Ondokuz Mayıs Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi
Ondokuz Mayis University Journal of Education Faculty
http://omu.dergipark.gov.tr/omuefd

Araştırma/Research
DOI: [10.7822/omuefd.466863](https://doi.org/10.7822/omuefd.466863)

OMÜ Eğitim Fakültesi Dergisi /
OMU Journal of Education Faculty
2019, 38(1), 266-282

İlköğretim Matematik Öğretmen Adaylarının Matematiksel Düşünme Süreçlerinin İncelenmesi[1]

Neslihan UZUN[2], Beyda TOPAN[3], Adem DEMİR[4], Derya ÇELİK[5]

Makalenin Geliş Tarihi: 03.10.2018 **Yayına Kabul Tarihi:** 23.06.2019

Online Yayınlanma Tarihi: 28.06.2019

Özet: *Bu çalışmada ilköğretim matematik öğretmen adaylarının matematiksel düşünme süreçlerinin incelenmesi amaçlanmıştır. Nitel araştırma yaklaşımıyla gerçekleştirilen çalışma bir durum çalışmasıdır. Çalışma grubunu bir devlet üniversitesinin İlköğretim Matematik Öğretmenliği programı ikinci sınıfında öğrenim gören 7 öğretmen adayı oluşturmaktadır. Katılımcıların seçiminde farklı akademik başarı seviyesinde olma ve gönüllü olma ölçütlerine dikkat edilmiştir. Veri toplama aracı olarak öğretmen adaylarını matematiksel düşünme süreçlerinden geçmeye teşvik edecek şekilde düzenlenmiş açık uçlu bir problem kullanılmıştır. Problemin çözümü kâğıt üzerinde yapıldıktan sonra her bir öğretmen adayıyla birebir mülakat yapılmıştır. Bu mülakatlarda adaylardan cevaplarını gerekçelendirmeleri istenmiştir. Öğretmen adaylarının problemin çözümüne ilişkin verdiği cevaplar betimsel analiz ile incelenmiş ve Mason, Burton ve Stacey' in ifade ettiği matematiksel düşünme süreçlerine göre analiz edilmiştir. Bu süreçler örnek durumlar üzerinde çalışma, genelleme yapma, varsayımda bulunma ve doğrulama ve ikna etmedir. Çalışma sonucunda matematiksel düşünme süreçlerinde öğretmen adaylarının eksiklikleri olduğu ortaya çıkmıştır. Özel durumlar üzerinde çalışma sürecinde öğretmen adaylarının tamamı sadece problemde verilen özel durumlarla sınırlı kalmışlardır. Adayların çoğu inceledikleri örnek durumlardan hareketle problemin içerdiği örüntüyü ortaya koymaya yönelik genelleme yapmışlardır. Bu genellemelerden bir yargıya varmak amacıyla varsayımda bulunmuşlar, hatta bazı adaylar birden çok varsayım ortaya atmışlardır. Bununla birlikte adayların hiçbirisi matematiksel düşünme sürecinin son basamağı olan varsayımların doğrulamasını yapamamışlardır. Bu sonuçlar doğrultusunda ilgili alanda araştırma yapacak araştırmacılara bazı önerilerde bulunulmuştur.*

Anahtar Sözcükler*: Matematiksel düşünme, Matematiksel düşünme süreçleri, Öğretmen adayları, Matematik eğitimi*

---

[1] Bu çalışma 2. Türk Bilgisayar ve Matematik Eğitimi Sempozyumu'nda 2015 yılında bildiri olarak sunulmuştur.

[2] Recep Tayyip Erdoğan Üniversitesi, neslihanuzun@erdogan.edu.tr, ORCID: https://orcid.org/0000-0003-3413-4202

[3] Ondokuz Mayıs Üniversitesi, beyda.topan@omu.edu.tr, ORCID: https://orcid.org/0000-0001- 6680-2450

[4] Milli Eğitim Bakanlığı, adem_demir1967@hotmail.com, ORCID: https://orcid.org/0000-0002-5161-5019

[5] Trabzon Üniversitesi, deryacelik@ktu.edu.tr, ORCID: https://orcid.org/0000-0003- 2043-4431

Uzun, N., Topan, B., Demir, A., & Çelik, D. (2019). İlköğretim matematik öğretmen adaylarının matematiksel düşünme süreçlerinin incelenmesi. *Ondokuz Mayıs Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi, 38*(1), 266-282. DOI: https://doi.org/10.7822/omuefd.466863

GİRİŞ

Birey, yaşamın her alanında problemlerle karşılaşır, bunların nedenlerini araştırarak problemlere çözüm getirmeye çalışır ve bu aşamada çözüme yardımcı olabilecek farklı araçlardan yararlanır. Sıklıkla kullanılan araçlardan biri matematik ve matematiğin işlemleridir. Özellikle olaylara farklı yönlerden bakma, değişik bakış açıları geliştirme ve bunları ifade etme noktasında etkili yollar sunması ile matematiksel düşünme (NCTM, 2000), sadece matematikçilere özgü bir düşünme biçimi değil, her kesimden bireyin kullanabileceği bir düşünme biçimidir (Alkan ve Bukova-Güzel, 2005).

Günlük hayatta matematiği anlama ve kullanma ihtiyacının artmasıyla pek çok alanda matematiksel düşünme ve problem çözmeye daha fazla ihtiyaç duyulmaktadır (NCTM, 2000). Bu ihtiyaçları karşılamak için bireyler bilerek veya bilmeyerek matematiksel düşünmeyi kullanmaktadır (Arslan ve Yıldız, 2010). Bu denli yaygın kullanılan matematiksel düşünmeye matematik öğretiminde de vurgu yapılmaktadır. Öğrencilere matematiksel düşünme becerisi kazandırmak NCTM' in (1991: 21) matematik öğretimi standartları arasında yer almaktadır. Aynı zamanda, ülkemizdeki ortaokul matematik öğretim programında da matematiksel düşünmeye yer verilmiş ve öğrencilere kazandırılması hedeflenen beceriler arasına girmiştir (MEB, 2013, 2017). Bu becerinin kazandırılması için öğretmenlerden öğrencilerin matematiksel düşünmelerini motive eden bir öğretim tasarlaması, matematiksel düşünmesi ile ilgilenmesi ve bunu geliştirmesi beklenmektedir (Alkan ve Bukova-Güzel, 2005; Bukova-Güzel, 2008; Fernández, Llinares ve Valls, 2013; Fraivillig, Murphy ve Fuson, 1999; Moss, 2009). Bu beklentiyi karşılamak için öğretmenlerin matematiksel düşünme süreçleri hakkında bilgi sahibi olmaları gerektiği geniş ölçüde kabul görmektedir (Alkan ve Bukova-Güzel, 2005; Çelik, Güler, Bülbül ve Özmen, 2015; Dunlap, 2001; Fraivillig vd., 1999; Tataroğlu-Taşdan ve Çelik, 2016). Yapılan araştırmalarda, öğretmenlerin üniversite yıllarında matematiksel düşünme sürecini yaşayabilecekleri ortamlarda öğrenim görmeleri ve bu süreci öğrenme ortamına nasıl taşıyabileceği konusunda bilgi sahibi olmalarının önemli olduğu vurgulanmaktadır (Akkan ve Bukova-Güzel 2005; Bukova-Güzel,2008; Çelik, Güler, Bülbül ve Özmen, 2015; Stacey, 2006; Hughes, 2006;Wongsopawiro,2012). Öğretmen adaylarının öğrencilerin matematiksel düşünmelerini geliştirmek için öncelikle bunun önemine ve gerekliliğine inanması gerektiği, her kademedeki öğretmen adayının matematiksel düşünmeyi anlama, anlamlandırma ve gerekliliğini özümseme konusunda yardıma ihtiyacı olduğu belirtilmiştir (Alkan ve Tataroğlu-Taşdan, 2011). Bu eksikliğin kaynağını tespit etmek ve gidermek için matematiksel düşünme süreçlerini inceleyen çalışmaların gerekliliği ortaya çıkmıştır. Ancak alan yazında matematiksel düşünme süreçlerine odaklanan çok az sayıda çalışma olduğu görülmüştür. Alan yazındaki eksiklikler ve öğretim programında bu beceriye ilişkin yapılan vurgu göz önüne alınarak bu çalışmada öğretmen adaylarının matematiksel düşünme süreçlerine odaklanılmıştır.

Kuramsal Çerçeve

Literatürde matematiksel düşünmeye ilişkin farklı araştırmacıların farklı tanımlamalar yaptığı görülmektedir. Tanımların bir kısmı matematiksel düşünmeyi matematiksel kavramların gelişimi ile ilişkilendirerek ele alırken (Tall, 1995), diğer kısmı ise düşünmenin bir problem durumu ile başladığını temel alarak, problem çözümünde kullanılabilecek tahmin etme, genelleme ve doğrulama gibi karmaşık süreçler ile ilişkilendirmiştir (Burton, 1984; Mason, Burton ve Stacey, 2010; Polya, 1945; Schoenfeld, 1992). Matematiksel düşünmeyi süreç olarak ele alan tanımların, matematiksel düşünmeyi geliştirici öğrenme ortamlarının tasarlanmasında önemli bir role sahip olduğu düşünülmektedir. Temel olması ve ayrıntılı bir şekilde matematiksel düşünme sürecini açıklaması açısından bu çalışmada Burton'un (1984) matematiksel düşünme tanımlaması kullanılmıştır. Burton'a göre matematiksel düşünme, bireylerin çevrelerini anlamak ve kontrol altında tutmak amacıyla kullandığı bir araçtır. Bu durum matematiksel düşünmenin, doğası gereği matematiğin içerdiği problemlerin yanı sıra diğer tüm alanlarda ve günlük yaşamda kullanılabilecek bir düşünme biçimi olduğunu göstermektedir. (Burton, 1984; Yıldırım ve Yavuzsoy Köse, 2018). Matematiksel düşünmeyi diğer düşünme biçimlerinden ayırt eden ve matematiksel olmasını sağlayan özelikler işlemler, süreçler ve dinamiklerdir. Burton' un (1984) matematiksel düşünme çatısını dikkate alarak Mason, Burton ve Stacey (2010), matematiksel düşünmenin içerdiği temel süreçleri özel durumlar üzerinde çalışma, genelleme, varsayımda bulunma ve doğrulama ve ikna etme olarak ifade etmiş ve şu şekilde tanımlamışlardır:

Şekil 1. Matematiksel Düşünme Süreci

•Özel Durumlar Üzerinde Çalışma: Verilen problem durumunu incelemek ve daha iyi anlamak için belirli örnek durumlar üzerinde çalışmayı içermektedir. Bir genellemeye ulaşmayı sağlayacak kanıtları araştırma ve bir araya getirme işlemidir. Bu nedenle, örnek durumların nasıl seçildiği problemin çözümü için önemlidir. Bu süreçte rastgele, sistematik ve ustaca örnek seçimi yapılması gerektiğini vurgulanmaktadır. Problem durumunu daha iyi anlamak, verilen durumun doğru olup olmadığını test etmek için rastgele seçimler yol gösterici olurken bir ilişki veya örüntü aramak, genellemeye zemin oluşturmak ve varsayımlar elde etmek için ise sistematik seçimler yapılmalıdır. Elde edilen varsayımın doğruluğunu test etmek için ustaca örnekler seçilerek karşıt olabilecek veya varsayımı destekleyici örnekler üzerinde çalışılabilir.

•Genelleme: İncelenen örnek durumlardan hareketle problemin içerdiği örüntüyü ortaya koymak için bazı temel ilişkilere ait sezgileri açık bir şekilde ifade etmeye çalışmaktır. Özel durumlar üzerinde çalışma süreci bir genellemeye ulaşmayı sağlayacak kanıtları toplamak ve bir araya getirmek için kullanılır. Genelleme kişiyi "Doğru olması muhtemel görülen şey nedir (bir varsayım)?","Niçin doğrudur? (destekleme)", " Nerelerde doğrudur yani sorunun çok daha genel bir formu (başka bir soru) var mıdır?" şeklinde daha ileri seviyede sorulara götüren bir süreçtir. Bu süreçte birey gerektiğinde yeni örnek durumlar inceleyebilir. Dolayısıyla genelleştirme ile özelleştirme süreçlerinin iç içe gerçekleştiği söylenebilir.

•Varsayımda Bulunma: Örnek durumlardaki ilişkileri inceleyerek bir yargıya ulaşma sürecidir. Bu süreçte esas örüntüye temel teşkil eden algılar keşfedilir, ifade edilir. Varsayımlar, özelleştirme ve genelleme süreçlerinde kendiliğinden ortaya çıkmaktadırlar. Elde edilen ifadeler kendi içerisinde mantıklı görünmesine rağmen doğru olup olmadığı matematiksel açıdan incelenmelidir. Mason vd.

(2010), varsayımları ifade etme ve test etmenin, gerektiğinde değiştirmenin matematiksel düşünmenin bel kemiğini oluşturduğunu belirtmiş ve varsayımda bulunma sürecini döngüsel olarak açıklamıştır.

Şekil 2. Varsayımda Bulunma Süreci

Bir varsayım ortaya atıldığında, öncelikle ustaca örneklem seçimi yapılarak varsayımın doğru olup olmadığı incelenir. Ardından varsayım doğru ise süreç doğruluğunun gösterilmesi ile devam eder. Varsayım yanlış ise yeniden düzenlenir veya yeni bir varsayım ortaya atılarak döngü tekrarlanır.

•Doğrulama ve İkna Etme: Varsayımın doğruluğunun veya yanlışlığının gösterilmesidir. Düşünen kişi önce kendini ikna etmeli, sonra başkalarını ikna etmelidir. Bu süreç, genellemenin öznellikten nesnelliğe geçiş sürecidir. Matematiğin kullandığı en etkili ikna aracı bir dizi aksiyomdan çıkarım yaparak genelleme ile ilgili yargıya varmamızı sağlayan ispattır. İspat sürecinde bireyler varsayımlarının neden doğru veya neden yanlış olduğunu açıklamak için birçok yöntem kullanabilirler. Bu süreç, bireylerin yapılan genellemenin doğrulanması veya çürütülmesi ile sona erer.

Mason vd. (2010) matematiksel düşünmeyi yukarıda açıklanan süreçlerin ardışık işlediği sarmal bir yapı olarak ele almaktadır. Bir döngü tamamladığında, yeni sürecin başlangıcını ortaya koymaktadır. Ayrıca birey süreç içerisinde takıldığında başa dönerek çözümlerini inceleyebilir, gerekirse yeni örnek durumlar üzerinde çalışarak genelleme yapabilir ve yeni varsayım ortaya atarak problemi çözebilir. Buradan anlaşıldığı üzere, matematiksel düşünme sürecinde problem çözme temel etkinliktir (Arslan ve Yıldız, 2010). Ancak problemin matematiksel düşünmeyi geliştirmesi yukarıda bahsedilen bileşenleri içermesine bağlıdır. Öğrencilerin matematiksel düşünmelerinin geliştirilmesi için bu tür problemlerin geliştirilmesini ve öğrenme sürecinde etkin bir şekilde kullanılmasını sağlayabilecek öğretmenlerin gerekliliği ortaya çıkmaktadır.

Çalışmanın Amacı

Matematiksel düşünme süreci öğrencilerin bir problem durumu ile karşılaşmasıyla başlar (Yıldırım, 2013). Mason vd. (2010) eğitimsel bir bakış açısı ile matematiksel düşünmeyi özel durumlar üzerinde çalışma, genelleme, varsayımda bulunma ve doğrulama ve ikna etme şeklinde ardışık süreçlerin işlediği sarmal bir yapı olarak ele almaktadır. Öğretmen adaylarının bu sarmal yapının farkında olması ve matematiksel düşünme süreçlerine ilişkin deneyim sahibi olması, meslek hayatlarında bu süreçleri göz önüne alarak kaliteli bir eğitim ortamı oluşturmalarına katkı sağlayacaktır (Coşkun, 2012). Öğretmen adaylarının bu beceriye ne kadar sahip oldukları ve matematiksel düşünme sürecini nasıl gerçekleştirdiklerinin belirlenmesinin önemli olduğu düşünülmektedir. Bu çalışma ile ilköğretim matematik öğretmen adaylarının matematiksel düşünme süreçlerinin ayrıntılı bir şekilde incelenmesi amaçlanmıştır.

YÖNTEM

Araştırmanın Modeli

Öğretmen adaylarının matematiksel düşünme süreçlerinin incelenmesi amacıyla yapılan bu çalışmada bir olay veya durum üzerine yoğunlaşma ve ayrıntılarıyla inceleme imkânı sunan (Çepni, 2014) nitel araştırma yaklaşımlarından durum çalışması kullanılmıştır. Durum çalışması araştırmasında gerçek yaşamın içindeki bir durum veya çoklu durumlar detaylı olarak derinlemesine incelenir (Creswell, 2007). Bu doğrultuda mevcut çalışmada, öğretmen adaylarının matematiksel düşünme süreçlerini derinlemesine incelemek ve olayları bütüncül bir şekilde yorumlamak amacıyla durum çalışması kullanılmıştır.

Çalışma Grubu

Bu çalışma, bir devlet üniversitesinin ilköğretim Matematik Öğretmenliği programı ikinci sınıfında öğrenim gören 4 kız ve 3 erkek olmak üzere toplam 7 öğretmen adayı ile yürütülmüştür. Çalışma grubunun seçiminde amaçlı örnekleme yöntemlerinden ölçüt örnekleme yöntemi kullanılmıştır. Katılımcıların belirlenmesinde "temel matematik bilgisine sahip olma" , "çalışmaya katılma konusunda gönüllü olma" ve "farklı başarı seviyesinden olma" gibi ölçütler dikkate alınmıştır. Öğrencilerin başarı seviyeleri belirlenirken üniversite birinci sınıf GANO' ları dikkate alınmıştır. GANO' su 3,5-3 aralığında 2 kişi, 3-2,5 aralığında 3 kişi ve 2,5-2 aralığında 2 kişi seçilmiştir.

Veri Toplama Araçları

Çalışmanın verileri, öğretmen adaylarını matematiksel düşünme süreçlerinden geçmeye teşvik edecek şekilde düzenlenmiş, asal sayı kavramı ile ilişkilendirilmiş açık uçlu bir problem ile toplanmıştır. Bu problem Mason vd.nin "Thinking Mathematically (2010)" adlı kitabından seçilmiştir. Öğretmen adaylarının matematiksel düşünme sürecinin her bir aşamasını nasıl yaşadığını detaylandırmak amacıyla tek bir problem durumu üzerinde çalışılmıştır. Araştırmada kullanılan problem aşağıda verilmiştir.

> ***Özelliğini Bul***
>
> *{1,2,3,4} kümesini ele alalım. Bu kümedeki elemanlardan herhangi ikisinin çarpımı mod 5' e (5 ile bölümünden elde edilen kalan) göre yine bu kümenin bir elemanıdır. Kümedeki her bir elemanı 6 ile çarptığımızda mod 15 (15 ile bölümünden elde edilen kalan) e göre elde edilen kalan kümesi için bir şey söylenebilir mi? Benzer şekilde 8 ile çarptığımızda mod 20'ye göre elde edilen kalan kümesi için ne söylenebilir?*
>
> *{1,3,5,7} kümesini ele alalım. Bu kümedeki elemanlardan herhangi ikisinin çarpımı mod 8' e göre yine bu kümenin bir elemanıdır. Kümedeki her bir elemanı 3 ile çarptığımızda mod 24'e göre veya 5 ile çarptığımızda mod 40'a göre elde edilen kalan kümesini inceleyelim. Her bir durum dikkate alınarak bir genellemeye gitmek mümkün müdür? Niçin? Bu genelleme 2 ile çarpıp mod 8'e göre kalan sınıfları yazarken niçin geçersiz olur?*

Veri Toplama Süreci

Bu çalışmada veriler iki aşamada toplanmıştır. İlk aşamada öğretmen adaylarına problem yazılı olarak verilmiştir. Adaylar problem üzerinde bireysel olarak çalışmışlardır. Bu çalışma ortalama bir saat sürmüştür. İkinci aşamada ise kâğıt üzerinde çalışmasını tamamlayan her bir aday ile yaptıkları problem çözümüne ilişkin matematiksel düşünme süreçlerini belirlemek amacıyla klinik mülakat yapılmıştır. Klinik mülakatlarda öğretmen adaylarının probleme ilişkin çözümlerini açıklarken sesli düşünmeleri ve düşüncelerini detaylı bir şekilde açıklamaları istenmiştir. Ayrıca öğretmen adaylarının düşünme süreçlerini ortaya koymak için verilen problemi çözerken geçtikleri aşamalara nasıl ulaştıkları, niçin böyle bir yol izledikleri, yaptıkları işlemlerin doğru olduğundan nasıl emin oldukları gibi sorular yöneltilmiştir. Bu kapsamda her bir mülakat yaklaşık 30 dakika sürmüştür. Klinik mülakatlardan elde edilen veriler yazılı hale getirilerek öğretmen adaylarının kâğıt üzerindeki cevaplarını anlamlandırmak amacıyla kullanılmıştır.

Verilerin Analizi

Verilerin analizinde betimsel analiz tekniği kullanılmıştır. Elde edilen veriler, öğretmen adaylarının problemin çözümüne ilişkin kâğıt üzerindeki çözümleri incelenerek Mason vd.nin (2010) matematiksel düşünme süreçleri (özel durumlar üzerinde çalışma, genelleme yapma, varsayımda bulunma ve doğrulama) dikkate alınarak analiz edilmiştir. Bu kategorizasyon süreci iki aşamada tamamlanmıştır. İlk aşamada, adayların cevapları detaylı olarak incelenmiş ve özel durumlar üzerinde çalışma, genelleme yapma, varsayımda bulunma ve doğrulama ve ikna etme süreçlerine göre sınıflandırılmıştır. Bu işlem üç araştırmacı tarafından bağımsız olarak yapılmıştır. İkinci aşamada ise araştırmacılar bir araya gelerek bu sınıflandırmaları karşılaştırmış ve farklılıkların olduğu durumlar üzerinde tartışarak fikir birliğine varmışlardır. Diğer taraftan klinik mülakattan elde edilen veriler ilk olarak yazılı hale getirilmiştir. Daha sonra bu veriler her bir adayın problem çözümünde deneyimlediği matematiksel düşünme süreçlerini detaylandırmak ve kâğıt üzerindeki cevabını anlamlandırmak amacıyla kullanılmıştır.

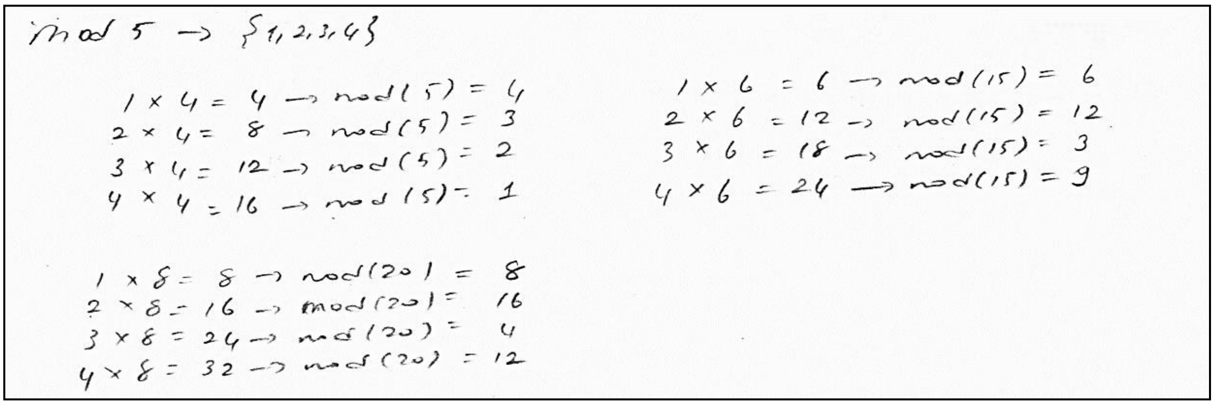
BULGULAR

Bu bölümde elde edilen bulgular matematiksel düşünme süreçleri olan özel durumlar üzerinde çalışma, varsayımda bulunma, genelleme ve doğrulama ve ikna etme başlıkları altında sunulmuştur.

Özel Durumlar Üzerinde Çalışma Sürecine İlişkin Bulgular

Bu aşamada öğretmen adaylarının problemde verilen bilgileri farklı örnek durumlar üzerinde incelemeleri ve genelleme yapmaya alt yapı oluşturacak bilgilere ulaşmaları beklenmektedir. Öğretmen adaylarına verilen "Özelliği Bul" problemi çözüme yardımcı olabilecek belirli örnek durumlar içermektedir.

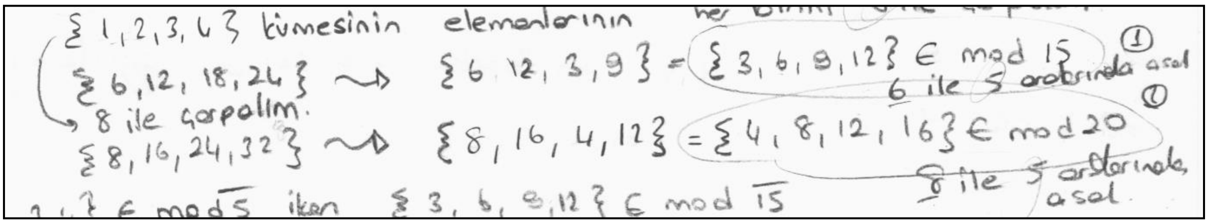
Öğretmen adaylarının hepsi problem durumunu anlamak amacıyla ilk olarak problemin içeriğinde verilen örnekleri ele alıp incelemiştir. Bu öğretmen adaylarından biri olan Ö2'nin çözümü Şekil 3' te yer almaktadır.



Şekil 3. Ö2'nin Örnek Durumları

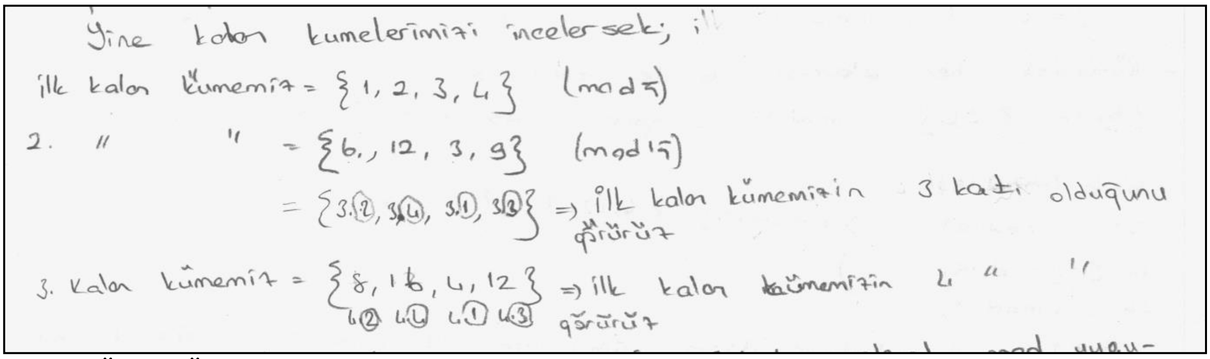
Ö2 kendisi ile yapılan mülakatta, problemde verilen örneklerin problemde ne istendiğini anlamasına yardımcı olduğunu ifade etmiştir.

Beş öğretmen adayı problem içeriğindeki örnekler yardımı ile problem durumunu anlamanın ötesinde, problemin çözümüne yardımcı olabilecek bazı ilişkileri de (aralarında asal olma, tam katı olma gibi) fark etmişlerdir. Bu adaylardan biri olan Ö1′ in cevabı Şekil 4′ te yer almaktadır.



Şekil 4. Ö1′ in Aralarında Asal Olma Durumu

Şekil 4 incelendiğinde; Ö1′ in {1,2,3,4} kümesinin elemanları ile çarpılan 6 ile 5′ in ve 8 ile 5′ in aralarında asal olduğu şeklinde bir ilişki ifade ettiği anlaşılmaktadır. Ö6 ise (Bkz. Şekil 5) problemde verilen kümenin elemanları ile mod 15 ve mod 20′ ye göre elde edilen kalan kümelerinin elemanları arasında birbirinin tam katı olma şeklinde bir ilişki olduğunu fark etmiştir.



Şekil 5. Ö6′nın Örnek Durumları

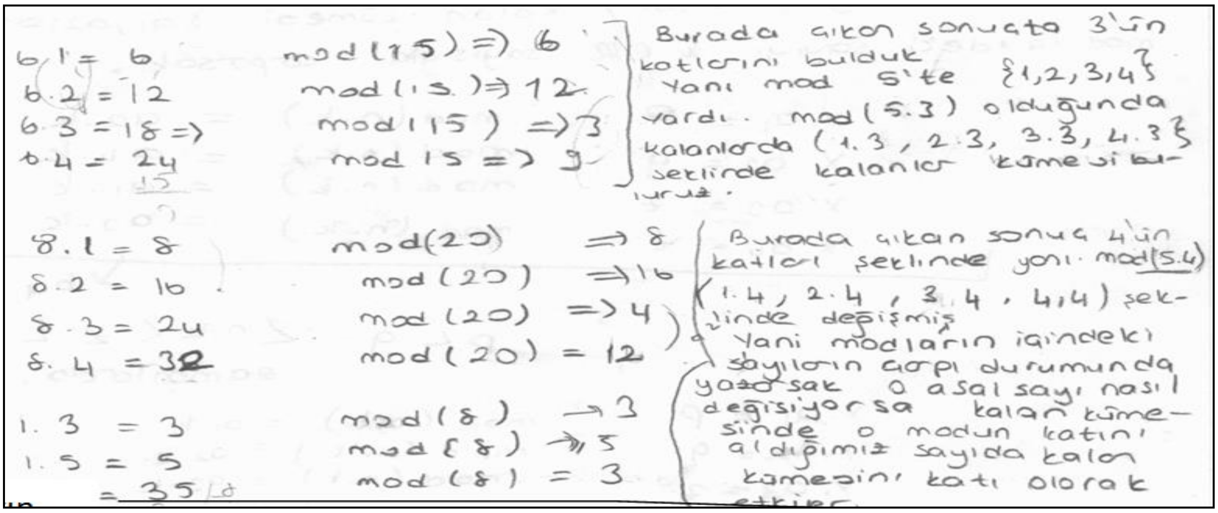
Kendisi ile yapılan mülakatta Ö6 *"Sonra şeyi fark ettim, benim burada mod 5′ ti mod 15. 3 katını aldığım zaman aynı şekilde kalan kümedeki şeylerin de hepsini 3 ile çarptığımı gördüm. Kalan kümesindeki elemanları 3 ile çarptım"* şeklinde düşüncelerini ifade etmiştir.

Öğretmen adaylarının çözümleri üzerinde yapılan analizler, özel durumlar üzerinde çalışma olarak nitelendirilebilecek tüm cevapların problemde verilen örnek durumlarla sınırlı olduğunu göstermektedir. Problemde verilen örnek durumlar üzerindeki incelemeler öğretmen adaylarının problemi anlama ve içerikle ilgili bazı ilişkileri fark etmelerine yardımcı olmuştur. Bunun dışında öğretmen adayları, sezinledikleri ilişkilerin doğruluğunu test etmek veya bu ilişki ile ters düşebilecek başka örnek durumlar ele alıp incelemeyi denememişlerdir.

Genelleme Sürecine İlişkin Bulgular

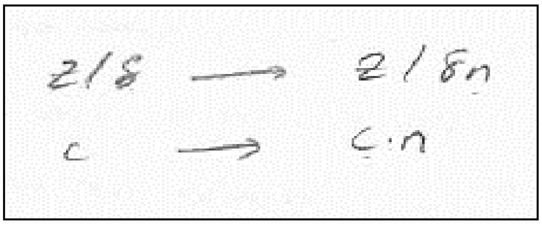
Bu aşamada öğretmen adaylarının bir önceki aşamada ele aldıkları örnek durumlardan hareketle bazı temel ilişkilere ait sezgileri açık olarak ifade etmeleri ve gerektiği takdirde sistematik örnek seçerek ulaştığı örüntünün farklı durumlar için geçerli olup olmadığını belirlemeleri beklenmektedir.

Öğretmen adaylarının hepsi ele aldıkları örnekler doğrultusunda en az bir genellemede bulunmuşlardır. Bir öğretmen adayı aralarında asal olma durumuna odaklanırken, altı öğretmen adayı ise çarpımsal bir ilişkiye odaklanmıştır. Bu öğretmen adaylarını 'mod ile kalan kümesi aynı sayı ile çarpıldığında kalan kümesinin değişmediği' ve 'mod bir sayı ile çarpıldığında kalan kümesinin de aynı sayı ile çarpılması' şeklinde çarpımsal bir ilişkiyi ifade eden genellemede bulundukları görülmüştür. Bu adaylardan biri olan Ö5′ in probleme ilişkin genellemesi Şekil 6′ da verilmiştir.



Şekil 6. Ö5'in Genellemesi

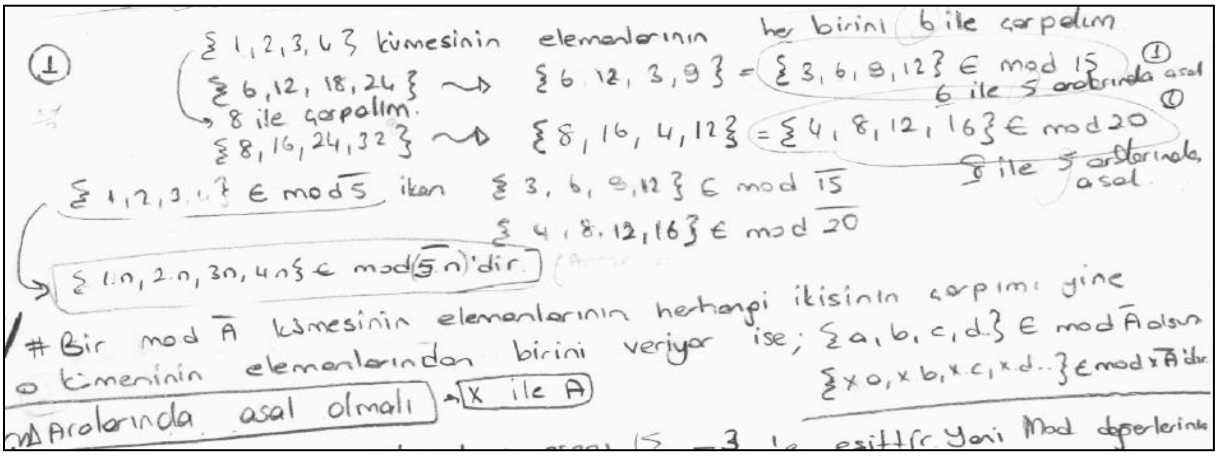
Şekil 6 incelendiğinde, Ö5′ in 5 modülünün kalan sınıfının 6 ve 8 sayıları ile çapıldığı durumları inceleyerek, keşfettiği çarpımsal ilişkiyi modül bir sayı ile çarpıldığında kalan kümesinin de aynı sayı ile çarpılması şeklinde sözel olarak genellediği görülmüştür. Aynı genellemeye ulaşan diğer öğretmen adayı Ö2 (Bkz. Şekil 7) ise bu ifadeyi matematiksel olarak ifade etmiştir.



Şekil 7. Ö2'nin Genellemesi

Ö2 kendisi ile yapılan mülakatta *"…mod 8′de mesela {1,3,5,7} kalan sınıfına baktım, 3 ile çarptığımız zaman mod 8′ de 24 oluyor. Yani 3 ile çarparsak modu 24 oluyor yani 3 katına çıkıyor 5 ile çarparsak da yine 5 yani, doğru orantılı 5 5 artıyor. Bundan da mesela z/8 deyse zn/8n oluyor. Mod 8′ de kalan kümesinde c ise c.n oluyor 8n′de*" şeklinde düşüncelerini ifade etmiştir.

Bir öğretmen adayı ise ilk olarak mod ile çarpılan sayının aralarında asal olduğu ve bu ilişkiye bağlı olarak mod ve kalan kümesinin elemanları ile çarpılan sayı arasında keşfettiği çarpımsal bir ilişkiyi genellemiştir. Bu öğretmen adayının probleme ilişkin genellemesi Şekil 8′ de verilmiştir.



Şekil 8. Ö1'in Genellemesi

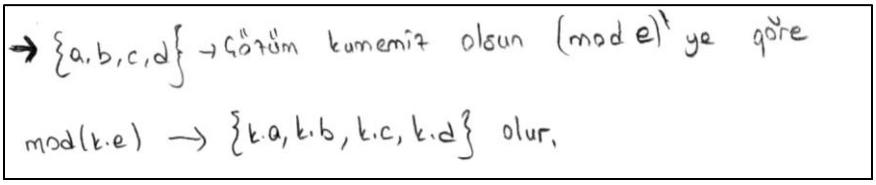
Kendisi ile yapılan mülakatta Ö1 "*...ondan sonra aralarında asal olduğunu fark ettim. Düşüne düşüne, baka baka hani 5 ile 6 mesela aralarında asal. ... Hepsine mesela 2' ye de bakınca 8 ile 3, 8 ile 5, 6 ile 5, 3 ile 5. Bu ikililerin aralarında asal olduğunu keşfettim. Sonra oranlarına baktım mesela modların oranı ile içindeki elemanların oranı aynı oluyor mesela 15/20 ya da 6/8 gibi... Üçüncüde de sayıların küme içindeki sayıların mesela ikincisi birincinin üç katı, üçüncüsü ikincisinin, dördüncüsü onu fark ettim. Onu yazdım aralarında belli bir kat var, belli bir oran var. Ondan sonra ikinci soruyu denemeye, tamamen ona yoğunlaşmaya başladım. Onda da denilenleri yaptım. 3 ile çarptım işte mod 24' e göre değerlerini buldum. 5 ile çarpıp mod 40' a göre onda yine 8 ile 3 aralarında asal, 8 ile 5 onu gördüm. Sonra iki ile neden olmadığı sorulunca 2 ile çarptım ve bu üç özelliğe göre denedim.*" şeklinde çarpımsal ilişki ile aralarında asal olmanın kalan sınıfının son durumunu etkilediğini ifade etmiştir.

Yapılan çözümler incelendiğinde, öğretmen adaylarının tümü ele aldıkları örnek durumlar üzerinde keşfettikleri ilişkileri yazılı ve sözlü olarak ifade etmişlerdir. Ancak ulaştıkları örüntünün farklı durumlarda geçerli olup olmadığını kontrol etmek için başka örnek durumlar seçerek deneme yapmadıkları görülmüştür. Yapılan mülakatlarda bu durumun farkında olduğunu belirten Ö1, "*Aslında daha fazla örnekle her zaman bir yanlış çıkabilir ama genel olarak hepsini kapsayacak ifade bulabilirsek, o zaman kanıtlayabiliriz.*" şeklinde açıklama yapmıştır. Adayların genel olarak verilen örnekleri deneyerek genellemeye ulaştıkları söylenebilir.

Varsayımda Bulunma Sürecine İlişkin Bulgular

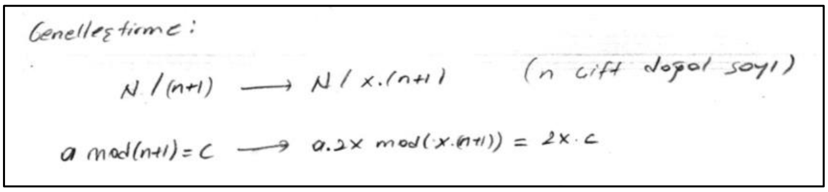
Bu aşamada öğrencilerden ilk olarak örnek durumlarda keşfedilen ilişkileri inceleyerek varsayımlar ortaya atmaları, ardından ortaya koydukları varsayımların doğru olup olmadığını test etmeleri, gerektiğinde ise değiştirmeleri beklenmektedir.

Bir öğretmen adayı tek bir örnek durum üzerinden varsayımda bulunurken altı öğretmen adayı inceledikleri tüm örnek durumları kapsayacak şekilde bir varsayımda bulunmuştur. Bu öğretmen adaylarından biri olan Ö6'nın varsayımı Şekil 9' da yer almaktadır.

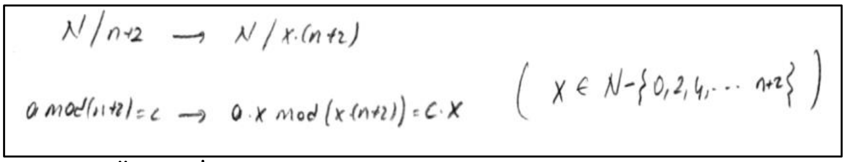


Şekil 9. Ö6'nın Varsayımı

Ö6 kendisi ile yapılan mülakatta varsayımını "*...Şimdi aslında modu uyguladığım zaman çözüm kümesi de aynı oranda artıp azalıyor. Modun katını alıyorsun o zaman çözüm kümesindeki elemanların da katını alıyorsun.*" şeklinde ifade etmiştir. Böylece önceki aşamalarda keşfettiği çarpımsal ilişkiye dair varsayımda bulunduğu görülmektedir. Benzer şekilde Ö2 ise verilen örnekler doğrultusunda çarpılan sayı ile mod arasındaki ilişkiyi ifade eden tek sayılar ve çift sayılar olmak üzere iki ayrı varsayımda bulunmuştur (Bkz. Şekil 10 ve Şekil 11).



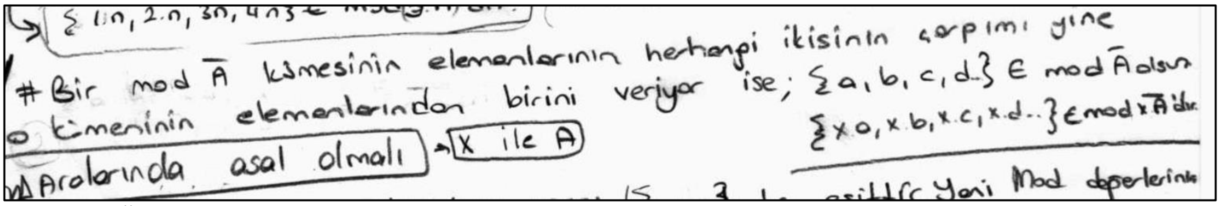
Şekil 10. Ö2'nin Birinci Varsayımı



Şekil 11. Ö2'nin İkinci Varsayımı

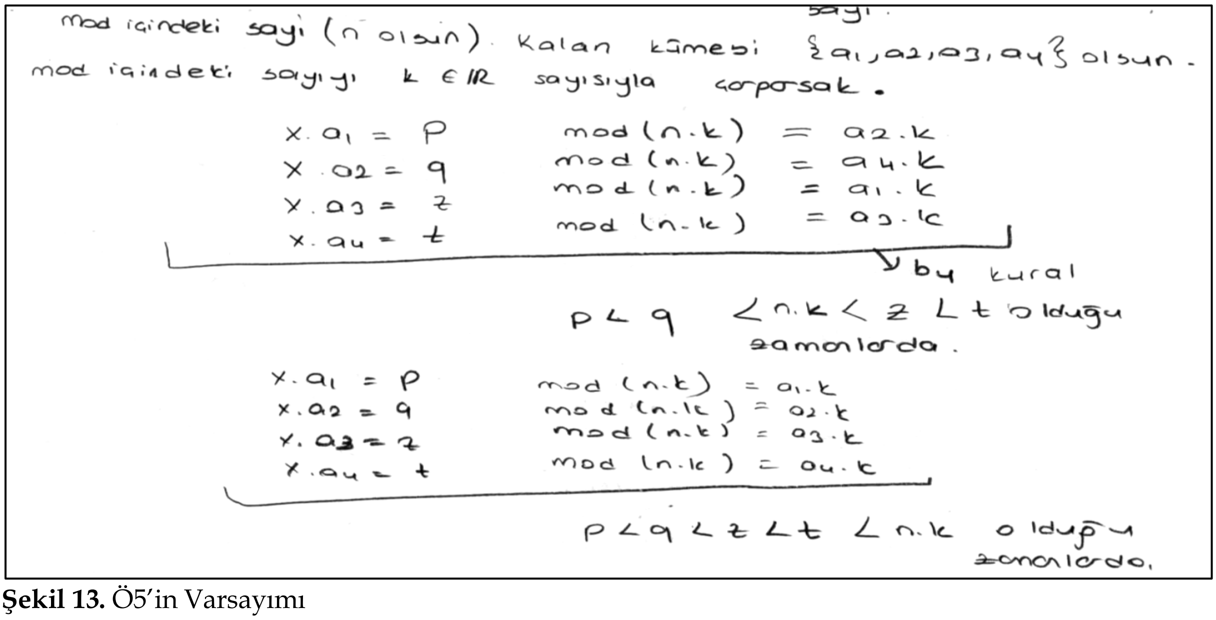
Şekiller incelendiğinde Ö2’nin modülün tek sayı ve çift sayı olması durumlarında kalan sınıflarının farklı olduğuna dikkat çekerek her iki durum için ayrı ayrı varsayımlarda bulunduğu görülmüştür. Kendisi ile yapılan mülakatlarda, verilen örneklerde birinin tek sayı (5) diğerinin çift sayı (8) olduğunu fark ettiğini ve incelediği örneklerde kalan sınıflarının her iki durumda farklılık gösterdiğini, bundan dolayı bu şekilde varsayımda bulunduğunu açıklamıştır.

Ö1 ise kalan kümesini çarptığı sayı ile mod değerinin aralarında asal olma ilişkisini temel alarak varsayımda bulunmuştur. Ö1’ in varsayımı Şekil 12’ de verilmiştir.



Şekil 12. Ö1’in *V*arsayımı

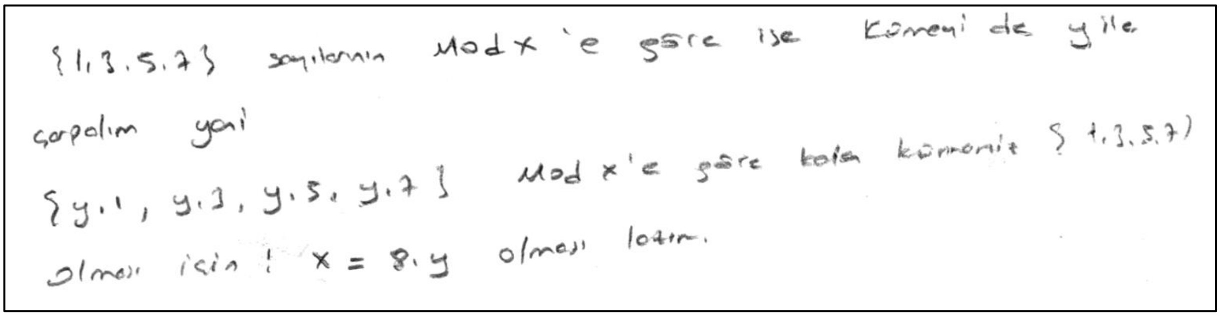
Ö5, kalan kümesi ile modun aynı sayı ile çarpıldıktan sonra elde ettiği sayıları küçükten büyüğe doğru sıralamış ve bu sıralamayı göz önünde bulundurarak varsayımda bulunmuştur. Ö5’in varsayımı Şekil 13’ te verilmiştir.



Şekil 13. Ö5’in Varsayımı

Kendisi ile yapılan mülakatlarda Ö5 verilen örnek durumları inceledikten sonra şu şekilde bir çıkarımda bulunduğunu ifade etmiştir: *“…p,q değeri şu çarpımın (mod(n.k)) ortasındaysa şununla (a_2) k nın çarpımı bunu a_2.k sonra 4. terimle k nin çarpımı bunun değerini mod değerini veriyor. Sonra birinci terimle k nin çarpımı üçüncü terimi, ikinci terimle k nin çarpımı da birinci terimi veriyor dedim. İkisinde de çıktı…Eğer p,q,z,t dedim, şu çıkan sonuçlar şundan (mod(n.k)) küçük olduğu zaman normal katlarını alıyor dedim terim sayılarıyla*.”

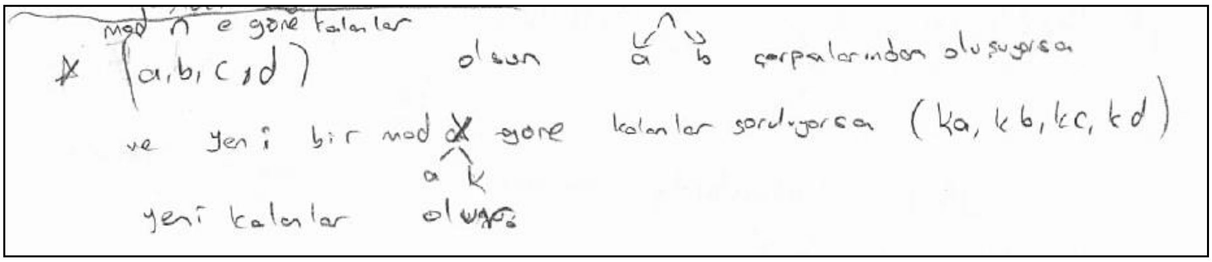
Verilen problemde birden çok örnek durum yer almasına rağmen Ö3 tek bir örnek duruma bağlı bir varsayım ortaya koymuştur (Bkz. Şekil 14).



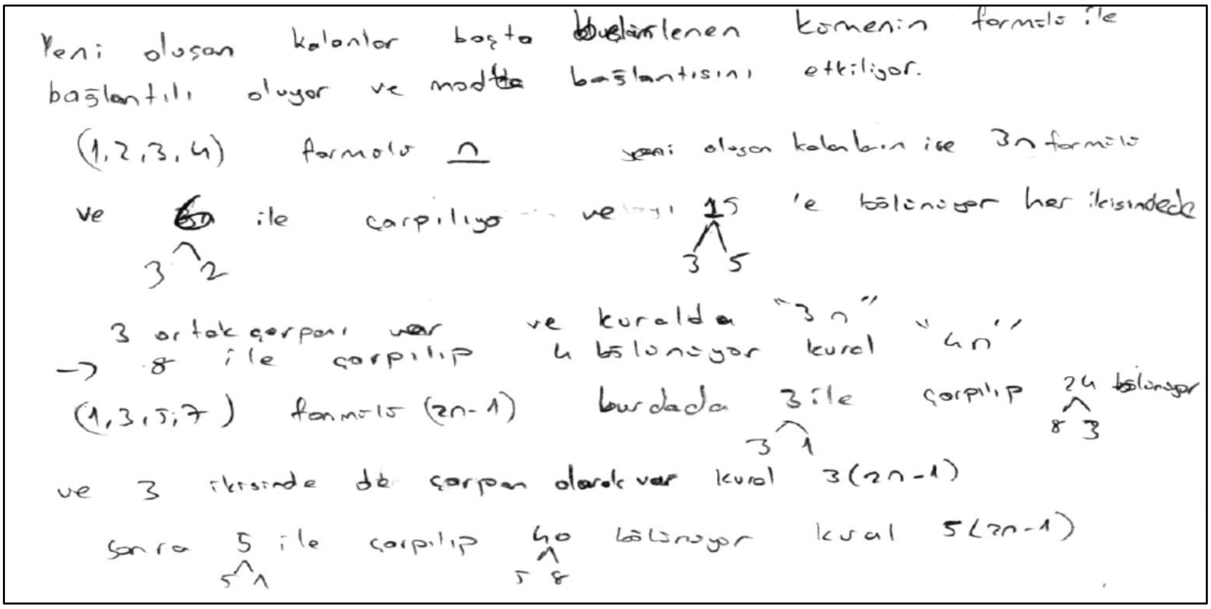
Şekil 14. Ö3'ün Varsayımı

Şekil 14 incelendiğinde Ö3′ ün sadece 8 modülüne ilişkin varsayımda bulunduğu, diğer örnek durumları ele almadığı görülmüştür.

Varsayımda bulunma süreci varsayımı ortaya atmanın yanı sına varsayımı test etme ve gerektiği durumda varsayımı değiştirme döngüsünü içermektedir. Öğretmen adaylarının probleme ilişkin çözümleri incelendiğinde, genel olarak varsayımlarını test etmek amacıyla doğrulama yapmaya meyletmedikleri görülmüştür. Sadece Ö7 genelleme aşamasında elde ettiği varsayımı doğrulamaya çalışmıştır. Ö7′nin varsayımda bulunma süreci Şekil 15 ve Şekil 16′da yer almaktadır.



Şekil 15. Ö7'nin Varsayımı



Şekil 16. Ö7'nin Varsayımını Doğrulaması

Kendisi ile yapılan mülakatta Ö7 varsayımı ortaya attıktan sonra verilen örnek durumları deneyerek doğruluğundan emin olduğunu belirtmiştir.

Öğretmen adayları varsayımları doğrulama aşamasında matematiksel dili kullanmadan kişiye özgü cümlelerle düşüncelerini ifade etmişlerdir. Mülakatlarda öğretmen adayları buldukları varsayımların doğruluğundan emin olmadıklarını, sınırlı örnekler üzerinde çalıştıklarını ve bu örnekler üzerinde işlemler yaptıklarını şu şekilde ifade etmişlerdir:

Ö3:*"Matematikte birkaç örnek üzerinde şeye ulaşılmaz kesin mi hani kural doğrudur denilmez ama birkaç örnek üzerinden böyle bir çıkarımda bulundum. Kesin emin değilim aslında."*

Ö4: *"Doğru olduğundan emin miyim derseniz emin değilim, çünkü binlerce tam sayı var yani biri belki bozabilir de yani en sonuncusundan emin değilim de şu ikisinden eminim."* (Mod40' a göre kalan ve a.r/2, b.r/2, c.r/2, d.r/2 yi gösteriyor.)

Ö5: *"Öyle sonuç çıktı emin oldum ben de. Bu kadar bilgi belki benim için yeterli olmayabilir başka bir şey denesem olmayabilirdi bunu tam bilmiyorum ama ben böyle bir sonuç çıkardım."*

Doğrulama ve İkna Etme Sürecine İlişkin Bulgular

Matematiksel düşünme süreci, bireylerin elde ettikleri varsayımların doğruluğunun ispatlaması ile sone ermektedir. Ancak hiçbir öğretmen adayı bu aşamayı gerçekleştirememiştir. Yapılan mülakatlarda, öğretmen adaylarının beşi sonucun doğru olduğunu göstermek için ispat yapılması gerektiğini, iki öğretmen adayı ise ele aldıkları örneklere göre varsayımın doğruluğuna karar verdiklerini belirtmişlerdir.

İspatı gerekli gören öğretmen adayları ulaştıkları sonuçtan emin olamadıklarına, diğer taraftan ispat yapmak için uğraşmak istemediklerine dair görüş bildirmişlerdir. Bu durum "*...aslında daha fazla örnekle her zaman bir yanlış çıkabilir ama genel olarak hepsini kapsayacak bir ifade bulabilirsek o zaman kanıtlayabiliriz."* (Ö1), "*Matematik birkaç örnek üzerinde şeye ulaşılmaz kesin mi hani kural doğrudur denilmez ama birkaç örnek üzerinden böyle bir çıkarımda bulundum. Kesin emin değilim aslında. Ben iki örnek üzerinden düşündüm. Başka bir örnek bir çelişki çıkabilir." (*Ö3) ve "*İspat yapmak daha çok şey olurdu da uğraşmadım. Gerçekliği ispat sağlardı yani bir matematiksel şeyde ispatlar her zaman doğru sonucu, her zaman dediğim çok küçükken olmaları dışında yapılan hatalar dışında ispatlar matematikte doğruları bize sağlar."* (Ö7) şeklindeki öğrenci ifadelerinde açıkça görülmektedir. Verdikleri cevapların doğruluğundan kendilerinin de tam anlamıyla tatmin olmadıkları açıkça görülmektedir.

TARTIŞMA, SONUÇ VE ÖNERİLER

Bu çalışmada öğretmen adaylarının verilen bir problemi çözerken kullandıkları matematiksel düşünme süreçleri Mason vd.nin (2010) modeline göre analiz edilmiştir. Buna göre, öğretmen adaylarının problemde verilen örnek durumların ötesinde bir inceleme yapma eğilimi göstermediği görülmüştür. Yapılan mülakatlarda, varsayımların veya genellemelerin doğruluğu ile ilgili sorularda daha fazla örnek incelenmesi gerektiğini ifade etmelerine rağmen farklı örnek durumlarını incelememişlerdir. Benzer şekilde Alkan ve Bukova-Güzel (2005) ise örnekleme ve problemi geliştirmenin öğretmen adaylarının güçlük çektiği aşamalar olduğunu vurgulamaktadırlar. Bu durum öğrencilerin problem çözme sürecinde problemi anlamak yerine sonuca odaklanmalarından kaynaklanıyor olabilir.

Öğretmen adaylarının hemen hemen hepsi örnek durumlardan hareketle en az bir genellemeye (yetersiz olsa bile) ulaşmış ve bunu varsayım olarak ifade etmişlerdir. Bu durumun öğretmen adaylarının farklı örnek durumlar üzerinde çalışmadıklarından kaynaklanıyor olabileceği düşünülmektedir. Öğretmen adaylarının sınırlı örnek durumlar üzerinde çalışmalarına rağmen bu çerçevede genelleme yaparak varsayımda bulundukları görülmektedir. Lane ve Harkness (2012), daha fazla örnek durumlar üzerinde çalışmanın istenilen örüntülerin daha iyi fark edilmesine yardımcı olduğunu, dolayısıyla genelleme ve varsayımda bulunma aşamalarının daha sağlıklı şekilde gerçekleştiğini ortaya koymuşlardır. Öte yandan örnek durumlar olmaksızın yapılan genellemelerin ve varsayımların hatalı olduğu sonucuna varmışlardır. Alkan ve Bukova-Güzel (2005) ise öğretmen adaylarının, genelleme aşamasında sıkıntı çektikleri için, doğal olarak soyutlamada da başarısız olduklarını ortaya koymuştur. Diğer yandan sadece bir öğretmen adayı, ulaştığı varsayımın doğru olup olmadığını test etmeye yönelik çaba harcamıştır. Öğretmen adaylarının örnek durumlardan elde ettikleri varsayımlarını test etme noktasında çekingen kaldıkları ve kişiye özgü ifadelerle desteklemeye çalıştıkları görülmüştür. Yapılan mülakatlarda daha fazla örnek incelenmesi gerektiğini ifade etmelerine rağmen böyle bir girişimde bulunmamışlardır. Arslan ve Yıldız (2010) çalışmasında ise öğrencilerin doğrulama sürecinde varsayımın niçin doğru olduğunu araştırmak yerine, değişkene değer vererek veya istenilen durum için şekil çizerek özelleştirme yapmaya çalıştıklarını ifade etmiştir. Buradan hareketle öğretmen adaylarının örnek durumlardan yola çıktıları için varsayımlarını doğru olarak düşündükleri ve test etme aşamasını ihmal ettiklerini söyleyebiliriz.

Öğretmen adaylarının elde ettikleri varsayımların doğruluğunu göstermek için doğrulama ve ikna etme aşamasını gerçekleştirmedikleri görülmüştür. Beş öğretmen adayı ulaştıkları ilişkiyi doğrulamak için ispatlanması gerektiğini, ancak kendilerinin bu ispatı yapamadığını belirtirken, iki öğretmen adayı ise ilişkinin doğrulanması için farklı örnek durumları incelemenin yeterli olacağını ifade etmiştir. Yapılan mülakatlarda ispat yapmak istemedikleri, daha fazla örnek durum incelemedikleri için de varsayımların doğruluklarından emin olmadıklarını belirtmişlerdir. Benzer şekilde, Arslan ve Yıldız (2010) öğrencilerin genellemelerin doğruluğunu ispatlamada matematiksel olarak yeterli olmayan yollar izlediklerini ortaya koymuşlardır. Alkan ve Bukova-Güzel (2005) de öğretmen adaylarının ispat etme aşamasında büyük sıkıntıları olduğunu ifade etmişlerdir.

Özetle, bu çalışmada öğretmen adaylarının verilen örnek bir durum aracılığıyla matematiksel düşünme süreçleri incelenmiş, adayların bu süreçleri tam olarak gerçekleştiremedikleri görülmüştür. Adayların matematiksel düşünmesinin gelişimine yardımcı olacak öğrenme ortamlarının oluşturulması ve bu ortamlarda genelleme yapma, varsayımda bulunma ve ispatlama becerilerini geliştirecek etkinliklerin tasarlanması ve uygulanması gerektiği düşünülmektedir. Bu ortamlarda yapılacak olan öğretimin etkililiği de araştırılabilir.

Mevcut çalışmada veriler, sayılarla ilgili tek bir problem durumu üzerinden ve sadece lisans ikinci sınıf öğrencileri ile sınırlı olduğundan benzer çalışmaların farklı kademedeki ve matematiğin diğer konularını içeren farklı problem durumları ile yapılması önerilmektedir. Sonuç olarak, günlük hayatın her alanında gerekli olan ve öğretim programlarında vurgulanan matematiksel düşünmeyi özümsemiş ve gerçekleştirmiş nitelikli öğretmenler yetiştirilmesinin benzer nitelikte öğrenciler yetiştirmekte önemli bir rol oynayacağı öngörülmektedir.

KAYNAKLAR

Alkan, H., & Bukova-Güzel, E. (2005). Öğretmen adaylarında matematiksel düşünmenin gelişimi. *Gazi Eğitim Fakültesi Dergisi*, *25*(3), 221-236.

Alkan, H., & Tataroğlu-Taşdan, B. (2011). Farklı sınıf düzeylerindeki matematik öğretmen adaylarının gözünden matematiksel düşünme. *İnönü Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi, 12*(2), 107-137.

Arslan, S., & Yıldız, C. (2010). 11.sınıf öğrencilerinin matematiksel düşünmenin aşamalarındaki yaşantılarından yansımalar. *Eğitim ve Bilim*, *35*(156), 17-31.

Bukova-Güzel, E. (2008) Yapılandırmacı Öğrenme yaklaşımının matematik öğretmen adaylarının matematiksel düşünme süreçlerine olan etkisi. *E-Journal of New World Sciences Academy*, *3*(4), 678-688.

Burton, L. (1984). Mathematical thinking: The struggle for meaning. *Journal for Research in Mathematics Education*, *15*(1), 35-49.

Coşkun, S. (2012). *Üst düzey matematiksel düşünme süreçlerinin sorgulayıcı problem çözme ve öğrenme modeline göre tasarlanmış çalışma yaprakları yardımıyla incelenmesi*. Yayımlanmamış Yüksek Lisans Tezi, Necmettin Erbakan Üniversitesi, Konya.

Creswell, J. W. (2007). *Qualitative inquiry and research design: Choosing among five approaches* (2 nd Ed.). Thousand Oak, CA: Sage.

Çelik, D., Güler, M., Bülbül, B. Ö., & Özmen, Z. M. (2015). Reflections from a learning setting designed to ınvestigate mathematical thinking. *International Journal of Educational Studies in Mathematics*, *2*(1), 11-23.

Çepni, S. (2014). *Araştırma ve proje çalışmalarına giriş*. Trabzon: Celepler Matbaacılık.

Dunlap J. (2001), Mathematical Thinking. Erişim tarihi: 4 Ağustos 2017: http://www.mste.uiuc.edu/courses/ci431sp02/students/jdunlap/WhitePaperII.doc.

Fernández, C., Llinares, S., & Valls, J. (2013). Primary school teacher's noticing of students' mathematical thinking in problem solving. *The Mathematics Enthusiast*, *10*(1-2), 441-468.

Fraivillig, J., Murphy, L. A., & Fuson, K. C. (1999) Advancing children's mathematical thinking in everyday mathematics reform classrooms. *Journal for Research in Mathematics Education, 30*(2), 148-170.

Hughes, E.K., (2006). *Lesson planning as a vehicle for developing pre-service secondary teachers' capacity to focus on students' mathematical thinking*. Doctor of Philosophy Dissertation, University of Pittsburgh, Pennsylvania.

Lane, C.P., & Harkness, S. S. (2012). Game show mathematics: Specializing, conjecturing, generalizing, and convincing. *Journal of Mathematical Behavior, 31*(2), 163– 173.

Mason, J., Burton, L., & Stacey, K. (2010). *Thinking mathematically*. Harlow England: Pearson Education Limited.

Millî Eğitim Bakanlığı [MEB], (2013). *Ortaokul matematik dersi (5, 6, 7 ve 8. sınıflar) öğretim programı*. Ankara: Talim Terbiye Kurulu Başkanlığı.

Millî Eğitim Bakanlığı [MEB], (2017). *Matematik dersi öğretim programı (İlkokul ve Ortaokul 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 ve 8. sınıflar)*. Ankara: Talim Terbiye Kurulu Başkanlığı.

Moss, E. R. (2009). *Preservice teachers' identity development and participation in a video club focused on mathematical thinking*. Unpublished Doctoral Dissertation, Purdue University, West Lafayette, Indiana.

National Council of Teachers of Mathematics [NCTM], (1991). *Professional standards for teaching mathematics.* Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.

National Council of Teachers of Mathematics [NCTM], (2000). *Principles and standards for school mathematics.* Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.

Polya, G. (1945). *How to solve it: A new aspect of mathematical method*. New Jersey: Princeton University Press.

Stacey, K. (2006). What is mathematical thinking and why is it important? Progress report, Collaborative Studies on Innovations for Teaching and Learning Mathematics in Different Cultures (II)-Lesson Study focusing on Mathematical Thinking. CRICED: University of Tsukuba

Schoenfeld, A. H. (1992). Learning to think mathematically: Problem solving, metacognition, and sense-making in mathematics. In Grouws, D. (Ed), *Handbook for Research on Mathematics Teaching and Learning*, (pp. 334-370). New York: MacMillan.

Tall, D. (1995, July). *Cognitive growth in elementary and advanced mathematical thinking*. 18th PME Conference, Lisbon.

Tataroğlu-Taşdan, B., & Çelik, A. (2016). A conceptual framework for examining mathematics teachers'pedagogical content knowledge in the context of supporting mathematical thinking. *European Journal of Education, 2*(5), 90-120.

Wongsopawiro, D. S., (2012). Examining science teachers' pedagogical content knowledge in the context of a professional development program. Unpublished Doctoral Dissertation, Leiden: ICLON, Leiden University Graduate School of Teaching.

Yıldırım, C. (2013). *Matematiksel düşünme.* İstanbul: Remzi Kitabevi.

Yıldırım, D., & Yavuzsoy Köse, N. (2018). Ortaokul öğrencilerinin çokgen problemlerindeki matematiksel düşünme süreçleri. *Abant İzzet Baysal Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, *18* (1), 605-633.

Investigation of Mathematical Thinking Processes of Pre-service Mathematics Teachers

Neslihan UZUN[6], Beyda TOPAN[7], Adem DEMİR[8], Derya ÇELİK[9]

Extended Abstract

The individual encounters problems in every aspect of life, tries to find solutions to the problems and tries to solve the problems by using different tools to help the solution at this stage. One of these tools is mathematical thinking which uses mathematics and mathematical steps. Mathematical thinking, which offers effective ways to look at events from different perspectives, develop and express different perspectives (NCTM, 2000), is used ,knowingly or unknowingly, by individuals in order to solve problems they face in everyday life. It is emphasized that mathematical thinking, which is a thinking skill that takes place in individuals' experiences, should be included in mathematics teaching. In the literature, it is seen that different researchers related to mathematical thinking have different definitions. In this study, Burton's (1984) definition of mathematical thinking was used in terms of explaining the process of mathematical thinking. According to Burton, mathematical thinking uses certain methods (mathematical operations) to understand and control individuals' environment. Taking into account the mathematical thinking framework of Burton (1984), Mason, Burton and Stacey (2010) described the basic processes involved in mathematical thinking as specializing, generalizing, conjecturing, and verifying/convincing. Mason et al. (2010) considers mathematical thinking as a sequential-helical structure of the processes described above. When a cycle completes, it reveals the beginning of the new process. In addition, when an individual is inserted in the process, he can turn to the top by examining his solutions and, if necessary, he can make generalization by working on new cases and solve the problem by introducing a new hypothesis.

In the researches, it is emphasized that it is important for teachers to be educated in environments where they can live mathematical thinking process and to have information about how they can carry this process to learning environment. To improve the mathematical thinking of students, pre-service teachers need to believe in the importance and the necessity of the students. The necessity of studies examining the mathematical thinking processes in order to identify and eliminate the source of this deficiency has emerged. The aim of this study is to investigate the mathematical thinking processes of pre-service elementary mathematics teachers in detail.

In this study, a case study of qualitative research methods was used to examine the mathematical thinking processes of pre-service teachers in detail and interpret the events in a holistic way. This study was carried out with 7 sophomores (3 male and 4 female) who were selected in primary mathematics teaching program in a public university. Participants were selected by criterion sampling method. In choosing them, the criteria such as “having basic mathematical knowledge”, “volunteering to participate” and “level of academic achievement” were taken into consideration. The data of the study were arranged with the help of an open-ended problem associated with the concept of prime numbers

[6] Recep Tayyip Erdogan University, neslihanuzun@erdogan.edu.tr, ORCID: https://orcid.org/0000-0003-3413-4202

[7] Ondokuz Mayıs University, beyda.topan@omu.edu.tr, ORCID: https://orcid.org/0000-0001-6680-2450

[8] Arsin OSB Vocational and Technical Anatolian High School, adem_demir1967@hotmail.com, ORCID: https://orcid.org/0000-0002-5161-5019

[9] Trabzon University, deryacelik@ktu.edu.tr , ORCID: https://orcid.org/0000-0003-2043-4431

Uzun, N., Topan, B., Demir, A., & Çelik, D. (2019). Investigation of mathematical thinking processes of pre-service mathematics teachers. *Ondokuz Mayis University Journal of Education Faculty, 38*(1), 266-282. DOI: https://doi.org/10.7822/omuefd.466863

(Mason et al., 2010), which was designed to encourage prospective teachers to undergo mathematical thinking processes. In order to elucidate how pre-service teachers live each process, a single problem situation has been studied. They worked individually on the problem. Clinical interview was conducted with each candidate after completing his solution, in order to determine the mathematical thinking processes related to the problem each candidate who completed their work on paper. In clinical interviews, prospective teachers were asked to explain their thoughts about the problem and to explain their thoughts in detail. Also pre-service teachers were asked questions about how they reached the stages they had passed while solving the problem, why they followed such a path; how they were sure they were correct. It was analysed by taking the mathematical thinking processes (specializing, generalization, conjecturing and convincing) on the results of Mason's work (2010).

In the light of the data obtained from the research, mathematical thinking processes of pre-service teachers were examined through an exemplary situation. It has been observed that pre-service teachers do not have a tendency to carry out an examination beyond the case studies. In the interviews, although they stated that more questions should be examined in the questions about the accuracy of the assumptions or generalizations, they did not examine the different case studies. Similarly, Alkan and Bukova-Guzel (2005) emphasized that the specializing and developing problem are the stages where teacher candidates have difficulty. This may be due to students focusing on the problem rather than understanding the problem in the problem-solving process. Although pre-service teachers work on limited sample cases, they make generalization and conjecturing in this context. Lane and Harkness (2012) have shown that working on more case studies helps to better understand the desired patterns, so that generalization and conjectures are healthier. However, they concluded that generalizations and conjectures made without examples were inaccurate. On the other hand, only one pre-service teacher made an effort to check whether the conjecture was correct. It has been observed that pre-service teachers are hesitant to test their conjectures from sample situations and try to support them with specific expressions. Although they stated that more samples should be examined in the interviews, they did not make such an attempt. It was observed that pre-service teachers did not perform the verifying / convincing stage to show the truth of their conjecture. Five pre-service teachers stated that they need to be proved to verify the relationship they have reached, but they cannot do this. Alkan and Bukova-Guzel (2005) stated that the teacher candidates have great problems in the stage of proof.

It is suggested that the learning environments which will help the development of the mathematical thinking of the pre-service teachers and in these environments, the activities that will develop the generalization, conjecturing and convincing skills in these environments should be designed and implemented. In addition, it is envisaged that the training of qualified teachers who have embraced and emphasized the mathematical thinking emphasized in all areas of daily life will play an important role in educating similar students.

Key Words: *Mathematical thinking, Mathematical thinking process, Pre-service teachers, Mathematics education*