

İlköğretim Matematik Öğretmeni Adaylarının Dörtgenler ve Geometrik Cisimleri Hiyerarşik Sınıflandırma Düzeylerinin İncelenmesi

Zülfiye Zeybek Şimşek

Tokat Gaziosmanpaşa Üniversitesi, Eğitim Fakültesi, Tokat/Türkiye (ORCID: 0000-0003-1601-8654)

Makale Geçmişi: Geliş tarihi: 3 Aralık 2018; Yayına kabul tarihi: 7 Mayıs 2019; Çevrimiçi yayın tarihi: 15 Temmuz 2019

Öz: Geometri öğrenciler için sadece uzamsal düşünme yeteneklerini geliştirici bir araç değil, aynı zamanda onların sorgulama, muhakeme ve ispat yeteneklerini geliştirmek için önemli fırsatlar sunan bir öğrenme alanıdır. Güncel eğitim reformları, öğrencilerin geometrik şekil ve cisimleri tanıma ve özelliklerinin farkında olma becerilerinin yanı sıra, geometrik şekilleri ve cisimleri ilişkilendirme becerilerini de erken sınıf seviyelerinden itibaren kazanması gerektiğine vurgu yaparlar. Bu çalışmada, matematik öğretmeni adaylarının geometrik kavramları (dörtgenler ve geometrik cisimler) tanıma ve bu kavramlar arasında ilişkilendirme yapabilme düzeyleri incelenmiştir. Bu amaç çerçevesinde araştırmacı tarafından geniş bir literatür taraması sonucunda geliştirilen 10 açık-uçlu sorudan oluşan bir geometri testi kullanılmıştır. Öğretmen adaylarının teste verdikleri cevapların ön incelemesi sonucunda farklı düşünme seviyelerine sahip olduğu düşünülen beş öğretmen adayı ile bireysel görüşmeler yapılmıştır. Çalışmanın bulguları öğretmen adaylarının büyük çoğunluğunun dörtgenlerin arasındaki hiyerarşik sınıflandırmayı tam olarak algılamadıklarını gösterir niteliktedir. Ayrıca bu çalışma, öğretmen adaylarının geometrik cisimleri tanıma ve örnekler seçmede genel olarak prototip yargıyı kullandıklarını ve prototip olmayan örnekleri seçmediklerini kanıtlar niteliktedir. Öğretmen adayları geometrik cisimler arasında yanlış ilişkilendirmeler kurmaları da bu çalışmanın bir diğer bulgusunu oluşturmaktadır. Çalışmanın bulguları literatürde yer alan diğer çalışmalar ve eğitim reformları önerileri ışığında tartışılmıştır.

Anahtar Kelimeler: Dörtgenler, geometri, geometrik cisimler, hiyerarşik sınıflandırma

DOI: 10.16949/turkbilmat.491564

Abstract: Geometry is not only an essential tool to develop students' spatial thinking, but it is also a content strand that provides opportunities for them to develop ability to question, analytic thinking and reasoning skills. The current educational reforms emphasize that students should gain the ability to recognize geometric shapes and solids as well as to classify them hierarchically from early grade levels. In this study, the ability of pre-service mathematics teachers to recognize and classify geometric concepts (quadrilaterals and geometric solids) was investigated. For this purpose, a geometry questionnaire consisting of 10 open-ended questions was developed by the researcher based on an extent review of the existing literature. As a result of the preliminary examination of the pre-service teachers' responses to the questionnaire items, individual interviews were conducted with five pre-service teachers, who were thought to have different levels of thinking. The findings of the study showed that the vast majority of the pre-service teachers did not fully comprehend the hierarchical classification between quadrilaterals. In addition, this study demonstrated that pre-service teachers generally used prototype judgments to identify geometric solids and select examples and non-examples of geometric solids. Another finding of this study was that the pre-service teachers identified incorrect hierarchical classification between geometric solids. The findings of the study is discussed under the light of other studies in the literature and the recommendations of educational reforms.

Keywords: Quadrilaterals, geometry, geometric solids, quadrilaterals, hierarchical classifications

[See Extended Abstract](#)

Sorumlu yazar: Zülfiye Zeybek Şimşek  e-posta: zulfiye.zeybek@gop.edu.tr

Kaynak Gösterme: Zeybek-Şimşek, Z. (2019). İlköğretim matematik öğretmeni adaylarının dörtgenler ve geometrik cisimleri hiyerarşik sınıflandırma düzeylerinin incelenmesi. *Türk Bilgisayar ve Matematik Eğitimi Dergisi*, 10(3), 680-710.

1. Giriş

Geometri, öğrenciler için sadece uzamsal düşünme becerilerini geliştirici bir araç değil, aynı zamanda onların sorgulama, muhakeme ve ispat yeteneklerini geliştirmek için önemli fırsatlar sunan bir öğrenme alanıdır (Battista, 2007). Ulusal Matematik Öğretmenleri Konseyi (National Council of Teachers of Mathematics [NCTM], 2000), “geometri tanımlardan öte, geometrik şekiller arasındaki ilişkilerin mantıksal muhakeme yeteneği kullanılarak açıklandığı ve anlamlandırıldığı alandır (s.41)” diyerek geometrik ilişkilerin ve sınıflandırmaların önemine vurgu yapmaktadır. Güncel eğitim reformları da, öğrencilerin geometrik şekil ve cisimleri tanıma ve özelliklerinin farkında olma becerilerinin yanı sıra, geometrik şekilleri ve cisimleri ilişkilendirme becerilerini de erken sınıf seviyelerinden itibaren kazanması gerektiğine vurgu yaparlar (NCTM, 2000, 2007; Milli Eğitim Bakanlığı [MEB], 2018).

Geometrik şekil ve cisimlerin özelliklerine göre hiyerarşik sınıflandırılması becerisi karmaşık bir beceri olup, geometri müfredatının önemli bir parçasını oluşturur. Araştırmacılar geometrik şekiller arasındaki hiyerarşik ilişkilerin anlaşılmasının, sorgulama ve muhakeme yeteneğinin geliştirilmesinde önemli olduğunu vurgularlar (Clements, 2003; Fujita & Jones, 2007). Her ne kadar hiyerarşik sınıflandırmanın öğrenilmesi geometrik muhakeme yapmanın gelişiminde önem teşkil etse de, yapılan çalışmalar öğrencilerin ve öğretmen adaylarının hem dörtgenler arasındaki hiyerarşik ilişkinin (Fujita, 2012; Fujita & Jones, 2006, 2007; Türnüklü, 2014; Zeybek, 2018; Zilkova, 2015) hem de üç boyutlu geometrik cisimler arasındaki hiyerarşik sınıflandırmanın (Gökbulut & Ubuz, 2013; Gökkurt, Şahin, Soylu ve Doğan, 2015; Işıksal-Bostan & Yemen-Karpuzcu, 2017; Koç & Bozkurt, 2011) anlaşılmasında zorlandıklarını göstermişlerdir.

Bu çalışmada, ilköğretim matematik öğretmeni adaylarının geometrik kavramları (dörtgenler ve geometrik cisimler) tanıma ve bu kavramlar arasında ilişkilendirme yapabilme düzeyleri incelenmiştir. Literatürde dörtgenler arasındaki hiyerarşik sınıflandırma ve ailesel ilişkiyi araştıran ulusal (Türnüklü, Alaylı ve Akkaş, 2013) ve uluslararası (Fujita, 2012; Fujita & Jones, 2006; 2007; Okazaki & Fujita, 2007) çalışmalara rastlamak mümkündür. Dörtgenler arasındaki hiyerarşik sınıflandırmaya göre daha az sayıda olsa da, öğretmen adaylarının geometrik cisimleri tanımlayabilme ve geometrik cisimleri sınıflandırabilme düzeylerini inceleyen çalışmalara rastlamak da mümkündür (Gökbulut, 2010; Gökkurt, Şahin, Başbüyük, Erdem ve Soylu, 2014; Koç & Bozkurt, 2011). Ancak, öğretmen adaylarının geometrik kavramlar arasındaki hiyerarşik ilişkilendirmeyi anlamlandırabilme düzeylerini hem iki boyutlu geometrik şekiller hem de üç boyutlu geometrik cisimler çerçevesinde inceleyen çalışmalar sınırlı sayıdadır. Bu nedenle, öğretmen adaylarının hem dörtgenler arasındaki hem de geometrik cisimler arasındaki hiyerarşik ilişkileri anlama düzeylerinin incelendiği bu çalışmanın, alana katkı sağlayacağı düşünülmektedir.

İyi bir matematik öğretmeni olabilmek için, konu alanı bilgisinin niceliği ve niteliği hayati önem taşımaktadır (Grossman, 1990; Shulman, 1986). Hill, Rowan, ve Ball (2005), matematik eğitiminin kalitesinin öğretmenlerin sahip oldukları alan bilgisinin derinliği ile

şekillendiğini belirtmişlerdir. Bunun yanında öğretmenlerin konu alan bilgilerinin derinliği, öğrencilerin matematik başarıları üzerinde etkili bir faktördür (Hill vd., 2005; Post, Harel, Behr & Lesh, 1991). Bu kapsamda, ilköğretim matematik öğretmeni adaylarının dörtgenler ve üç boyutlu cisimleri tanıma ve aralarındaki hiyerarşik ilişkiyi anlama düzeylerini inceleyen bu çalışma, öğretmen adaylarının bu konular kapsamındaki konu alan bilgilerini, kavram eksiklikleri ve kavram yanlışlarını ortaya çıkarma açısından önem teşkil etmektedir. Koç ve Bozkurt (2011) öğretmen adaylarının konu alan bilgileri derinliğinin, ileride bu mesleği icra ederken nasıl bir öğretim gerçekleştirecekleri hakkında önemli ipuçları verebileceğini savunmaktadırlar. Öğretmen adaylarının dörtgenler ve geometrik cisimleri tanıma ve aralarında ilişkilendirme yapabilme düzeylerinin incelendiği bu çalışmanın, elde edilen bulgular doğrultusunda matematik eğitimi lisans programında yer alan derslerin, özellikle çalışmanın amacı ile uygunluğu göz önünde bulundurularak “geometri” derslerinin, planlanmasına katkı sağlayacağı düşünülmektedir. Çalışmaya aşağıda yer alan iki araştırma problemi yön vermiştir:

1- Öğretmen adaylarının dörtgenleri tanıma ve aralarındaki hiyerarşik sınıflandırmayı anlama seviyeleri hangi düzeydedir?

2- Öğretmen adaylarının geometrik cisimleri tanıma ve aralarındaki hiyerarşik sınıflandırmayı anlama seviyeleri hangi düzeydedir?

1.1. Teorik çerçeve

Tall ve Vinner (1981) tarafından öne sürülen “kavram imajı (concept image)” ve Fischbein (1993) tarafından öne sürülen “şekilsel kavram (figural concept)” öğretmen adaylarının dörtgenleri ve geometrik cisimleri tanıma ve hiyerarşik sınıflandırma yapmalarında önem teşkil etmektedir. Kavram imajı, bireyin zihninde bir kavram ile ilgili var olan tüm (resimsel, sembolik ve ya grafiksel) görseller ve kavrama ait özellik ve süreçleri içeren bilişsel yapılardır (Tall & Vinner, 1981; Vinner, 1983; Vinner & Dreyfus, 1989; Vinner & Hershkowitz, 1980). Fischbein (1993) şekilsel kavram ifadesini kullanarak geometrik şekillerin sadece bir kavram olmadığı, aynı zamanda bir imgeyi de içerdiğini vurgulamaktadır. Fischbein, kavramı bir grubun veya olayın genel özelliklerini ifade eden soyut ve genel bir gösterim olarak açıklarken, zihinsel imgeyi ise bir kavramın zihnimizde oluşturduğu ve uzamsal özellikler taşıyan resmi olarak ifade eder. O halde, şekilsel kavram modeline göre geometrik muhakeme süreci, kavram ve şekil arasında gerçekleşen bir etkileşim bağlamında ele alınır (Fishbein, 1993; Tall & Vinner, 1981; Vinner, 1983; Vinner & Dreyfus, 1989; Vinner & Hershkowitz, 1980). Benzer olarak, Vinner (2011) da kavram tanımları ve kavram imajlarının her zaman paralel olmadığını ve karar merci olarak genellikle kavram imajlarının tercih edildiğini savunur. Kavram imajı bireye özeldir (Bingolbali & Monaghan, 2008) ve bireyin yaşadığı deneyimlere göre şekillenir. Dolayısıyla öğretmenler, öğrencilerin kavram imajlarının gelişimini etkileyen önemli faktörler arasında yer alır (Tsamir, Tirosh, Levenson, Barkai & Tabach, 2015).

Kavram oluşumunda öğretmenlerin yanı sıra, bireyin karşılaştığı kavrama ait örnekler de önemli rol oynar (Wilson, 1990). Bir kavrama yönelik bireyin zihninde yer alan örneklerinin tümünü içeren yapıya o kavrama ait “örnek uzay” denir (Zaslavsky & Peled,

1996; Watson & Mason, 2005). Tsamir, Tirosh ve Levenson (2008) bir kavrama ait bireyin zihninde yer alan örnek uzayın, bu kavramın kavramsallaştırma sürecinde iki önemli rol oynadığını öne sürerler: (1) kavram oluşumunda bir yapı taşı ve (2) kavram oluşumunun bir çıktısı ürünü (s. 81). Bir geometrik kavramın oluşumunda, bu kavramın örneklerini içeren örnek uzayda yer almasını belirleyen “kritik özellikler” vardır. Geometrik kavramların gerek ve yeter koşullar altında tanımlanmasını sağlayan bu özelliklere o kavrama ait kritik özellikler denir (Hershkowitz, 1990; Tall & Vinner, 1981). Örneğin, bir dikdörtgen için dörtgen olması (dört köşesinin olması, dörtkenarının olması ve kapalı bir şekil olması gibi kritik özellikleri barındırır) ve iç açılarının dik açı olması birer kritik özelliktir. Kritik özelliklerin yanında, kavramların bazı örneklerindeki görsel karakterin baskınlığıyla kavram için kritik olmayan özellikler, o kavram için önemli öğeler olarak görülebilmektedir. Örneğin, dikdörtgenin sadece karşılıklı kenarlarının birbirine eşit uzunlukta olma durumu, dikdörtgen için bir kritik özellik olmayıp dikdörtgenin bazı örneklerindeki görsel karakterin vurguladığı özelliktir. Araştırmacılar bu durumu, kavramlara ait “prototip” örneklerin kavram oluşumundaki önemi ile ilişkilendirmiştir (Hershkowitz, 1990). Prototip örnekler genellikle ilk olarak kavranan ve kavrama ait sınıflandırma yapılırken karşılaştırmanın temeli olarak kullanılan örneklerdir (Altneave, 1957; Fujita & Jones, 2007; Posner & Keele, 1968; Reed, 1972; Rosch, 1973). Okazaki ve Fujita (2007) prototip örneği, “bir kavrama ait, kavramın görsel karakterinin vurguladığı özellikler (kritik olmayan özellikler) ve kavrama ait kritik özellikleri içeren, en uzun özellik listesine sahip örnek” (s.42) olarak tanımlamışlardır. Prototip örneklerin ilk olarak kavranan örnekler olması, kavramların sınıflandırılmasında muhakemenin temeli olarak kullanılması ve prototip örneklerin kavrama ait kritik olmayan özelliklere yaptığı vurgular nedeniyle, bu örnekler kavram oluşumunda bir engel teşkil edebilirler (Hershkowitz, 1990; Tsamir vd., 2008). Monaghan (2000)’da prototip örneklerin sınırlı görsel algılar yaratarak kavramı sınırlandırabileceğini vurgulamıştır.

Hershkowitz (1990), bir şeklin o şekle ait prototip örneği ile karşılaştırılarak sınıflandırılmasını, prototip yargı olarak adlandırır. Prototip yargıyı kullanan öğrenciler, kavrama ait kavram tanımlarından çok kavram imajlarını kullanır. Fujita (2012) dörtgenlerin aile ilişkilerinin algılanmasına yönelik, yaştan bağımsız, bazı gelişimsel düzeyler ileri sürmüştür. Fujita (2012) öğrencilerin dörtgenler arasındaki hiyerarşik sınıflandırmayı anlamlarını, “prototip yargının kullanıldığı seviye (Seviye 1: Prototip), prototip yargının genişletilmeye başlandığı ve kavram tanımlarının bazı dörtgenler için göz önünde bulundurulduğu seviye (Seviye 2: Kısmi prototip) ve ailesel ilişkilerin tamamıyla algılandığı seviye (Seviye 3: Hiyerarşik)” (s. 64) olarak üç sınıfa ayırmıştır. Fujita tarafından öne sürülen bu seviyelerin, her ne kadar dörtgenler arasındaki hiyerarşik ilişkilerin anlamlandırılması amacı ile ortaya konulmuş olsalar bile, geometrik cisimlerin tanınması ve aralarındaki hiyerarşik ilişkileri anlama düzeylerinin incelenmesi için de faydalı olabileceği düşünülmektedir. Ayrıca, araştırmacılar Fujita’ nın öne sürdüğü bu üç seviye haricinde, öğrencilerin dörtgenleri (ve geometrik cisimleri) yanlış tanıma ve aralarındaki hiyerarşik ilişkileri yanlış algılama davranışlarını da ortaya koymaktadırlar (Gökbulut, 2010; Gök Kurt vd., 2014; Fujita, 2012; Fujita & Jones, 2006, 2007; Türnüklü, 2014; Zilkova, 2015). Dolayısıyla, Fujita tarafından öne sürülen bu üç seviyeye ek olarak yanlış tanıma ve sınıflandırma seviyesi, öğretmen adaylarının dörtgenler ve geometrik

cisimleri tanıma ve aralarındaki ailesel ilişkileri anlama düzeylerini sınıflandırırken teorik çerçeve olarak kullanılmıştır.

Tablo 1. Geometrik kavramlar arasındaki hiyerarşik ilişkiyi anlama düzeyleri

Seviyeler	Özellikler
Seviye 4: Hiyerarşik Tanıma ve Sınıflandırma	Bu seviyede öğretmen adayları dörtgenlerin (ve geometrik cisimlerin) prototip örneklerinin yanı sıra prototip olmayan örneklerini de tanırlar ve dörtgenler (ve geometrik cisimler) arasındaki tüm ailesel ilişkileri doğru ve tam olarak açıklayabilirler. Öğretmen adayları dörtgenlerin (ve geometri cisimlerin) kritik ve kritik olmayan özelliklerini ayırt edebilir ve sınıflandırma yaparken muhakemenin temeli olarak kritik özellikleri kullanır.
Seviye 3: Kısmi Prototip Tanıma ve Sınıflandırma	Bu seviyede öğretmen adayları dörtgenlerin (ve geometrik cisimlerin) genellikle prototip örneklerini tanımlarına rağmen, bazı dörtgenler (ve geometrik cisimler) için prototip olmayan örnekleri de tanırlar. Öğretmen adayları dörtgenler (ve geometrik cisimler) arasındaki bazı ailesel ilişkileri doğru açıklayabilmelerine rağmen, prototip yargıyı diğer dörtgenler (ve geometrik cisimler) arasındaki ilişkiyi açıklamak için kullanmaya devam ederler.
Seviye 2: Prototip Tanıma ve Sınıflandırma	Bu seviyede öğretmen adaylarının kavram imajları sınırlıdır. Dörtgenlerin (ve geometrik cisimlerin) yalnız prototip örnekleri tanırlar. Dörtgenler (ve geometrik cisimler) arasında sınıflandırma yapılırken prototip yargı kullanılır.
Seviye 1: Yanlış Tanıma ve Sınıflandırma	Bu seviyede öğretmen adayları dörtgenlerin (ve geometrik cisimlerin) yanlış örneklerini seçer ve dörtgenler (ve geometrik cisimler) arasında hatalı ilişkilendirmeler yaparlar.

Öğretmen adaylarının düşünme düzeylerinin Tablo 1 de yer alan seviyelere göre nasıl sınıflandırıldığı gelecek bölümde daha detaylı ele alınacaktır.

2. Yöntem

Öğretmen adaylarının hem dörtgenler hem de geometrik cisimlerin hiyerarşik ilişkilerini anlama düzeylerinin incelendiği bu çalışma nitel, yorumlayıcı paradigmaya sahip olan bir özel durum çalışması olarak planlanmıştır. Özel durum çalışmaları “nasıl” ve “niçin” sorularını temele alan bir olguyu ya da olayı derinliğine inceleyen bir araştırma yöntemidir (Yıldırım & Şimşek, 2006). Takip eden bölümlerde çalışma grubu, veri toplama araçları ve veri analizi süreçleri detaylı olarak açıklanacaktır.

2.1. Çalışma grubu

Araştırmanın çalışma grubunu 2017-2018 öğretim yılı bahar döneminde Orta Karadeniz bölgesinde bulunan bir devlet üniversitesinin eğitim fakültesi matematik eğitimi bölümünde öğrenim gören 39 ilköğretim matematik öğretmeni adayları oluşturmaktadır. Matematik eğitimi anabilim dalı programı birinci sınıf dersleri arasında yer alan geometri dersinin hedefleri ile çalışmanın amaçları arasındaki uygunluk göz

önünde bulundurulurken, çalışmanın geometri dersi kapsamında, bu derse devam eden öğretmen adayları ile birlikte gerçekleştirilmesi uygun görülmüştür. Çalışma grubunun belirlenmesinde seçkisiz olmayan uygun örnekleme yoluna gidilmiştir. Uygun örnekleme kısaca zaman, para ve işgücü açısından var olan sınırlılıklar nedeniyle örneklemin kolay ulaşılabilir ve uygulama yapılabilir birimlerden seçilmesi şeklinde tanımlanabilir (Büyüköztürk, Çakmak, Akgün, Karadeniz ve Demirel, 2010).

Çalışma kapsamında gerçekleştirilecek yarı-yapılandırılmış mülakatlara öğretmen adaylarının seçimi, çalışma öncesinde uygulanan geometri testinin incelemesinden elde edilen bulgular doğrultusunda yapılmıştır. Bu kapsamda Tablo 1’ de yer alan farklı düzeyde (Seviye 1-Seviye 2-Seviye 3) olduğu düşünülen 5 öğretmen adayı seçilmiştir. Bu aşamada ise nitel verileri elde etmek amacıyla, “derinlemesine araştırma yapabilmek için çalışmanın amacı doğrultusunda bilgi açısından zengin durumların seçilmesi” şeklinde tanımlanan amaçlı örnekleme yöntemi (Büyüköztürk vd., 2010) kullanılmıştır.

2.2. Veri toplama süreci

Veri toplama aracı olarak araştırmacı tarafından geliştirilen 10 açık-uçlu sorudan oluşan bir geometri testi kullanılmıştır. Testte yer alan sorular dörtgenler ve üç boyutlu geometrik cisimleri tanıma ve özelliklerine göre sınıflandırmaya yönelik olup, geniş bir literatür taraması sonucunda oluşturulmuştur.

Testte yer alan 1. soru, verilen çokgenler (ve çokgen olmayan şekiller) arasından özel dörtgenleri seçmeye yöneliktir. Bu soruda dörtgenlerin kasıtlı olarak minimum kritik özelliklerini gösteren matematiksel sembol ve notasyonlar kullanılan görsellerine yer verilmiştir. Örneğin testte yer alan dikdörtgen temsillerinde, dikdörtgenlerin karşılıklı kenarlarının eşit ve tüm iç açılarının 90° olduğunu gösteren notasyonlar kullanmak yerine, görsellerden birisinin sadece üç iç açısı 90° olarak, diğerinin ise karşılıklı kenarları eşit ve bir iç açısı 90° olarak işaretlenmiştir. Benzer olarak kare temsiliinde de, görselin tüm kenarlarını eşit ve iç açılarını 90° işaretlemek yerine, sadece bir iç açısı 90° ve tüm kenarları eşit olarak işaretlenmiştir. Testte yer alan 2. soru, dörtgenler arasında yer alan ailesel ilişkilere yönelik verilen ifadelerin doğru/yanlış olarak belirlenmesi ve sebeplerin açıklanmasına yöneliktir. Bu soruda kasıtlı olarak yanlış ifadelere de yer verilmiş olup, öğretmen adaylarının yanlış ifadeleri fark etme ve yanlışlığını açıklayabilme düzeyleri incelenmiştir. Testte yer alan 3. soru ise dörtgenlerin hiyerarşik sınıflandırıldığı bir görseli içermektedir. Senaryo şeklinde sunulan soruda, öğretmen adaylarından bir öğrencinin yaptığı belirtilen sınıflandırma temsiliinin doğruluğu/yanlışlığını nedenleri ile birlikte açıklamaları istenmiştir. Bu soruda yer alan dörtgenlerin hiyerarşik sınıflandırmasını gösteren temsil Van de Walle, Karp ve Bay-Williams’ dan (2013, s.411) alınmıştır.

Geometri testinde yer alan 4, 5, 6, 7, 8, 9 ve 10. sorular geometrik cisimleri tanıma ve özelliklerine göre sınıflandırılmasına yöneliktir. Bu sorularda yer alan silindir, koni, prizma ve piramit görsellerinin prototip ve prototip olmayan örneklerine yer verilmiştir. Bu cisimlere yönelik prototip ve prototip olmayan görsellere karar verilirken, ortaokul ve lise matematik ders kitaplarında yer alan silindir, koni, prizma ve piramit görselleri incelenmiştir. Örneğin, ders kitaplarında yer alan dik dairesel silindir ile eğik dairesel silindir, silindir için prototip örnekler olarak kabul edilmiştir. Dörtgenlerin hiyerarşik

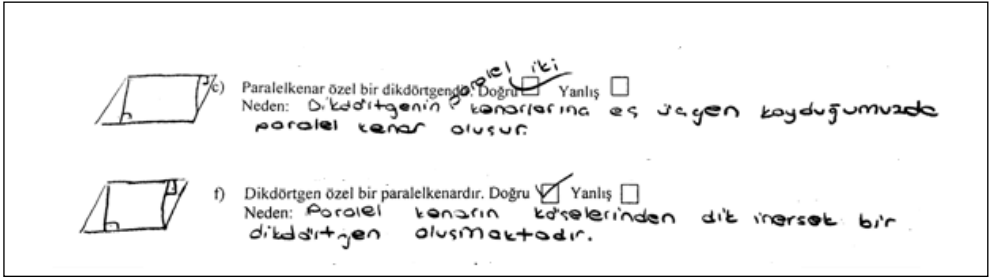
sınıflandırıldığı sorunun bir benzeri geometrik cisimler için de kullanılmıştır. Senaryo şeklinde sunulan soruda, öğretmen adaylarından bir matematik ders kitabında yer aldığı belirtilen silindir ve prizmalar arasındaki hiyerarşik ilişkiyi gösteren temsilin doğruluğunu/yanlışlığını nedenleri ile birlikte açıklamaları istenmiştir. Bu soruda yer alan hiyerarşik sınıflandırma temsili Van de Walle ve arkadaşlarından (2013, s.412) alıntılanmıştır.

Hazırlanan geometri testi, daha önceki dönemlerde çalışmanın geçtiği üniversiteye devam etmekte olan öğretmen adaylarına uygulanmış ve öğretmen adaylarından alınan cevaplar ve geri dönütler ışığında sorularda düzenlemeler yapılmıştır. Ayrıca, geometri testinde yer alan tüm görsellerin uygunluğu hakkında uzman görüşlerine başvurulmuştur.

Öğretmen adaylarının geometri testine verdikleri cevapların ön incelemesi sonucunda farklı düşünme seviyelerine (Seviye 1, 2, 3) sahip olduğu düşünülen 5 öğretmen adayı seçilmiş ve her bir öğretmen adayı ile 45-60 dk. süren yarı yapılandırılmış bireysel görüşmeler gerçekleştirilmiştir. Bireysel görüşmeler esnasında öğretmen adaylarının test sorularına verdikleri cevapların daha detaylı tartışılması sağlanmıştır. Bireysel görüşmeler ses ve video kaydına alınmıştır.

2.3. Veri analiz süreci

Araştırmada elde edilen verilerin analizinde betimsel analiz tekniği kullanılmıştır. Betimsel analizde elde edilen veriler daha önceden belirlenen temalar altında sınıflandırılır (Büyüköztürk vd., 2010). Bu çalışmada Tablo 1 de açıklanan seviyeler öğretmen adaylarının cevaplarını sınıflandırmak amacı ile kullanılmıştır. Verilerin analizi üç aşamada gerçekleştirilmiştir. Birinci aşamada video ve ses kaydı olarak elde edilen bireysel görüşme verilerinin çözümlenmesi gerçekleştirilmiştir. İkinci aşamada çözümlenen bireysel görüşme kayıtları ve öğretmen adaylarının test sorularına verdikleri yazılı açıklamalar Tablo 1 de yer alan seviyelere göre araştırmacı tarafından sınıflandırılmıştır. Üçüncü ve son aşamada ise görüşme kayıtları ve test cevapları iki ve üç boyutlu geometri konusunda yüksek lisans düzeyinde ders almış iki uzman tarafından bireysel olarak sınıflandırılmış ve tüm sınıflandırma sonuçları karşılaştırılarak kontrol edilmiştir. Sınıflandırma sonuçları arasındaki uyumsuzluklar tartışılarak çözüme kavuşturulmuştur. Örneğin, Şekil 1' de yer alan geometri testi cevap temsili araştırmacı tarafından Seviye 2: Prototip Tanıma ve Sınıflandırma olarak işaretlenirken, uzman tarafından Seviye 1: Yanlış Tanıma ve Sınıflandırma olarak işaretlenmiştir. Yapılan karşılaştırmalarda, bu sonuçlar tartışılarak öğretmen adayının paralelkenar ve dikdörtgen şekilleri arasında görsel benzetme çabası ve prototip yargının baskın olması sebebi ile bu cevabın Seviye 2 olarak sınıflandırılmasına karar verilmiştir.



Şekil 1. Sınıflandırma karşılaştırma temsili

Sınıflandırmalar arasındaki uyumsuzlukların yanı sıra birden fazla seviye davranışı gösteren öğretmen adaylarının hangi seviye ya da seviyelerde sınıflandırılması gerektiği de tartışılarak bir sonuca varılmıştır. Birden fazla seviye davranışı gösteren öğretmen adaylarının verdiği cevaplardaki baskın olan düşünme seviyesinde sınıflandırılması sonucuna ulaşılmıştır. Öğretmen adaylarının hem dörtgenler hem de geometrik cisimleri tanıma ve sınıflandırma düzeyleri gelecek bölümde paylaşılabacaktır.

3. Bulgular

Bu bölümde öğretmen adaylarının geometri testinde yer alan dörtgenler ile geometrik cisimleri tanıma ve hiyerarşik sınıflandırmasına yönelik sorulara verdikleri yanıtların frekans ve betimsel analiz sonuçları ve görüşmelerden elde edilen bulgulara yer verilmiştir.

3.1. Öğretmen adaylarının dörtgenleri tanıma ve aralarında sınıflandırma yapabilme düzeyleri

Öğretmen adaylarının geometri testinde yer alan dörtgenleri tanıma ve aralarında hiyerarşik sınıflandırma yapabilme sorularına verdikleri yanıtlar bu bölümde detaylı açıklanacaktır. Tablo 2’de yer alan sonuçlar incelendiğinde, öğretmen adaylarının büyük çoğunluğunun (%56) dörtgenler arasında bazı ilişkilendirmeler yapabildiği, ancak dörtgenler arasında yer alan ailesel ilişkilerin tümünü anlamadığı görülmektedir.

Tablo 2. Öğretmen adaylarının dörtgenleri tanıma ve sınıflandırma düzeyleri

Seviler	N	f (%)
Seviye 4: Hiyerarşik Tanıma ve Sınıflandırma	11	28
Seviye 3: Kısmi Prototip Tanıma ve Sınıflandırma	22	56
Seviye 2: Prototip Tanıma ve Sınıflandırma	4	11
Seviye 1: Yanlış Tanıma ve Sınıflandırma	2	5

Şekil 2’de yer alan temsilde, öğretmen adayının kare ve yamuk arasındaki hiyerarşik ilişkiyi açıklamak için yamuğa ait prototip örnekleri kullanarak bir yargıya ulaştığı görülmektedir. Oysaki, aynı öğretmen adayı diğer dörtgenler arasındaki hiyerarşik ilişkileri açıklamak için bu dörtgenlere ait prototip örneklerin yanı sıra dörtgenlerin kritik özelliklerini göz önünde bulundurduğu görülmektedir.

a)	Kare özel bir yamuktur. Doğru <input type="checkbox"/> Yanlış <input checked="" type="checkbox"/>
	Neden: <i>Yamukta kenarların eşit olma durumu yoktur.</i>
b)	Eşkenar dörtgen özel bir paralelkenardır. Doğru <input checked="" type="checkbox"/> Yanlış <input type="checkbox"/>
	Neden: <i>Kenarları birbirine eşit bir dörgendir.</i>
c)	Paralelkenar özel bir dikdörtgendir. Doğru <input type="checkbox"/> Yanlış <input checked="" type="checkbox"/>
	Neden: <i>Paralelkenarda kenarların birbirine dik olma durumu yoktur.</i>
d)	Kare özel bir dikdörtgendir. Doğru <input checked="" type="checkbox"/> Yanlış <input type="checkbox"/>
	Neden: <i>Kare tüm kenarları birbirine eşit ve dik dikdörtgendir.</i>
e)	Dikdörtgen özel bir eşkenar dörtgendir. Doğru <input type="checkbox"/> Yanlış <input checked="" type="checkbox"/>
	Neden: <i>Eşkenardörtgenin tüm kenarları eşit olmalıdır.</i>
f)	Dikdörtgen özel bir paralelkenardır. Doğru <input checked="" type="checkbox"/> Yanlış <input type="checkbox"/>
	Neden: <i>Kenarlarının birbirine paralel olma durumu vardır.</i>

Şekil 2. Kısmi prototip cevap temsili

Kısmi prototip seviyesinde yer alan 22 öğretmen adayının geometri testine verdikleri cevaplar incelendiğinde, bu öğretmen adaylarının aynı seviyede (Kısmi Prototip seviyesi) sınıflandırılmalarına rağmen, cevapları ve düşünme seviyeleri arasında bazı farklılıklar olduğu belirtilmelidir. Şekil 2’de yer alan temsilde, öğretmen adayı sadece kare ve yamuk arasındaki ilişkilendirmede prototip yargıyı kullanırken, Şekil 3’te yer alan temsilde ise öğretmen adayının prototip yargıyı diğer bazı dörtgenler arasındaki ilişkiyi açıklamak için de kullandığı görülmektedir. Şekil 3’te yer alan temsilde, öğretmen adayının “çünkü dikdörtgenin tüm kenarları eşit değildir” ve “yamukların bütün kenarları eşit olamaz” ifadeleri öğretmen adayının bu dörtgenlere ait prototip örnekleri kullanarak bir yargıya ulaştığını göstermektedir.

a) Kare özel bir yarıslıktır. Doğru Yanlış
Neden: *yanlışların bir kenarları eşit olma.*

b) Eşkenar dörtgen özel bir paralelkenardır. Doğru Yanlış
Neden: *çünkü eşkenar dörtgenin karşılıklı kenarların paralel olduğu eşittir.*

c) Paralelkenar özel bir dikdörtgendir. Doğru Yanlış
Neden: *çünkü birbirine paralel olan 2 taraf da doğru olan bir açı seçilerek oluşturulan dikdörtgen olabilir.*

d) Kare özel bir dikdörtgendir. Doğru Yanlış
Neden: *çünkü dikdörtgenin tüm kenarları eşit değildir.*

e) Dikdörtgen özel bir eşkenar dörtgendir. Doğru Yanlış
Neden: *çünkü eşkenar dörtgen bütün kenarları eşittir.*

f) Dikdörtgen özel bir paralelkenardır. Doğru Yanlış
Neden: *karşılıklı kenarların eşit olması için.*

Şekil 3. Kısmi prototip cevap temsili 2

Kısmi prototip seviyesindeki öğretmen adaylarının, dörtgenlerin kritik özelliklerini tam olarak kavrayamadıkları ve bu nedenle dörtgenler arasında yer alan tüm ailesel ilişkileri doğru olarak açıklayamadıkları görülmüştür. Örneğin, Şekil 3'te öğretmen adayı "Paralelkenar özel bir dikdörtgendir" ifadesini "Doğru" olarak işaretleyip, karşılıklı kenarların birbirine paralel olma durumunu da bu seçimin nedeni olarak açıkladığı görülmektedir. Oysaki karşılıklı kenarların paralel olması, bir dörtgenin dikdörtgen olması için yeterli bir özellik değildir. Bu nedenle, karşılıklı kenarların paralel olma özelliği dikdörtgen için kritik bir özellik oluşturmaz.

Öğretmen adaylarının sadece %28'inin dörtgenler arasında yer alan tüm ailesel ilişkileri doğru olarak anlamlandırabildiği dikkati çekmiştir. Hiyerarşik düşünme seviyesinde yer alan öğretmen adaylarının, dörtgenlerin kritik ve kritik olmayan özelliklerini ayırt edebildiği ve sınıflandırma yaparken bu özellikleri muhakeme temeli olarak kullandıkları görülmüştür. Şekil 4'te verilen temsilde öğretmen adayının dörtgenlerin kritik özelliklerini kullanarak verilen ifadelerin doğru ve yanlışlığını ayırt edebildiği görülmüştür. Örneğin öğretmen adayı, "Paralelkenar özel bir dikdörtgendir" ifadesini, paralelkenarların dikdörtgenin kritik özellikleri arasında yer alan dik açılara sahip olma özelliğini göstermemesi nedeniyle yanlış olarak işaretlemiştir. Ancak, dikdörtgenin özel bir paralelkenar olma durumunu ise, dikdörtgenlerin paralelkenarların kritik özellikleri arasında yer alan karşılıklı kenarlarının paralel olma özelliğini taşıması nedeniyle doğru olacağını belirtmiştir.

2- Aşağıda verilen ifadelerin doğru ve ya yanlışlığına göre yanınıza yer alan **Doğru** ve **Yanlış** kutucuklarından birisini işaretleyiniz. Seçiminizdeki nedenleri açıklayınız.

a) Kare özel bir yamuktur. Doğru Yanlış
Neden: Yamuk ölçülmesi için bir seklin alt ve üst kenarların (taban) birbirine paralel olması gerekmektedir. Bu özellikte kare uymaktadır.

b) Eşkenar dörtgen özel bir paralelkenardır. Doğru Yanlış
Neden: Paralel kenar diyebilmesi için bir sekile karşılıklı kenarları birbirine paralel olması gerekmektedir. Bu özellikte eşkenar dörtgen uymaktadır.

c) Paralelkenar özel bir dikdörtgendir. Doğru Yanlış
Neden: Paralel kenar karşılıklı kenarları birbirine eşittir, paraleldir ama dikdörtgende gibi dik değildir. Bu yüzden ten testi doğrudur ama.

d) Kare özel bir dikdörtgendir. Doğru Yanlış
Neden: Kare'nin karşılıklı kenarların paralel olması kenarın birbirini dik kesmesi dikkat edilmesi gereken bir özelliktir.

e) Dikdörtgen özel bir eşkenar dörtgendir. Doğru Yanlış
Neden: Eşkenar dörtgenlerin bütün kenarları eşittir. Dikdörtgenin ise sadece karşılıklı kenarları birbirine eşittir.

f) Dikdörtgen özel bir paralelkenardır. Doğru Yanlış
Neden: Her iki kenar da karşılıklı kenarları eşit olduğu gibi birbirine de paraleldir.

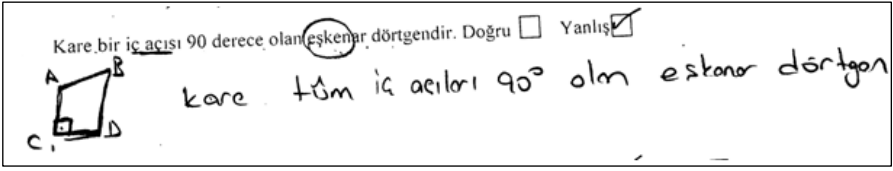
Şekil 4. Hiyerarşik seviye cevap temsili

Hiyerarşik seviyede yer alan öğretmen adaylarının dörtgenlerin kritik ve kritik olmayan özelliklerini ayırt edebilme ve sınıflandırma yaparken dörtgenlerin kritik özelliklerine odaklanma becerisinin yanı sıra, dörtgenler üzerinde zihinsel dönüşüm yapabildikleri de görülmüştür. Şekil 5'te verilen temsilde, öğretmen adayının eşkenar dörtgenin bir iç açısında yapılan değişikliğin (bir iç açısının 90 derece olması) sonuçlarını (tüm iç açılarının dik açı olması) öngörebildiği anlaşılmaktadır.

Kare bir iç açısı 90 derece olan eşkenar dörtgendir. Doğru Yanlış
Neden: Bütün kenarları birbirine eşit bir dörtgendir. Eşit kenarların oluşturduğu dörtgenin bütün açıları eşit olur. Dörtgenin iç açıları toplamı 360° olduğu için 4 açısı bulunan karenin bir iç açısı 90° olur.

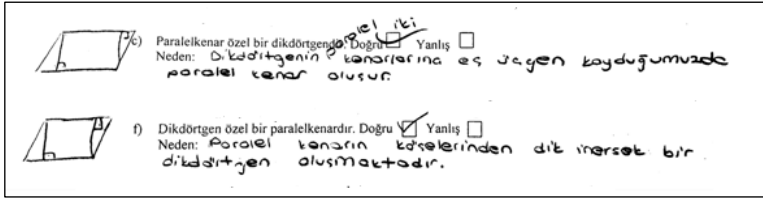
Şekil 5. Hiyerarşik seviye cevap temsili 2

Şekiller üzerinde zihinsel dönüşüm yapabilme ve yapılan bu dönüşümlerin sonuçlarını öngörebilme şüphesiz karmaşık bir durumdur, öğretmen adayları tarafından anlaşılmasının zor olduğu görülmüştür. Şekil 6'da verilen temsilde, kısmi prototip seviyesinde bulunan bir öğretmen adayının eşkenar dörtgenin iç açıları üzerinde yapılan dönüşümün hangi sonuçlara neden olacağını öngöremediği verdiği cevapta görülmektedir. Öğretmen adayının karşıt örnek olarak çizdiği şekilde bir iç açısı 90 derece ve tüm kenarları eşit uzunlukta olan bir dörtgenin olabileceğini düşündüğü görülmektedir. Öğretmen adayının sunduğu karşıt örnek, öğretmen adayının kenarları eş bir dörtgenin bir iç açısı üzerinde yapılan bir değişimin, dörtgenin diğer iç açıları üzerinde ne tür değişikliklere neden olacağını öngöremediğini kanıtlar niteliktedir.



Şekil 6. Kısmi prototip cevap temsili 2

Her ne kadar az sayıda olsa da, bazı öğretmen adaylarının dörtgenler arasındaki ailesel ilişkileri tamamen göz ardı ettiği görülmektedir. Prototip seviyede yer alan 4 öğretmen adayının muhakeme temeli olarak prototip yargıyı kullandığı görülmektedir. Şekil 7’de yer alan temsilde, öğretmen adayı Öznur hem “paralelkenar özel bir dikdörtgendir” ifadesini hem de “dikdörtgen özel bir paralelkenardır” ifadesi doğru olarak işaretlemiştir. Öğretmen adayının bu seçimlerindeki nedenleri incelendiğinde ise, dikdörtgen ve paralelkenarın özellikleri yerine, bu şekillerin görselleri üzerinde yapılan değişimlerin ve bu değişimler sonucunda şekillerin görselleri arasındaki benzerliklerin muhakeme temeli olarak kullanıldığı görülmüştür. Görsel benzetme ve ya prototip yargının öncelikli kullanıldığı bu cevap prototip seviye olarak sınıflandırılmıştır.

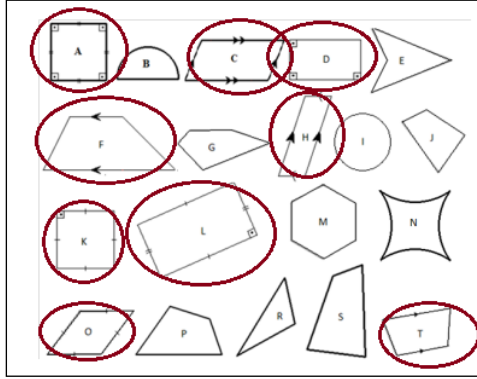


Şekil 7. Öznur’un prototip cevap temsili

Prototip seviyesinde yer alan öğretmen adaylarının, sunulan şekilleri salt görsel olarak değerlendirdiği ve bu şekillerin kritik özelliklerini açıklayamadıkları görülmüştür. Aşağıdaki bireysel görüşme kesitinde de, Öznur’un dörtgenlerin kritik özellikleri arasında yer alan dörtkenarının olması, kenarlarının doğru parçalarından oluşması ve kapalı bir şekil oluşturması özelliklerini açıklayamadığı bunun yerine şekilleri görsel yargı kullanarak yani prototipleri ile karşılaştırarak sınıflandırdığı görülmüştür. “Mesela bunun (E şeklinin) da bir dörtgen olduğunu kabul edebilirim aslında. Yani dörtgen değil de üçgen. Benziyor yani” açıklaması Öznur’un dörtgenlerin kritik özellikleri temelli bir muhakeme yerine, şekillerin görselliğine dayalı bir muhakeme kullandığını kanıtlar niteliktedir (Bkz. Şekil 8). Benzer olarak Öznur, karenin köşegen uzunluklarının eşit olması ancak eşkenar dörtgenlerin bu özelliği göstermemesinden dolayı karenin bir eşkenar dörtgen olamayacağını savunmuştur. Bu söylem Öznur’un eşkenar dörtgenlerin kritik ve kritik olmayan özelliklerini ayırt edemediğini göstermektedir.

Görüşmeci: 1. sayfada yer alan şekillerden hangilerini dörtgen olarak işaretledin?

Öznur: A, C, D, F, H, K, L, O ve T



Şekil 8. Öznur'un dörtgen seçimleri

Görüşmeci: Neye göre karar verdin? Nasıl seçtin yani?

Öznur: Dört köşesi olduğu için.

Görüşmeci: N şeklini niye seçmedin?

Öznur: (Sessizlik) Bilmiyorum ama tam dörtgen şekli gibi değil.

Görüşmeci: Neden?

Öznur: Açıklayamıyorum tam olarak ama dörtgen değil bence. Bence bu şekil (C şeklini çiziyor) bir dörtgen olabilir ama kenarları yay gibi mesela bunun (N şeklini çiziyor). Bir dörtgen olduğunu ben düşünmüyorum. Mesela bunun (E şeklini çiziyor) da bir dörtgen olduğunu kabul edebilirim aslında. Yani dörtgen değil de üçgen. Benziyor yani.

Görüşmeci: Peki bu şekillerden hangi ve ya hangilerini eşkenar dörtgen olarak işaretledin?

Öznur: O

Görüşmeci: O şeklini

Öznur: Aslında bana göre karede eşkenar dörtgene benziyor. Yani şu şekilde döndürdüğümüzde (kâğıdı masa üzerinde 90° saatin tersi yönünde döndürüyor) eşkenar dörtgene benziyor. Ama eşkenar dörtgende bunlar (köşegenlerini çiziyor) birbirine eşit değil ama karede eşit. O yüzden A ve K değil, sadece O.

Prototip seviyesinde yer alan öğretmen adaylarının bir şekle birden fazla farklı isim verilmesine karşı çıktıkları da görülmüştür. Aşağıda yer alan bireysel görüşme kesitinde, öğretmen adayı Nermin'in bir dörtgene iki farklı isim verilmesinin yanlış olduğunu düşündüğü açıkça görülmüştür. Bir şekle birden fazla isim verilmesinin yanı sıra, tıpkı prototip seviyesinde yer alan Öznur gibi Nermin'in de kritik ve kritik olmayan özellikleri ayırt edemediği ve kritik olmayan özellikleri muhakeme temeli olarak kullandığı görülmektedir.

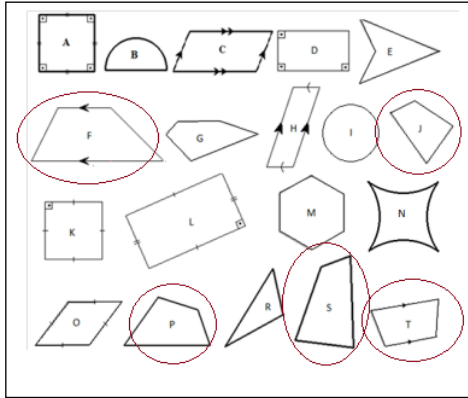
Görüşmeci: Hangi ve ya hangilerini eşkenar dörtgen olarak işaretledin?

Nermin: O. Ama işaretlerken kareyi de alıp almamayı çok sorguladım. Ama kareye eşkenar dörtgen denmesini ben kelime oyunu olarak algılıyorum. Eşkenar dörtgene eşkenar dörtgen diyoruz; kareye kare diyoruz. İki farklı isim.

Görüşmeci. Eşkenar dörtgen nedir senin için?

Nermin: Adı üstünde, kenarları eşit olan dörtgendir. Karenin de eşittir ama bu eşkenar dörtgende (O şeklini işaret ediyor) açıları eş değildir.

Öğretmen adaylarının testte yer alan dörtgenlere yönelik sorulara verdiği cevaplar incelendiğinde, öğretmen adaylarının yamuk kavramına yönelik eksik bilgilerinin olduğu da fark edilmiştir. Yamuk için en az bir çift paralel kenara sahip olma kritik özelliğinin öğretmen adayları tarafından bilinmediği görülmüştür. Şekil 9'da verilen temsilde görüldüğü üzere, öğretmen adayı Nermin yamuğun en az bir çift kenarının paralel olması özelliğini göz ardı ederek J, S ve P görsellerini yamuk temsilleri olarak işaretlemiştir.



Şekil 9.Nemin'in prototip sınıflandırma cevap temsili

Görüşmeci: Hangi veya hangilerini yamuk olarak işaretledin?

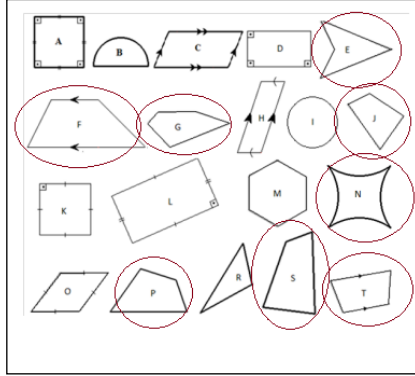
Nermin: F, J, P, S ve T

Görüşmeci. Neden peki bu şekilleri işaretledin?

Nermin: Yamuk denilince bu şekilleri düşündüm. Bunlara benziyor yani.

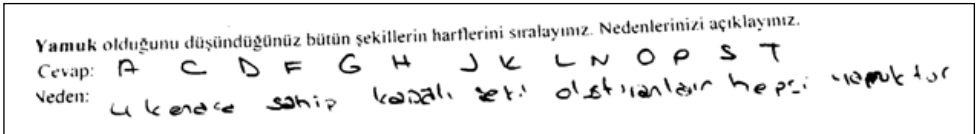
Seçilen J, S ve P görsellerinin yanlış olmasına rağmen öğretmen adayının bu şekilleri prototip yamuk temsiline benzerliği göz önünde bulundurarak seçmesi, öğretmen adayının muhakeme temeli olarak prototip yargıyı kullandığını göstermektedir. Öğretmen adaylarının J, S ve P görsellerinden oluşan yanlış yamuk temsillerini seçtiği benzeri cevaplar, Seviye 1: Yanlış Tanıma ve Sınıflandırma seviyesi yerine prototip yargının kullanıldığı Seviye 2: Prototip Tanıma ve Sınıflandırma olarak sınıflandırıldığı belirtilmelidir.

Prototip yargının kullanımı yerine sorulan kavrama yönelik yanlış bilgilerden kaynaklı cevaplar ise Seviye 1: Yanlış Tanıma ve Sınıflandırma olarak sınıflandırılmıştır. Şekil 10'da öğretmen adayının, Yamuk temsili olarak N, E, G şekillerini de seçtiği görülmüştür. Seçilen yamuk temsillerinin yamuğun prototip temsiline benzememesi (Şekil E, N ve G), yamuğun kritik özelliği olan en az bir çift karşılıklı kenarının paralel olması özelliğini taşıması (Şekil P, S, J, E, N ve G) ve hatta dörtgen olma özelliğini yerine getirmemesi (Şekil G ve N) nedeniyle bu ve benzeri cevaplar Seviye 1: Yanlış Tanıma ve Sınıflandırma seviyesi olarak sınıflandırılmıştır.



Şekil 10. Yanlış sınıflandırma cevap temsili

Benzer olarak, Şekil 11'de gösterilen temsilde öğretmen adayının dörtkenarı olan tüm kapalı şekilleri yamuk olarak isimlendirmesi yamuğun kritik özelliklerini bilmediğini kanıtlar niteliktedir. Bu cevap da Seviye 1: Yanlış Tanıma ve Sınıflandırma olarak sınıflandırılmıştır.



Şekil 11. Yanlış sınıflandırma cevap temsili 2

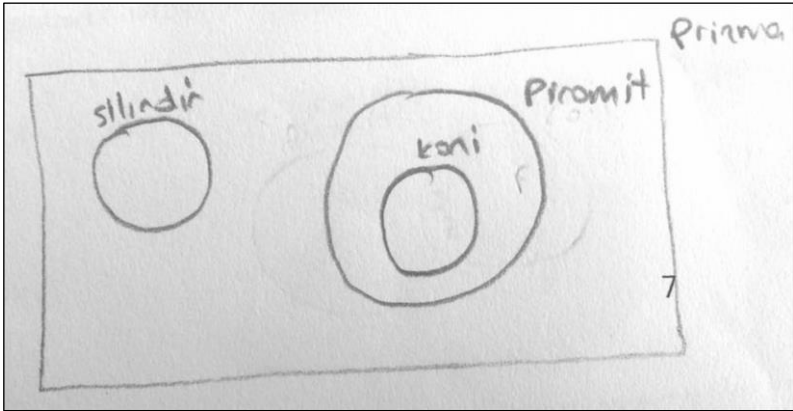
3.2. Öğretmen adaylarının geometrik cisimleri tanıma ve aralarında sınıflandırma yapabildikleri düzeyleri

Öğretmen adaylarının geometri testinde yer alan geometrik cisimleri tanıma ve aralarındaki hiyerarşik ilişkiyi anlamaya yönelik sorulan sorulara verdikleri yanıtlar ve yaptıkları açıklamalar bu bölümde detaylı açıklanacaktır.

Tablo 3. Öğretmen adaylarının geometrik cisimleri tanıma ve sınıflandırma yapabildikleri düzeyleri

Seviyeler	n (39)	f (%)
Seviye 4: Hiyerarşik Tanıma ve Sınıflandırma	-	-
Seviye 3: Kısmi Prototip Tanıma ve Sınıflandırma	-	-
Seviye 2: Prototip Tanıma ve Sınıflandırma	35	%90
Seviye 1: Yanlış Tanıma ve Sınıflandırma	4	%10

Tablo 3 incelendiğinde, öğretmen adaylarından bazılarının, geometrik cisimler arasında ilişkilendirme yaptığı ancak yapılan ilişkilendirmelerin yanlış ilişkilendirmeler olduğu görülmüştür. Dört öğretmen adayı silindiri tabanı çember olan bir prizma; koniyi ise tabanı çember olan bir piramit olarak tanımlamışlardır. Şekil 12’de görülen temsilde, öğretmen adayı silindiri prizmaların bir alt kümesi; koniyi de piramitlerin bir alt kümesi olarak belirtmiştir. Ayrıca, öğretmen adayı piramitleri prizma kümesinin içine çizerek piramitlerin prizmaların bir alt kümesi olduğunu belirtmiştir.

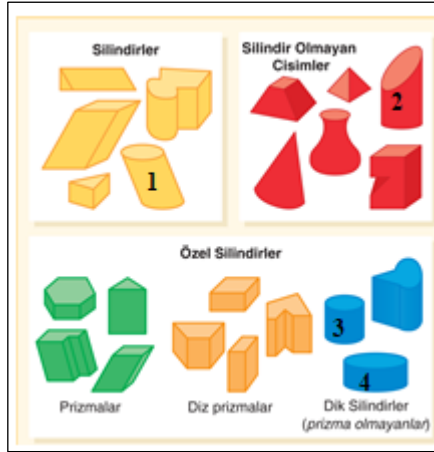
**Şekil 12.** Yanlış sınıflandırma cevap temsili 3

Şekil 13’te verilen temsilde ise, öğretmen adayı testte sunulan tüm geometrik cisim temsillerini prizma olarak isimlendirmiştir. Öğretmen adayının bu seçiminin sebebi olarak prizmayı hacmi olan şekil olarak tanımlaması, öğretmen adayının aşırı genelleme yaptığını kanıtlar niteliktedir. Öğretmen adayı piramidi de benzer olarak tabanı ve tepe noktası olan bir şekil olarak tanımlamıştır. Bu cevap da Seviye 1: Yanlış Tanıma ve Sınıflandırma olarak sınıflandırılmıştır.

Koni: taban daire ve üstte birleşiyor
 Prizma: Macmi olan şekil.
 Piramit: tabanı olan ve üstte birleşen şekil.
 Silindir: taban ve tavan daire olan şekil.

Şekil 13. Yanlış sınıflandırma cevap temsili 4

Öğretmen adaylarının büyük çoğunluğunun (%90), silindir, koni, prizma ve piramit örneklerini seçerken prototip yargıyı kullandıkları görülmüştür. Şekil 14’te yer alan temsilde, öğretmen adayı Seda sadece 1, 2, 3, 4 olarak numaralandırılan cisimleri silindir temsilleri olarak kabul ettiğini belirtmiştir. Seda, yazdığı açıklamada prizmaların silindirlerin bir alt kümesi olarak gösterilmesinin yanlış olduğunu ve prototip olmayan silindir temsillerinin silindir olarak gösterildiğini “silindirler kısmında prizma bulunuyor”, “özel silindirler kısmında hepsi silindir değil” ifadeleri ile eleştirmiştir.



Silindirler kısmında prizma bulunuyor. Silindir olm. cis. kısmında silindir var. Özel silindirler kısmında hepsi silindir değil. Dolayısıyla doğru old. düşünüyorum.

Şekil 14. Seda’nın geometrik cisimleri prototip sınıflandırma cevap temsili (Van de Walle ve ark., 2013, s.412)

Bireysel görüşmeler esnasında da, Seda'nın silindir seçimlerinde prototip yargıyı muhakeme temeli olarak kullandığı görülmüştür. Silindir ve silindir olmayan cisimlerin seçiminde silindir tanımı ve özellikleri yerine, prototip silindir örnekleri ile karşılaştırma yapılarak bir yargıya varılması, Seda'nın prototip yargıyı kullandığını kanıtlar niteliktedir. Her ne kadar 2 ile numaralandırılan geometrik cisim yanlış bir silindir örneği olsa da, Seda'nın bu cisimi kesik silindir örneği olarak kabul edip işaretlediği göz önünde bulundurularak Seda'nın bu cevabı prototip cevap temsili olarak sınıflandırılmıştır.

Görüşmeci: Seda, bu soruda yapılan sınıflandırma hakkında ne düşünüyorsun?

Seda: Bence yanlış

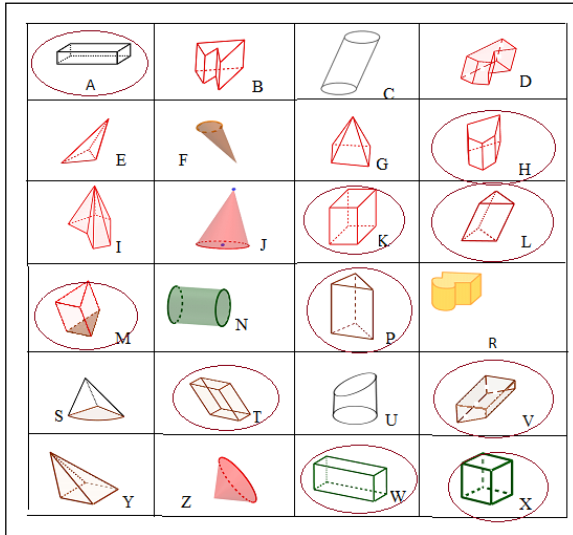
Görüşmeci: Neden yanlış olduğunu düşünüyorsun?

Seda: Burada yazdığım gibi. Silindirler kısmında prizmalar var (Temsildeki silindirler bölümündeki prizmaları işaret ediyor). Özel silindirlerin içinde de prizmaları almış. Bunlar prizma (Temsildeki prizma ve dik prizmalar olarak sınıflandırılan geometrik cisimleri kastediyor). Silindir değil. Bunu çözemedim (Temsildeki özel silindirler kategorisindeki dik silindirlerden dairesel olmayan silindiri kastediyor).

Görüşmeci: Sen olsaydın hangi ve ya hangilerini silindir olarak seçerdin? İşaretler misin?

Seda: (1, 2, 3, 4 numaralı şekilleri işaretliyor). Bunlar silindir. Bunu silindir olmayanların içine almış (2 numaralı cisimi kastediyor) ama kesik silindir.

Öğretmen adaylarının geometrik cisimleri prototiplerden yola çıkarak tanımanın ötesinde, cisimlerin kritik özelliklerinin tamamını bilmedikleri de verdikleri cevaplarda görülmüştür.



Şekil 15. Ahmet'in prizma sınıflandırması

Görüşmeci: Testin son sayfasında yer alan şekillere bir bakalım.

Ahmet: (Testin son sayfasını çeviriyor).

Görüşmeci: Şimdi bu sayfada yer alan şekillerden prizma olanlarını işaretlemeni istesem, hangilerini işaretlersin?

Ahmet: A'yı seçerim. B'yi seçmem.

Görüşmeci: Neden?

Ahmet: (Düşünüyor). İki şeklin birleştirilmiş gibi. İki tane üçgen prizmanın birleşimi gibi. D'yi de aynı şekilde düşünüyorum. İki şekli birleştirmişler gibi. Prizmada özel şekilleri gördük biz mesela kare prizma gibi. Bu hallerini bilmiyorum (B ve D şekillerini kastediyor).

Görüşmeci: Peki

Ahmet: E'yi de düşünmüyorum çünkü sivri bir ucu var ona piramit diyoruz.

Diğeri (Şekil F) koni zaten. H' ı diyebilirim. K'yı kesin eklerim.

Görüşmeci: Ona biraz daha kolay verdin sanırım.

Ahmet: Evet. L, M, P, V, W'i eklerim. X zaten küp olduğu için onu da eklerim.

Görüşmeci: Peki sana göre prizma nedir?

Ahmet: Sivri bir ucu olmayacak, kapalı bir şekil olacak ve üç boyutlu bir şekil olacak.

Yukarıda yer alan bireysel görüşme kesitinde görüldüğü gibi, Ahmet verilen cisimleri prototiplerinden yola çıkarak sınıflandırmaya çalışmıştır. Ahmet prototip prizma temsillerini (K, X veya W gibi) daha kolay seçerken, prototip olmayan prizma temsillerini sınıflandırırken zorlandığı görülmüştür. Hatta B ve D cisimlerinin prizma olmadığını belirtmiştir. Ahmet'in B ve D cisimlerini prizma olarak sınıflandırmamasının nedenini "İki şeklin birleştirilmiş gibi. İki tane üçgen prizmanın birleşimi gibi. D'yi de aynı şekilde düşünüyorum. İki şekli birleştirmişler gibi. Prizmada özel şekilleri gördük biz mesela kare prizma gibi. Bu hallerini bilmiyorum." ifadeleri ile açıklaması, Ahmet'in prizma tanımlarından çok bu şekillerin görsellerine ve bu görsellerin vurguladığı karakterlere odaklandığını göstermektedir. Dolayısıyla Ahmet'in prizmaların kritik özelliklerinden olan alt ve üst tabanlarının eş çokgensel bölgelerden oluşması özelliğini sınıflandırma yaparken kullanmadığı, onun yerine cisimlerin prototipleri ile karşılaştırarak yargıda bulunduğu görülmüştür. Piramit için ise; tabanlarının çokgen olması, (çokgenin kenarları ile) tepeleri ortak bir noktada birleşmesi kritik özelliklerdir (Gökbulut, 2010). Ahmet'in piramitlere yönelik bu kritik özelliklerden sadece bir tepe noktasının bulunmasını bildiği ve tabanlarının çokgenlerden oluşması gerektiği özelliğini göz ardı ettiği görülmüştür.

Görüşmeci: Piramitleri seçmeni istesem, hangi ve ya hangilerini işaretlerdin?

Ahmet: E, G, I, sonra S'yi seçerdim. Ondan sonra Y'yi seçerdim. Çünkü çok benziyor. Bitti.

Görüşmeci: Peki seçtiğin cisimlerin ortak özelliği nedir? Ya da sana göre piramit nedir?

Ahmet: Sivri bir ucu olacak, alttaki şeklin köşelerinden çıkartılan doğrular bir noktada birleşecek.

4. Tartışma ve Sonuç

Öğretmen adaylarının dörtgenler ve geometrik cisimleri tanıma ve aralarındaki ilişkileri anlama düzeylerinin incelendiği bu çalışmanın bulguları dörtgenler ve geometrik cisimler olarak ayrı ele alınarak tartışılacaktır.

4.1. Dörtgenleri tanıma ve sınıflandırma seviyeleri

Dörtgenler ve aralarındaki hiyerarşik ilişkinin öğrenilmesi ortaokul müfredatının önemli konuları arasında yer alır (MEB, 2018). Her ne kadar dörtgenler arasındaki hiyerarşik ilişki ortaokul geometri müfredatının önemli bir parçasını oluştursa da, bu ilişkilendirmenin anlaşılması karmaşık bir beceri olup birçok üst düzey düşünme becerisini içerisinde barındırır (Clements, 2003; Fujita & Jones, 2007). Bu çalışmanın bulguları, çalışmaya katılan 39 öğretmen adayından 4 öğretmen adayının Seviye 2: Prototip Tanıma ve Sınıflandırma ve 2 öğretmen adayının ise Seviye 1: Yanlış Tanıma ve Sınıflandırma düzeylerinde yer aldıklarını göstermiştir. Bu seviyelerde yer alan öğretmen adaylarının dörtgenler konusunda yanlış ve ya sınırlı bilgiye sahip oldukları ve dörtgenlerin kritik ve kritik olmayan özelliklerini ayırt edemedikleri gözlenmiştir. Tsamir ve arkadaşları (2008) öğrencilerin sınıflandırma yaparken kavramların özelliklerini temel alarak sınıflandırma yapmasını, kavramlara ait kritik olmayan özelliklere odaklanma ve kavrama ait kritik özelliklere odaklanma olarak iki farklı seviyede incelenmesi gerektiğini savunurlar. Bu çalışmanın bulguları, özellikle prototip seviyede yer alan öğretmen adaylarının dörtgenlerin kritik özellikleri yerine kritik olmayan özelliklerine odaklandıklarını göstermiştir. Örneğin, öğretmen adayı Öznur'un bireysel görüşme kesitinde yer alan "Aslında bana göre karede eşkenar dörtgene benziyor. Yani şu şekilde döndürdüğümüzde (kağıdı masa üzerinde 90°saatin tersi yönünde döndürüyor) eşkenar dörtgene benziyor. Ama eşkenar dörtgende bunlar (köşegenlerini çiziyor) birbirine eşit değil ama karede eşit " ifadesi Öznur'un eşkenar dörtgenlerin kritik ve kritik olmayan özelliklerini ayırt edemediğini aksine, kritik olmayan özelliğe (karenin 90 °döndürülerek prototip eşkenar dörtgene benzemesi) odaklandığını kanıtlamaktadır. Hershkowitz (1989) dörtgenler sınıflandırılırken öğrencilerde ortaya çıkan iki tip hatadan bahseder : (1) her zaman karşılaşılan dörtgen prototiplerine dayanarak yapılan görsel çıkarımların diğer durumlara genellenmesi ve (2) prototiplere özgü tipik özelliklerin sınıflandırma yapılırken kullanılması (s.74). Prototip seviyesinde yer alan öğretmen adaylarının bu iki tip hatayı yaptığı görülmüştür. Tüm bu tespitlerin literatürde yer alan diğer çalışmalar ile uyumlu olduğu görülmüştür (Fujita, 2007; Fujita & Jones, 2007; Okazaki & Fujita, 2007; Türnüklü, ve ark., 2013; Zeybek, 2018). Prototip seviyesinde yer alan öğretmen adayları aynı zamanda bir geometrik şekle birden fazla isim verilmesinin doğru olmadığını belirtmişlerdir. Yapılan çalışmalar da öğrencilerin bir şeklin sadece bir ismi olacağını düşündüklerini kanıtlamıştır (De Villiers, 1994; Markman & Wachtel, 1988). Geometrik şekillerin birden fazla isimle sınıflandırıldığı hiyerarşik yapının kabulünü olumsuz yönde etkilediği aşikârdır.

Çalışmanın bulguları, öğretmen adaylarının büyük çoğunluğunun Seviye 2: Kısmi Prototip Tanıma ve Sınıflandırma düzeyinde yer aldığını göstermiştir. Öğretmen adaylarının dörtgenleri tanıma ve aralarındaki hiyerarşik ilişkiyi açıklamaya yönelik

sorulan sorulara verdikleri yanıtlar, öğretmen adaylarının çoğunun dörtgenler arasında yer alan hiyerarşik ilişkiyi tamamıyla kavrayamadıklarını göstermiştir. Literatürde yer alan çalışmalar (Okazaki, 1995; Okazaki & Fujita, 2007; Türnüklü, 2014; Zeybek, 2018) bazı hiyerarşik ilişkilerin diğerlerine göre daha kolay ve ya zor anlaşılabilirliğini göstermiştir. Bu çalışmanın bulguları da, öğretmen adaylarının özellikle yamuk ve diğer dörtgenler arasında yer alan ilişkilerin diğer hiyerarşik ilişkilere göre daha zor anlamlandırıldığını göstermiştir. Oysaki 7. sınıf kazanımları kare, dikdörtgen, eşkenar dörtgen ve paralelkenarın yamuğun özel durumları olarak ele alınması gerektiğini vurgular (MEB, 2018). Yapılan çalışmalar, öğretmen adaylarının kavramlara yönelik akademik tanımlardan çok kişisel tanımları tercih ettikleri ve kullandıklarını göstermiştir (De Villiers, 1994; Ergin ve Türnüklü, 2015; Tall & Vinner, 1981; Türnüklü ve ark., 2013). De Villiers (1994) şekiller arasında ailesel ilişkilerin göz önünde bulundurulmadığı parçalı sınıflandırma (tanımlama) ve şekiller arasında yer alan ailesel ilişkilerin göz önünde bulundurulduğu hiyerarşik sınıflandırma (tanımlama) olarak iki tip sınıflandırmadan bahseder. De Villiers'in bahsettiği hiyerarşik sınıflandırma yapabilmeleri için bireylerin prototip yargı kullanmak yerine analitik karar verme becerilerinin desteklenmesi gerekmektedir. Analitik karar verme becerisinin ise bireylerin kavramlara ait kritik özellikleri öğrenmesi ile sağlanacağını aşikârdır. Analitik karar verme sürecinde şekillerin kritik özelliklerinin yer aldığı kavramların formal tanımları kullanılmalıdır. Bu çalışmanın bulguları da, öğretmen adaylarının özellikle yamuk kavramında kendi tanımlarını tercih ettikleri ve bu tanımların her zaman doğru olmadığını kanıtlar niteliktedir.

Öğretmen adaylarının dörtgenlere ait kritik ve kritik olmayan özellikleri ayırt edebilme ve sınıflandırma yaparken dörtgenlerin kritik özelliklerini temel alma becerilerinin ancak hiyerarşik seviyede gösterebildikleri bilinmektedir (Fujita & Jones, 2007). Bu çalışmanın bulguları sadece 11 öğretmen adayının dörtgenler arasında yer alan ailesel ilişkilerin tamamını doğru olarak anlamlandırabildiği görülmüştür. Geometrik şekillerin öğrenenin zihninde oluşumu ve hareket ettirilmesi geometrik şekillerin kavranması ve özellikle aralarındaki ilişkinin anlaşılmasında önem teşkil etmektedir (Erez & Yerushalmy, 2006; Walcott, Mohr & Katsberg, 2009). Ancak, geometrik şekiller üzerinde yapılan zihinsel değişimler ve bu dönüşümlerin sonuçlarının geometrik şekilde hangi özellikleri değiştirip hangilerini değiştirmeyeceğinin ön görülmesi şüphesiz karmaşık bir beceridir. Wilson (1990) kavramlara yönelik şekiller üzerinde yapılan zihinsel dönüşümlerin, şekillerin kavrama ait örnek oluşturmasına engel olmadığını farkına varılması yeteneğinin ancak öğrenenin kavrama yönelik bilgilerin artması ile gelişeceğini belirtir. Şekiller üzerinde yapılan bu zihinsel manipülasyonları “dönüşüm” (morphing) olarak adlandıran Lehrer, Jehkins ve Osana (1998), şekillerin öğrenenin zihninde hareketli olmasının geometrik konuların öğrenimindeki önemine vurgu yaparlar. Bu çalışmanın bulguları, dörtgenler arasında yer alan ailesel ilişkileri doğru ifade edebilme becerisinin yanı sıra dörtgenlere ait kritik ve kritik olmayan özelliklerin ayırt edilebilmesi ve özellikle geometrik şekiller üzerinde yapılan zihinsel dönüşümlerin sonuçlarının doğru bir şekilde öngörülmesi becerilerinin sadece hiyerarşik seviyede mümkün olduğunu kanıtlamıştır. Örneğin, kısmi prototip seviyesinde bulunan öğretmen adayı her ne kadar karenin özel bir eşkenar dörtgen olduğunu belirtse de, Şekil 6' da

verilen temsilde görüldüğü gibi eşkenar dörtgenin bir iç açısı üzerinde yapılan zihinsel dönüşümün (90° olmasının), eşkenar dörtgenin diğer iç açıları üzerinde meydana getireceği değişimlerin kare oluşturması için yeterli olduğunu öngörmekte başarısız olmuştur. Benzer olarak, Şekil 7' de verilen temsilde prototip seviyede yer alan bir öğretmen adayı her ne kadar şekiller üzerinde dönüşümler gerçekleştirse de, bu dönüşümlerin şekillerin özellikleri üzerinde yapılan zihinsel bir değişimden çok, şekiller arasında görsel benzetme çabasından doğan fiziksel bir dönüşüm olduğu görülmüştür. Şekiller üzerinde yapılan zihinsel dönüşümlerin ve özellikle yapılan bu dönüşümlerin şekiller üzerindeki etkilerinin doğru öngörülmesi becerisinin yanı sıra, öğretmen adaylarının zorlandığı bir diğer konu— geometrik cisimlerin tanınması ve aralarındaki ilişkilerin açıklanması— gelecek bölümde tartışılacaktır.

4.2. Geometrik cisimleri tanıma ve sınıflandırma seviyeleri

Geometrinin temelinde yer edinen kavramlardan biri olan geometrik cisimler konusu matematik müfredatlarında oldukça geniş yer tutar. Her ne kadar geometrik cisimler konusu matematik müfredatlarının önemli bir bölümünü oluştursa da, geometrik cisimler konusu öğrencilerin zorlandıkları konuların başında yer alır (Gökkurt ve ark., 2015). Hatta, yapılan birçok araştırma öğretmen adaylarının da geometrik cisimler konusunda zorlandığını göstermiştir (Gökbulut, 2010; Gökbulut & Ubuz, 2013; Gökkurt ve ark., 2014; Koç & Bozkurt, 2011; Tsamir ve ark., 2015). Matematik öğretmeni adaylarının geometrik cisimleri tanıma ve aralarında yer alan hiyerarşik sınıflandırmanın farkına varma seviyelerinin incelendiği bu çalışmanın sonuçları da, öğretmen adaylarının geometrik cisimleri tanıma ve geometrik cisimlere örnekler seçme sorularına verdikleri yanıtlar incelendiğinde, öğretmen adaylarının baskın olarak prototip yargıyı kullandıkları görülmüştür. Öğretmen adaylarının verilen şekillerden silindir, koni, prizma ve piramit olanlarını belirlemede en çok prototip örnekleri tercih ettikleri ve prototip olmayan örnekleri kabul etmedikleri bulunmuştur. Matematiksel bir kavramın zihinde oluşturulması sürecinde tanımlar, örnekler ve karşıt örnekler büyük bir öneme sahiptir (Wilson, 1990; Monaghan, 2000). Ortaokul ve lise ders kitaplarında bu kavramlara yönelik genellikle prototip örneklerin bulunması, hatta silindir ve koni kavramlarında sadece dairesel silindir ve dairesel koninin yer verilmesinin öğretmen adaylarının bu seçimlerindeki rolü şüphesiz yadsınamaz. Monaghan (2000) kavramlara yönelik prototip örneklerin sınırlı görsel algılar oluşturarak kavramı sınırlandırabileceğinden dolayı kavrama ait kritik özelliklerin vurgulandığı kavram tanımlarının önemini belirtmektedir. Vinner (2011) da kavram imajları ve kavram tanımlarının her zaman paralel olmadığını ve sınıflandırma yapılırken zihinde kavrama yönelik kavram imajlarının daha baskın kullanıldığını savunur. Bu çalışmada da, öğretmen adayları silindir, prizma, koni ve piramit kavramlarına yönelik örnekleri seçerken kavram tanımlarında yer verilen kritik özelliklerin yerine kavrama yönelik prototip örneklerin temel alındığı bir muhakeme kullandıkları görülmüştür. Geometrik problem çözme stratejileri arasında sayılan (1) görsel, (2) sözel, ve (3) hem görsel hem sözel stratejilerinden (Lowrie & Clements, 2001; Presmeg, 2001; Wheatley, 1997) bu seviyede yer alan öğretmen adaylarının öncelikle görsel karşılaştırma stratejisini kullandıkları görülmüştür.

Van Dormolen ve Zaslavsky (2003) tanımların hiyerarşik olma özelliğini iyi bir tanımın önemli kriterleri arasında alırlar. Geometrik cisimler arasındaki hiyerarşik ilişkinin anlaşılması için bu kavramlara yönelik yapılan tanımların hiyerarşik tanımlar olmasının önemi aşikârdır. Öğretmen adaylarının silindir, koni, piramit ve prizma kavramlarına yönelik sorulara verdikleri cevaplar incelendiğinde, bu kavramları tanımlamak amacı ile genellikle parçalı tanımlar ve ya eksik (ya da yanlış) tanımlar kullandıkları dikkati çekmiştir. Örneğin, silindir kavramına yönelik daire şeklinde iki tabana sahip üç boyutlu şekil tanımı kullanan öğretmen adaylarının silindirin tabanlarının herhangi kapalı bir eğri olabileceğini durumunu göz ardı ederek parçalı tanım kullandıklarını kanıtlar niteliktedir. Benzer şekilde öğretmen adaylarının koni ile ilgili yapmış oldukları tanımlamalarda ise tabanı daire ve bir tepe noktası olan üç boyutlu şekil ifadelerine yer verdikleri belirlenmiştir. Bu kavramlara yönelik parçalı (sınırlı) tanımların yanı sıra, bazı öğretmen adaylarının prizma ve piramitleri üç boyutlu şekiller olarak tanımlayarak aşırı genelleme yaptıkları da görülmüştür. Ayrıca öğretmen adaylarının kavramları açıklarken kullandıkları tanımlamalar incelendiğinde ise büyük çoğunluğunun matematiksel dili kullanma ve bir kavramın tanımını ifade edebilmede yeterli olmadıkları tespit edilmiştir. Bozkurt ve Koç (2012) çalışmalarında öğretmen adaylarının geometrik cisimler için yapmış oldukları tanımların yetersiz ve matematiksel dili doğru kullanma açısından da büyük eksikliklere sahip olduğunu belirtmektedir. Literatürde yapılan çalışmalarda da (Bozkurt ve Koç, 2012; Gökbulut, 2010; Gökçurt, 2014) öğretmen adaylarının geometrik cisimleri doğru şekilde tanımlayamadıkları ve genel ifadeler vermeyi tercih ettikleri ifade edilmektedir.

Çalışmanın bulguları öğretmen adaylarının geometrik cisimleri tanıma konusunda zorlanmalarının yanı sıra, aralarındaki ilişkileri fark etme ve doğru açıklama konularında da zorlandıklarını kanıtlamıştır. Van de Walle ve arkadaşları (2013) prizmaların özel bir silindir ve piramitlerin ise özel bir koni olduklarını belirtir. Bu çalışmada, silindir ile prizma ve koni ile piramit arasında ilişki kurmaya çalışan çok az sayıda öğretmen adayının olduğu ve bu öğretmen adaylarının da kavramlar arasında yer alan ilişkileri yanlış tanımladığı görülmüştür. Öğretmen adaylarının silindirin özel bir prizma olduğu ve koninin özel bir piramit olduğu yönünde kurdukları hatalı ilişkilendirmeler, literatürdeki diğer çalışmalar tarafından da belirtilmiştir (Işıksal-Bostan & Yemen-Karpuzcu, 2017).

Sonuç olarak, bu çalışmada öğretmen adaylarının dörtgenler ve geometrik cisimleri tanıma ve aralarındaki hiyerarşik ilişkiyi anlama düzeyleri incelenmiştir. Dörtgenler ve geometrik cisimleri tanıma ve ilişkilendirme yapabilme, ortaokul müfredatının önemli konuları arasında yer alır (MEB, 2018). Buna karşın elde edilen bulgular, öğretmen adaylarının hem dörtgenleri hem de geometrik cisimleri tanıma ve aralarındaki hiyerarşik ilişkiyi kavrama konusunda zorlandıklarını göstermiştir. Ayrıca, öğretmen adaylarının büyük çoğunluğunun dörtgenler ve geometrik cisimlerin kritik özelliklerini ayırt edemediği ve bu kavramların prototip görsellerinin vurguladığı özellikleri kritik olarak kabul ettiği bulunmuştur. Bu sonuçlar, matematik eğitimi bölümündeki derslerin içeriklerinin yeniden ele alınması gerektiğini düşündürmektedir. Öğretmen adaylarına bu kavramlara yönelik, kavramları tanımlama, (prototip ve prototip olmayan) çeşitli örneklerine yer verme, özelliklerini (kritik ve kritik olmayan) keşfetme ve ilişkilendirme

çalışmaları yaptırılmalıdır. Bu kapsamda, ileriki araştırmalarda, öğretmen adaylarının bu kavramlara yönelik konu alan bilgilerinin gelişimini amaçlayan etkinliklerin geliştirildiği ve uygulama sonuçlarının incelendiği çalışmalara yer verilebilir.

Investigating Pre-service Teachers' Ability to Recognize and Classify Geometric Concepts Hierarchically

Extended Abstract

Introduction

Geometry is not only an essential tool for students to develop their spatial thinking, but is also a content strand that offers essential opportunities to develop their skills of inquiry, reasoning and proof (Battista, 2007). The National Council of Teachers of Mathematics (NCTM) (2000), emphasizes the importance of understanding geometric relationships among quadrilaterals and geometric solids and classifying them hierarchically (p.41). Recent educational reforms also emphasize that students should gain the ability to recognize geometric shapes and solids as well as their ability to classify them from early grade levels (NCTM, 2000, 2007).

The purpose of this study is to investigate the ability of pre-service mathematics teachers' to recognize and classify geometric shapes (quadrilaterals and geometric solids). In the literature, it is possible to find many national (Türnüklü, Alaylı & Akkaş, 2013) and international studies (Fujita, 2012; Fujita & Jones, 2006, 2007; Okazaki & Fujita, 2007), which investigate hierarchical classification and family relationship between quadrilaterals. Although the number of the studies that investigate relationships among geometric solids is less than the studies about hierarchical classification between the quadrilaterals, it is possible to find studies examining the ability of pre-service teachers to define geometric solids and classify them hierarchically (Gökbulut, 2010; Gökçurt, Şahin, Başbüyük, Erdem & Soylu, 2014; Koç & Bozkurt, 2011). However, there are limited number of studies examining the classification skills of pre-service teacher both in terms of two-dimensional geometric shapes and three-dimensional geometric solids. This study, in which pre-service teachers' understanding of the relationship between quadrilateral and geometric solids, is also considered to be important since it is interested in increasing the quality of teachers in the field of mathematics education. The following two research problems guided this study:

- 1- What is the level of teacher candidates' ability to recognize quadrilaterals and understand the hierarchical classification between them?
- 2- What is the level of teacher candidates' ability to recognize geometric objects and to understand the hierarchical classification between them?

Method

The study group consisted of 39 pre-service mathematics teachers who are studying in the department of mathematics education program at a public university during the spring semester of 2017-2018 academic year. In order to carry out semi-structured interviews, five pre-service teachers were selected in accordance with the findings obtained from the preliminary analysis of the geometry questionnaire.

A geometry questionnaire, consisting of 10 open-ended questions developed by the researcher, was used as a data collection tool. The questions in the questionnaire were designed to identify quadrilaterals and three-dimensional geometric solids and to classify them according to their properties. The questionnaire was administered to the pre-service teachers attending at the same university in the previous periods and it was revised in the light of the answers and feedback received from them. As a result of the preliminary examination of the pre-service teachers' responses to the geometry questionnaire, five pre-service teachers, who were thought to have different levels of thinking, were selected and 45-60 min. individual interviews were conducted. During the individual interviews, it was ensured that pre-service teachers' responses to the questionnaire items were discussed in more details. The entire individual interviews were video and audio-recorded.

Descriptive analysis technique was used to analyze the data obtained from the study. The data obtained in the descriptive analysis are classified under previously determined themes (Büyükoztürk et al., 2010). In this study, the levels adopted from Fujita (2012) were used to classify pre-service teachers' responses. Data were analyzed in three stages. In the first stage, the analysis of the individual interview data obtained as video and audio recordings was transcribed. In the second stage, the researcher analyzed the individual interview transcripts and the written responses to the questionnaire of the pre-service teachers according to the levels adopted from Fujita (2012). In the third and final stage, interview transcripts and questionnaire responses were individually classified by two experts who took master's level courses in two and three-dimensional geometry. And then, all classification results were checked and compared. Disagreements were resolved by discussions.

Results

According to the findings related to understanding of the hierarchical relationships between quadrilaterals, it was apparent that the vast majority of pre-service teachers (56%) could understand some relationships between quadrilaterals, but they did not comprehend all of the relations among the quadrilaterals. When the answers of the pre-service teachers in the partial prototypical level were examined further, it should be stated that although these teachers were classified at the same level, there were differences between their answers and their level of thinking. It should be noted that only 28% of pre-service teachers were able to make sense of all family relations between quadrilaterals. It was seen that pre-service teachers in the hierarchical thinking level were able to distinguish the critical and non-critical characteristics of quadrilaterals and to use these properties as the basis of their reasoning when classifying these shapes. In addition to the ability to distinguish the critical and non-critical properties of quadrilaterals and to focus on the critical properties of quadrilaterals, they also were able to construct mental manipulation (morphing) on quadrilaterals.

According to the findings related to understanding of the hierarchical relationships between geometric solids, it was found that the vast majority of teacher candidates (90%) used prototype judgment when selecting cylinder, cone, prism and pyramid examples and non-examples. It was observed that some of the pre-service teachers were able to relate

some geometric solids; however the relationships described were incorrect. Four pre-service teachers claimed that cylinders were prisms with a circular base; the cone could be defined as a pyramid with a circular base.

Discussion and Conclusion

Learning the hierarchical relationships between quadrilaterals is one of the essential topics of the middle school geometry curriculum (MEB, 2018). Although the hierarchical relationship between quadrilaterals constitutes an important part of the geometry curriculum, understanding this relationship is such a complex skill and involves many high-level thinking (Clements, 2003; Fujita & Jones, 2007). It was observed that the pre-service teachers in this study held limited knowledge about quadrilaterals and could not distinguish the critical and non-critical characteristics of quadrilaterals. All these findings were consistent with other studies in the literature (Fujita, 2007; Fujita & Jones, 2007; Okazaki & Fujita, 2007; Türnüklü et al., 2013; Zeybek, 2018).

Understanding geometric solids and relationships between them, which is one of the essential concepts of geometry, is a complex skill. Although understanding geometric solids and the relationships constitutes such a significant part of the mathematics curriculum, studies have proved that students at all levels are struggled with the subject (Gökkurt, Şahin, Soylu & Doğan, 2015). Additionally, many researchers have also shown that pre-service teachers also struggle to identify geometric solids (Gökbulut, 2010; Gökbulut & Ubuz, 2013; Gökkurt et al., 2014; Koç & Bozkurt, 2011; Tsamir et al., 2015). The results of this study, which examined the levels of pre-service mathematics teachers' ability to identify geometric solids and the hierarchical classification among them, supported these results.

Kaynaklar/References

- Altneave, F. (1957). Transfer of experience with a class schema to identification of patterns and shapes. *Journal of Experimental Psychology*, 54, 81–88.
- Battista, M. T. (2007). The development of geometric and spatial thinking. In F. K. Lester Jr. (Ed.), *Second handbook of research on mathematics teaching and learning* (pp. 843-908). North Carolina: Information Age Publishing.
- Bingolbali, E., & Monaghan, J. (2008). Concept image revisited. *Educational Studies in Mathematics*, 68(1), 19-35.
- Bozkurt, A., & Koç, Y. (2012). İlköğretim matematik öğretmenliği birinci sınıf öğrencilerinin prizma kavramına dair bilgilerinin incelenmesi. *Kuram ve Uygulamada Eğitim Bilimleri*, 12(4), 2941-2952.
- Büyüköztürk, Ş., Çakmak, E. K., Akgün, Ö. E., Karadeniz, Ş., & Demirel, F. (2010). *Bilimsel araştırma yöntemleri*. Ankara: Pegem Yayıncılık.
- Clements, D. H. (2003). Teaching and learning geometry. In J. Kilpatrick, G. Martin, & D. Schifter (Eds.), *Research companion to principles and standards for school mathematics* (pp. 15–78). Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.

- De Villiers, M. (1994). The role and function of a hierarchical classification of quadrilaterals. *For the Learning of Mathematics*, 14, 11-18.
- Erez, M. M., & Yerushalmy, M. (2006). "If you can turn a rectangle into a square, you can turn a square into a rectangle ..." young students experience. *International Journal of Computers for Mathematical Learning*, 11, 271-299.
- Ergin, A. S., & Türnüklü, E. (2015). Ortaokul öğrencilerinin cisim imgelerinin incelenmesi: Geometrik ve uzamsal düşünme ile ilişkiler. *Eğitim ve Öğretim Araştırmaları Dergisi*, 4(2), 188-199.
- Fischbein, E. (1993). The theory of figural concept. *Educational Studies in Mathematics*, 24(2), 139-162.
- Fujita, T. (2012). Learners' level of understanding of the inclusion relations of quadrilaterals and prototype phenomenon. *The Journal of Mathematical Behavior*, 31, 60-72.
- Fujita, T., & Jones, K. (2006). Primary trainee teachers' understanding of basic geometrical figures in Scotland. In J. Novotná, H. Moraová, M. Krátká, & N. Stehlíková (Eds.), *Proceedings of 30th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (Vol.3, pp. 129-136). Prague: PME.
- Fujita, T., & Jones, K. (2007). Learners' understanding of the definitions and hierarchical classification of quadrilaterals: Toward a theoretical framing. *Research in Mathematics Education*, 9(1), 3-20.
- Gökbulut, Y. (2010). *Sınıf öğretmeni adaylarının geometrik cisimler konusundaki pedagojik alan bilgileri* (Yayınlanmamış doktora tezi). Gazi Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Ankara.
- Gökbulut, Y., & Ubuz, B. (2013). Prospective primary teachers' knowledge on prism: Generating definitions and examples. *Elementary Education Online*, 12(2), 401-412.
- Gökkurt, B. (2014). *Ortaokul matematik öğretmenlerinin geometrik cisimler konusuna ilişkin pedagojik alan bilgilerinin incelenmesi* (Yayınlanmamış doktora tezi). Atatürk Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Erzurum.
- Gökkurt, B., Şahin, Ö. Başbüyük, K., Erdem, E., & Soylu, Y (2014, Mayıs). *Öğretmen adaylarının koni kavramına ilişkin pedagojik alan bilgilerinin bazı bileşenler açısından incelenmesi*. 13. Matematik Sempozyumu'nda sunulan bildiri, Karabük Üniversitesi, Karabük.
- Gökkurt, B., Şahin, Ö., Soylu, Y., & Doğan, Y. (2015). Öğretmen adaylarının geometrik cisimler konusuna ilişkin öğrenci hatalarına yönelik pedagojik alan bilgileri. *İlköğretim Online*, 14(1), 55-71.
- Grossman, P. L. (1990). *The making of a teacher: Teacher knowledge and teacher education*. New York: Teachers College Press.
- Hershkowitz, R. (1989). Visualization in geometry – two sides of the coin. *Focus Learn Probl Math*, 11(1), 61-76.
- Hershkowitz, R. (1990). Psychological aspects of learning geometry. In P. Nesher, & J. Kilpatrick (Eds.), *Mathematics and cognition* (pp. 70-95). Cambridge: Cambridge University Press.

- Hill, H., Rowan, B., & Ball, D. (2005). Effects of teachers' mathematical knowledge for teaching on student achievement. *American Educational Research Journal*, 42, 371-406.
- İşikksal-Bostan, M., & Yemen-Karpuzcu, S. (2017). The role of definitions on classification of solids including (non)prototype examples: The case of cylinder and prism. In T. Dooley, & G. Gueudet (Eds.), *Proceedings of the Tenth Congress of the European Society for Research in Mathematics Education* (Vol.5, pp. 3320-3327), Dublin: CERME.
- Koç, Y., & Bozkurt, A. (2011). Evaluating pre-service mathematics teachers' comprehension level of geometric concepts. In B. Ubuz, (Ed.), *The Proceedings of the 35th Annual Meeting of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (Vol.2, pp. 335). Ankara, Turkey: PME
- Lehrer, R., Jenkins, M., & Osana, H. (1998). Longitudinal study in children's reasoning about space and geometry. In R. Lehrer, & D. Chazan (Eds.), *Designing learning environments for developing understanding of geometry and space* (pp. 351-367). Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.
- Lowrie, T., & Clements, M. A. (2001). Visual and nonvisual processes in grade 6 students' mathematical problem solving. *Journal of Research in Childhood Education*, 16, 77-93.
- Markman, E. M., & Wachtel, G. F. (1988). Children's use of mutual exclusivity to constrain the meaning of words. *Cognitive Psychology*, 20(2), 121-157.
- Millî Eğitim Bakanlığı [MEB]. (2018). *Ortaokul matematik dersi (5, 6, 7 ve 8. sınıflar) öğretim programı*. Ankara: MEB Yayınları.
- Monaghan, F. (2000). What difference does it make? Children's views of the differences between some quadrilaterals. *Educational Studies in Mathematics*, 42(2), 179-196.
- National Council of Teachers of Mathematics [NCTM]. (2000). *Principles and standards for school mathematics*. Reston, VA: Author.
- National Council of Teachers of Mathematics [NCTM]. (2007). *Curriculum focal points for prekindergarten through grade 8 mathematics*. Retrieved May 24, 2017 from www.nctm.org/standards/focalpoints
- Okazaki, M. (1995). A study on growth of mathematical understanding based on the equilibration theory –an analysis of interviews on understanding “inclusion relations between geometrical figures. *Research in Mathematics Education*, 1, 45-54.
- Okazaki, M., & Fujita, T. (2007). Prototype phenomena and common cognitive paths in the understanding of the inclusion relations between quadrilaterals in Japan and Scotland. In H. Woo, K. Park, & D. Seo (Eds.), *Proceedings of the 31st Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (Vol.4, pp. 41-48). Seoul: PME.
- Posner, M. I., & Keele, S. W. (1968). On the genesis of abstract ideas. *Journal of Experimental Psychology*, 77, 353-363.
- Post, T. R., Harel, G., Behr, M. J., & Lesh, R. (1991). Intermediate teachers' knowledge of rational number concepts. In E. Fennema, T. P. Carpenter, & S. J. Lamon (Eds.), *Integrating research on teaching and learning mathematics* (pp. 194-217). Albany: State University of New York Press.

- Presmeg, N. C. (2001). Visualization and affect in nonroutine problem solving. *Mathematical Thinking and Learning*, 3(4), 289–313.
- Reed, S. K. (1972). Pattern recognition and categorization. *Cognitive Psychology*, 3, 382–407.
- Rosch, E. (1973). Natural categories. *Cognitive Psychology*, 4, 328–350.
- Shulman, L. (1986). Those who understand: Knowledge growth in teaching. *Educational Researcher*, 15(2), 4–14.
- Tall, D., & Vinner, S. (1981). Concept image and concept definition in mathematics with particular reference to limits and continuity. *Educational Studies in Mathematics*, 12(2), 151–169.
- Tsamir, P., Tirosh, D., & Levenson, E. (2008). Intuitive nonexamples: The case of triangles. *Educational Studies in Mathematics*, 69, 81–95.
- Tsamir, P., Tirosh, D., Levenson, E., Barkai, R., & Tabach, M. (2015). Early-years teachers' concept images and concept definitions: Triangles, circles, and cylinders. *ZDM*, 47(3), 497–509.
- Türnüklü, E. (2014). Construction of inclusion relations of quadrilaterals: Analysis of pre-service elementary mathematics teachers' lesson plans. *Education and Science*, 39(173), 198–208.
- Türnüklü, E., Alaylı, F. G., & Akkaş, E. N. (2013). İlköğretim matematik öğretmen adaylarının dörtgenlere ilişkin algıları ve imgelerinin incelenmesi *Kuram ve Uygulamada Eğitim Bilimleri*, 13(2), 1213–1232.
- Van de Walle, J. A., Karp, K. S., & Bay-Williams, J. M. (2013). *Elementary and middle school mathematics: Teaching developmentally* (8th ed.). Upper Saddle River, NJ: Pearson Education, Inc.
- Van Dormolen, J., & Zaslavsky, O. (2003). The many facets of a definition: The case of periodicity. *Journal of Mathematical Behavior*, 22(1), 91–106.
- Vinner, S. (1983). Concept definition, concept image and the notion of function. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 14, 293–305.
- Vinner, S. (2011). The role of examples in the learning of mathematics and in everyday thought processes. *ZDM*, 43(2), 247–256.
- Vinner, S., & Dreyfus, T. (1989). Images and definitions for the concept of function. *Journal for Research in Mathematics Education*, 20(4), 356–366.
- Vinner, S., & Hershkowitz, R. (1980). Concept images and common cognitive paths in the development of some simple geometrical concepts. In R. Karplus (Ed.), *Proceedings of the Fourth International Conference for the Psychology of Mathematics Education* (Vol.1, pp. 177–184). Berkeley: University of California, Lawrence Hall of Science.
- Walcott, C., Mohr, D., & Katsberg, S. E. (2009). Making sense of shape: An analysis of children's written responses. *The Journal of Mathematical Behavior*, 28, 30–40.
- Watson, A., & Mason, J. (2005). *Mathematics as a constructive activity: Learners generating examples*. Mahwah, NJ: Erlbaum.
- Wheatley, G. H. (1997). Reasoning with images in mathematical activity. In L. D. English (Ed.), *Mathematical reasoning: Analogies, metaphors, and images* (pp. 281–298). Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.

- Wilson, P. S. (1990). Inconsistent ideas related to definitions and examples. *Focus on Learning Problems in Mathematics*, 12, 31–47.
- Yıldırım, A., & Şimşek, H. (2006). *Sosyal bilimlerde nitel araştırma yöntemleri*. Ankara: Seçkin Yayınevi.
- Zaslavsky, O., & Peled, I. (1996). Inhibiting factors in generating examples by mathematics teachers and student teachers: The case of binary operation. *Journal for Research in Mathematics Education*, 27(1), 67–78.
- Zeybek, Z. (2018). Understanding inclusion relations between quadrilaterals. *International Journal of Research in Education and Science (IJRES)*, 4(2), 595-612.
- Zilkova, K. (2015). Misconceptions in pre-service primary education teachers about quadrilaterals. *Journal of Education, Psychology and Social Sciences*, 3(1), 30–37.
-