

HETEROJEN EŞ-ZAMANLI TOPLA-DAĞIT ARAÇ ROTALAMA PROBLEMİ: MATEMATİKSEL MODELLER VE SEZGİSEL BİR ALGORİTMA

Barış KEÇECİ¹, Fulya ALTIPARMAK², İmdat KARA¹

¹Endüstri Mühendisliği Bölümü, Mühendislik Fakültesi, Başkent Üniversitesi, Ankara.

²Endüstri Mühendisliği Bölümü, Mühendislik Fakültesi, Gazi Üniversitesi, Ankara.

bkececi@baskent.edu.tr, fulyaal@gazi.edu.tr, ikara@baskent.edu.tr

(Geliş/Received: 31.03.2014; Kabul/Accepted: 04.04.2015)

ÖZET

Lojistik yönetiminde en önemli operasyonel kararlardan birisi müşterilere hizmet verecek araç rotalarının belirlenmesidir. Araç Rotalama Problemi (ARP), bir depodan müşterilerin dağıtım (toplama) taleplerini karşılayacak en uygun rotaların belirlenmesi olarak tanımlanabilir. Gerçek hayat lojistik uygulamalarında, filoda bulunan araçlar farklı özelliklerde olabilirler. Ayrıca müşterilerden/taşınanlardan kaynaklı gereklilikler de farklı özellikte araç kullanımı zorunluluğunu ortaya çıkarabilir. Bunun yanısıra firmalar, mamul, yarı mamul ve hammaddelerin tersine akışının yönetimini de hem ekonomik getirisi hem de yasal ve çevresel yükümlülüklerinden dolayı daha fazla önemsemektedirler. Bu makalede, heterojen araç filosunun bulunduğu ve müşterilerin dağıtım ve toplama taleplerinin eşzamanlı gerçekleştiği durumların birlikte dikkate alındığı bir ARP türü üzerinde çalışılmıştır. Bu problem Heterojen Eşzamanlı Topla-Dağıt Araç Rotalama Problemi (HETD-ARP) olarak adlandırılmıştır. HETD-ARP, toplam maliyeti en küçükleyen araç rotalarının ve herbir rotada kullanılan araç tipinin belirlenmesi olarak tanımlanabilir. Problem için polinom sayıda kısıta sahip akış tabanlı bir matematiksel model önerilmiştir. HETD-ARP, NP-zor problemler sınıfında olduğundan dolayı makul sürelerde orta boyutlu problemlere bile en iyi çözümü bulmak zordur. Bu nedenle bu makalede orta ve büyük boyutlu HETD-ARP'nin çözümü için basit bir kurucu sezgisel algoritma önerilmiştir. Bu algoritma, kaynaklarda ARP için önerilen Clarke-Wright Tasarruf (CWT) algoritmasının HETD-ARP için uyarlanmış halidir. Önerilen matematiksel modelin ve sezgisel algoritmanın etkinliği test problemleri üzerinde incelenmiştir.

Anahtar Kelimeler: Heterojen filo, eşzamanlı topla-dağıt, araç rotalama problemi, karma tamsayılı matematiksel modelleme, sezgiseller, Clarke-Wright tasarruf algoritması

HETEROGENEOUS VEHICLE ROUTING PROBLEM WITH SIMULTANEOUS PICKUP AND DELIVERY: MATHEMATICAL FORMULATIONS AND A HEURISTIC ALGORITHM

ABSTRACT

One of the most important operational decisions in the logistics management is to determine the vehicle routes serving the customers. The Vehicle Routing Problem (VRP) can be defined as the determination of the optimal routes which meet the delivery (or pickup) demands from the depot to the customers. In the real life applications of logistics, vehicles in a fleet may differ from each other. In addition, the requirements arising from customers/goods may reveal the necessity to use different vehicles. Besides, companies do care more about the management of reverse flow of products, semi-finished and raw materials because of their economic benefits and as well as legal and environmental liabilities. In this paper, a variant of the VRP is considered with heterogeneous fleet of vehicles and simultaneous pickup and delivery. This problem is referred to Heterogeneous Vehicle Routing Problem with Simultaneous Pickup and Delivery (HVRPSPD). The HVRPSPD can be defined as determining the routes and the vehicle types on each route while minimizing the total cost. In this paper, a polynomial sized flow-based mathematical model is proposed for the HVRPSPD. Since the HVRPSPD is in the class of NP-hard problems, it is difficult to find the optimal solution in a reasonable time even for the moderate

size problems. Therefore, a simple and constructive heuristic algorithm is proposed to solve the medium and large scale HVRPSPD s. This algorithm is the adaptation of very well-known Clarke-Wright Savings approach, which has originally developed for the VRP, to the HVRPSPD. The performances of the proposed mathematical model and the heuristic algorithm have been examined on the test problems.

Keywords: Heterogeneous fleet, simultaneous pickup and delivery, vehicle routing problem, mixed integer programming formulation, heuristics, Clarke-Wright savings algorithm

1. GİRİŞ (INTRODUCTION)

Ulaştırma, dağıtım ve lojistik alanlarında operasyonel düzeyde önemli bir problem olan ARP, ilk defa 1950’li yılların sonuna doğru Dantzig ve Ramser tarafından tanımlanmış ve modellenmiştir [1]. Bu ilk çalışmadan sonra ARP konusuna olan ilgi zaman içerisinde hızlı artış göstermiştir. Bu ilginin en önemli nedeni; ARP’nin lojistik, çizelgeleme, stok ve hizmet yönetimi, üretim planlama vb. konularda karşılaşılabilen önemli endüstri mühendisliği problemlerinden birisi olmasının yanı sıra aynı zamanda NP-zor problemler sınıfında yer almasıdır [2,3].

Daha güçlü ve çok yönlü rotalama araçlarına olan endüstriyel ihtiyaçlar ve yeni bilimsel yönelimler, araştırmaların odağının daha karmaşık, genel ve büyük boyutlu ARP türleri üzerine kaymasına neden olmuştur [4]. Hem gerçek hayatta hem de kaynaklarda farklı ARP türleri ile ilgili pratik ve teorik birçok çalışma yapılmıştır ve yapılmaya da devam edilmektedir. Bu çalışmada hem heterojen araç filosunun (farklı araç kapasiteleri ve araç kullanım maliyetleri, her tipten belirli sayıda araç bulunan filo) hem de eş zamanlı toplama ve dağıtım faaliyetinin söz konusu olduğu Heterojen Eşzamanlı Topla-Dağıt Problemi (HETD-ARP) ele alınmıştır. Yapılan kaynak taraması sonucunda doğrudan bu problem üzerinde yapılmış bir çalışmanın olmadığı görülmüştür. Klasik ARP’de, araç filusunda bulunan araçların sabit maliyet (satın alma, kiralama, kullanım), birim değişken (ulaştırma) maliyet, araç kapasitesi vb. çeşitli özellikler açısından aynı olduğu (homojen) durumlar ele alınmıştır [5]. Ancak, gerçek hayattaki lojistik uygulamalarında araç filusunda bulunan araçların özellikleri nadiren aynıdır. Ayrıca, müşterilerden ve / veya taşınanlardan kaynaklı bir takım gerekliliklerden dolayı da farklı araç kullanımı zorunluluğu ortaya çıkabilir. Bunun yanında bazı yasal yükümlülükler ile birlikte artan çevresel ve sosyal bilinç tersine lojistik yönetimini firmalar için ön plana çıkarmıştır. Dolayısıyla, tersine lojistik yönetiminin ekonomik getirisinden faydalanabilmek için firmalar eşzamanlı toplama ve dağıtım faaliyetlerini ayrı ayrı değil, birlikte yönetmeye başlamışlardır.

Bu makalede, daha önce kaynaklarda Eşzamanlı Topla-Dağıt ARP (ETD-ARP) için önerilmiş olan üç indisli formülasyona sahip bir matematiksel model HETD-ARP’ye uyarlanmıştır. Yanı sıra polinom

büyükte üç indisli yeni bir karma tam sayılı matematiksel model önerilmiştir. HETD-ARP, NP-zor problemler sınıfında yer almaktadır. Bu nedenle orta ve büyük boyutlu problemler için makul sürelerde en iyi çözümü bulabilmek zorlaşmaktadır. Kısa zamanda iyi çözümler bulabilmek için kaynaklarda daha önce ARP için geliştirilmiş çözüm kurucu bir algoritma olan Clarke-Wright Tasarruf (CWT) algoritması HETD-ARP’ye uyarlanmıştır. Matematiksel modeller ile CWT algoritmasının etkinliği test problemleri üzerinde incelenmiştir.

Çalışmanın diğer bölümleri şu şekilde organize edilmiştir. İkinci bölümde ilgili kaynak taramasına yer verilmiştir. Üçüncü bölümde, HETD-ARP’nin tanımı yapılarak mevcut ve önerilen matematiksel model verilmiştir. Dördüncü bölümde, HETD-ARP için uyarlanan çözüm kurucu CWT algoritması açıklanmıştır. Beşinci bölümde matematiksel modeller ile sezgisel algoritmanın etkinlikleri test problemleri üzerinde incelenmiştir. Son bölümde ise, genel bir değerlendirme yapılarak sonuçlar tartışılmıştır.

2. KAYNAK ARAŞTIRMASI (LITERATURE SURVEY)

HARP ile ilgili kaynaklar incelendiğinde, filo genişliğinin sınırlı veya sınırsız olmasına göre temelde iki türü olduğu görülmektedir. Bunlardan birincisi, ilk olarak 1984’de Golden ve ark. [6] tarafından önerilmiştir. Bu problem, kaynaklarda Filo Büyüklüğü ve Karışımı ARP (*The Fleet Size and Mix VRP* [6], *The Fleet Size and Composition VRP* [7]) ya da Araç Filo Karışımı Problemi (*The Vehicle Fleet Composition (VFC) Problem* [8]) gibi farklı şekilde adlandırılmaktadır. Bu problemde herbir araç tipinden sınırsız sayıda araç bulunduğu kabul edilmektedir. HARP’ın ikinci türü kaynaklarda, Heterojen Araç Filolu ARP (*The VRP with a Heterogeneous Fleet of Vehicles* [9]) ya da Heterojen Sabit Filolu ARP (*The Heterogeneous Fixed Fleet VRP* [10]) olarak adlandırılmaktadır. Bu problem türünde, filoda her bir araç tipinden belirli sayıda araç bulunmaktadır. Bu iki türün yanı sıra, HARP’ı sabit maliyetin söz konusu olup olmadığına, taşıma maliyetlerinin gidilen yere ya da depoya bağımlı olup olmamasına dayalı olarak sınıflandırmak da mümkündür. Bu konuda bir sınıflandırmayı ve HARP için kesin çözüm yöntemlerini içeren bir çalışma Baldacci ve ark. [11] tarafından yapılmıştır. Ayrıca Hoff ve ark. [4], heterojen filo karışımı ve rotalama konularının

endüstriyel yönlerini, hem deniz hem de karayolu taşımacılığı alanlarında detaylı bir şekilde araştırmış ve geniş bir kaynak taraması sunmuştur.

Topla-Dağıt ARP (TD-ARP) ve türleri kaynaklarda farklı isimlerle adlandırılmıştır. Özellikle aynı problem tipi için verilen isimler üzerinde bir birlik olmadığı görülmektedir. Hem TD-ARP türlerini sınıflandırmak, hem de problem tiplerine verilen isimlerde bir fikir birliği sağlamak için Parrag ve ark. [12, 13] birbirinin devamı olan ve kaynak taraması niteliğinde, oldukça detaylı iki makale yayımlamıştır. Bu çalışmalarda TD-ARP iki temel sınıfa ayrılmıştır. İlki dağıtım faaliyetlerinin depo(lar) ve müşteriler arasında yapıldığı problem türleri [12]; ikincisi ise dağıtım faaliyetlerinin toplama ve dağıtım noktaları arasında yapıldığı problem türleridir [13]. ETD-ARP, Parrag ve ark.'nın [12] ilk sınıflandırma tanımına giren bir TD-ARP türüdür ve kaynaklarda ilk defa Min [14] tarafından ele alınmıştır. Bu çalışmada bir halk kütüphanesinde kitap dolaşımı ile ilgili bir dağıtım problemi üzerinde durulmuştur. Problemi çözmek için matematiksel formülasyon ile önce grupta-sonra rotala prensibine dayalı sezgisel bir algoritma önerilmiştir. Sonraki yıllarda problem için çeşitli çalışmalar yapılmıştır. Halse [15] ETD-ARP için önce grupta-sonra rotala yapısında iki aşamalı bir algoritma önermiştir. Ropke ve Pisinger [16] ETD-ARP ve farklı ARP türleri için büyük komşuluk arama (large neighborhood search) sezgiseli geliştirmiştir. Bianchessi ve Righini [17] ETD-ARP için bir Tabu Arama algoritması önermiştir. Ai ve Kachitvichyanukul [18] problemin çözümü için Kuş Sürüsü Eniyileme algoritmasına dayalı bir sezgisel algoritma önermiştir. Subramanian ve ark. [19], iteratif olarak yerel arama yapan ve arama sırasında rassal olarak komşuluk yapısını değiştiren bir paralel sezgisel yaklaşım önermiştir. Ayrıca, Subramanian ve ark. [20] ETD-ARP için bir Dal-Kesme (Branch-and-Cut) algoritması geliştirmiştir. Karaoğlan [21] doktora tezinde ETD-ARP için polinom boyutta kısıt ve karar değişkenine sahip iki karma tam sayılı matematiksel model önermiştir. Ayrıca, ETD-ARP'yi yer seçimi problemiyle birlikte kaynaklarda ilk defa ele almış ve problemin kesin çözümü için Dal-Kesme algoritmaları geliştirmiştir. Göksal [22] ETD-ARP için Genetik Algoritma ve Kuş Sürüsü Eniyileme algoritmalarını uygulamıştır. Bu algoritmalarda Değişken Komşu İniş (Variable Neighborhood Descent) algoritmasını yerel arama algoritması olarak kullanmıştır. Polat ve ark. [23] zaman kısıtlı ETD-ARP için Montane ve Galvao'nun [24] matematiksel modelini esas alan bir model önermişlerdir. Yanı sıra çözüm yaklaşımı olarak klasik tasarruf sezgiseli, değişken komşu arama ve perturbasyon (perturbation) mekanizmalarını temel alan perturbasyon tabanlı bir komşu arama algoritması geliştirmişlerdir. Ulaşılabilen kaynaklar incelendiğinde doğrudan HETD-ARP üzerine yapılmış bir çalışmaya rastlanamamıştır. Ancak son zamanlarda yapılan bazı

çalışmalarda heterojen filo ile eşzamanlı toplama ve dağıtım özellikleri yanında başka kısıtlarda birlikte dikkate alınmıştır. Rieck ve Zimmermann [25] Avrupa'da müşteri taleplerinin araç kapasitesinden küçük olduğu (küçük kapasite yüklü - less than truck load) taşımacılık faaliyetlerinde karşılaşılan bir ARP türü ile ilgili bir çalışma yapmıştır. Bu çalışmada ilgilenilen ARP türünde heterojen filo, eşzamanlı toplama ve dağıtım, müşteri noktalarında ve depoda zaman pencereleri, araçların birden fazla kullanımı, araçların toplam çalışma zamanları gibi çeşitli kısıtlar bir arada dikkate alınmıştır. Problem Dethloff'un [26] matematiksel modeli esas alınarak formülize edilmiştir. Problemin çözümü için ise Clarke ve Wright'ın [27] tasarruf algoritmasına ve yerel aramaya dayalı, çok başlangıçlı bir sezgisel yöntem önerilmiştir. Çetin [28] doktora tezinde kesin zaman penceresi kısıtlarının söz konusu olduğu ETD-ARP'yi ele almıştır. Ele alınan problem Dethloff'un [26] matematiksel modeli esas alınarak modellenmiş ve amaç fonksiyonu beklemlerin enküçüklenmesi şeklinde dikkate alınmıştır. Problemin çözümü için Dethloff'un [26] çözüm yaklaşımına dayalı sezgisel bir algoritma önerilmiştir. Matematiksel model ve sezgisel algoritmanın etkinlikleri test problemleri üzerinde incelenmiştir [29]. Bu çalışmanın devamı olarak Çetin ve Gencer [30] heterojen filo ve kesin zaman penceresi kısıtlarının olduğu ETD-ARP'yi ele almıştır. Problem Dethloff'un [26] matematiksel modeli esas alınarak modellenmiş ve amaç fonksiyonu beklemlerin enküçüklenmesi olarak alınmıştır. Rios-Mercado ve ark. [31] şişelenmiş içecek ürünleri üreten ve Meksikada faaliyet gösteren bir firmadaki gerçek yaşam dağıtım problemini ele almışlardır. Problem sabit maliyetleri ve tur maliyetlerini enküçükleyecek şekilde römorkların nasıl yükleneceği, nakliye araçlarının hangi römorkları çekeceği ve araç turlarının nasıl belirleneceği gibi karmaşık birçok alt problemi birden içermektedir. İlgilenilen problem çok depolu, çok ürünlü, zaman pencereli, heterojen filolu ETD-ARP'dir. Bu tür problemler kaynaklarda zengin (rich) ARP olarak adlandırılmaktadır. Yazarlar problemin karma tam sayılı matematiksel modelini geliştirmişler ve çözüm yaklaşımı olarak GRASP tabanlı sezgisel bir algoritma önermişlerdir. Firmadan elde edilen bilgiler ile rassal olarak üretilen test problemleri üzerinde önerilen sezgisel yaklaşımın etkinliği incelenmiştir. Yanı sıra firmanın hâlihazırda kullanmakta olduğu çözüm ile sezgisel yaklaşımın verdiği çözüm kıyaslanmış ve iyileşme para birimi cinsinden ortaya konmuştur.

3. PROBLEMİN TANIMI VE MATEMATİKSEL MODELİ (PROBLEM DEFINITION AND MATHEMATICAL FORMULATION)

HETD-ARP kavramsal olarak; araç özelliklerinin (kapasite, satın alma / kiralama / kullanım ve birim mesafeyi kat etme maliyetleri) birbirinden farklı

olduğu bir filoda, tesislerden müşterilere yapılacak taşıma işlemleri ile birlikte müşterilerden tesislere toplama işlemlerinin de aynı araçlarla gerçekleştirildiği ve hangi tip aracın hangi müşterileri ziyaret edeceğinin belirlendiği bir problem olarak tanımlanabilir. $G(N,A)$ tam bağlı ve yönlü bir serim olsun. Burada N düğüm kümesi ($N=\{0,\dots,n\}$) ve B farklı tipteki araçlar kümesi ($B=\{1,\dots,b\}$) olmak üzere, A bu kümeler üzerinde tanımlanan yönlü ayrıt kümesidir ($A=\{(i,j): i,j \in N, i \neq j\}$). N kümesindeki $\{0\}$ depoyu, diğerleri ise müşterileri temsil etmektedir. Her $k \in B$ tipi araçtan kullanılabilir T_k tane bulunmaktadır. Her bir araç için tanımlı f_k kullanım maliyeti, π_k bir birim mesafeyi kat etme maliyeti ve Q_k taşıma kapasitesi bulunmaktadır. Her $i \in N$ müşterinin, $0 \leq d_i, p_i \leq Q_k, \exists k \in B$ ve $d_0 = 0, p_0 = 0$ olmak üzere, d_i kadar dağıtım talebi (depodan müşteriye sevk edilecek miktar) ve p_i kadar toplama talebi (müşteriden depoya sevk edilecek miktar) vardır. Serimde $l_{ij}, (i,j)$ ayrıtın uzunluğunu temsil etmektedir ve üçgen eşitsizliği ($l_{ij} + l_{jr} \geq l_{ir}, \forall i, j, r \in N, i \neq j \neq r$) sağlanmaktadır. Ayrıca, her $k \in B$ aracının serim üzerinde bulunan belirli bir ayrıtı kat etme birim maliyeti farklı olduğundan, her (i,j) ayrıtının o ayrıtı kat eden araç tipine bağlı bir $c_{ijk} (= \theta_k l_{ij})$ maliyeti bulunmaktadır. Bu tanımlamalar doğrultusunda HETD-ARP, $G(N,A)$ serimi üzerinde taşıma ve araç kullanım maliyetleri toplamını enküçükleyen m tane araç rotasının ve her bir rotada kullanılacak araç tipinin aşağıdaki kısıtları sağlayacak şekilde bulunması problemidir:

- 1) Her rotada yalnızca bir tip araç bulunmalıdır,
- 2) Her müşteri yalnızca bir tip araç tarafından ve yalnızca bir kez ziyaret edilmelidir,
- 3) Her rota depoda başlayıp depoda bitmelidir,
- 4) Her turda dağıtılan yük miktarı, toplanan yük miktarı ve her düğümde yapılan yükleme-boşaltma sonrasında aracın fiili yükü, araç kapasitesini aşmamalıdır.

ARP için akış tabanlı doğrusal bir model, ilk defa Waters [32] tarafından önerilmiştir. Hem kapasite hem de tur uzunluğu kısıtlarının dikkate alındığı bu modelde “Akışların Korunumu İlkesine” göre geliştirilmiş olan alt tur engelleme kısıtları kullanılmıştır. Kara ve Derya [33] aynı problem için sınırlandırıcı kısıtlar kullanarak formülasyonu güçlendirmiş ve daha iyi doğrusal gevşetme değeri veren bir model önermişlerdir. Bu makalede önerilen üç indisli ve akış tabanlı modelde, Kara ve Derya'nın [33] güçlendirdiği geleneksel Akışların Korunumu İlkesine göre geliştirilmiş olan alt tur engelleme ve

kapasite kısıtları HETD-ARP'ye uyarlanmıştır. Önerilen karar modelinin etkinliğinin değerlendirilmesinde kullanılmak üzere, kaynaklarda Dethloff [26] tarafından ETD-ARP için geliştirilen üç indisli ve düğüm tabanlı matematiksel model dikkate alınmıştır. Dethloff'un geliştirdiği matematiksel model bu çalışmada DM2001 olarak adlandırılmıştır ve yer sınırı nedeniyle makalede yer verilememiştir. DM2001 modeli $O(|N|^2|V|)$ sayıda 0-1 tam sayılı karar değişkeni, $O(|N|-1)$ sayıda yardımcı karar değişkeni ve $O((|N|-1)^2)$ sayıda kısıta sahiptir (V araçlar kümesi). HETD-ARP için önerilen akış tabanlı matematiksel model ATM olarak adlandırılmıştır. ATM için gerekli karar değişkenleri ve model aşağıda verilmiştir:

Karar Değişkenleri

- $x_{ijk} : 1, (i,j) \in N$ ayrıtı $k \in B$ tipi aracın turunda ise; 0 diğer durumda.
- $y_k : \text{filoda } k \text{ tipi araçtan seçilecek araç sayısı } (k \in B).$
- $m : \text{tur sayısı.}$
- $z_{ij} : (i,j) \in N$ ayrıtı bir aracın turu üzerinde ise, bu araç j' inci düğüme gelene kadar araçta kalan dağıtılacak yük miktarı
- $t_{ij} : (i,j) \in N$ ayrıtı bir aracın turu üzerinde ise, bu araç j' inci düğüme gelene kadar toplanan yük miktarı.

Model (ATM):

$$\sum_{j \in N \setminus \{0\}} \sum_{k \in B} x_{ojk} \leq m \quad (1)$$

$$\sum_{i \in N \setminus \{0\}} \sum_{k \in B} x_{io k} \leq m \quad (2)$$

$$\sum_{i \in N} \sum_{\substack{k \in B \\ i \neq j}} x_{ijk} = 1 \quad j \in N \setminus \{0\} \quad (3)$$

$$\sum_{\substack{j \in N \\ i \neq j}} x_{ijk} = \sum_{\substack{j \in N \\ i \neq j}} x_{jik} \quad i \in N \setminus \{0\} \quad k \in B \quad (4)$$

$$z_{ij} + t_{ij} \leq \sum_{k \in B} Q_k x_{ijk} \quad i, j \in N, i \neq j \quad (5)$$

$$\sum_{\substack{j \in N \\ i \neq j}} z_{ji} - \sum_{\substack{j \in N \\ i \neq j}} z_{ij} = d_i \quad i \in N \quad (6)$$

$$\sum_{k \in B} d_j x_{ijk} \leq z_{ij} \quad i, j \in N, i \neq j \quad (7)$$

$$z_{ij} \leq \sum_{k \in B} (Q_k - d_i) x_{ijk} \quad i, j \in N, i \neq j \quad (8)$$

$$\sum_{\substack{j \in N \\ i \neq j}} t_{ij} - \sum_{\substack{j \in N \\ i \neq j}} t_{ji} = p_i \quad i \in N \setminus \{0\} \quad (9)$$

$$\sum_{k \in B} p_i x_{ijk} \leq t_{ij} \quad i, j \in N, i \neq j \quad (10)$$

$$t_{ij} \leq \sum_{k \in B} (Q_k - p_j) x_{ijk} \quad i, j \in N, i \neq j \quad (11)$$

$$z_{i0} = 0 \quad i \in N \setminus \{0\} \quad (12)$$

$$t_{0j} = 0 \quad j \in N \setminus \{0\} \quad (13)$$

$$\sum_{k \in B} y_k \leq m \quad (14)$$

$$y_k \leq T_k \quad k \in B \quad (15)$$

$$\sum_{j \in N \setminus \{0\}} x_{0jk} = y_k \quad k \in B \quad (16)$$

$$y_k \geq 0 \text{ ve tamsayı} \quad k \in B \quad (17)$$

$$m \geq 0 \quad (18)$$

$$z_{ij}, t_{ij} \geq 0 \quad i, j \in N \quad (19)$$

$$x_{ijk} \in \{0,1\} \quad i, j \in N, k \in B \quad (20)$$

Kısıtları altında:

$$\text{Enküçük } z = \sum_{i \in N} \sum_{\substack{j \in N \\ i \neq j}} \sum_{k \in B} c_{ijk} x_{ijk} + \sum_{k \in B} f_k y_k \quad (21)$$

ATM'de (1) ve (2) numaralı kısıtlar sırasıyla depodan en fazla m aracın ayrılmasını ve depoya m aracın dönmesini sağlar. (3) numaralı kısıt herhangi bir düğüme yalnızca bir düğümden gelmesini sağlar. (4) numaralı kısıt ile birlikte herhangi bir düğüme uğrayan ve ayrılan araçların aynı tip araçlar olması sağlanır. Bu kısıt turda devamlılığı sağlar. (5) numaralı kısıt herhangi bir ayırıt üzerinde araç kapasitesinin aşılmasını engeller. (6) numaralı kısıt aracın dağıtım yükünün araç turda ilerlerken azalan şekilde seyretmesini sağlar. (7) ve (8) numaralı kısıtlar aracın dağıtım yükü için alt ve üst sınır değerlerini belirler. (9) numaralı kısıt aracın topladığı yükün araç turda ilerlerken artan şekilde seyretmesini sağlar. (9) ve (10) numaralı kısıtlar aracın topladığı yük için alt ve üst sınır değerlerini belirler. (6), (7) ve (8) numaralı kısıtlar azalan; (9), (10) ve (11) numaralı kısıtlar ise artan basamak fonksiyon yapısı göstererek çalışırlar. (6) ve (9) numaralı kısıtlar

alt turların oluşmasını engeller. Eğer (i,j) ayırıt herhangi bir k aracının turu üzerinde değil ise, (7) ve (8) ile (10) ve (11) numaralı kısıtlar sırasıyla dağıtım ve toplama yükünü gösteren yardımcı değişkenin 0 değerini almasını sağlar. (12) numaralı kısıt aracın dağıtım yükünü tur sonunda sıfıra eşitlerken, (13) numaralı kısıt aracın topladığı yükü tur başında sıfıra eşitler. (14) numaralı kısıt en fazla m tane aracın seçilmesini sağlar. (15) numaralı kısıt her araç tipinden en fazla mevcut miktar kadar seçilebilmesini sağlar. (16) numaralı kısıt ile k tipi araçtan filoda kaç adet seçilecekse, o kadar sayıda ilgili karar değişkeninin depodan çıkışta değer alması sağlanır. Son olarak (17) – (20) numaralı kısıtlar işaret kısıtlarıdır. (21) numaralı eşitlik ise amaç fonksiyonunu göstermektedir. Amaç fonksiyonu toplam taşıma ve araç kullanım maliyetlerini en küçükler. ATM'de, $O(|N|^2|B|)$ sayıda 0-1 tam sayılı karar değişkeni, $O(2|N|^2)$ sayıda yardımcı karar değişkeni, $O(|B|)$ sayıda tam sayılı karar değişkeni ve $O(3|N|^2)$ sayıda kısıt bulunmaktadır.

4. SEZGİSEL ALGORİTMA (HEURISTIC ALGORITHM)

HETD-ARP, NP-zor problemler sınıfında yer alan bir problemdir. Dolayısıyla, önerilen matematiksel model ile orta boyutlu problemler için bile makul zamanlarda en iyi çözüme ulaşmak zordur. Bu nedenle, bu makalede orta ve büyük boyutlu HETD-ARP'nin çözümü için klasik tasarruf algoritmasına dayalı bir sezgisel algoritma geliştirilmiştir. Klasik sezgisellerin en önemli özelliği basit ve esnek olmalarıdır [37]. Bunun yanı sıra Gajpal ve Abad [35], ARP türü problemlerde klasik sezgisel algoritmalara olan ihtiyacın birkaç nedeni olduğunu vurgulamıştır. Bunlardan birincisi, çok büyük boyutlu problemlerde meta-sezgisel algoritmalar ile çözüm zamanının çok yüksek olabilmesidir. Bu durumda kısa sürede bir çözüme ulaşabilmek amacıyla klasik sezgisellerden yararlanılabilir. Ayrıca, bazı meta-sezgisel algoritmalarda elde edilen çözümün kalitesi, başlangıç çözümünün kalitesine bağlı olabilmektedir [36]. Bu nedenle, klasik sezgisellerden elde edilen iyi çözüm meta-sezgisel algoritmada başlangıç çözümü olarak kullanılabilir. Son olarak dinamik ortam söz konusu olduğunda probleme çözümün çok kısa zamanda elde edilmesi için klasik sezgisellerden yararlanılabilir. Bu sebeplerden dolayı bu makalede HETD-ARP için klasik sezgisel sınıfında yer alan bir çözüm kurucu sezgisel algoritma geliştirilmiştir. Geliştirilen sezgisel algoritma Clarke-Wright Tasarruf (CWT) [27] algoritmasına dayalıdır ve HETD-ARP için ilk defa bu çalışmada uyarlanmıştır.

CWT algoritması, uygulaması kolay, hızlı ve basit bir çözüm kurucu sezgisel algoritmadır. İki ayrı turun birleştirilmesiyle elde edilebilecek "tasarruf" esasına dayalı olarak çalışan CWT algoritması, hem yönlü hem de yönsüz serimler için uygulanabilmektedir. CWT algoritmasının uygulamada paralel ve seri

olmak üzere iki farklı türü bulunmaktadır. Paralel CWT algoritmasında aynı anda birden fazla tur oluşturulurken, seri CWT algoritmasında ise her seferinde bir tur oluşturulur. Seri ve paralel algoritmalar arasında çözüm kalitesi açısından anlamlı bir fark yoktur.

HETD-ARP'nin çözümü için CWT algoritmasının paralel versiyonu uyarlanmıştır. Uyarlanan algoritmanın ilk adımında serimdeki tüm (i,j) ikili düğümleri için, çiftler ve bu çiftlerin tasarruflarından oluşan tasarruf listesi oluşturulur. Daha sonra bu düğüm çiftleri en büyük tasarruf değerine sahip çift listenin en başında olacak şekilde tasarruf değerlerine göre büyükten küçüğe doğru sıralanır. Algoritmanın başlangıcında düğümlerin hiçbiri, hiçbir tura dâhil değildir. Sıralanmış tasarruf listesinin en başından başlayarak sırayla her (i,j) çifti kontrol edilir. Eğer kontrol edilen (i,j) çiftindeki düğümlerden hiçbiri henüz herhangi bir tura dâhil edilmemişse, yeni bir tur oluşturulur ve bu düğümler bu tura dâhil edilir. Kapasitesi uygun, kullanılabilir en küçük maliyetli araç tipi bu tura atanır. Eğer kontrol edilen (i,j) çiftindeki düğümlerden yalnız birisi herhangi bir turun (bu tur r^* ile gösterilsin) ilk veya son sırasında ise, henüz herhangi bir tura dâhil edilmemiş diğer düğüm araç kapasitesi sağlanıyorsa r^* turuna eklenir. Eğer kontrol edilen (i,j) çiftindeki düğümlerin her ikisi de herhangi bir turun ilk veya son sırasında ise, hangi düğümün bulunduğu turdaki (bu tur r^* ile gösterilsin) araç kapasitesi en küçük maliyetle

sağlanıyorsa, diğer turdaki düğümler r^* turuna aktarılır ve diğer tur çözümden çıkartılır. Sıralanmış tasarruf listesinin sonuna gelindiğinde algoritma durur ve probleme çözüm elde edilir. Algoritmanın adımları Şekil 1'de verilmiştir.

Paralel CWT algoritmasıyla elde edilen turun başında ve sonunda aracın yükü araç kapasitesinden küçük veya eşit olmasına rağmen, tur ortasında aracın yükü müşterilerin ziyaret sırasına bağlı olarak araç kapasitesinden büyük olabilir. Bu yüzden eşzamanlı toplama ve dağıtımın olduğu bir araç rotalama probleminde uygunluk, turdaki müşterilerin ziyaret sırasına bağlı olduğundan bu durumun kontrol edilip gerekiyorsa tamir edilmesi gerekebilir. Bu amaçla, elde edilen çözümdeki her tur sırayla kontrol edilir. Bunun için $yük_k(i_r)$, herhangi bir turda r . düğümden çıkışta, o turda bulunan k tipi aracın yükünü gösterebilir. Hareketine turdaki müşterilerin dağıtım yükleri toplamı kadar bir yükle başlayan aracın, takip eden her müşteriden çıkıştaki yükü, $yük_k(i_{r+1}) = yük_k(i_r) - d_{ir} + p_{ir}$ eşitliği ile hesaplanır. Herhangi bir müşteriden çıkışta $yük_k(i_r) > Q_k$ ise bu tur bu haliyle uygun bir tur değildir ve bir şekilde yeniden sıralanmalıdır. Uygun olmayan turun yeniden sıralanması, turda bulunan müşteri sayısına bağlı olarak farklı şekilde yapılmaktadır. Eğer turdaki müşteri sayısı 15 ya da daha az ise ilgili tur tek araçlı ETD-ARP olarak ele alınıp, matematiksel model yardımıyla; eğer müşteri sayısı 15'den fazla ise bu durumda basit bir

Adım 1.	Tasarruf listesini oluştur.
Adım 2.	Tasarruf listesini büyükten küçüğe sırala. $r := 0, Tur_r := \{\}$.
Adım 3.	Tasarruf listesinde baştan sona her (i,j) çifti için tekrarla. Eğer i ve j düğümlerinin ikisi de herhangi bir turda değilse, { $d_i + d_j \leq Q_k$ ve $p_i + p_j \leq Q_k$ koşulunu sağlayan, kullanılabilir araçlar içinden en küçük maliyetli aracı ata (k). $r := r + 1$. $Tur_r := Tur_r \cup \{i,j\}$. } Eğer i ve j düğümlerinden yalnız birisi, turun (bu tur r^* ile gösterilsin) birinci veya sonuncu sırasında ise, { Tura dahil olmayan düğüm ($\#$), eklendiğinde r^* turuna atanan aracın kapasitesini aşmıyorsa, $Tur_{r^*} := Tur_{r^*} \cup \{\#\}$. } Eğer i ve j düğümlerinin ikisi de ayrı turların birinci veya sonuncu sırasında ise, { Hangi düğümün bulunduğu turdaki araç kapasitesi en küçük maliyetle sağlanıyorsa, diğer turdaki düğümler bu tura aktarılır. } Adım 4.
	Dur ve çözümü raporla (S).

Şekil 1. Paralel CWT algoritmasının genel adımları (The steps of parallel Clarke-Wright savings algorithm)

algoritmik yaklaşımla yeniden sıralanmaktadır. Turun basit bir sezgisel yaklaşımla yeniden sıralanması iki aşamadan oluşmaktadır.

Dağıtım ve toplama yükleri toplamları araç kapasitesine eşit veya daha küçük olmak şartıyla, tur ortasında araç yükünün müşterilerin ziyaret sırasına bağlı olarak araç kapasitesinden büyük olması durumunda tersten sıralamak turu uygun hale getirebilir. Θ^T , $\Sigma d(\Theta)$ ve $\Sigma p(\Theta)$ sırasıyla; Θ turunun tersini, Θ turundaki dağıtım ve toplama talepleri toplamını gösterirse; $maxyük(\Theta^T) = \Sigma d(\Theta) + \Sigma p(\Theta) - minyük(\Theta)$ ilişkisiyle, tersten sıralanmış turun uygunluğu kolay bir şekilde kontrol edilebilir [38]. Eğer bu ilişkiye göre tersten sıralanan turun en büyük yükü araç kapasitesine eşit veya daha küçük ise bu durumda tur doğrudan tersinden sıralanarak uygun hale getirilir ($maliyet(\Theta^T) = maliyet(\Theta)$ dır). Turun tersten sıralanması durumunda yukarıda verilen ilişkiye göre elde edilen en büyük yük hala araç kapasitesinden büyük kalıyorsa, bu durumda aşağıda açıklanan basit bir kural ile tur yeniden sıralanarak uygun hale getirilir. Buna göre ilgili turda her seferinde j . sıra için, eklendiği zaman uygunluğu bozmayacak ($\Sigma d(\Theta) - d_j + p_j \leq Q_k$) düğümler arasından ($j-1$). düğüme en yakın düğüm seçilerek tur yeniden sıralanır.

5. SAYISAL ANALİZLER (COMPUTATIONAL ANALYSIS)

Matematiksel modellerin ve sezgisel yaklaşımın etkinliklerinin incelenmesi amacıyla HETD-ARP test problemleri üzerinde sayısal analizler gerçekleştirilmiştir. Bu bölümde, test problemleri hakkında bilgi verildikten sonra sayısal analiz sonuçları detaylı olarak incelenecektir. Matematiksel modellerin (DM2001, ATM) kodlanması için Ilog Cplex Opl dili ve Ilog Cplex Concert teknolojisi; matematiksel model çözücüsü olarak da Cplex 12.3 (varsayılan parametre değerleriyle) kullanılmıştır. Çözüm süresi 2 saat (7200 saniye) ile sınırlandırılmıştır.

Önerilen algoritma ve algoritmanın Concert teknolojisiyle etkileşimi, Microsoft Visual Studio 2008 ortamında, Visual C++ programlama dilinde kodlanmıştır. Denemeler Intel® Core™ i5 CPU 750 @2,67GHz @2,66GHz hızında işlemciye, 2 GB RAM ara belleğe sahip "Microsoft Windows Server 2003 R2" işletim sistemi ile çalışan bir bilgisayarda gerçekleştirilmiştir.

5.1. Test Problemleri (Test Problems)

HETD-ARP test problemlerini elde etmek için kaynaklarda HARP için kullanılan test problemlerinden faydalanılmıştır. Taillard [9] ile

Golden ve ark. [6]'nın HARP için kullandığı test problemleri (50 ile 100 arasında değişen müşteri sayılı toplam 26 test problemi) biri kaynaklarda kullanılmış [39], bir diğeri ise bu çalışmada geliştirilen iki farklı ayrıştırma yöntemiyle HETD-ARP'ye uyarlanmıştır. Salhi ve Nagy [39]'nin ayrıştırma yönteminde her müşteri için koordinatlarına bağlı bir oran dikkate alınmakta ve orijinal talep değerleri bu oran kullanılarak dağıtım ve toplama talepleri olarak ayrıştırılmaktadır. Bu şekilde üretilen problemler X tipi problemler olarak adlandırılmıştır. Y tipi olarak adlandırılan problem tipi ise, X tipinde elde edilen her müşterinin dağıtım ve toplama talebinin kendinden bir sonraki müşteriye kaydırılmasıyla elde edilmektedir. Bu çalışmada geliştirilen talep ayrıştırma yönteminde ise, her müşterinin orijinal talebi "Altın Oran" olarak bilinen bir orana göre dağıtım ve toplama taleplerine ayrıştırılmaktadır. Bir (AB) doğru parçası Altın Oran'a uygun biçimde iki parçaya bölündüğünde, öyle bir (C) noktasından bölünür ki; küçük parçanın (AC) büyük parçaya (CB) oranı, büyük parçanın (CB) bütün doğruya (AB) oranına eşit (yani, $AC/CB=CB/AB=\phi$) olur. Altın Oran, π gibi irrasyonel bir sayıdır ve kesirli olarak $(1+\sqrt{5})/2$ 'ye, ondalıklı olarak da yaklaşık 1,618'e eşittir. Buna göre i müşterisinin orijinal talep değeri (q_i); i tek ise $d_i = \lfloor (2q_i)/(1+\sqrt{5}) \rfloor$, $p_i = q_i - d_i$; i çift ise $p_i = \lfloor (2q_i)/(1+\sqrt{5}) \rfloor$, $d_i = q_i - p_i$ olacak şekilde dağıtım ve toplama taleplerine ayrıştırılır. Bu şekilde üretilen problemler W tipi problemler olarak adlandırılmıştır. Z tipi olarak adlandırılan problem tipinde ise yine bir öncekinde olduğu gibi, W tipinde elde edilen her müşterinin dağıtım ve toplama talebinin kendinden bir sonraki müşteriye kaydırılmasıyla elde edilmiştir. Dört farklı ayrıştırma yöntemi (X , Y , W , Z) kullanılarak toplamda 104 (4x26 tane 50-100 müşterili) test problemi üretilmiştir. Ayrıca her ayrıştırma yöntemi ile üretilen problem setindeki her bir problemin ilk 20, 25 ve 30 düğümü alınarak toplamda 312 (3x104) küçük boyutlu test problemi sayısal analizlerde kullanılmak üzere hazırlanmıştır. Küçük boyutlu test problemleri matematiksel modellerin karşılaştırmasında, 50 ile 100 arasında değişen müşteri sayısına sahip problemler (orta ve büyük boyutlu) ise sezgisel algoritmanın etkinliğinin test edilmesinde kullanılmıştır.

5.2. Matematiksel Modellerin Etkinliğinin İncelenmesi (Investigating the Performance of Mathematical Formulations)

HETD-ARP için önerilen modelin (ATM) etkinliği, Dethloff [26] tarafından ETD-ARP için önerilen model ile karşılaştırmalı olarak incelenmiştir. Bunun için Dethloff'un modeli HETD-ARP'ye uyarlanmış ve DM2001 olarak adlandırılmıştır. Matematiksel modellerin etkinliğinin karşılaştırmalı olarak incelenmesi amacıyla aşağıdaki performans ölçütleri kullanılmıştır:

Tablo 1. DM2001 ve ATM için sayısal sonuçlar (Computational results for the DM2001 and ATM)

<i>n</i>	Tip	DM2001			ATM		
		EÇUPS	OÇS	ODGYSD	EÇUPS	OÇS	ODGYSD
20	X	6	462,64	39,41	20	746,48	22,46
	Y	8	1953,28	38,16	20	976,37	23,20
	W	8	1525,02	28,63	23	336,93	22,75
	Z	5	209,94	26,77	13	111,12	23,93
	(Top.) Ort.	(27)	1037,72	33,24	(76)	542,73	23,09
25	X	4	1549,15	39,42	13	1264,34	18,95
	Y	6	1960,78	36,77	15	1658,72	18,95
	W	5	767,22	27,71	14	748,93	20,04
	Z	5	810,03	26,07	13	417,03	21,29
	(Top.) Ort.	(20)	1271,80	32,49	(55)	1022,26	19,82
30	X	4	2215,79	45,85	7	1222,65	21,00
	Y	4	2055,57	42,77	5	1100,06	23,32
	W	4	828,50	28,15	4	588,04	22,10
	Z	4	1017,75	28,84	9	840,93	22,33
	(Top.) Ort.	(16)	1529,40	36,40	(25)	937,92	22,19
(Top.) Genel Ort.	(63)	1279,64	34,05	(156)	834,30	21,69	

- 1) Çözüm süresi sınırları içerisinde matematiksel model ile en iyi çözüme ulaşılan problem sayısı (*EÇUPS*),
- 2) Ortalama çözüm süresi (*OÇS*),
- 3) Ortalama doğrusal gevşetme yüzde sapma değeri (*ODGYSD*)

ODGYSD, her problem için elde edilen *DGYSD*'ye dayalı olarak hesaplanmaktadır. *DGYSD*'nin hesaplanmasında ise (22) no'lu eşitlik kullanılmaktadır.

$$DGYS D = \left(\frac{Z^* - Z^{DG}}{Z^*} \right) \cdot 100 \quad (22)$$

Z^* : Matematiksel model ile çözüm süresi sınırları içerisinde bulunan en iyi tam sayılı çözümün amaç fonksiyonu değeri,

Z^{DG} : Matematiksel modelin 0-1 karar değişkenlerinin gevşetilmesiyle elde edilen çözümün amaç fonksiyonu değeri.

DM2001 ve ATM'nin küçük boyutlu HETD-ARP test problemleri üzerinde yapılan deneysel karşılaştırma sonuçları Tablo 1'de verilmiştir. Tablo 1'de ilk iki sütun müşteri sayısını ve problem tipini göstermektedir. Takip eden her üç sütun ise sırasıyla; her bir matematiksel model için en iyi çözüme ulaşılan problem sayısını (*EÇUPS*), ortalama çözüm süresini (*OÇS*) ve ortalama doğrusal gevşetme yüzde sapma değerini (*ODGYSD*) vermektedir.

Tablo 1'den görüldüğü gibi tüm performans ölçütleri (yani, *EÇUPS*, *OÇS* ve *ODGYSD*) açısından ATM daha iyi sonuç vermektedir. ATM, DM2001 ile elde edilen *ODGYSD*'yi yaklaşık %12 iyileştirmektedir.

ATM ile elde edilen en büyük *ODGYSD* %23,93'dür ve 312 test probleminin 156 tanesinde belirlenen süre içerisinde en iyi çözümlere ulaşılmıştır. Ayrıca ortalama çözüm süresi 111,12 ile 1658,72 saniye arasında değişmektedir. DM2001 ile elde edilen en büyük *ODGYSD* %45,85'dir ve 312 test probleminin sadece 63 tanesinde en iyi çözümlere ulaşılmıştır. Ayrıca ortalama çözüm süresi ise 209,94 ile 2215,79 saniye arasındadır. Bunlara ek olarak, müşteri sayısının artması matematiksel modellerin performansının düşmesine neden olmaktadır. Son olarak problem tipleri arasında bariz bir farklılık gözlenmemiştir.

5.3. Sezgisel Algoritmanın Etkinliğinin İncelenmesi (Investigating the Performance of Heuristics Algorithm)

HETD-ARP için uyarlanan paralel CWT algoritmasının etkinliğini değerlendirmek amacıyla aşağıdaki performans ölçütleri kullanılmıştır.

1. En küçük yüzde sapma (*EKYS*),
2. Ortalama yüzde sapma (*OYS*),
3. En büyük yüzde sapma (*EBYS*),
4. Ortalama çözüm süresi (*OÇS*).

OYS, her problem için elde edilen *YS*'ye dayalı olarak hesaplanmaktadır. *YS*'nin hesaplanmasında ise (23) no'lu eşitlik kullanılmaktadır.

$$YS = \left(\frac{Z^{CWT} - Z^*}{Z^*} \right) \cdot 100 \quad (23)$$

Z^* : Matematiksel modeller ile çözüm süresi sınırları içerisinde bulunan en iyi üst sınır değeri (bulunan en iyi tam sayılı çözümün amaç fonksiyonu değeri),

Z^{CWT} : Paralel CWT algoritması ile bulunan çözümün amaç fonksiyonu değeri.

Tablo 2’de önerilen paralel CWT algoritmasının büyük boyutlu HETD-ARP test problemleri için elde edilen sonuçları verilmektedir. Tablo 2’nin ilk iki sütunu daha önce Tablo 1’de açıklandığı gibidir. Takip eden her üç sütun ise önerilen sezgisel algoritma için sırasıyla en küçük yüzde sapma değerini (*EKYS*), ortalama yüzde sapma değerini (*OYS*), en büyük yüzde sapma değerini (*EBYS*) ve ortalama çözüm süresini (*OÇS*) göstermektedir.

Tablo 2’de verilen sonuçlardan görüleceği üzere, CWT algoritması, ortalama 0,27 saniye gibi kısa bir zamanda matematiksel modelin verdiği üst sınırdan ortalama olarak %9 sapmaktadır. Yanı sıra 104 problemin 40’ında matematiksel modelin verdiği en iyi tam sayılı uygun çözümlerden ortalama olarak %23,75 daha iyi çözümler bulmuştur. Algoritma ile elde edilen *OYS* değeri %-4,91 ile %36,67 arasında, *EKYS* değeri %-65,39 ile % -5,16 arasında, *EBYS* değeri %2,47 ile %82,91 arasında ve çözüm zamanı ise 0,03 ile 0,58 saniye arasında değişmektedir.

6. SONUÇLAR (CONCLUSIONS)

Bu çalışmada ARP’nin bir türü olan Heterojen Eşzamanlı Topla-Dağıt Araç Rotalama Problemi (HETD-ARP) ele alınmıştır. Problem için akış tabanlı bir matematiksel model önerilmiştir. Ayrıca kaynaklarda ETD-ARP için Dethloff [26] tarafından geliştirilen bir matematiksel model HETD-ARP’ye uyarlanmıştır. HETD-ARP NP-zor bir problem olduğundan dolayı orta ve büyük boyutlu problemlere makul zamanlarda iyi çözümler bulmak amacıyla bir sezgisel algoritma geliştirilmiştir. Geliştirilen sezgisel algoritma Clarke-Wright Tasarruf (CWT) [27] algoritmasına dayalıdır ve HETD-ARP için ilk defa bu çalışmada uyarlanmıştır.

Matematiksel modeller ile sezgisel algoritmanın performansı kaynaklarda HARP için kullanılan test problemlerinin HETD-ARP’ye uyarlanması ile elde edilen problemler üzerinde deneysel olarak incelenmiştir.

Deneysel çalışmalar sonucunda bu makalede önerilen akış tabanlı matematiksel modelin, kaynaklarda ETD-ARP için geliştirilen modele kıyasla daha iyi doğrusal gevşetme değerleri verdiği ve daha fazla sayıda problem için en iyi çözüme ulaştığı görülmüştür. Yanı sıra çalışmada önerilen sezgisel algoritma ile çok hızlı çözümler alınabilmektedir. Matematiksel modellerin 20, 25, 30 düğümlü problemleri bile ortalama 800 saniyede çözebildiği düşünüldüğünde; 50, 75 ve 100 düğümlü problemlerde sezgisel algoritmanın bir saniyeden daha kısa sürede matematiksel modeller ile 2 saatte elde edilen üst sınırlara yakın çözümler bulabilmesi kabul edilebilir bir sonuç olarak görülebilir. Gerçek hayat problemlerinde hızlı karar almak gerektiğinde, basit, kolay uyarlanabilir ve hızlı çözüm yöntemleri daha fazla tercih edilmektedir.

Sezgisel algoritmanın en büyük avantajı çok kısa sürede problem için bir çözümü bulabilmesidir. İleriki çalışmalarda, orta ve büyük boyutlu HETD-ARP için makul zamanlarda kaliteli çözümler elde edebilmek amacıyla tabu arama, tavlama benzetimi ya da genetik algoritmalar gibi meta-sezgisel algoritmalara dayalı sezgisel algoritmalar geliştirilebilir. Bu algoritmalarda başlangıç çözümünü elde etmek amacıyla bu makalede geliştirilen çözüm kurucu algoritmadan yararlanılabilir ya da bu algoritmaların performansının incelenmesinde çözüm kurucu algoritma kullanılabilir. Ayrıca, küçük ve orta boyutlu HETD-ARP için en iyi çözümleri elde edebilmek amacıyla dal-kesme ya da dal-fiyat algoritması geliştirilebilir.

Tablo 2. CWT algoritması için sayısal sonuçlar (Computational results for Clarke-Wright Savings algorithm)

N	Tip	CWT			
		EKYS (%)	OYS	EBYS (%)	OÇS
50	X	-5,59	4,66	25,44	0,03
	Y	-5,84	19,21	46,37	0,04
	W	-10,47	-4,91	2,47	0,04
	Z	-5,16	6,06	18,14	0,04
Ort.		-6,77	6,26	23,11	0,04
75	X	-21,28	5,67	32,61	0,19
	Y	31,35	36,67	41,99	0,17
	W	-25,52	1,34	28,20	0,20
	Z	-38,01	2,46	42,94	0,19
Ort.		-13,37	11,54	36,44	0,19
100	X	-65,39	20,28	82,91	0,58
	Y	-53,61	3,83	45,63	0,56
	W	-46,31	4,23	55,53	0,57
	Z	-39,17	9,65	66,37	0,57
Ort.		-51,12	9,50	62,61	0,57
Genel Ort.		-23,75	9,10	40,72	0,27

KAYNAKLAR (REFERENCES)

1. Dantzig, G.B., Ramser, J.H., “The truck dispatching problem”, **Management Science**, Cilt 6, No 1, 80–91, 1959.
2. Haimovich, M., Rinnooy Kan, A.H.G., Stougie, L., “Analysis of heuristic routing problems”, **Vehicle Routing: Methods and Studies**, Editor: Golden B. et al., North Holland, Amsterdam, 47–61, 1988.
3. Paschos, V.Th., “An overview on polynomial approximation of NP-hard problems”, **Yugoslav Journal of Operations Research**, Cilt 19, No 1, 3-40, 2009.
4. Hoff, A., Andersson, H., Christiansen, M., Hasle, G., Løkketangen, A., “Industrial aspects and literature survey: Fleet composition and routing”, **Computers and Operations Research**, Cilt 37, 2041-2061, 2010.
5. Toth, P., Vigo, D., **The Vehicle Routing Problem**, SIAM Monographs on Discrete Mathematics and Applications, Society for Industrial and Applied Mathematics, Philadelphia, PA, A.B.D, 2002.
6. Golden, B., Assad, A., Levy, L., Gheysens, F., “The fleet size and mix vehicle routing problem”, **Computers and Operations Research**, Cilt 11, 49-66, 1984.
7. Gheysens, F., Golden, B., Assad, A., “A new heuristic for determining fleet size and composition”, **Mathematical Programming Study**, Cilt 26, 233-6, 1986.
8. Salhi, S., Rand, G.K., “Incorporating vehicle routing into the vehicle fleet composition problem”, **European Journal of Operational Research**, Cilt 66, 313-30, 1993.
9. Taillard, E.D., “A heuristic column generation method for the heterogeneous fleet VRP”, **RAIRO - Operations Research**, Cilt 33, No 1, 1-14, 1999.
10. Tarantilis, C.D., Kiranoudis, C.T., Vassiliadis, V.S., “A threshold accepting metaheuristic for the heterogeneous fixed fleet vehicle routing problem”, **European Journal of Operational Research**, Cilt 152, 148-58, 2004.
11. Baldacci, R., Toth, P., Vigo, D., “Exact algorithms for routing problems under vehicle capacity constraints”, **Annals of Operations Research**, Cilt 175, No 1, 213-245, 2010.
12. Parragh, S.N., Doerner, K.F., Hartl, R.F., “A survey on pickup and delivery problems Part I: Transportation between customers and depot”, **Journal für Betriebswirtschaft**, Cilt 58, No 1, 21-51, 2008.
13. Parragh, S.N., Doerner, K.F., Hartl, R.F., “A survey on pickup and delivery problems Part II: Transportation between pickup and delivery locations”, **Journal für Betriebswirtschaft**, Cilt 58, No 1, 81-117, 2008.
14. Min, H., “The multiple vehicle routing problem with simultaneous delivery and pickup points”, **Transportation Research A**, Cilt 23, No 5, 377-386, 1989.
15. Halse, K., **Modeling and solving complex vehicle routing problems**, Ph.D thesis, Technical University of Denmark, Institute of Mathematical Statistics and Operations Research, 1992.
16. Ropke, S., Pisinger, D., “A unified heuristic for a large class of vehicle routing problems with backhauls”, **European Journal of Operational Research**, Cilt 171, No 3, 750-775, 2006.
17. Bianchessi, N., Righini G., “Heuristic algorithms for the vehicle routing problem with simultaneous pick-up and delivery”, **Computers and Operations Research**, Cilt 34, No 2, 578-594, 2007.
18. Ai, J.T., Kachitvichyanukul, V., “A particle swarm optimization for the vehicle routing problem with simultaneous pickup and delivery”, **Computers and Operations Research**, Cilt 36, 1693-1702, 2009.
19. Subramanian, A., Drummond, L.M.A., Bentes, C., Ochi, L.S., Farias, R., “A parallel heuristic for the Vehicle Routing Problem with Simultaneous Pickup and Delivery”, **Computers and Operations Research**, Cilt 37, No 11, 1899-1911, 2010.
20. Subramanian, A., Uchoa, E., Pessoa, A.A., Ochi, L.S., “Branch-and-cut with lazy separation for the vehicle routing problem with simultaneous pickup and delivery”, **Operations Research Letters**, Cilt 39, 338-341, 2011.
21. Karaoğlan, İ., **Dağıtım Ağları Tasarımında Yer Seçimi ve Eşzamanlı Topla-Dağıt Araç Rotalama Problemi**, Doktora Tezi, Gazi Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü, 2009.
22. Goksal, F. P., **Eşzamanlı Topla-Dağıt Araç Rotalama Problemi için Sezgisel Yaklaşımlar: Genetik Algoritma ve Kuş Sürüsü Eniyileme**, Yüksek Lisans Tezi, Gazi Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü, 2010.
23. Polat, O., Kalaycı, C.B., Kulak, O., Günther, H. O., “A perturbation based variable neighborhood search heuristic for solving the Vehicle Routing Problem with Simultaneous Pickup and Delivery with Time Limit”, **European Journal of Operational Research**, Cilt 242, 369-382, 2015.
24. Montané, F.A.T., Galvão, R.D., “A tabu search algorithm for the vehicle routing problem with simultaneous pick-up and delivery service”, **Computer and Operations Research**, Cilt 33, 595-619, 2006.
25. Rieck, J., Zimmermann, J., “A hybrid algorithm for vehicle routing of less-than-truckload carriers”, **Metaheuristics in Service Industry, Lecture Notes in Economics and Mathematical Systems**, Editor: Geiger, M.J., et al., Cilt 624, Springer-Verlag, Berlin, Heidelberg, Germany, 2009.

26. Dethloff, J., "Vehicle routing and reverse logistics: The vehicle routing problem with simultaneous delivery and pick-up", **OR Spektrum**, Cilt 23, No 1, 79-96, 2001.
27. Clarke, G., Wright, J.V., "Scheduling of vehicles from central depot to a number of delivery points", **Operations Research**, Cilt 12, 568-581, 1964.
28. Çetin, S., **Kesin Zaman Pencereli Eş Zamanlı Dağıtım Toplamalı Araç Rotalama Problemleri**, Doktora Tezi, Gazi Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü, 2011.
29. Çetin, S., Gencer, C., Kesin Zaman Pencereli - Eş Zamanlı Dağıtım Toplamalı Araç Rotalama Problemi: Matematiksel Model", **Journal of the Faculty of Engineering and Architecture of Gazi University**, Cilt 25, No 3, 579-585, 2010.
30. Çetin, S., Gencer, C., "Heterojen araç filolu zaman pencereli eş zamanlı dağıtım-toplamalı araç rotalama problemleri: matematiksel model", **International Journal of Research and Development**, Cilt 3, No 1, 19-27, 2011.
31. Ríos-Mercado, R.Z., López-Pérez, J.F., Castrillón-Escobar A., "A GRASP for a multi-depot multi-commodity pickup and delivery problem with time windows and heterogeneous fleet in the bottled beverage industry", **Lecture Notes in Computer Science**, Cilt 8197, 143-157, 2013.
32. Waters, C.D.J., "Expanding the scope of linear programming solutions for vehicle scheduling problems", **Omega**, Cilt 16, No 6, 577-583, 1988.
33. Kara, İ., Derya, T., "Polynomial Size Formulations for the Distance and Capacity Constrained Vehicle Routing Problem", **Numerical Analysis and Applied Mathematics**, ICNAAM 2011, American Institute of Physics Conf. Proc. Cilt 1389, 1713-1718, 2011.
34. Laporte, G., Gendreau, M., Potvin, J.Y., Semet, F., "Classical and modern heuristics for the vehicle routing problem", **International Transactions in Operational Research**, Cilt 7, No 4-5, 285-300, 2006.
35. Gajpal, Y., Abad, P., "Saving-based algorithms for vehicle routing problem with simultaneous pickup and delivery", **The Journal of the Operational Research Society**, Cilt 61, No 10, 1498-1509, 2010.
36. Johnson, D.S., Aragon, C.R., McGeogh, L.A., and Schevon, C., "Optimization by simulated annealing: An experimental evaluation: Part 1. Graph Partitioning", **Operations Research**, Cilt 37, 865-891, 1989.
37. Cordeau, J.F., Gendreau, M., Laporte, G., Potvin, J.Y., and Semet, F., "A Guide to vehicle routing heuristics", **The Journal of the Operational Research Society**, Cilt 53, 512-522, 2002.
38. Nagy, G., Salhi, S., "Heuristic algorithms for single and multiple depot vehicle routing problems with pickups and deliveries", **European Journal of Operational Research**, Cilt 162, No 1, 126-141, 2005.
39. Salhi, S., Nagy, G., "A cluster insertion heuristic for single and multiple depot vehicle routing problems with backhauling", **Journal of the Operational Research Society**, Cilt 50, No 10, 1034-1042, 1999.

