



Jeoid yüksekliklerinin belirlenmesinde ağırlıklı ortalama ve polinomlarla enterpolasyon yöntemlerinin karşılaştırılması

Nazan YILMAZ*

Karadeniz Teknik Üniversitesi, Mühendislik Fakültesi, Harita Mühendisliği Bölümü, Trabzon
n_berber@ktu.edu.tr ORCID: 0000-0002-0615-8218, Tel: (462) 377 37 68

Geliş: 15.05.2018, Kabul Tarihi: 20.03.2019

Öz

Günümüzde GPS ile türetilen elipsoidal yükseklikler, gerçek zemin durumunu yansıtmadıkları için, yüksekliklerle alakalı hassas pratik ihtiyaçları karşılamaktan uzaktırlar. Ortometrik yükseklikler, yerin fiziki durumuyla daha uyumludur. Bu sebeple elipsoid yüksekliklerinden ortometrik yüksekliklere dönüşümünde kullanılacak en iyi jeoid modelinin belirlenmesi çok önemlidir. Jeoid modellerinin belirlenmesi ise farklı matematiksel parametreleri olan çeşitli enterpolasyon teknikleri ile gerçekleştirilebilir. Enterpolasyon yöntemleri uygulanarak en uygun jeoid yüzeyinin seçilerek, elipsoid yüksekliklerinden ortometrik yüksekliklere pratik bir şekilde geçiş yapılması mümkün olmaktadır.

Bu çalışmada Trabzon ve Gümüşhane İllerinde zeminde tesis edilmiş olan C1 (AGA), C2 (SGA), C3 (ASN), noktalarının koordinat (Y,X), Elipsoid Yükseklik (h), ITRF96 datumuna dayalı üç boyutlu kartezyen koordinat ve Ortometrik Yükseklik (H) tescilli değerleri, Trabzon Tapu ve Kadastro IX. Bölge Müdürlüğü Jeodezi Biriminden temin edilmiştir. Baz uzunlukları farklı olan "C" dereceli noktalar sınıflarına göre Trabzon ve Gümüşhane illeri sınırları içerisinde kendi içerisinde gruplandırılarak, bu noktalardan test ve dayanak noktaları seçilmiştir. Seçim yapılırken noktaların homojen dağılmasına dikkat edilmiştir. Çalışmada ağırlıklı ortalama, kuadratik, kübik, lineer, bi-kuadratik, bi-kübik, bi-lineer enterpolasyon yöntemleri kullanılmıştır. Noktalarda mevcut olan ortometrik ve elipsoid yükseklikleri farklarından Jeoid yükseklik değerleri elde edilmiştir. Baz uzunluğu farklı olan test noktalarında farklı enterpolasyon yöntemleri ile Jeoid yükseklik değerlerinin kestirimi yapılmıştır. Kestirimler için Matlab 2012a paket programı kullanılmıştır. Test noktalarında kestirilen jeoid yüksekliği değerleri ile mevcut olan jeoid yüksekliği değerlerinin farkları alınmış, bu farklardan hesaplanan bazı istatistiki bilgiler yardımıyla hangi enterpolasyon yönteminin daha anlamlı sonuç verdiği tespit edilmiştir. Enterpolasyon yöntemlerinin karşılaştırılmasında nokta sayısının ve dağılımının farklılığı, uygulamanın farklı topoğrafik yapılarda yapıyor olması, elde edilen istatistiki bilgiler gibi kriterlere dikkat edilmiştir.

Anahtar Kelimeler: Ağırlıklı Ortalama; Enterpolasyon Yöntemleri; Jeoid Ondülasyonu; Ortometrik Yükseklik; Polinom Yüzeyleri

* Yazışmaların yapılacağı yazar

Giriş

Özellikle son yıllarda GPS teknolojinin yaygın kullanımı, yükseklikler açısından jeoide olan ihtiyacı daha da artırmış, bazı uygulamalar için kaçınılmaz hale getirmiştir. Günümüzde GPS ile türetilen elipsoidal yükseklikler doğal durumu yansıtmadıklarından, yüksekliklerle ilgili hassas pratik ihtiyaçları karşılamaktan uzaktırlar. Jeoidden itibaren alınan ortometrik yükseklikler fiziksel olaylarla daha uyumlu, daha doğal kabul edilmekte ve bu özelliği ile yüksekliklerle ilgili pratikteki pek çok problemin çözümünde başarılı bir şekilde kullanılabilir. Ortometrik yüksekliklerin geleneksel nivelman yöntemiyle elde edilmesi, hava şartlarına bağımlı, pahalı, çok fazla işgücü ve zaman gerektiren bir işlemdir. Bu durum topografyasının dağlık olması nedeniyle ülkemiz için de geçerlidir.

GPS uygulamalarında kolayca belirlenebilen elipsoid yüksekliklerini ortometrik yüksekliklere dönüştürebilmek için jeoid yüksekliklerine ihtiyaç duyulmaktadır. Jeoid yüksekliklerinin bilinmesi, geometrik bir yükseklik türü olan elipsoid yüksekliklerinden fiziksel bir yükseklik türü olan ortometrik yüksekliklere geçişe ivme kazandırmaktadır. Böylece pratik uygulamalar daha hızlı ve daha ekonomik olmaktadır. Bu sebeple elipsoid yüksekliklerinin ortometrik yüksekliklere dönüşümünde kullanılacak en iyi jeoid modelinin belirlenmesi oldukça önemlidir.

Bu kapsamda, bu çalışmada seçilen uygulama alanlarında N Jeoid yüksekliğinin enterpolasyonu farklı yöntemler denenerek yapılmış, hangi enterpolasyon yönteminin çalışma alanında daha anlamlı sonuçlar verdiği incelenmiştir. Çünkü elipsoidal yüksekliklerden elde edilen ortometrik yüksekliklerin hassasiyeti, elipsoidal yüksekliğin ve Jeoid modelinin hassasiyeti ile doğrudan ilgilidir.

Gereç ve Yöntem

Bu çalışmada Trabzon ve Gümüşhane illerinde zeminde tesis edilmiş olan C1 (AGA), C2 (SGA), C3 (ASN), noktalarının koordinat (y, x), Ortometrik (H) ve Elipsoidal (h) yükseklik değerleri, Trabzon Tapu ve Kadastro IX. Bölge Müdürlüğü Jeodezi Biriminden temin edilmiştir. Koordinatlar ITRF96 (International Terrestrial Reference Frame-Uluslararası Yersel Referans Ağı) koordinat sistemindedir.

Baz uzunlukları farklı olan “C” dereceli noktalar sınıflarına göre Trabzon ve Gümüşhane illeri sınırları içerisinde kendi içerisinde gruplandırılarak (C1, C2 ve C3 şeklinde) bu noktalarda farklı enterpolasyon yöntemleri kullanılarak kestirilen N Jeoid yükseklikleri yardımıyla hangi enterpolasyon yönteminin daha anlamlı olduğunun tespiti amaçlanmıştır. Böylece pratikte GPS ölçüsü yapılmış herhangi bir noktada ortometrik yüksekliğin hassas bir şekilde belirlenmesine katkı sağlanması hedeflenmiştir. Farklı yöntemlerden elde edilen Jeoid yükseklikleri arasındaki farklılıkların varlığının ve bu farklılıkların büyüklüklerinin belirlenmesi amaçlanmıştır. Ayrıca uygulamada kullanılan enterpolasyon yöntemlerinden çalışma alanında en iyi sonuç veren enterpolasyon yöntemi belirlenmeye çalışılmıştır.

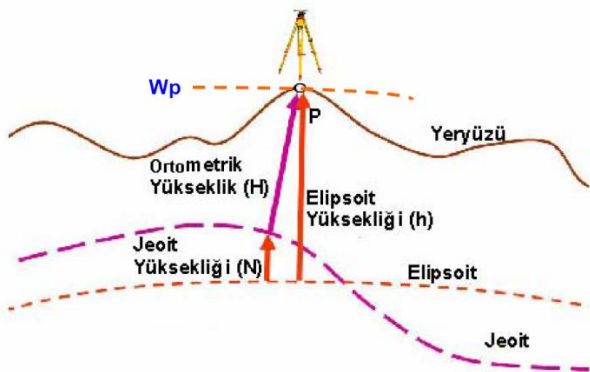
Bu çalışmada, GPS / Nivelman jeoidinin çeşitli enterpolasyon yöntemleri ile modellenmesi, farklı sıklıktaki ve farklı arazi tipindeki dayanak ve test nokta seçiminin jeoidin duyarlılığına nasıl etki etkidiği irdelenmiştir. Bu çalışmaya konu olan Trabzon ilinde toplam 658 adet noktadan, 19 adet C1, 81 adet C2, 558 adet C3 dereceli nokta; Gümüşhane ilinde toplam 412 adet noktadan, 12 adet C1, 48 adet C2, 368 adet C3 dereceli nokta kendi içerisinde gruplandırılmış olup bu noktalardan dayanak ve test noktaları homojen dağılmasına dikkat edilerek seçilmiştir.

Çalışmada test noktalarında Jeoid yüksekliklerinin kestirimi için ağırlıklı ortalama ile enterpolasyon, ortogonal kuadratik, kübik, lineer enterpolasyon ve ortogonal olmayan bi-kuadratik, bi-kübik ve bi-lineer enterpolasyon yöntemleri kullanılmıştır. Yöntemlerle ilgili algoritmalar Matlab 2012a programlama dilinde yazılmıştır. Test noktalarında değişik enterpolasyon modellerinden kestirilen Jeoid yüksekliklerinin gerçek Jeoid değerlerinden farkları alınıp, bu farklar istatistiksel olarak değerlendirilerek hangi yöntemin daha anlamlı sonuç verdiği irdelenmiştir.

Jeoid Yükseklikleri İçin Kullanılan Enterpolasyon Yöntemleri

Yeryüzünde bir noktanın ortometrik yüksekliği (H), noktadan geçen çekül eğrisi boyunca jeoide olan düşey uzaklık olarak tanımlanır. Elipsoidal yükseklik (h) ise, yeryüzündeki bir P noktasının elipsoid normaline boyunca seçilen bir referans elipsoidine göre arasındaki uzaklıktır. Bu iki yükseklik arasında yaklaşık N jeoid ondülasyonu kadar fark vardır. Yerin gravite alanının deniz yüzeyi ile çakışan eşpotansiyelli yüzeyine jeoid denilmektedir. Jeoid aynı zamanda yerin temel şekline verilen isimdir (Heiskanen ve Moritz, 1984).

Jeoidin ve düşeyin doğada gerçekten var olup, elle tutulup gözle görülebilir nitelikte olması, bunların yükseklikler için öncelikli olarak esas alınmasının pek çok teorik ve pratik ihtiyaçlara cevap verebileceği düşüncesini öne çıkarmıştır.



Şekil 1: Ortometrik ve elipsoid yüksekliği (Akiz ve Yerci, 2009).

GPS ile elde edilen h elipsoid yükseklikler, bir referans elipsoidinden olan yüksekliklerdir. H ortometrik yüksekliği ise jeoidi esas almaktadır. Bu iki yükseklik farkı $N = h - H$ jeoid yüksekliklerini vermektedir. Bu ilişki esasında Şekil (4)'de görüldüğü gibi tam anlamıyla doğru değildir. Gözlem noktasında, çekül eğrisinin doğrultusu ile elipsoid normalinin doğrultusu arasında daima çok küçük bir sapma vardır. Fakat bu miktar ihmal edilecek düzeyde olduğundan, dikkate alınmayabilir (Poutanen, 1994).

Enterpolasyon genel olarak n boyutlu P_i dayanak noktalarındaki m boyutlu vektörleri kullanarak, n boyutlu P_k hesap noktalarındaki m boyutlu vektörlerin bulunması şeklinde tanımlanır. Bu nedenle enterpolasyonla bulunan sonuçların gerçek değerlerle eşit olması istenir. Fakat pratikte bu eşitliği sağlamak pek mümkün değildir. Bir bölge için en uygun enterpolasyon, gerçek değere en çok yaklaştıran çözümdür. Enterpolasyon problemleri temelde; tüm bölgeyi kapsayan bir tek fonksiyon ile enterpolasyon, yerel olarak tanımlanmış parça parça fonksiyonlarla enterpolasyon ve noktasal enterpolasyon şeklinde ifade edilen üç farklı kestirim tekniği ile çözülür (Güler, 1978).

Ağırlıklı Ortalama Yöntemi ile Enterpolasyon

Bu yöntem noktasal bir enterpolasyon yöntemidir. Enterpolasyon noktasının yüksekliği, bu noktanın çevresinde bulunan dayanak noktalarından ağırlıklı ortalama ile hesaplanır. Kullanılan dayanak noktalarına verilecek ağırlık değeri, dayanak noktası ile enterpolasyon noktası arasındaki uzaklığın bir fonksiyonuna göre belirlenir. Ağırlık değerleri P_i ,

$$P_i = \frac{1}{d_i^k} \quad i = 1, 2, \dots, m \quad k = 1, 2, 3, 4 \quad (1)$$

eşitliği ile veya

$$P_i = \frac{1}{e^{(d_i^2/k^2)}} \quad i = 1, 2, \dots, m \quad k = 3, 4, 5 \quad (2)$$

biçimindeki Gauss fonksiyonu ile hesaplanabilir. d_i enterpolasyon noktası ile dayanak noktaları arasındaki yatay mesafe olmak üzere;

$$d_i = \sqrt{(x_i - x_E)^2 + (y_i - y_E)^2} \quad (3)$$

ile ifade edilir. Burada (x_i, y_i) herhangi bir dayanak noktasının koordinatlarını, (x_E, y_E) ise enterpolasyon noktasının koordinatlarını göstermektedir.

Bir enterpolasyon noktasının etrafında m tane dayanak noktası olduğu düşünülürse, bölge içerisinde ağırlıklı ortalama yöntemine göre bir noktanın jeoid yüksekliği,

$$N_E = \frac{\sum_{i=1}^m N_i P_i}{\sum_{i=1}^m P_i} \quad (4)$$

eşitliği ile hesaplanabilir. Bu eşitlikte

N_E : Enterpolasyon noktasının jeoid yüksekliği

N_i : Dayanak noktalarının jeoid yüksekliği

P_i : Dayanak noktalarına atanacak ağırlık değeri

m : Enterpolasyonda kullanılacak dayanak noktası sayısıdır (Güler, 1978).

Büyük alanlarda yapılan enterpolasyonlarda, enterpolasyon noktasından uzakta bulunan dayanak noktalarını enterpolasyon işlemine dahil etmek, sonuçları olumsuz etkiler. Bu olumsuz etki, tüm dayanak noktalarını kullanmak yerine yalnızca enterpolasyon noktası yakınında bulunan dayanak noktalarını kullanmakla giderilebilir. Kullanılacak dayanak noktalarının seçimi için, genellikle enterpolasyon noktası çevresinde çizilen kritik daire veya dikdörtgenden yararlanılır. Çözüm için önerilen bir diğer düşünce ise sadece enterpolasyon noktasının doğal komşularını kullanmaktır. Düzlemde yer alan bir nokta kümesi Delaunay kriterine göre (oluşan üçgenlerin çevrel çemberleri içerisinde başka

dayanak noktası olmasın) üçgenlenirse buna Delaunay üçgenlemesi adı verilir. Delaunay üçgenlemesi doğal komşuların birleştirilmesiyle oluşur. Bir enterpolasyon noktası dayanak noktaları ile birlikte Delaunay kriterine göre üçgenlenirse, enterpolasyon noktası ile birleşerek üçgen kenarı oluşturan bütün dayanak noktaları enterpolasyon noktasının doğal komşusu olurlar. Dolayısıyla ağırlıklı ortalama ile enterpolasyon işlemi sadece bu dayanak noktaları kullanılarak yapılabilir. Doğal komşuların kullanılması kritik daire veya dikdörtgen boyutunun belirlenmesi gereğini de ortadan kaldırmaktadır (Yanalak, 2002a).

Polinomlarla Enterpolasyon

Bu yöntemin amacı, arazi yüzeyini tek bir fonksiyonla ifade edebilmektir. Bu teknik, yüzey modelleme çalışmalarında, ayrıca multikvadratik, kollokasyon ve kriging gibi enterpolasyon yöntemlerinin uygulanmasında trend yüzeyi olarak çok yaygın kullanılmaktadır. Yüzey genellikle n . dereceden ortogonal ya da ortogonal olmayan iki değişkenli polinomlar kullanılarak ifade edilebilir.

- Ortogonal polinomlarla jeoid yüzeyi belirlemede kullanılan matematiksel ifade,

$$N(x, y) = \sum_{k=0}^n \sum_{j=k-i}^n a_{ij} x^i y^j \quad (5)$$

- Ortogonal olmayan polinomlarla enterpolasyonda kullanılan matematiksel ifade,

$$N(x, y) = \sum_{i=0}^n \sum_{j=0}^n a_{ij} x^i y^j \quad (6)$$

şeklindedir. Burada

a_{ij} : Polinomun bilinmeyen katsayılarını,

n : Yüzeyin derecesini

x, y : Noktaların düzlem koordinatlarını göstermektedir (Yanalak, 2002b).

Ortogonal polinomlarda; $n = 0$ seçildiğinde yüzey düzlem, $n = 1$ seçildiğinde yüzey lineer, $n = 2$ seçildiğinde oluşturulan yüzey kvadratik, $n = 3$ seçildiğinde oluşturulan yüzey kübik, $n =$

4 seçildiğinde oluşturulan yüzey kuartik, $n = 5$ seçildiğinde oluşturulan yüzey kuintik olarak adlandırılır.

Birinci derece ortogonal bir polinomun eşitliği,

$$N(x, y) = a_{00} + a_{01}y + a_{10}x \quad (7)$$

şeklindedir. Bu ifadenin çözülebilmesi için 3 katsayının bilinmesi gerekmektedir. Bu durumda koordinatları bilinen 3 dayanak noktası gerekir. Üçten fazla dayanak noktası olması haline, m dayanak nokta sayısını göstermek üzere, 1. derece bir polinomun düzeltme denklemleri ,

$$V_i = N(x_i, y_i) - N_i \quad i = 1, 2, 3, \dots, m \quad (8)$$

$$V_i = a_{00} + a_{01}y + a_{10}x - N_i \quad (9)$$

şeklindedir. $\sum_{i=1}^m V_i^2 = \text{minimum}$ koşulundan

yararlanarak polinomun bilinmeyen katsayıları, en küçük kareler yöntemine göre dengelemeli olarak belirlenir. Burada,

$$\underline{X} = \begin{bmatrix} a_{00} \\ a_{01} \\ a_{10} \end{bmatrix} \quad \underline{A} = \begin{bmatrix} 1 & y_1 & x_1 \\ 1 & y_2 & x_2 \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ 1 & y_m & y_m \end{bmatrix} \quad \underline{L} = \begin{bmatrix} N_1 \\ N_2 \\ \vdots \\ N_m \end{bmatrix}$$

\underline{X} : Polinomun bilinmeyen katsayıları vektörü,

\underline{A} : Bilinmeyenlere ait katsayılar matrisi,

\underline{L} : Dayanak noktalarına ait jeoid yüksekliklerini içeren ölçü vektörüdür.

Bilinmeyenler vektörü

$$\underline{N} = \underline{A}^T \underline{A} \quad (10)$$

$$\underline{n} = \underline{A}^T \underline{L} \quad (11)$$

$$\underline{X} = (\underline{N})^{-1} \underline{n} = (\underline{A}^T \underline{A})^{-1} \underline{A}^T \underline{L} \quad (12)$$

eşitlikleriyle bulunur. Bulunan bu katsayılar ve jeoid yüksekliği hesaplanacak noktanın x, y değerleri (7) eşitliğinde yerine konarak

enterpolasyon noktasına ait N jeoid yükseklikleri hesaplanır.

Ortogonal olmayan polinomlarda; $n = 0$ seçildiğinde yüzey düzlem, $n = 1$ seçildiğinde yüzey bi-lineer, $n = 2$ seçildiğinde oluşturulan yüzey bi-kuadratik, $n = 3$ seçildiğinde oluşturulan yüzey bi-kübik olarak adlandırılır. Birinci derece ortogonal olmayan bir polinomun matematiksel ifadesi

$$N(x, y) = a_{00} + a_{01}y + a_{10}x + a_{11}xy \quad (13)$$

şeklindedir. Bu ifadenin çözümü, ortogonal polinomların çözümüyle aynıdır. Ancak bu polinomda bilinmeyen sayısı 4 olduğundan çözüm için koordinatları bilinen en az 4 dayanak noktası gereklidir (Öztürk ve Şerbetçi, 1992; Yiğit, 2003).

Parametreler İçin Anlamlılık Testi (t-student dağılımı)

Kestirilen bir parametre x_i ve standart sapması m_{x_i} olmak üzere parametrenin ümit değerinin sıfır kabul edilip edilmeyeceğine karar vermek için sıfır ve seçenek hipotezleri,

$$\begin{aligned} H_0: E(x_i) &= 0 \\ H_s: E(x_i) &\neq 0 \end{aligned} \quad (14)$$

şeklinde oluşturulur. Test büyüklüğü,

$$T = \frac{|x_i|}{m_{x_i}} \quad (15)$$

eşitliği ile hesaplanır ve t (student) dağılımındadır. f , serbestlik derecesi ve α , yanılma olasılığı olmak üzere, test büyüklüğü $t_{f, 1-\frac{\alpha}{2}}$ sınır değeri ile karşılaştırılır.

$T < t_{f, 1-\frac{\alpha}{2}}$ ise sıfır hipotezi kabul edilir ve ilgili parametre polinomdan çıkarılır. Seçenek hipotezinin geçerli olması durumunda ise kestirim değerinin anlamlı olduğuna karar verilir (Teke, Yalçınkaya, 2005).

Çalışma Alanı

Bu çalışma Trabzon ili idari sınırları ile Gümüşhane (Merkez Torul, Kürtün) ili idari sınırları içerisinde gerçekleştirilmiştir. Bu

illerde tesis edilmiş olan noktalar farklı baz uzunluklarına sahip olması sebebi ile kendi içerisinde sınıflandırılarak ayrı ayrı değerlendirilmiştir.

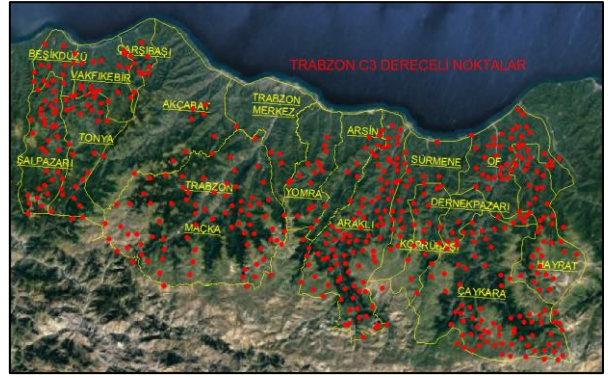
Trabzon ve Gümüşhane illeri idari sınırları içerisindeki AGA yani C1 dereceli noktalar, SGA yani C2 dereceli noktalar, ASN yani C3 dereceli noktalar kendi içerisinde sınıflandırılarak, değerlendirmeye tabi tutulmuştur. Aşağıdaki şekillerde Trabzon ve Gümüşhane (Merkez Torul, Kürtün) illeri içerisindeki C1,C2 ve C3 dereceli noktaların dağılımları Şekil 2, 3, 4, 5, 6 ve Şekil 7'de gösterilmiştir.



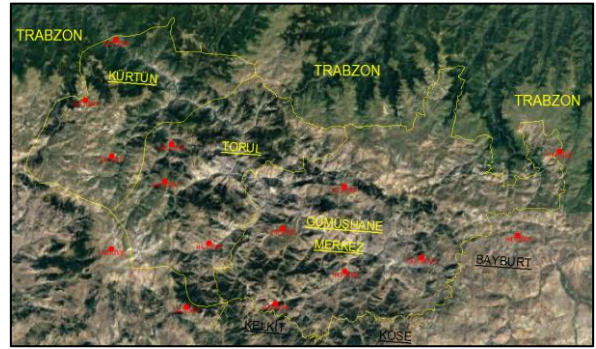
Şekil 2. Trabzon ili C1 dereceli nokta dağılımı



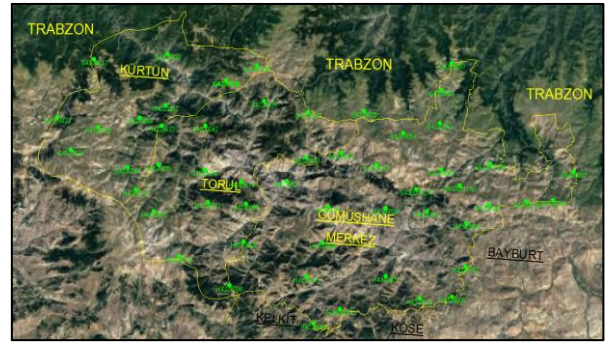
Şekil 3. Trabzon ili C2 dereceli nokta dağılımı



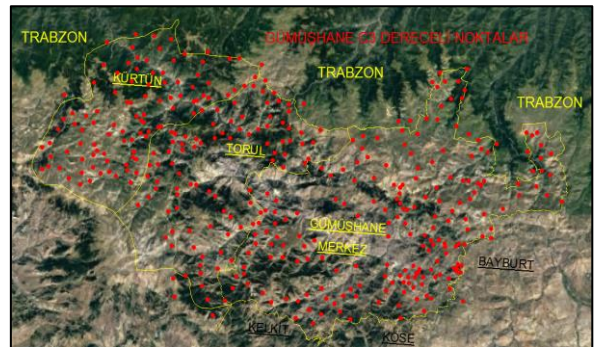
Şekil 4. Trabzon ili C3 dereceli nokta dağılımı



Şekil 5. Gümüşhane ili C1 dereceli nokta dağılımı



Şekil 6. Gümüşhane ili C2 dereceli nokta dağılımı

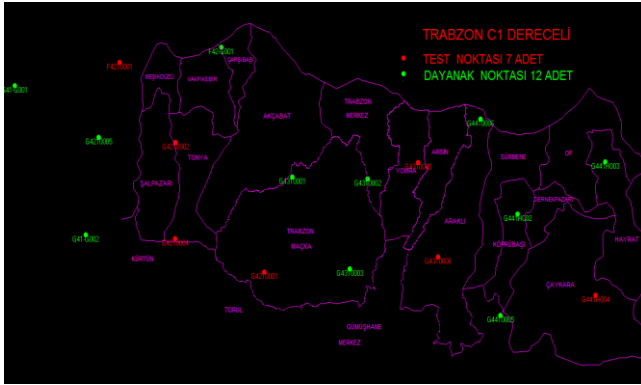


Şekil 7. Gümüşhane ili C3 dereceli nokta dağılımı

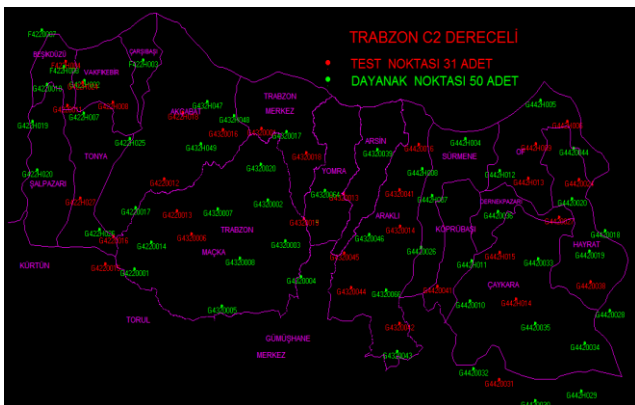
Çalışma Alanları İçerisinde Dayanak ve Test Noktaları Seçimi

Çalışma alanlarının seçiminden sonra Trabzon ve Gümüşhane illeri içerisindeki C1, C2 ve C3 dereceli noktalardan bazıları test, bazıları dayanak noktalar olarak seçilmiş ve bu noktaların x,y düzleminde homojen dağılımlı olmasına dikkat edilmiştir.

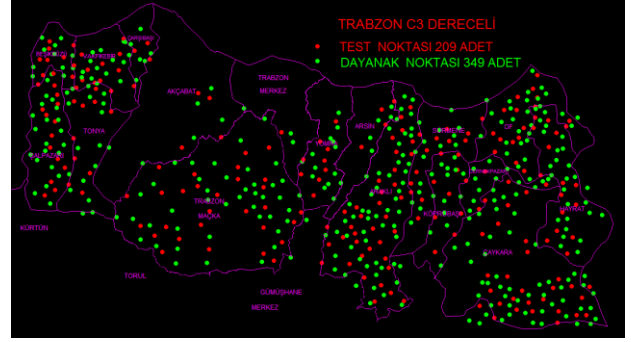
Aşağıdaki şekillerde Trabzon ve Gümüşhane illeri içerisinde jeodezik noktalar ağ derecelerine göre sınıflandırılarak bu sınıflandırmalar içerisinde seçilen dayanak ve test noktalarının konumları ve adetleri Şekil 8, 9, 10, 11, 12 ve Şekil 13’de gösterilmiştir.



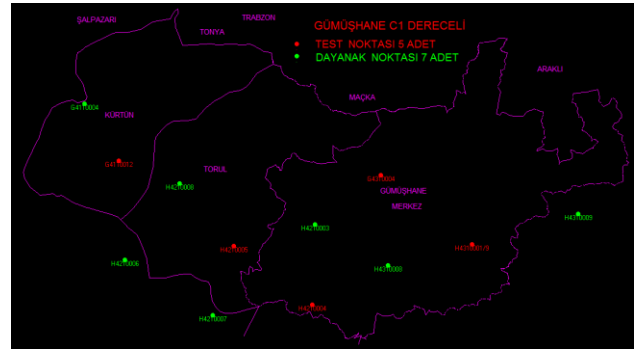
Şekil 8. Trabzon ili C1 dereceli dayanak-test nokta dağılımları



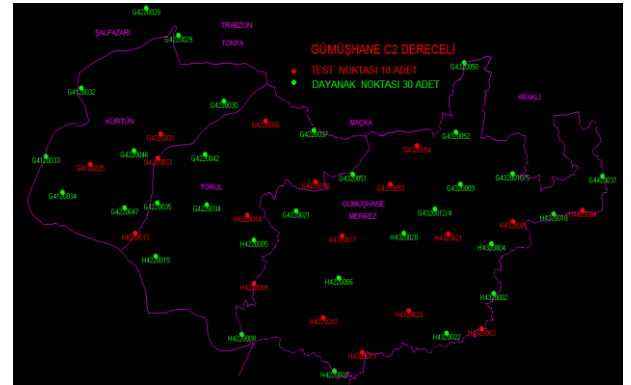
Şekil 9. Trabzon ili C2 dereceli dayanak-test nokta dağılımları



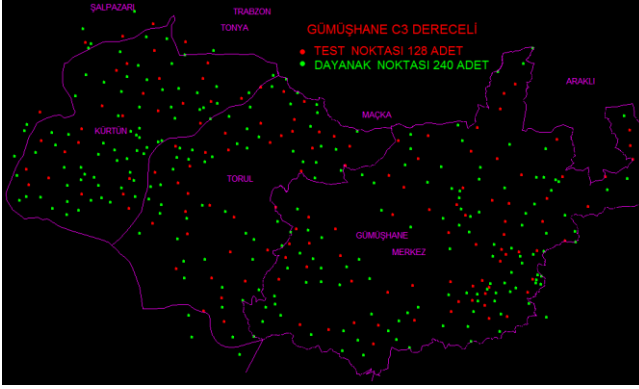
Şekil 10. Trabzon ili C3 dereceli dayanak-test nokta dağılımları



Şekil 11. Gümüşhane ili C1 dereceli dayanak-test nokta dağılımları



Şekil 12. Gümüşhane ili C2 dereceli dayanak-test nokta dağılımları



Şekil 13. Gümüşhane ili C3 dereceli dayanak-test nokta dağılımları

Çalışma alanında seçilen test noktalarında jeoid yüksekliklerinin kestirimi için 7 ayrı enterpolasyon yöntem kullanılmıştır. Bunlar: Ağırlıklı Ortalama ile Enterpolasyon, Ortogonal polinom yüzeylerinden olan Kuadratik Enterpolasyon, Kübik Enterpolasyon, Lineer Enterpolasyon yöntemleri ve ortogonol olmayan polinomlardan Bi-kuadratik Enterpolasyon, Bi-kübik Enterpolasyon, Bi-Lineer Enterpolasyon yöntemleridir. Bu yöntemlere ilişkin programlar MATLAB paket yazılımında hazırlanmıştır.

Trabzon ve Gümüşhane İllerinde C1, C2 ve C3 Derece Jeodezik Ağ Noktalarında Uygulanan Enterpolasyon Yöntemlerinden Elde Edilen İstatistiksel Bulgular

Bu kısımda, test noktalarında 7 farklı enterpolasyon yöntemi sonucu (Ağırlıklı ortalama, kuadratik, kübik, lineer, bikuadratik, bikübik, bi lineer) elde edilen N ondülasyon değeri ile test noktalarındaki gerçek ondülasyon değerleri arasındaki farklara ait ortalama karesel hata, max. ve min. ondülasyon farkları, mutlak hata ve PRMSE (ortalama karesel hata yüzdesi) değerleri, C1, C2 ve C3 dereceli tüm noktalar için ayrı ayrı hesaplanarak aşağıdaki tabloda verilmiştir. İstatistiksel bilgiler ;

Tablo 1. Trabzon ili için uygulanan enterpolasyon yöntemlerine ilişkin istatistiksel bulgular

TRABZON- İstatistiksel Bulgular						
	Enterpolasyon Yöntemi	Karesel Hata (m)	Max (m)	Min (m)	Mutlak Hata (m)	PRMSE
C1	1 Ağırlıklı Ortalama	1.276	2.075	-1.778	1.129	4.485
	2 Kuadratik	1.678	2.898	-2.008	1.469	5.900
	3 Kübik	13.425	-12.976	-14.173	13.420	47.203
	4 Lineer	1.553	2.628	-1.899	1.377	5.459
	5 Bi Kuadratik	35.957	38.877	33.898	35.915	126.424
	6 Bi Kübik	1.618	2.487	-1.987	1.461	5.689
	7 Bi Lineer	0.326	0.543	-0.577	0.250	1.145
C2	1 Ağırlıklı Ortalama	0.981	1.522	-2.239	0.830	3.512
	2 Kuadratik	1.589	2.756	-3.482	1.374	5.690
	3 Kübik	91.838	-89.993	-93.374	91.835	328.761
	4 Lineer	1.538	2.578	-3.419	1.328	5.506
	5 Bi Kuadratik	3.141	3.876	2.155	3.119	11.245
	6 Bi Kübik	1.656	2.908	-3.490	1.439	5.928
	7 Bi Lineer	0.333	0.607	-0.778	0.272	1.194
C3	1 Ağırlıklı Ortalama	0.989	2.005	-2.533	0.852	3.529
	2 Kuadratik	1.657	2.749	-3.856	1.443	5.911
	3 Kübik	22.953	-22.214	-24.083	22.952	81.859
	4 Lineer	1.589	2.686	-3.707	1.382	5.668
	5 Bi Kuadratik	8.282	9.154	6.728	8.269	29.537
	6 Bi Kübik	1.721	2.772	-3.807	1.496	6.137
	7 Bi Lineer	0.353	0.950	-0.791	0.301	1.261

Tablo 2. Gümüşhane ili için uygulanan enterpolasyon yöntemlerine ilişkin istatistiksel bulgular

GÜMÜŞHANE - İstatistiksel Bulgular						
	Enterpolasyon Yöntemi	Karesel Hata (m)	Max (m)	Min (m)	Mutlak Hata (m)	PRMSE
C1	1 Ağırlıklı Ortalama	0.138	0.169	-0.146	0.135	0.439
	2 Kuadratik	0.256	0.179	-0.490	0.200	0.816
	3 Kübik	40.759	-38.900	-42.685	40.737	129.931
	4 Lineer	0.262	0.382	-0.339	0.227	1.844
	5 Bi Kuadratik	1868.954	1967.133	1764.159	1867.597	5957.811
	6 Bi Kübik	0.314	0.236	-0.586	0.253	1.002
	7 Bi Lineer	0.107	0.220	-0.028	0.072	0.342
C2	1 Ağırlıklı Ortalama	0.334	0.522	-0.694	0.283	1.079
	2 Kuadratik	0.563	0.934	-1.088	0.472	1.816
	3 Kübik	41.344	-41.044	-41.823	41.343	133.438
	4 Lineer	0.509	0.834	-0.885	0.444	1.644
	5 Bi Kuadratik	5.015	5.808	4.344	4.99	16.185
	6 Bi Kübik	0.634	1.054	-1.304	0.522	2.045
	7 Bi Lineer	0.277	0.471	-0.412	0.238	0.894
C3	1 Ağırlıklı Ortalama	0.353	0.693	-0.803	0.276	1.142
	2 Kuadratik	0.628	1.193	-1.403	0.512	2.031
	3 Kübik	12.717	-12.439	-13.25	0.512	12.716
	4 Lineer	0.561	1.093	-1.327	0.457	1.816
	5 Bi Kuadratik	18.028	21.085	14.765	17.945	58.327
	6 Bi Kübik	0.716	1.352	-1.601	0.576	2.317
	7 Bi Lineer	0.263	0.523	-0.577	0.221	0.851

Sonuçlar

Bu çalışmada Trabzon ve Gümüşhane illeri sınırları içinde tesis edilmiş olan C1, C2, C3 dereceli ağ noktaları kullanılarak farklı enterpolasyon yöntemlerinin farklı baz ve topoğrafyadaki performansları araştırılmıştır. Bu kapsamda yapılan çalışmalar ve elde edilen bulgulardan şu sonuçlar çıkarılmıştır:

- Trabzon ilinde C1, C2, C3 dereceli noktalar için hesaplanan ortalama karesel hata değeri en küçük olan enterpolasyon yöntemi Bi-lineer, ortalama karesel hata değeri en büyük olan enterpolasyon yöntemi ise C1, C2 ve C3 dereceli noktalarda ortogonal polinomlar için kübik, ortogonal olmayan polinomlar için Bi-kuadratik olarak belirlenmiştir.
- Trabzon'da C1, C2 ve C3 dereceli noktalarında uygulanan Bi-lineer enterpolasyon yöntemine ait en küçük ortalama karesel hata değerleri sırasıyla 0.326 m, 0.333m ve 0.353 m olarak hesaplanmıştır.
- Trabzon'da C1, C2 ve C3 dereceli noktalarında uygulanan enterpolasyon yöntemlerine ait en büyük ortalama karesel hata değerleri sırasıyla ortogonal polinomlar için 13.425m, 91.838m ve 22.953m; ortogonal olmayan polinomlar için 35.957m, 3.141m ve 8.282m olarak hesaplanmıştır.
- Gümüşhane ilinde C1, C2, C3 dereceli noktalar için hesaplanan ortalama karesel hata değeri en küçük olan enterpolasyon yöntemi Bi-lineer, ortalama karesel hata değeri en büyük olan enterpolasyon yöntemi ise C1, C2 ve C3 dereceli noktalarda ortogonal polinomlar için kübik, ortogonal olmayan polinomlar için Bi-kuadratik olarak belirlenmiştir.
- Gümüşhane'de C1, C2 ve C3 dereceli noktalarında uygulanan Bi-lineer enterpolasyon yöntemine ait en küçük ortalama karesel hata değerleri sırasıyla 0.107 m, 0.277m ve 0.263 m olarak hesaplanmıştır.
- Gümüşhane'de C1, C2 ve C3 dereceli noktalarında uygulanan enterpolasyon

yöntemlerine ait en büyük ortalama karesel hata değerleri sırasıyla ortogonal polinomlar için 40.759m, 41.344m ve 12.717m; ortogonal olmayan polinomlar için 1868.954m, 5.015m ve 18.028m olarak hesaplanmıştır.

- Hem Trabzon hem Gümüşhane illerinde tüm C1, C2 ve C3 dereceli noktalarda enterpolasyon yöntemlerinde hesaplanan en küçük ortalama karesel hata değeri Bi-lineer olduğu, bu yöntemi Ağırlıklı ortalama enterpolasyon yönteminin takip ettiği görülmüştür.
- Bi-lineer yöntemin, iki farklı ildeki C1,C2, C3 dereceli baz uzunluklarının ve dayanak nokta sayısının farklı olması durumundan etkilenmediği görülmüştür.
- Genel olarak yüzey derecesinin artmasıyla ortalama karesel hata değerinin arttığı enterpolasyonun doğruluğunun azaldığı gözlemlenmiştir. Bu durumun çalışma alanının büyük, bir il büyüklüğünde olması ile ilgili olabileceği düşünülmüştür.
- Elde edilen bulgulardan büyük alanlarda kullanılan enterpolasyon yöntemlerinin derecelerinin arttırılmasıyla yüzeyde bozulmaların başladığı görülmüştür.
- Kullanılacak enterpolasyon yöntemi, arazinin büyüklüğüne, tipine, nokta yoğunluğuna göre değişebileceğinden farklı enterpolasyon yöntemleri çalışma bölgelerinde test edilmeli, bölgeye uygun optimum bir enterpolasyon yöntemi tercih edilmelidir.

Kaynaklar

- Akiz, E. Ve Yerci, M., 2009. Jeoit Kullanarak Elipsoit Yüksekliklerinden Ortometrik Yükseklik Belirleme Yöntemlerinin Doğruluk Araştırması. Harita Dergisi, 141, 13-25.
- Güler, A., 1978. Sayısal Arazi Modellerinde İnterpolasyon Yöntemleri. Harita Dergisi, 85, 53-70.
- Heiskanen, W. ve Moritz, H., 1984. Türkçe çeviri: Onur Gürkan, Fiziksel Jeodezi, Karadeniz Teknik Üniversitesi, Trabzon.

- Öztürk, E. ve Şerbetçi, M., 1992. Dengeleme Hesabı, Cilt III, K.T.Ü. Basımevi, Trabzon.
- Poutanen, M., 1994. Some Practical Aspects of High-Precision GPS, Coordinate Systems GPS and The Geoid. Suomen Geodeettisen Laitoksen Tiedonantoja Reports of The Finnish Geodetic Institute, 95, 4, 113-123.
- Yalçinkaya M., Teke K., 2005. Yerel Jeoid Yüzeyinin Belirlenmesinde Kullanılan Enterpolasyon Yöntemleri. TUJK 2005 Yılı Bilimsel Toplantısı, Jeoid ve Düşey Datum Çalışmayı, TRABZON, TÜRKİYE, , cilt.1, ss.304-313.
- Yanalak, M., 2002a. Yön ve Ters Uzaklık Ağırlıklı Ortalama ile Enterpolasyon. Harita Dergisi, 127, 48-55.
- Yanalak, M., 2002b. Sayısal Arazi Modellerinde Yükseklik Enterpolasyonu. Harita Dergisi, 128, 44-58.
- Yiğit, C., 2003. Elipsoidal Yüksekliklerin Ortometrik Yüksekliğe Dönüşümünde Kullanılan Enterpolasyon Yöntemlerinin Karşılaştırılması. Yüksek Lisans Tezi, S. Ü. Fen Bilimleri Enstitüsü, Konya.

Comparison of Weighted Average and Polynomial Interpolation Methods in Geoid Undulations Determination

Extended abstract

In this study, the proprietary values of Orthometric Height (H) and three-dimensional cartesian coordinate called ITRF96, Ellipsoid Height (h), coordinates (Y,X) of C1 (AGA), C2 (SGA), C3 (ASN) point established on the ground in Trabzon and Gumushane provinces have been provided by Geodesy Department in Trabzon IX. Regional Directorate of Land Registry and Cadastre. After C graded-points whose base lengths are different have been classified in themselves with in borders of Trabzon and Gumushane provinces according to their categories, test and reference points have been chosen from those ones. It has been observed to the distribution of the points in a homogeneous way while being decided. The values of geoid height have been obtained from the differences of existing orthometric and ellipsoid height in the points. In the test points whose base length are different, the values of geoid height (undulation) have been determined by the varied interpolation methods.

Package software named Matlab 2012 has been used for determinations. It has been tried to be confirmed which interpolation method gets more meaningful result in the study carried on by being taken the differences of the values of geoid height determined in the test points and existing geoid height values.

In this study, some methods such as weighted average, quadratic, cubic, linear, bi-quadratic, bi-cubic, bi-linear interpolation have been utilized. In the comparison of interpolation methods, some criterias such as the differences of point number and distribution, implementation of the application to different topographical structures, obtained statistical information have been watched out.

In this study, there are 19 C1, 81 C2, 558 C3 grade points for Trabzon province. There are 12 C1, 48 C2, 368 C3 grade points for Gümüşhane province. There are ITRF coordinates, orthometric heights (H) and ellipsoidal heights (h) of these points. Some of the points have been chosen as control and test points.

N geoid undulation values have been calculated in all points as $N=h-H$. In test points N geoid

undulation values have been estimated according to each interpolation methods as well. The differences between the N real geoid undulation value and the N estimated geoid undulation value in test points have been taken. Minimum and maximum values, the mean absolute errors, root mean square error values and the percentages of root mean square error of the differences have been calculated for each interpolation method.

The results showed that root mean square error values is the smallest in Bi-linear interpolation methods in C1, C2 and C3 points both Trabzon and Gümüşhane. Weighted average interpolation method follows this method. The Bi-linear method is not affected by the fact that the base lengths of C1, C2, C3 on two different sides and the number of control points are different.

Keywords: *Geoid Undulation, Interpolation methods, Orthometric Height, Polynomial Surfaces*