfloor$ ve toplam kod sayısı $n = \lceil c/a \rceil$ ile hesaplanır. Dikkat edileceği üzere son kod χ_n, a kod sözcüğü içermeyebilir. Bu kodun eleman sayısı $a' = c - a(n-1)$ 'dir.
3. Birbirleriyle örtüşmeyen a kod sözcüğü içeren χ_1 kodunun oluşturulmasıyla işleme başlanır:

$$\chi_1 = \left\{ \begin{array}{l} (\mathbf{X} \mathbf{0}_{2 \times (n_T-2)}), \\ (\mathbf{0}_{2 \times 2} \mathbf{X} \mathbf{0}_{2 \times (n_T-4)}), \\ (\mathbf{0}_{2 \times 4} \mathbf{X} \mathbf{0}_{2 \times (n_T-6)}), \\ \vdots \\ (\mathbf{0}_{2 \times 2(a-1)} \mathbf{X} \mathbf{0}_{2 \times (n_T-2a)}) \end{array} \right\}. \quad (6)$$

Buradaki \mathbf{X} , (1)'de tanımlanmıştır.

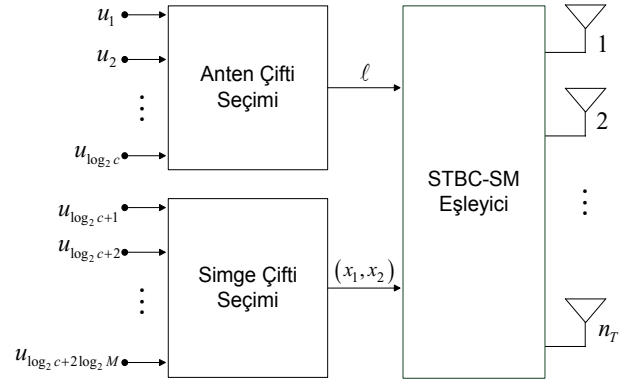
4. Benzer şekilde diğer kodlar $\chi_i, 2 \leq i \leq n$, aşağıdaki iki önemli nokta göz önüne alınarak oluşturulur:
 - Her kod n_T verici antenin kombinasyonlarından seçilen birbirleriyle örtüşmeyen kod sözcükleri içermelidir.
 - Bir koda kullanan bir anten kombinasyonu diğer kodlar için asla kullanılmamalıdır.
5. Verilen işaret kümesi ve anten sayısı göz önüne alınarak, her bir kod $\chi_i, 2 \leq i \leq n$ için (5)'de verilen $\delta_{\min}(\chi)$ 'i maksimize eden dönme açıları θ_i belirlenir.

STBC-SM kod sözcükleri bu algoritma ile tasarlandığında, farklı şekillerde anten kombinasyonları seçilebilir ancak bu başarımlar açısından farklılık oluşturmayacaktır. c adet anten kombinasyonu (STBC-SM kod sözcüğü) olduğu için, STBC-SM sisteminin band verimliliği

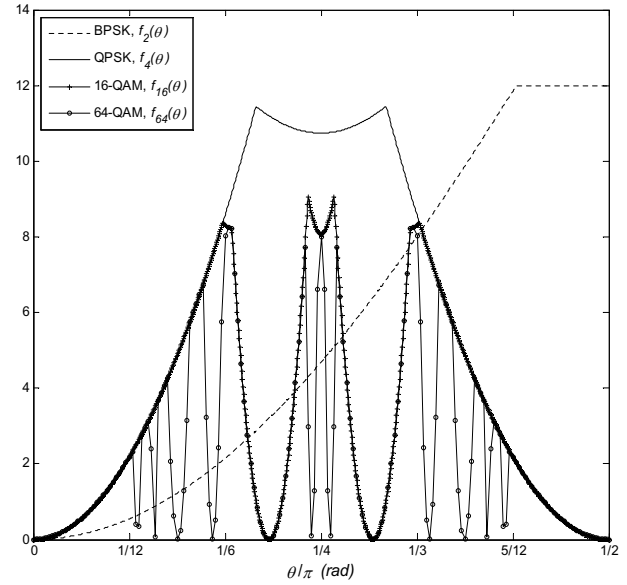
$$\eta = \frac{1}{2} \log_2 c + \log_2 M \text{ [bit/s/Hz]} \quad (7)$$

şeklinde hesaplanır. STBC-SM vericisinin blok şeması Şekil 1'de verilmiştir. Her iki ardışık zaman aralığında 2η bit $u = (u_1, u_2, \dots, u_{\log_2 c}, u_{\log_2 c+1}, \dots, u_{\log_2 c+2\log_2 M})$ STBC-SM vericisine gelmekte, ilk $\log_2 c$ bit ilişkin anten çift konumu $\ell = u_1 2^{\log_2 c-1} + u_2 2^{\log_2 c-2} + \dots + u_{\log_2 c} 2^0$ 'i belirlerken, son $2\log_2 M$ bit ise (x_1, x_2) simge çiftini belirlemektedir. Alamouti kodunun band verimliliği olan $\log_2 M$ bit/s/Hz ile karşılaştırıldığında STBC-SM ile anten modülasyonu sayesinde $\frac{1}{2} \log_2 c$ bit/s/Hz'lik bir artış yakalanmıştır. STBC-SM sisteminin optimizasyonu için iki farklı durum göz önüne alınmıştır.

Durum 1 - $n_T \leq 4$: Bu durumda sadece iki kod χ_1 ile χ_2 ve tek bir dönme açısı θ olup, $\delta_{\min}(\chi_1, \chi_2)$ doğrudan birbirleriyle örtüşen herhangi iki kod sözcüğü düşünülerek hesaplanabilir. Örneğin $\mathbf{X}_{1k} \in \chi_1$ iletilen ve $\hat{\mathbf{X}}_{1k} = \mathbf{X}_{2l} \in \chi_2$ hatalı çözülen



Şekil 1: STBC-SM ML vericisinin blok şeması



Şekil 2: (9)'da verilen $\delta_{\min}(\chi)$ 'in BPSK, QPSK, 16-QAM ve 64-QAM için değişimi ($f_2(\theta)$, $f_4(\theta)$, $f_{16}(\theta)$ and $f_{64}(\theta)$)

kod sözcüğü olmak üzere,

$$\begin{aligned} \mathbf{X}_{1k} &= (\mathbf{x}_1 \ \mathbf{x}_2 \ \mathbf{0}_{2 \times (n_T-2)}) \\ \mathbf{X}_{2l} &= (\mathbf{0}_{2 \times 1} \ \hat{\mathbf{x}}_1 \ \hat{\mathbf{x}}_2 \ \mathbf{0}_{2 \times (n_T-3)}) e^{j\theta} \end{aligned} \quad (8)$$

seçildiğinde, \mathbf{X}_{1k} ve $\hat{\mathbf{X}}_{1k}$ arasındaki minimum CGD, (3) ile

$$\begin{aligned} \delta_{\min}(\mathbf{X}_{1k}, \hat{\mathbf{X}}_{1k}) &= \min_{\mathbf{x}_{1k}, \hat{\mathbf{x}}_{1k}} \left\{ \left(\kappa - 2\Re \left\{ \hat{x}_1^* x_2 e^{-j\theta} \right\} \right) \left(\kappa + 2\Re \left\{ x_1 \hat{x}_2^* e^{j\theta} \right\} \right) \right. \\ &\quad \left. - |x_1|^2 |\hat{x}_1|^2 - |x_2|^2 |\hat{x}_2|^2 + 2\Re \left\{ x_1 \hat{x}_1^* x_2 \hat{x}_2^* e^{j2\theta} \right\} \right\} \quad (9) \end{aligned}$$

şeklinde hesaplanır. Burada $\kappa = \sum_{i=1}^2 (|x_i|^2 + |\hat{x}_i|^2)$ şeklindedir. Şekil 2'de bilgisayar aramaları ile $\delta_{\min}(\mathbf{X}_{1k}, \hat{\mathbf{X}}_{1k})$ değerleri $\theta \in [0, \pi/2]$ 'nin bir işlevi olarak BPSK, QPSK, 16-QAM ve 64-QAM işaret kümeleri için hesaplanmıştır. Şekil 2'deki bu eğriler sırasıyla $M = 2, 4, 16$ ve 64 için $f_M(\theta)$ ile gösterilmiştir. Bu işlevleri maksimize eden θ değerleri Şekil 2'den

Tablo 2: STBC-SM sisteminin temel parametreleri

n_T	c	a	n	$\delta_{\min}(\chi)$		
				$M=2$	$M=4$	$M=16$
3	2	1	2	12	11.45	9.05
4	4	2	2	12	11.45	9.05
5	8	2	4	4.69	4.87	4.87
6	8	3	3	8.00	8.57	8.31
7	16	3	6	2.14	2.18	2.18
8	16	4	4	4.69	4.87	4.87

şu şekilde belirlenmiştir:

$$\max_{\theta} \delta_{\min}(\chi) = \begin{cases} \max_{\theta} f_2(\theta) = 12, & \text{eğer } \theta = 1.57 \text{ rad} \\ \max_{\theta} f_4(\theta) = 11.45, & \text{eğer } \theta = 0.61 \text{ rad} \\ \max_{\theta} f_{16}(\theta) = 9.05, & \text{eğer } \theta = 0.75 \text{ rad} \\ \max_{\theta} f_{64}(\theta) = 8.23, & \text{eğer } \theta = 0.54 \text{ rad.} \end{cases}$$

Durum 2 - $n_T > 4$: Bu durumda, $n > 2$ olup optimize edilecek dönme açıları artan sırada $\theta_1 = 0 < \theta_2 < \theta_3 < \dots < \theta_n < p\pi/2$ şeklindedir. Burada BPSK için $p = 2$, QPSK içinse $p = 1$ dir. BPSK ve QPSK için $\theta_k, k = 1, \dots, n$ açılarının eşit aralıklı seçilmesinin STBC-SM için minimum CGD'yi maksimize ettiği deneyler sonucu görülmüştür:

$$\theta_k = \begin{cases} \frac{(k-1)\pi}{n}, & \text{BPSK için} \\ \frac{(k-1)\pi}{2n}, & \text{QPSK için.} \end{cases} \quad (10)$$

Buna göre BPSK ve QPSK işaret kümeleri için maksimum $\delta_{\min}(\chi)$ değerleri sırasıyla $f_2(\pi/n)$ ve $f_4(\pi/2n)$ olarak hesaplanmıştır. BPSK ve QPSK işaret kümeleri için optimum açıların belirlenmesindeki bu kolaylıkta $f_2(\theta)$ ve $f_4(\theta)$ işlevlerinin doğrusala yakın davranışları etkili olmuştur. Diğer taraftan 16-QAM ve 64-QAM işaret kümeleri için $f_{16}(\theta)$ ve $f_{64}(\theta)$ 'nin doğrusal olmayan ve değişik değerlerde sıfırlanan doğası nedeniyle optimum açıların $\pi/2n$ 'nin tam katları olmaları garanti değildir. Ancak bilgisayar aramaları sonucu 16-QAM için $n \leq 6$ olması durumunda $\theta_k = (k-1)\pi/2n, 1 \leq k \leq n$ şeklinde seçilen açıların optimum olduğu görülmüştür. Diğer durumlarda ise optimum açıları bilgisayar araması ile bulunmalıdır.

Tablo 2'de STBC-SM yapısının $3 \leq n_T \leq 8$ için temel parametreleri verilmiştir. Bu tablodan görüldüğü üzere anten sayısı ile birlikte STBC-SM sisteminin kod sözcük sayısı (band verimliliği) artmaktadır. Ancak bu da daha çok açının optimizasyonuna ve minimum CGD'de düşüşe neden olmaktadır.

Aşağıda bu bölümde sunulan STBC-SM tasarım algoritmasına $n_T = 8$ için bir örnek verilmiştir.

Örnek: Tablo 2'den $n_T = 8$ için $c = 16, a = n = 4$ olup optimize açıları BPSK için $\theta_2 = \pi/4, \theta_3 = \pi/2, \theta_4 = 3\pi/4$, QPSK ve 16-QAM içinse $\theta_2 = \pi/8, \theta_3 = \pi/4, \theta_4 = 3\pi/8$ şeklindedir. $\max \delta_{\min}(\chi)$ BPSK, QPSK ve 16-QAM işaret kümeleri için şu şekilde hesaplanmıştır:

$$\max_{\theta} \delta_{\min}(\chi) = \begin{cases} f_2(\pi/4) = 4.69, & \text{BPSK} \\ f_{4/16}(\pi/8) = 4.87, & \text{QPSK ve 16-QAM.} \end{cases}$$

Tasarım algoritmasına göre, STBC-SM kod sözcükleri şu şekilde

oluşturulabilir:

$$\begin{aligned} \chi_1 &= \{(\mathbf{x}_1 \ \mathbf{x}_2 \ \mathbf{0} \ \mathbf{0} \ \mathbf{0} \ \mathbf{0} \ \mathbf{0} \ \mathbf{0}), (\mathbf{0} \ \mathbf{0} \ \mathbf{x}_1 \ \mathbf{x}_2 \ \mathbf{0} \ \mathbf{0} \ \mathbf{0} \ \mathbf{0}), \\ &\quad (\mathbf{0} \ \mathbf{0} \ \mathbf{0} \ \mathbf{0} \ \mathbf{x}_1 \ \mathbf{x}_2 \ \mathbf{0} \ \mathbf{0}), (\mathbf{0} \ \mathbf{0} \ \mathbf{0} \ \mathbf{0} \ \mathbf{0} \ \mathbf{0} \ \mathbf{x}_1 \ \mathbf{x}_2)\} \\ \chi_2 &= \{(\mathbf{0} \ \mathbf{x}_1 \ \mathbf{x}_2 \ \mathbf{0} \ \mathbf{0} \ \mathbf{0} \ \mathbf{0} \ \mathbf{0}), (\mathbf{0} \ \mathbf{0} \ \mathbf{0} \ \mathbf{x}_1 \ \mathbf{x}_2 \ \mathbf{0} \ \mathbf{0} \ \mathbf{0}), \\ &\quad (\mathbf{0} \ \mathbf{0} \ \mathbf{0} \ \mathbf{0} \ \mathbf{x}_1 \ \mathbf{x}_2 \ \mathbf{0} \ \mathbf{0}), (\mathbf{x}_2 \ \mathbf{0} \ \mathbf{0} \ \mathbf{0} \ \mathbf{0} \ \mathbf{0} \ \mathbf{x}_1)\} e^{j\theta_2} \\ \chi_3 &= \{(\mathbf{x}_1 \ \mathbf{0} \ \mathbf{x}_2 \ \mathbf{0} \ \mathbf{0} \ \mathbf{0} \ \mathbf{0} \ \mathbf{0}), (\mathbf{0} \ \mathbf{x}_1 \ \mathbf{0} \ \mathbf{x}_2 \ \mathbf{0} \ \mathbf{0} \ \mathbf{0} \ \mathbf{0}), \\ &\quad (\mathbf{0} \ \mathbf{0} \ \mathbf{0} \ \mathbf{0} \ \mathbf{x}_1 \ \mathbf{0} \ \mathbf{x}_2 \ \mathbf{0}), (\mathbf{0} \ \mathbf{0} \ \mathbf{0} \ \mathbf{0} \ \mathbf{0} \ \mathbf{x}_1 \ \mathbf{0} \ \mathbf{x}_2)\} e^{j\theta_3} \\ \chi_4 &= \{(\mathbf{x}_1 \ \mathbf{0} \ \mathbf{0} \ \mathbf{0} \ \mathbf{x}_2 \ \mathbf{0} \ \mathbf{0} \ \mathbf{0}), (\mathbf{0} \ \mathbf{x}_1 \ \mathbf{0} \ \mathbf{0} \ \mathbf{0} \ \mathbf{x}_2 \ \mathbf{0} \ \mathbf{0}), \\ &\quad (\mathbf{0} \ \mathbf{0} \ \mathbf{x}_1 \ \mathbf{0} \ \mathbf{0} \ \mathbf{0} \ \mathbf{x}_2 \ \mathbf{0}), (\mathbf{0} \ \mathbf{0} \ \mathbf{0} \ \mathbf{x}_1 \ \mathbf{0} \ \mathbf{0} \ \mathbf{0} \ \mathbf{x}_2)\} e^{j\theta_4}. \end{aligned}$$

Burada $\mathbf{0}$, 2×1 tüm sıfır vektördür. Yukarıda $\binom{8}{2} = 28$ anten kombinasyonundan 16'sı seçilmiştir. Burada dikkat edilmesi gereken nokta yukarıda verilen kod sözcüklerinin STBC-SM yapısının sekiz verici anten için sadece tek bir gerçekleşmesi olmasıdır. Ancak algoritmaya dayalı diğer seçimler $\delta_{\min}(\chi)$ değerini değiştirmeyecektir.

3.2. STBC-SM Sistemi için Optimum Kod Çözücü

Bu alt bölümde STBC-SM sistemi için ML kod çözme yöntemi verilecektir. Duruşumsuz ve düz Rayleigh sönmülemeli bir MIMO kanal için $2 \times n_R$ alınan işaret matrisi \mathbf{Y} ,

$$\mathbf{Y} = \mathbf{X}_\chi \mathbf{H} + \mathbf{N} \quad (11)$$

şeklinde olup burada $\mathbf{X}_\chi \in \chi$, iki zamanda iletilen $2 \times n_T$ STBC-SM iletim matrisi, \mathbf{H} ve \mathbf{N} ise sırasıyla elemanları $\mathcal{CN}(0, 1)$ ve $\mathcal{CN}(0, N_0)$ dağılımlı i.i.d. rastlantı değişkenleri olan $n_T \times n_R$ kanal matrisi ve $2 \times n_R$ gürültü matrisidir. \mathbf{H} 'nin bir kod sözcüğünün iletimi sırasında sabit kaldığı, her kod sözcüğü için bağımsız değerler aldığı ve alıcıda bilindiği varsayılmıştır. n_T verici anten için c adet kod sözcüğüne sahip STBC-SM sisteminde cM^2 farklı iletim matrisi kullanılabilir. Dolayısıyla, bir ML kod çözümü tüm cM^2 olurlu matrisler üzerinden bir arama yaparak aşağıdaki metriği minimize eden matrisi karar vermelidir:

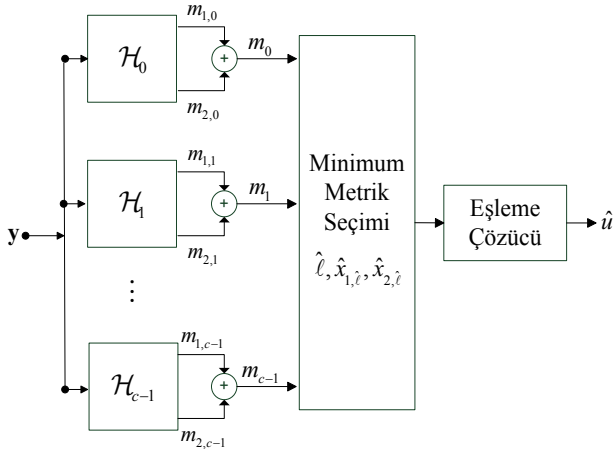
$$\hat{\mathbf{X}}_\chi = \arg \min_{\mathbf{X}_\chi \in \chi} \|\mathbf{Y} - \mathbf{X}_\chi \mathbf{H}\|^2. \quad (12)$$

(12)'deki minimizasyon Alamouti kodunun dikliği sayesinde basitleştirilebilir. Alıcı, (11)'i düzenleyerek şu şekilde bir eşdeğer kanal modeli elde edebilir:

$$\mathbf{y} = \mathcal{H}_\chi \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + \mathbf{n}. \quad (13)$$

Burada \mathcal{H}_χ , Alamouti kodlamalı SM yapısına ait $2n_R \times 2$ eşdeğer kanal matrisidir [19] ve STBC-SM kod sözcüklerine göre c farklı gerçekleşmesi vardır. (13)'de \mathbf{y} ve \mathbf{n} ise sırasıyla $2n_R \times 1$ eşdeğer alınan işaret ve gürültü vektörleridir. Alamouti kodunun dikliği sayesinde \mathcal{H}_χ 'nin iki sütunu tüm durumlarda birbirine diktir ve bu da simge tabanlı basit bir kod çözmeye olanak vermektedir. $\mathcal{H}_\ell, 0 \leq \ell \leq c-1$, c adet anten kombinasyonu için eşdeğer kanal matrislerini göstermek üzere, ℓ . kombinasyon için alıcı, x_1 ve x_2 simgelerine ait ML kestirimlerini $\mathbf{h}_{\ell,1}$ ve $\mathbf{h}_{\ell,2}$ 'nin dikliğinden yararlanarak şu şekilde elde eder:

$$\begin{aligned} \hat{x}_{1,\ell} &= \arg \min_{x_1 \in \xi} \|\mathbf{y} - \mathbf{h}_{\ell,1} x_1\|^2 \\ \hat{x}_{2,\ell} &= \arg \min_{x_2 \in \xi} \|\mathbf{y} - \mathbf{h}_{\ell,2} x_2\|^2. \end{aligned} \quad (14)$$



Şekil 3: STBC-SM ML alıcısının blok şeması

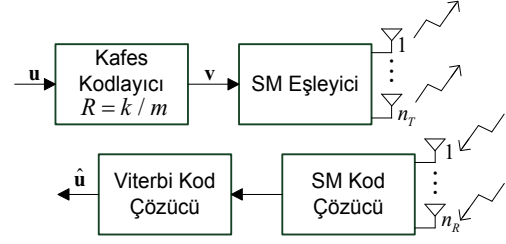
Burada $\mathcal{H}_\ell = [\mathbf{h}_{\ell,1} \ \mathbf{h}_{\ell,2}]$, $0 \leq \ell \leq c-1$ ve $\mathbf{h}_{\ell,j}$, $j = 1, 2$, de $2n_R \times 1$ sütun vektörüdür. x_1 ve x_2 için ilişkin ML metrikleri sırasıyla,

$$\begin{aligned} m_{1,\ell} &= \min_{x_1 \in \xi} \|\mathbf{y} - \mathbf{h}_{\ell,1} x_1\|^2 \\ m_{2,\ell} &= \min_{x_2 \in \xi} \|\mathbf{y} - \mathbf{h}_{\ell,2} x_2\|^2 \end{aligned} \quad (15)$$

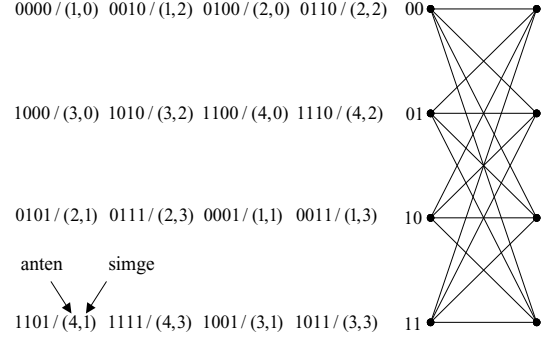
şeklinde. $m_{1,\ell}$ ve $m_{2,\ell}$, ℓ . kombinasyon için ML alıcı tarafından hesaplandığından, toplamları olan $m_\ell = m_{1,\ell} + m_{2,\ell}$, $0 \leq \ell \leq c-1$, ℓ . kombinasyon için toplam ML metriğini vermektedir. Ardından optimum alıcı, $\hat{\ell} = \arg \min_{\ell} m_\ell$ ile minimum anten kombinasyon metriğinden yararlanarak $(\hat{x}_1, \hat{x}_2) = (\hat{x}_{1,\hat{\ell}}, \hat{x}_{2,\hat{\ell}})$ şeklinde kararlar vermektedir. Bu yöntem sayesinde (12)'de verilen cM^2 üstel karmaşıklığa sahip minimizasyon, alıcının optimum doğası bozulmadan $2cM$ 'lik doğrusal bir kod çözme karmaşıklığına indirgenmiştir. Kod çözmenin son aşamasında ise vericide kullanılan eşleme tablosu kullanılarak belirlenen anten kombinasyonu $\hat{\ell}$ ile veri simgeleri \hat{x}_1 ve \hat{x}_2 'dan bilgi bitlerine ait bir \hat{u} kararı verilmektedir. Yukarıda anlatılan ML kod çözücü Şekil 3'de gösterilmiştir.

4. Kafes Kodlamalı Uzaysal Modülasyon (TC-SM)

Bu bölümde, bir önceki bölümde incelenen STBC-SM yapısı bir aşama daha ileriye taşınarak, ek kodlama kazançları da elde etmek için TC-SM olarak adlandırılan kafes kodlamalı bir SM yapısı incelenecektir. Ele alınan TC-SM sistem modeli Şekil 4'de verilmiştir. i.i.d. ikili bit dizisi \mathbf{u} , $R = k/m$ oranlı bir kafes kodlayıcıdan geçirilerek elde edilen çıkış dizisi \mathbf{v} , SM eşleyiciye verilmektedir. SM eşleyici kafes kod ile birlikte tasarlanmış olup, M -PSK ya da M -QAM gibi bir işaret uzayı ile n_T verici anten kullanarak bir iletim aralığında $m = \log_2(Mn_T)$ kodlanmış biti iletmektedir. SM eşleyici kodlanmış dizinin ilk $\log_2 n_T$ bitiyle verici antenin indisini belirlerken kalan $\log_2 M$ biti ise ilgili işaret uzayına eşlemektedir. Kafes kodlama dolayısıyla tüm sistemin band verimliliği k bit/s/Hz olmaktadır. SM tarafından oluşturulan işaret $x = (i, s)$ olup burada $s \in \xi$, $i \in \{1, 2, \dots, n_T\}$ indisli anten üzerinden gönderilen veri simgesidir. Bu sistem için \mathbf{H} 'nin bir çerçevenin iletimi boyunca sabit kaldığı ve alıcıda bulunduğu varsayılmıştır. İletilen işaret n_R boyutlu, N_0 varyanslı karmaşık toplamsal beyaz Gauss gürültü vektöründen etkilen-



Şekil 4: TC-SM Sistem Modeli

Şekil 5: $R = 2/4$ katlamalı kodlayıcı, dört verici anten ve QPSK için TC-SM sisteminin kafes diyagramı

mektedir. Alıcıda ise optimum SM kod çözücü tarafından hesaplanan metrikleri kullanan bir Viterbi kod çözücü kullanılmaktadır. TC-SM sistemini 4 verici anten ve $k = 2$ bit/s/Hz için şu örnekle sunabiliriz: $\begin{bmatrix} 0 & 3 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 2 & 0 \end{bmatrix}$ (soldan tanımlı oktal) üreteç matrisi ile verilen bir $R = 2/4$ oranlı katlamalı kod ile seri bağlanmış bir SM eşleyiciyi düşünelim. Her kodlama adımında ilk iki bit, son iki bit tarafından belirlenen QPSK simgesinin hangi anten üzerinden iletileceğini belirlesin. Sözü geçen bu sistemin kafes diyagramı Şekil 5'te verilmiş olup burada her dal, ilişkin çıkış bitleri ve SM simgeleri (i, s) , $i \in \{1, 2, 3, 4\}$ ve $s \in \{0, 1, 2, 3\}$ ile işaretlenmiştir. Bu sistem [11]'deki kafes kodlamalı sistemden tüm giriş bitlerinin kodlanması, serpiştirici kullanılmaması ve yumuşak kararlı Viterbi algoritması kullanılması dolayısıyla oldukça farklıdır. Dolayısıyla TC-SM sisteminin Ungerboeck'in [10] TCM yapısından daha çok esinlendiği düşünülebilir.

4.1. TC-SM Sisteminin Hata Analizi

Bu alt bölümde öncelikle TC-SM sistemi için CPEP ifadesi elde edilmiş, ardından duruğumsu Rayleigh sönümleneli kanallar için sönümlenme değişkenleri üzerinden ortalama alınarak UPEP değerleri iki uzunluklu hata olayları için verilmiştir. Basitlik açısından bir alıcı anten kabul edilmiştir ancak tüm sonuçlar daha çok alıcı anten için kolayca genelleştirilebilir. $x_n = (i_n, s_n)$ ve $s_n \in \xi$ i_n . antenden ($1 \leq i_n \leq n_T$) n . iletim aralığında iletilen simge olmak üzere iletilecek SM simge dizisi $\mathbf{x} = (x_1, x_2, \dots, x_N)$ ile gösterilsin. Alınan işaret $y_n = \alpha_n s_n + w_n$, $1 \leq n \leq N$, olup burada α_n , i_n . verici antenden alıcıya n . iletim aralığındaki sönümlenme katsayısı, w_n ise $\mathcal{CN}(0, N_0)$ dağılımlı gürültü terimidir. Bir \mathbf{x} dizisi iletilip, Viterbi kod çözücü bir $\hat{\mathbf{x}} = (\hat{x}_1, \hat{x}_2, \dots, \hat{x}_N)$ dizisine karar verdiğinde N uzunluklu bir çiftsel hata olayı gerçekleşmektedir ($x_n \neq \hat{x}_n$, her n , $1 \leq n \leq N$). $\boldsymbol{\alpha} = (\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_N)$ ve $\boldsymbol{\beta} = (\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_N)$ sırasıyla iletilen \mathbf{x} ve hatalı çözülen $\hat{\mathbf{x}}$ SM simge dizilerine ait sönümlenme katsayısı dizilerini göstermek üzere bu hata olayı için CPEP şu

şekilde verilir:

$$\Pr(\mathbf{x} \rightarrow \hat{\mathbf{x}} | \boldsymbol{\alpha}, \boldsymbol{\beta}) = \Pr\{m(\mathbf{y}, \hat{\mathbf{x}}; \boldsymbol{\beta}) \geq m(\mathbf{y}, \mathbf{x}; \boldsymbol{\alpha}) | \mathbf{x}\}. \quad (16)$$

Burada $m(\mathbf{y}, \mathbf{x}; \boldsymbol{\alpha}) = \sum_{n=1}^N m(y_n, s_n; \alpha_n) = -\sum_{n=1}^N |y_n - \alpha_n s_n|^2$, \mathbf{x} için karar metriğidir. (16), basit düzenlenmelerden sonra

$$\begin{aligned} & \Pr(\mathbf{x} \rightarrow \hat{\mathbf{x}} | \boldsymbol{\alpha}, \boldsymbol{\beta}) \\ &= \Pr\left\{ \sum_{n=1}^N |y_n - \alpha_n s_n|^2 \geq \sum_{n=1}^N |y_n - \beta_n \hat{s}_n|^2 \middle| \mathbf{x} \right\} \quad (17) \\ &= \Pr\left\{ \sum_{n=1}^N -|\alpha_n s_n - \beta_n \hat{s}_n|^2 + 2\Re\{\tilde{w}_n\} \geq 0 \middle| \mathbf{x} \right\} \end{aligned}$$

şeklinde yazılabilir. Burada $\tilde{w}_n = w_n(\beta_n^* \hat{s}_n^* - \alpha_n^* s_n^*)$ şeklindedir. (17)'de sıfır eşliğiyle karşılaştırılan toplam biçiminde verilmiş karar değişkeni d ile gösterilirse, $\tilde{w}_n \sim \mathcal{CN}(0, N_0 |\beta_n^* \hat{s}_n^* - \alpha_n^* s_n^*|^2)$ olduğu göz önünde bulundularak d 'nin dağılımının $m_d = -\sum_{n=1}^N |\alpha_n s_n - \beta_n \hat{s}_n|^2$ ve $\sigma_d^2 = 2N_0 \sum_{n=1}^N |\alpha_n s_n - \beta_n \hat{s}_n|^2$ olmak üzere $\mathcal{N}(m_d, \sigma_d^2)$ şeklinde olduğu basitçe gösterilebilir. Buna göre, $A_n = |\alpha_n s_n - \beta_n \hat{s}_n|^2$ olmak üzere TC-SM için CPEP ifadesi şu şekilde hesaplanabilir:

$$\Pr(\mathbf{x} \rightarrow \hat{\mathbf{x}} | \boldsymbol{\alpha}, \boldsymbol{\beta}) = Q\left(\frac{-m_d}{\sigma_d}\right) = Q\left(\sqrt{\frac{\sum_{n=1}^N A_n}{2N_0}}\right). \quad (18)$$

$Q(x) \leq \frac{1}{2}e^{-x^2/2}$ sınırlaması ile TC-SM sisteminin CPEP üst sınırı şu şekilde hesaplanır:

$$\Pr(\mathbf{x} \rightarrow \hat{\mathbf{x}} | \boldsymbol{\alpha}, \boldsymbol{\beta}) \leq \frac{1}{2} \exp\left(-\frac{\gamma}{4} \sum_{n=1}^N |\alpha_n s_n - \beta_n \hat{s}_n|^2\right). \quad (19)$$

Burada $\gamma = E_s/N_0 = 1/N_0$ alıcısındaki SNR'dır. Dikkat edileceği üzere her n , $1 \leq n \leq N$ için $\alpha_n = \beta_n$ olması durumunda (19)'daki toplam $|\alpha_n|^2 |s_n - \hat{s}_n|^2$ şekline dönüşmektedir ki bu da klasik TCM yapısının CPEP ifadesidir. Duruğumsu sönümlmeli bir kanalı hızlı sönümlmeli bir kanala çeviren sınırsız uzunluklu bir serpiştirici kullanılması durumunda TCM için UPEP, $|\alpha_n|^2$ 'nin p.d.f.'i üzerinden ortalama alınarak basitçe bulunabilir. Ancak serpiştirici kullanılmayan TC-SM yapısı için UPEP hesabı $\boldsymbol{\alpha}$ ve $\boldsymbol{\beta}$ dizileri arasındaki değişken bağımlılık dolayısıyla oldukça karmaşıktır. TC-SM sistemi için (19)'da verilen CPEP ifadesi matris biçiminde de yazılabilir:

$$\Pr(\mathbf{x} \rightarrow \hat{\mathbf{x}} | \boldsymbol{\alpha}, \boldsymbol{\beta}) \leq \frac{1}{2} \exp\left(-\frac{\gamma}{4} \mathbf{h}^H \mathbf{S} \mathbf{h}\right). \quad (20)$$

Burada $\mathbf{h} = [h_1 h_2 \dots h_{n_T}]^T$, $n_T \times 1$ kanal vektörü olup $h_i, i = 1, 2, \dots, n_T$, i . verici antenden alıcıya olan ve hata yolu boyunca sabit kaldığı kabul edilen kanal sönümlleme katsayısıdır. $\mathbf{S} = \sum_{n=1}^N \mathbf{S}_n$ olmak üzere \mathbf{S}_n , $n_T \times n_T$ Hermisyen bir matris olup kanal katsayılarına $\alpha_n = h_{i_n}$, $\beta_n = h_{j_n}$, i_n ve $j_n \in \{1, 2, \dots, n_T\}$ şeklinde bağlı olan α_n ve β_n 'lerin bir gerçekleşmesini göstermektedir. $\mathbf{S}_n, n = 1, 2, \dots, N$ matrisinin elemanları $i_n = j_n$ için şu şekilde verilirken:

$$\mathbf{S}_n(p, q) = \begin{cases} d_{E_n}^2, & p = q = i_n \text{ ise} \\ 0, & \text{diğer} \end{cases} \quad (21)$$

$i_n \neq j_n$ içinse

$$\mathbf{S}_n(p, q) = \begin{cases} |s_n|^2, & p = q = i_n \text{ ise} \\ |\hat{s}_n|^2, & p = q = j_n \text{ ise} \\ -s_n^* \hat{s}_n, & p = i_n, q = j_n \text{ ise} \\ -s_n \hat{s}_n^*, & p = j_n, q = i_n \text{ ise} \\ 0, & \text{diğer} \end{cases} \quad (22)$$

şeklinde verilmektedir. Burada $d_{E_n}^2 = |s_n - \hat{s}_n|^2$ şeklindedir. Örneğin $n_T = 4$, $\alpha_n = h_1$ ve $\beta_n = h_3$ ($i_n = 1$ ve $j_n = 3$) için \mathbf{S}_n şu şekildedir:

$$\mathbf{S}_n = \begin{bmatrix} |s_n|^2 & 0 & -s_n^* \hat{s}_n & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ -s_n \hat{s}_n^* & 0 & |\hat{s}_n|^2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}. \quad (23)$$

TC-SM sisteminin UPEP ifadesini elde etmek için (20) ifadesinin, \mathbf{h} 'nin $f(\mathbf{h}) = (1/\pi^{n_T}) e^{-\mathbf{h}^H \mathbf{h}}$ şeklinde olan çok boyutlu karmaşık Gauss p.d.f.'i üzerinden ortalaması alınmalıdır [20]. Böylece UPEP ifadesi,

$$\begin{aligned} \Pr(\mathbf{x} \rightarrow \hat{\mathbf{x}}) &\leq \frac{1}{2} \int_{\mathbf{h}} \pi^{-n_T} \exp\left(-\frac{\gamma}{4} \mathbf{h}^H \mathbf{S} \mathbf{h}\right) \exp\left(-\mathbf{h}^H \mathbf{h}\right) d\mathbf{h} \\ &= \frac{1}{2} \int_{\mathbf{h}} \pi^{-n_T} \exp\left(-\mathbf{h}^H \boldsymbol{\Sigma}^{-1} \mathbf{h}\right) d\mathbf{h} \quad (24) \end{aligned}$$

şeklinde olup $\boldsymbol{\Sigma}^{-1} = [\frac{\gamma}{4} \mathbf{S} + \mathbf{I}]$ ve \mathbf{I} da $n_T \times n_T$ birim matristir. $\boldsymbol{\Sigma}$ pozitif tanımlı karmaşık Hermisyen kovaryans matrisi olduğundan, (24)'deki integralin sonucu

$$\Pr(\mathbf{x} \rightarrow \hat{\mathbf{x}}) \leq \frac{1}{2} \det(\boldsymbol{\Sigma}) = \frac{1}{2 \det(\frac{\gamma}{4} \mathbf{S} + \mathbf{I})} \quad (25)$$

şeklinde hesaplanabilir [20]. Basit cebirsel işlemlerle (25), $\Pr(\mathbf{x} \rightarrow \hat{\mathbf{x}}) \leq \left(2 \left(\frac{\gamma}{4}\right)^b \prod_{i=1}^b \lambda_i^{\mathbf{S}}\right)^{-1}$ şeklinde de yazılabilir. Burada $\lambda_i^{\mathbf{S}}$, \mathbf{S} 'in i . özdeğeri ve $b = \text{rank}(\mathbf{S})$ 'dir. (25) denklemi ile TC-SM sisteminin UPEP üst sınırı kapalı biçimde oldukça etkin bir şekilde hesaplanabilir. Bununla beraber N uzunluklu bir hata yolu için \mathbf{S} matrisinin tüm olası iletilen ve hatalı çözülen anten indislerini göz önünde bulunduran $(n_T)^{2N}$ olurlu gerçekleşmesi vardır. Ancak \mathbf{S} matrisinin özel yapısı sayesinde bu $(n_T)^{2N}$ gerçekleşmenin hata yolunun serbestlik derecesine (DOF) bağlı olarak az sayıda farklı UPEP türlerine ayrıştırılabileceği görülmüştür. N uzunluklu bir hata yolu için DOF, $\boldsymbol{\alpha}$ ve $\boldsymbol{\beta}$ dizilerinin içerisindeki birbirinden farklı kanal sönümlleme katsayılarının toplam sayısı olarak tanımlanmıştır. Örneğin, $N = 2$ için $\alpha_1 = \beta_1 \neq \alpha_2 \neq \beta_2$ ise DOF = 3'tür. DOF'un dışında (25)'in sonucunu belirleyen başka bir etki daha vardır. η ve $\tilde{\eta}$ sırasıyla $\alpha_n = \beta_n$ ve $\alpha_n \neq \beta_n$ 'i sağlayan tüm n 'lerin kümeleri olmak üzere $n(\eta) + n(\tilde{\eta}) = N$ olup (19) şu şekilde de yazılabilir:

$$\begin{aligned} \Pr(\mathbf{x} \rightarrow \hat{\mathbf{x}} | \boldsymbol{\alpha}, \boldsymbol{\beta}) &\leq \frac{1}{2} \exp\left(-\frac{\gamma}{4} \left[\sum_{\eta} |\alpha_n|^2 |s_n - \hat{s}_n|^2 \right. \right. \\ &\quad \left. \left. + \sum_{\tilde{\eta}} |\alpha_n s_n - \beta_n \hat{s}_n|^2 \right] \right). \quad (26) \end{aligned}$$

(26)'daki ilk terim TCM terimi iken ikinci terim SM terimidir. Bazı durumlarda aynı DOF değeri farklı $n(\eta)$ ve $n(\tilde{\eta})$ değerleri

Tablo 3: İki uzunluklu hata olayları ($N = 2$) için UPEP değerleri

Type	PEP
$n(\eta) = 2, \text{DOF} = 1$	$\frac{2}{4+\gamma(d_{E_1}^2+d_{E_2}^2)}$
$n(\eta) = 2, \text{DOF} = 2$	$\frac{8}{(4+\gamma d_{E_1}^2)(4+\gamma d_{E_2}^2)}$
$n(\eta) = 1, \text{DOF} = 2$	$\frac{8}{16+4(2+d_{E_1}^2)\gamma+d_{E_1}^2\gamma^2}$
$n(\eta) = 1, \text{DOF} = 3$	$\frac{4}{8+2(2+d_{E_1}^2)\gamma+d_{E_1}^2\gamma^2}$
$n(\eta) = 0, \text{DOF} = 2$	$\frac{4}{8+8\gamma+(1-\cos\theta)\gamma^2}$
$n(\eta) = 0, \text{DOF} = 3$	$\frac{8}{16+16\gamma+3\gamma^2}$
$n(\eta) = 0, \text{DOF} = 4$	$\frac{2}{4+4\gamma+\gamma^2}$

tarafından sağlanabilmekte ve bu da (25)'in sonucunu etkilememektedir.

Tablo 3'te yukarıda sözü geçen farklı türler için TC-SM sisteminin UPEP değerleri $N = 2$ için hesaplanmıştır. Basitlik açısından sabit zarflı M -PSK işaret kümesi kullanılmıştır ancak tüm sonuçlar değişken zarflı kümelere de genelleştirilebilir. Burada $\theta = \pm\Delta\theta_1 \pm \Delta\theta_2, \Delta\theta_n = \theta_n - \hat{\theta}_n, n = 1, 2$ ve $s_1 = e^{j\theta_1}, \hat{s}_1 = e^{j\hat{\theta}_1}, s_2 = e^{j\theta_2}, \hat{s}_2 = e^{j\hat{\theta}_2}$ olup $\theta_1, \hat{\theta}_1, \theta_2, \hat{\theta}_2 \in \left\{ \frac{2\pi r}{M}, r = 0, \dots, M-1 \right\}$ şeklindedir. Bu hesaplamalara ait çıkarımlar ve $N = 3$ durumu için UPEP hesapları burada verilmemiştir. Tablo 3'ten görüldüğü üzere $\text{DOF} \geq 2$ için UPEP γ^{-2} ile orantılıdır, diğer bir deyişle 2. dereceden verici çeşitlemesi elde edilmiştir. Aşağıda tanıtsız olarak verilen teorem bu olguyu genelleştirmektedir.

Teorem: N uzunluklu bir hata olayı için, N . dereceden çeşitleme derecesi ($\gamma \gg 1$ için a/γ^N şeklinde bir UPEP üst sınırı) elde etmenin gerek koşulu $\text{DOF} \geq N$ 'dir.

$\text{DOF} \geq N$ için \mathbf{S} matrisinin rankının N 'e eşit olduğunun gösterilmesiyle tanımlanabilen bu teorem TC-SM tasarım ölçütlerinin temelini oluşturmaktadır.

İlişkili kanallar için TC-SM sisteminin hata analizinde uzaysal ilişki (SC) modeli [21] göz önüne alınmıştır. Bu modelde $\mathbf{R}_t = [r_{ij}]_{n_T \times n_T}$ ve $\mathbf{R}_r = [r_{ij}]_{n_R \times n_R}$ sırasıyla alıcı ve vericideki SC matrisleri olmak üzere ilişkili kanal matrisi $\mathbf{H}_{corr} = \mathbf{R}_t^{1/2} \mathbf{H} \mathbf{R}_r^{1/2}$ ile belirlenmektedir. Basitlik açısından $r_{ij} = r_{ji}^* = r^{|j-i|}$ ile verilen üstel ilişki matris modeli kabul edilmiştir [22]. Burada $|r| < 1$ olup r de ardışık iki antenin katsayıları arasındaki ilişki miktarıdır. TC-SM'nin UPEP ifadesi için, (24) ve (25)'teki çıkarımlara benzer şekilde, (20)'nin \mathbf{h} 'nin $f(\mathbf{h}) = (\pi^{-n_T} / \det(\mathbf{K})) e^{-\mathbf{h}^H \mathbf{K}^{-1} \mathbf{h}}$ şeklinde olan karmaşık Gauss dağılımı üzerinden ortalaması alınmalıdır. Burada $\mathbf{K} = E \{ \mathbf{h} \mathbf{h}^H \}$ tam ranklı kanal ilişki matrisidir. Cebirsel işlemlerin ardından UPEP ifadesi

$$\Pr(\mathbf{x} \rightarrow \hat{\mathbf{x}}) \leq \frac{1}{2 \det \left(\frac{\gamma}{4} \mathbf{K} \mathbf{S} + \mathbf{I} \right)} \quad (27)$$

şeklinde hesaplanmıştır. \mathbf{S} matrisinin tekil olmayan \mathbf{K} matrisiyle çarpılmasıyla rankının aynı kalacağı göz önünde bulundurulacak (25) ve (27)'den uzaysal ilişkili kanallarda TC-SM sisteminin çeşitleme derecesinin değişmeyeceği sonucuna varmaktayız. Ancak SC, $\mathbf{K} \mathbf{S}$ matrisinin özdeğerleri aracılığıyla TC-SM sisteminin asimptotik kodlama kazancını olumsuz yönde etkileyecektir.

Tablo 4: 2 ve 3 bit/s/Hz hızları için TC-SM üreteç matrisleri

Durum	$k = 2$ bit/s/Hz	$k = 3$ bit/s/Hz
4	$\begin{bmatrix} 0 & 3 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 2 & 0 \end{bmatrix}$	-
8	$\begin{bmatrix} 0 & 2 & 4 & 2 \\ 3 & 4 & 0 & 1 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0 & 2 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 2 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 2 & 0 & 0 \end{bmatrix}$
16	$\begin{bmatrix} 5 & 1 & 3 & 0 \\ 1 & 4 & 0 & 3 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0 & 4 & 2 & 0 & 2 & 0 \\ 0 & 2 & 0 & 4 & 0 & 2 \\ 3 & 0 & 5 & 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}$

4.2. TC-SM Tasarım Ölçütleri ve Tasarım Örnekleri

Önceki bölümdeki UPEP analizi ve sonuçları göz önünde bulundurularak TC-SM sistemi için aşağıdaki ölçütler elde edilmiştir:

1. **Çeşitleme kazancı ölçütü:** Minimum hata olayı uzunluğu N olan bir kod ile N . dereceden çeşitleme elde etmek için, tüm N uzunluklu ve daha uzun hata olayları için $\text{DOF} \geq N$ 'den büyük ya da eşit olmalıdır.
2. **Kodlama kazancı ölçütü:** Maksimum çeşitleme kazancı garanti edildikten sonra TC-SM sisteminin UPEP spektrumu (25)'ten hesaplanan UPEP değerleri göz önünde bulundurularak optimize edilmelidir.

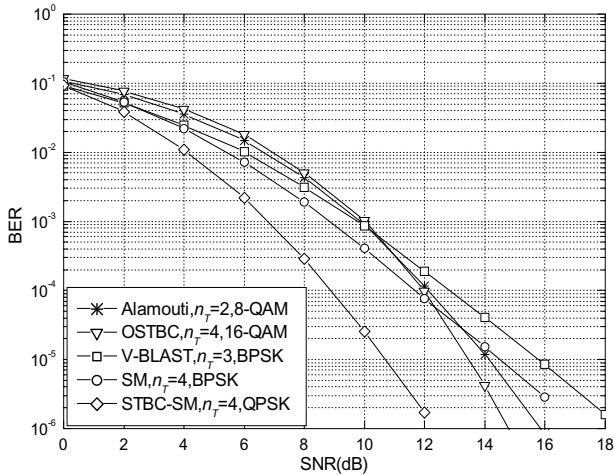
Tablo 4'te 2 ve 3 bit/s/Hz band verimlilikleri için yukarıdaki ölçütlere göre tasarlanan değişik durum sayılı TC-SM sistemlerinin üreteç matrisleri oktal biçimde verilmiştir. 2 bit/s/Hz iletim hızı için $R = 2/4$ oranlı katlamalı kodlar ile dört verici anten ve QPSK modülasyonu kullanılırken, 3 bit/s/Hz iletim hızı için $R = 3/6$ oranlı katlamalı kodlar ile sekiz verici anten ve 8-PSK modülasyonu kullanılmıştır. 2 bit/s/Hz için 4 ve 8-durumlu kodların UPEP spektrumları optimize edilmiştir. Diğer taraftan, 16-durumlu kod $N \geq 3$ için $\text{DOF} \geq 3$ olacak şekilde tasarlanmış olup bu da 3. dereceden çeşitleme sağlamaktadır. Benzer şekilde 3 bit/s/Hz için de ilgili kodların UPEP spektrumları optimize edilmiştir. Tüm tasarımlarda SM simgeleri kafesin dallarına yıkımlı bir koddan sakınılacak şekilde yerleştirilmiştir.

5. Benzetim Sonuçları

Bu bölümde STBC-SM ve TC-SM sistemlerinin değişik parametreler için benzetim sonuçları verilmiş ve referans sistemlerle karşılaştırmalar yapılmıştır. Tüm sistemlerin bit hata oranı (BER) başarımları alıcıda ortalama işaret-gürültü oranı (SNR) değerlerine göre Monte Carlo benzetimleri ile elde edilmiştir. İlişkili kanallar için yapılan benzetimlerde Bölüm 4.1'de verilen SC modeli kullanılmıştır.

5.1. STBC-SM için Benzetim Sonuçları

Bu alt bölümde STBC-SM sisteminin BER başarımları SM, V-BLAST, dört verici anten için 3/4-oranlı dik STBC (OSTBC) [18] ve Alamouti koduyla karşılaştırılmıştır. SM, Bölüm 2'de verilen optimum alıcıyı, V-BLAST ise sıralı ardışık girişim gidermeli (SIC) minimum ortalama karesel hata (MMSE) kod çözücüyü [23] kullanmaktadır. Tüm karşılaştırmalar 10^{-5} 'lik BER değeri için yapılmıştır. Tüm benzetimlerde 4 alıcı anten kullanılmıştır.



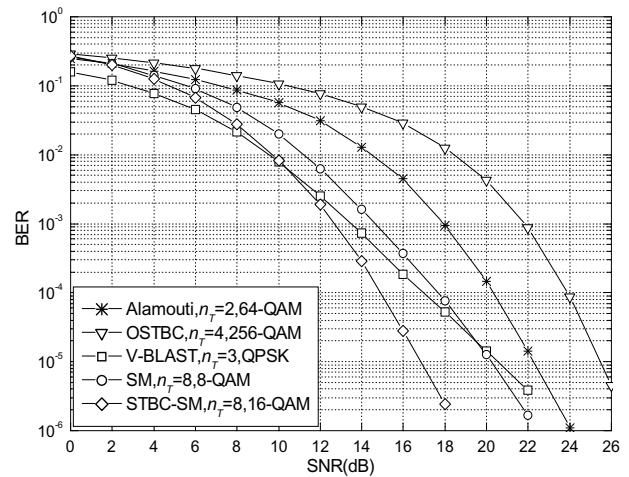
Şekil 6: 3 bit/s/Hz için BER başarımları

Şekil 6'da 3 bit/s/Hz band verimliliği için $n_T = 4$ ve QPSK kullanan STBC-SM sisteminin, $n_T = 4$ ve BPSK kullanan SM'in, $n_T = 3$ ve BPSK kullanan V-BLAST yapısının, 16-QAM kullanan OSTBC'nin ve 8-QAM kullanan Alamouti kodunun BER eğrileri verilmiştir. Bu şekilden görüldüğü üzere STBC-SM, sırasıyla SM, V-BLAST, OSTBC ve Alamouti koduna göre 3.8, 5.1, 2.8 ve 3.4 dB'lik SNR kazançları sağlamaktadır. Şekil 7'de ise 6 bit/s/Hz iletim için $n_T = 8$ ve 16-QAM kullanan STBC-SM sisteminin, $n_T = 8$ ve 8-QAM kullanan SM'in, $n_T = 3$ ve QPSK kullanan V-BLAST yapısının, 256-QAM kullanan Alamouti kodunun BER eğrileri verilmiştir. Bu şekilden görüldüğü üzere STBC-SM, sırasıyla SM, V-BLAST, OSTBC ve Alamouti koduna göre 3.4, 3.7, 8.6 ve 5.4 dB'lik SNR kazançları sağlamaktadır. Şekil 6 ve 7'den, sağladığı verici çeşitlenmesi dolayısıyla STBC-SM sistemi ile SM ve V-BLAST sistemleri arasındaki başarımların artan SNR ile birlikte arttığı görülmektedir. Ayrıca STBC-SM sisteminin anten modülasyonu sayesinde klasik Alamouti kodunun başarımlarını 3-5 dB iyileştirdiği gözlemlenmiştir.

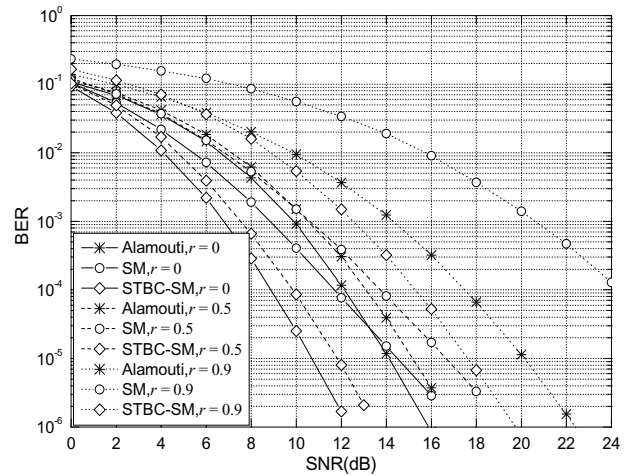
Şekil 8'de ise 3 bit/s/Hz iletim için STBC-SM, SM ve V-BLAST sistemlerinin ilişkili kanallarda ($r = 0, 0.5$ ve 0.9 için) başarımları incelenmiştir. Bu şekilden görüldüğü üzere tüm sistemlerin başarımları ilişkili kanallarda kötüleşmektedir. Ancak Alamouti kodu ve STBC-SM için SNR'daki kayıp yakın değerlerdeyken, aynı durum SM için söz konusu değildir. Dolayısıyla, STBC-SM yapısının klasik SM yapısına göre uzaysal ilişkiye daha dayanıklı olduğu sonucuna varılmaktadır.

5.2. TC-SM için Benzetim Sonuçları

Bu alt bölümde TC-SM sisteminin hata başarımları referans sistemlerle karşılaştırılmıştır. Tüm benzetimlerde, MIMO kanal katsayılarının 20 ardışık iletim boyunca sabit kaldığı kabul edilmiştir. Bu değer k bit/s/Hz için $20k$ bitlik bir çerçeve uzunluğuna denk düşmektedir. İki farklı kodlanmış V-BLAST sistemi göz önüne alınmıştır. kodlanmış V-BLAST-I olarak adlandırılan ilk sistem düşey kodlanmış V-BLAST'tır [24]. Bu sistem ve [11]'de önerilen sistem sert kararlı Viterbi kod çözme algoritması kullanılmaktadır. kodlanmış V-BLAST-II sisteminde ise TC-SM yapısındaki SM eşleyici yerine doğrudan bir V-BLAST kodlayıcı yerleştirilmiştir. [11]'deki sistem ve kodlanmış



Şekil 7: 6 bit/s/Hz için BER başarımları

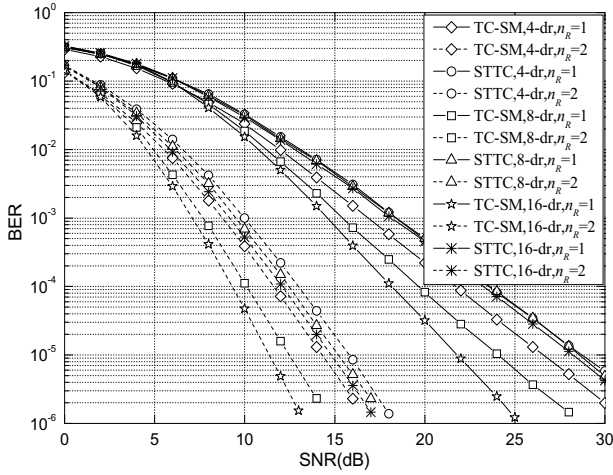


Şekil 8: 3 bit/s/Hz için $r = 0, 0.5$ and 0.9 durumlarında BER başarımları

V-BLAST-I'de kullanılan $R = 1/2$ oranlı kodlayıcıların üreteç dizileri sırasıyla [5, 2] ve [5, 7] seçilmiştir. Bölüm 4.2'de belirtildiği üzere TC-SM sistemi, 2 bit/s/Hz için dört verici anten ve QPSK, 3 bit/s/Hz için ise sekiz verici anten ve 8-PSK modülasyonunu kullanmaktadır.

Şekil 9'da 2 bit/s/Hz iletim için bir ve iki alıcı anten için benzetim sonuçları verilmiştir. Bu şekilden görüldüğü üzere 4, 8 ve 16-durumlu TC-SM sistemleri, iki verici antenli 4, 8 ve 16-durumlu optimum STTC'lere [17] göre hata başarımlarında önemli derecede iyileşme sağlamıştır. 16-durumlu TC-SM sistemi 3. dereceden çeşitlenme sağladığı için fark daha fazla olarak gözlemlenmiştir. Şekil 10'da ise benzetim sonuçları 3 bit/s/Hz için verilmiştir. Bu şekilden görüldüğü üzere 8 ve 16-durumlu TC-SM sistemleri, referans iki verici antenli 8 ve 16-durumlu STTC'lere göre oldukça iyi BER başarımları göstermiştir.

Şekil 11'de 3 bit/s/Hz için TC-SM, $n_T = 4$ ve BPSK kullanan SM, $n_T = 3$ ve QPSK kullanan kodlanmış V-BLAST-I ve -II sistemleri ile $n_T = 4$ ve QPSK kullanan [11]'deki sistemin benzetim sonuçları dört alıcı anten için verilmiştir. Bu şekilden görüldüğü üzere TC-SM sistemi hem ilişkisiz ($r = 0$) hem de ilişkili ($r = 0.7$) kanallarda sağladığı yüksek çeşitlenme ve kodlama kazançları sayesinde en iyi hata başarımlarını vermektedir. (27)'nin bir sonucu olarak ilişkili kanallar, TC-SM sisteminin sa-



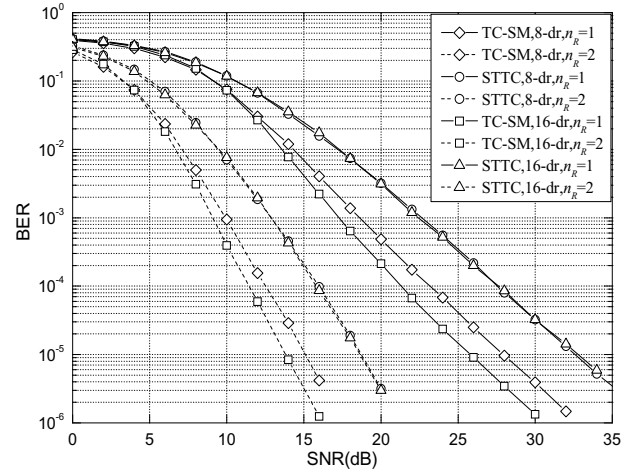
Şekil 9: 4, 8 ve 16-durumlu TC-SM ve STTC sistemleri için BER başarımları (2 bit/s/Hz)

dece asimptotik kodlama kazancını etkilemektedir. [11]'de belirtildiği gibi sözü geçen bu çalışmada önerilen yapı sadece ilişkili kanallarda SM ve kodlanmış V-BLAST-I yapılarına üstünlük sağlamaktadır. Son olarak TC-SM sistemin Şekil 11'de verilen BER başarımları ile STBC-SM sisteminin Şekil 8'de verilen BER başarımları aynı band verimliliğinde karşılaştırıldığında kafes kodlama sayesinde yaklaşık 3dB daha iyi hata başarımları elde edildiği gözlemlenmiştir.

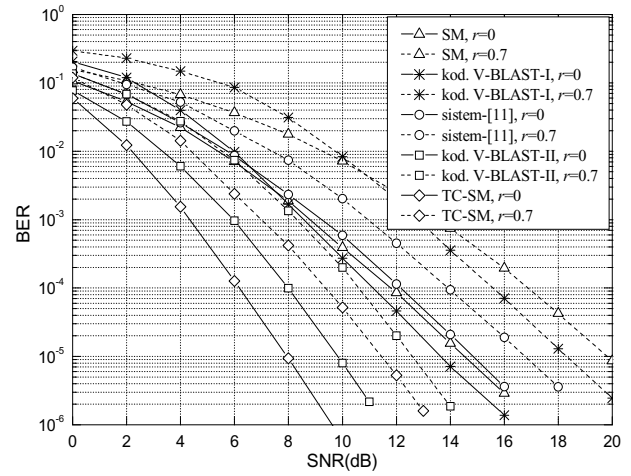
İncelenen yapılarda, belli bir zamanda iki antenin aynı anda iletimde olduğu aynı kafes yapısına sahip referans STTC'lerin zıttına sadece tek bir anten iletimde olduğu için, STTC kod çözümünün tek bir metrik hesabı için gerekli karmaşık çarpma ve toplamların sayısı sırasıyla üç ve iki iken, bu değerler TC-SM kod çözücü için sırasıyla iki ve bir olmaktadır. Bunun sonucunda 2 bit/s/Hz için STTC kod çözücüne göre TC-SM kod çözümünün gerçel çarpma ve toplama sayılarında sırasıyla %25 ve %33'lük düşüşler sağladığı hesaplanmıştır. 3 bit/s/Hz içinse bu değerler %30 ve %37.5'a artmaktadır ki TC-SM sisteminin bu üstünlüğü kodlanmış V-BLAST-II sistemi göz önüne alındığında da aynen korunmaktadır. Diğer taraftan daha çok sayıda verici anten kullanılmasına rağmen TC-SM yapısının vericisinde sadece tek bir radyo frekans (RF) katı kullanmak yeterlidir ve antenler arası eşzamanlamaya gerek yoktur. Son olarak ele alınan TC-SM yapısının klasik STTC'lere göre kod çözme karmaşıklığı açısından hem daha basit hem de daha yüksek başarımlı olmasının artan verici sayısı ile sağlandığı belirtilmelidir.

6. Sonuçlar

Bu çalışmada, klasik SM sisteminin başarımlarını önemli oranlarda iyileştiren iki yeni MIMO iletim sistemi olan STBC-SM ve TC-SM teknikleri kapsamlı bir biçimde incelenmiştir. Ele alınan ilk sistemde STBC ile SM birleştirildiğinden SM yapısıyla verici çeşitlemesi elde etmek olanaklı duruma gelmiştir. Ele alınan ikinci sistemde ise kafes kodlama ile SM birleştirildiğinden, kafes kodlama ile hem zaman çeşitlemesi hem de yüksek kodlama kazançlarının elde edilmesi hedeflenmiştir. Bu iki sistem için kapsamlı tasarım ve optimizasyon işlemleri sunulmuştur. Bilgisayar benzetimleri sonucu, önerilen sistemlerin literatürde var olan eşdeğer yapılara göre oldukça iyi hata başarımları sağladıkları



Şekil 10: 8 ve 16-durumlu TC-SM ve STTC sistemleri için BER başarımları (3 bit/s/Hz)



Şekil 11: 3 bit/s/Hz için $r = 0$ and 0.7 durumlarında BER başarımları

görülmektedir. Bu nedenle incelenen sistemlerin gelecek nesil LTE ve WiMAX sistemleri için kullanılabilirliği düşünülebilir.

7. Kaynaklar

- [1] Telatar, E., "Capacity of multi-antenna Gaussian channels," *European Trans. Telecommunication*, 10, 558-595, 1999.
- [2] Wolniansky, P., Foschini, G., Golden, G. ve Valenzuela, R., "V-BLAST: An architecture for realizing very high data rates over the rich-scattering wireless channel," *International Symp. Signals, Systems, Electronics (ISSSE'98)*, Pisa, Italy, 1998, 295-300.
- [3] Alamouti, S. M., "A simple transmit diversity technique for wireless communications," *IEEE J. Select. Areas Commun.*, 16, 1451-1458, 1998.
- [4] Tarokh, V., Jafarkhani, H. ve Calderbank, A. R., "Space-time block codes from orthogonal designs," *IEEE Trans. Inf. Theory*, 45, 1456-1467, 1999.
- [5] Biglieri, E., Hong, Y. ve Viterbo, E., "On fast-decodable space-time block codes," *IEEE Trans. Inf. Theory*, 55, 524-530, 2009.

- [6] Başar, E. ve Aygözü, Ü., "High-rate full-diversity space-time block codes for three and four transmit antennas," *IET Commun.*, 3, 1371-1378, 2009.
- [7] Mesleh, R., Haas, H., Sinanovic, S., Ahn, S. C. W. ve Yun, S., "Spatial modulation," *IEEE Trans. Veh. Technol.*, 57, 2228-2241, 2008.
- [8] Jeganathan, J., Ghayeb, A., ve Szczecinski, L., "Spatial modulation: Optimal detection and performance analysis," *IEEE Commun. Lett.*, 12, 545-547, 2008.
- [9] Jeganathan, J., Ghayeb, A., Szczecinski, L. ve Ceron, A., "Space-shift keying modulation for MIMO channels," *IEEE Trans. Wireless Commun.*, 8, 3692-3703, 2009.
- [10] Ungerboeck, G., "Channel coding with multilevel/phase signals," *IEEE Trans. Inform. Theory*, 28, 55-67, 1982.
- [11] Mesleh, R., Renzo, M. D., Haas, H. ve Grant, P. M., "Trellis coded spatial modulation," *IEEE Trans. Wireless Commun.*, 9, 2349-2361, 2010.
- [12] Başar, E., Aygözü, Ü., Panayırıcı, E. ve Poor, H. V., "Space-time block coded spatial modulation," *IEEE Trans. Commun.*, 59, 823-832, 2011.
- [13] Başar, E., Aygözü, Ü., Panayırıcı, E. ve Poor, H. V., "Space-time block coding for spatial modulation," *IEEE Symp. Pers. Indoor Mobile Radio Commun. (PIMRC 2010)*, İstanbul, Türkiye, 2010, 803-808.
- [14] Başar, E., Aygözü, Ü., Panayırıcı, E. ve Poor, H. V., "New trellis code design for spatial modulation", *IEEE Trans. on Wireless Commun. dergisinde yayımlanmak üzere kabul edildi*, 2011.
- [15] Başar, E., Aygözü, Ü. ve Panayırıcı, E., "Trellis code design for spatial modulation," *IEEE Int. Conf. on Commun. (ICC 2011)*, Kyoto, Japonya, 2011.
- [16] Başar, E., Aygözü, Ü., Panayırıcı, E. ve Poor, H. V., "Uzaysal modülasyon için kafes kodlama," *Sinyal İşleme ve İletişim Uygulamaları Semp. (SIU 2011)*, Antalya, Türkiye, 2011.
- [17] Vucetic, B. ve Juan, J., *Space-Time Coding*, John & Wiley, New York, 2003.
- [18] Jafarkhani, H., *Space-Time Coding, Theory and Practice*, Cambridge University Press, Cambridge, UK, 2005.
- [19] Hassibi, B. ve Hochwald, B. M., "High-rate codes that are linear in space and time," *IEEE Trans. Inf. Theory*, 48, 1804-1824, 2002.
- [20] Goodman, N. R., "Statistical analysis based on a certain multivariate complex gaussian distribution (an introduction)," *Ann. Math. Stat.*, 34, 152-177, 1963.
- [21] Paulraj, A., Nabar, R. ve Gore, D., *Introduction to Space-Time Wireless Communications*, Cambridge University Press, New York, 2003.
- [22] Loyka, S. L., "Channel capacity of MIMO architecture using the exponential correlation matrix," *IEEE Commun. Lett.*, 5, 369-371, 2001.
- [23] Böhnke, R., Wübben, D., Kühn, V. ve Kammeyer, K. D., "Reduced complexity MMSE detection for BLAST architectures," *IEEE Global Commun. Conf.*, San Francisco, CA, USA, 2003, 2258-2262.
- [24] Sellathurai, M. ve Haykin, S., *Space-Time Layered Information Processing for Wireless Communications*, John & Wiley, New York, 2009.