

## Ağaçların Çap-Boy Modellemesine İlişkin Otokorelasyon Probleminin Giderilmesinde Karışık Etkili Doğrusal Olmayan Regresyon Modelleri ile Otoregresif Regresyon Modellerinin Karşılaştırılması

İ. Ercanlı<sup>1</sup>, D. Eyüboğlu<sup>2,\*</sup>

<sup>1</sup>Çankırı Karatekin Üniversitesi, Orman Fakültesi, Orman Mühendisliği Bölümü, 18200, ÇANKIRI

<sup>2</sup>Çankırı Karatekin Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü, Orman Mühendisliği Anabilim Dalı, 18200, ÇANKIRI

### MAKALE KÜNYESİ

Geliş Tarihi: 30 Mart 2019

Kabul Tarihi : 22 Temmuz 2019

\*Sorumlu yazarın e-posta adresi:  
ilkerercanlı@karatekin.edu.tr

### ÖZ

Bu çalışmada, ağaçların çap-boy ilişkilerinin modellenmesine ilişkin farklı yapıdaki meşcerelerden elde edilen hiyerarşik verilerin kullanımıyla oluşan otokorelasyon sorununun giderilmesinde, Karışık Etkili Doğrusal Olmayan Regresyon modeli ile AR(1), AR(2), MA(1),

MA(2), ARMA (1,1) ve ARMA (2,2) modellerinin etkinliği araştırılmıştır. Bu amaçla, Bursa Orman Bölge Müdürlüğü, Bursa Orman İşletme Müdürlüğü, Kestel Orman İşletme Şefliği sınırları içerisinde yer alan eşityaşlı ve saf Gökmar meşcerelerinden elde edilen veriler kullanılmıştır. Doğrusal Olmayan Regresyon Analizine ilişkin başarı ölçütlerine göre (RMSE=1.761, RMSE% =12.450, R<sup>2</sup>=0.838, AIC=316.167 ve BIC=912.207), gerek Otoregresif modelleme gerekse Karışık Etkili Doğrusal Olmayan Regresyon Modellemesinin kullanımı ile önemli oranda iyileşmeler elde edilmiştir. En başarılı olarak belirlenen a parametresi rasgele olan Karışık Etkili Regresyon Modelinde, RMSE değeri; 1.174, RMSE% değeri; 8.300, R<sup>2</sup> değeri; 0.928, AIC değeri; 93.959 ve BIC değeri ise; 689.999 olarak hesaplanmış ve bu bakımdan da RMSE değerinde %33.33, RMSE% değerinde %33.33, R<sup>2</sup> değerinde % 10.74, AIC değerinde %70.28 ve BIC değerinde %24.36 iyileşme elde edilmiştir. Tahmin başarı ölçütlerindeki iyileşmeler yanında Karışık Etkili Regresyon Modeli ile çeşitli Otoregresif modellere ilişkin Durbin-Watson katsayısı 2'ye yakın olarak elde edilmiş ve test sonucu olarak da herhangi bir Otokorelasyon saptanmamıştır. Bu bakımdan, gerek Karışık Etkili Doğrusal Olmayan Regresyon modeli, gerekse Otoregresif modelleme ile otokorelasyon probleminin çözümünde önemli iyileşmeler elde edilmiştir.

**Anahtar Kelimeler:** Çap-Boy tahmini, Otokorelasyon, Karışık etkili regresyon modeli, Otoregresyon modeli.

## Comparing Mixed Effect Nonlinear Regression and Autoregressive Nonlinear Regression Models to Resolve the Problem of Autocorrelation in the Relationships Between Total Tree Height and Diameter at Breast Height

### ABSTRACT

In this study, we evaluated performance of the Nonlinear Mixed Effect models and the Autoregressive Models with AR(1), AR(2), MA(1), MA(2), ARMA (1,1) and ARMA modeling the relationships between tree total height and diameter (2,2) to provide solutions to the problem of autocorrelation, originating from hierarchical data obtained from different types of stands. For this purpose, the data sampled from even-aged and pure fir stands located in Kestel Planning Unit, Bursa Forest Enterprise, Bursa Forest District Directorate were used. Important improvements have been achieved with the use of either the Autoregressive Models or the Nonlinear Mixed Effect models compared as the success criteria of the Nonlinear Regression model (RMSE=1.761, RMSE% =12.450, R<sup>2</sup>=0.838, AIC=316.167 ve BIC=912.207). The Nonlinear Mixed Effect model with parameter "a" as random parameter, which is determined as the best predictive model have 1.174 of the RMSE, 8.300 of RMSE%, 0.928 of R<sup>2</sup>, 93.959 of AIC value and 689.999 of BIC values, and so the improvements of 33.33% in RMSE, 33.33% in RMSE, 10.74% in R<sup>2</sup> and 24.36% in BIC value of 70.28% in AIC were obtained by the this Nonlinear Mixed Effect model. Besides the improvements in the predictive

*Bu makaleye atf:*

Ercanlı, İ., Eyüboğlu, D., 2019. Ağaçların Çap-Boy Modellemesine İlişkin Otokorelasyon Probleminin Giderilmesinde Karışık Etkili Doğrusal Olmayan Regresyon Modelleri ile Otoregresif Regresyon Modellerinin Karşılaştırılması. Anadolu Orman Araştırmaları Dergisi 5(1): 17-27.

criteria, the Durbin-Watson coefficient calculated for the various Autoregressive models with the Nonlinear Mixed Effect model was close to 2 and thus no autocorrelation was found as a test result of Durbin-Watson. In this regard, both the Mixed-Effect Non-Linear Regression model and the Autoregressive modeling have resulted in significant improvements in the solution of the autocorrelation problem.

**Keywords:** Height and Diameter Prediction, Autocorrelation, Nonlinear Mixed Effect model, Autoregressive Models.

## 1. Giriş

Orman amenajman planlarının, özellikle de ekosistem tabanlı fonksiyonel planlamanın önemli temel altlıklarından birisi de, artım ve büyüme modelleridir (Vanclay, 1994; Laar and Akça, 1997; Davis vd., 2011). Bu modeller, gerek farklı meşcere koşullarındaki artım ve büyüme değerlerini tahmin ederken, ayrıca başta silvikülterel uygulamalar olmak üzere farklı ormancılık faaliyetlerinin, artım ve büyüme üzerindeki etkisini de ortaya koyarlar (Gadow ve Hui, 1999). Ormancılıkta önemli bir araç olan artım ve büyüme modellerinde, ağaçların boy değerleri önemli bir değişken olarak yer almaktadır (Avery ve Burkhart, 1983). Ayrıca ormanların ana ürünü olan ağaç servetinin tahmininde, ağaçların çapları ile birlikte ağaç boy değerlerinin kullanımı, ağaç hacim tahmin başarısını artırmaktadır (Laar and Akça, 1997).

Ağaçların boylarının ölçümü, göğüs çapı ve diğer tek ağaç özelliklerine göre daha zor ve zaman alıcı olup (Martin and Flewelling, 1998; Huang et al., 1992), bu bakımdan orman envanterinde bir örnek alandaki tüm ağaçların boyları ölçülmemektedir (Kalıpsız, 1984). Diğer taraftan, orman envanter çalışmalarında boyları ölçülmeyen bu ağaçların boy değerleri, meşceredeki ağaçların göğüs çapları ile boyları arasındaki istatistiksel ilişkileri gösteren meşcere boy eğrileri ile tahmin edilmektedir (Avery ve Burkhart, 1983; van Laar ve Akça, 2007). Meşcere boy eğrileri, ağaçların göğüs çapları ile boyları arasındaki ampirik ilişkileri, istatistiksel denklemleri temel alarak modellemektedir. Ağaçların çap-boy ilişkilerinin gelişimi, genellikle sigmoid ya da “S” biçimli bir trend göstermesinden dolayı, meşcere boy eğrilerinin geliştirilmesinde, genellikle Doğrusal Olmayan Regresyon denklemleri (Nonlinear Regression Equations) kullanılmaktadır (Wykoff vd., 1982; Huang vd., 1992; Robinson and Wykoff, 2004).

Ağaçların çap-boy ilişkilerinin doğrusal olmayan denklemler ile modellenmesi yanında, bu ilişkilerin tahmin edilmesinde diğer bir önemli konu da; çeşitli meşcere koşullarının ağaçların çap-boy ilişkilerinde önemli etkilere sahip olması ve böylece sadece göğüs çapını bağımsız değişken olarak içeren denklemlerin, farklı sıklık, verim gücü ve yaştaki meşcerelerin çap-boy ilişkilerini temsil etmede ve

modellemede yetersiz olmalarıdır. Bu bakımdan, farklı meşcere yapılarına ilişkin çap-boy ilişkilerinin modellenmesinde, farklı yaklaşımlar ve metotlar önerilmiş ve kullanılmıştır. Ferguson and Leech (1978); Krumland and Wensel (1978); Larsen and Hann (1987) and Parresol (1992), ilk aşamada farklı meşcere yapıları için ayrı ayrı olmak üzere çap-boy denklemlerinin parametre değerlerini tahmin edip, ikinci aşamada ise, bu denklem parametreleri ile çeşitli meşcere özellikleri arasındaki ilişkileri modelledikleri bir yaklaşımı önermişlerdir. Daha yaygın bir yaklaşım olarak ise; göğüs çapı yanında, meşcere özelliklerinin de içeren doğrusal olmayan denklemler, çeşitli çalışmalarda önerilmiş ve kullanılmıştır (Fulton 1999; Huang et al. 2000; Schöeder and Álvarez González, 2001; López Sánchez et al. 2003; Sharma and Zhang 2004; Temesgen and Gadow 2004; Castedo Dorado et al. 2005; Trincado et al., 2007; Adame et al., 2008; Paulo et al., 2011). Ağaçların göğüs çapları yanında, çeşitli meşcere özellikleri bağımsız değişken olarak içeren bu denklemler, özellikle “genelleştirilmiş boy denklemleri (*generalized height-diameter models*)” olarak da adlandırılmaktadır. Nanos et. al. (2004), çap-boy ilişkilerinin konumsal değişkenliğini analiz etmiş ve “geostatistical” modellemeyi önermiştir.

Ormancılık literatüründe, çap-boy ilişkilerinin modellenmesinde yaygın kullanılan diğer bir modelleme tekniği de; Doğrusal Olmayan Karışık Etkili Modelleme (Nonlinear Mixed Effect Regression Models) tekniğine dayanan regresyon modelleridir. Bu yöntemde, farklı yapıdaki meşcerelerden elde edilen verilerin bir veri havuzunda bir araya getirilmesi ile hiyerarşik veri yapılarının ve verilerin birbirine bağımlılığının olduğu ifade edilmektedir. Böylece regresyon modellerinin geliştirilmesinde temel varsayımlardan biri olan verilerin bağımsızlığı varsayımının ihlal edildiği “otokorelasyon” veya “seri korelasyon” sorununa bir çözüm getirilmeye çalışılmaktadır. Regresyon modellerinin geliştirilmesinde temel varsayımlardan biri olan verilerin bağımsızlığı varsayımının ihlal edildiği bu gibi bir veri yapılarının modellenmesinde, doğrusal olmayan regresyon modellerinin kullanılması, regresyon modellerinin parametrelerine ilişkin güven aralıklarının sistematik bir hata ile tahmin edilmesine neden olabilmektedir (İyit vd., 2006). Bu durumda da, regresyon modellerinin sonuçlarının

güvenirliğini olumsuz yönde etkilemekte ve hatalı tahminler elde edilebilmektedir (Ye, 2005). Özellikle son yıllardaki çap-boy denklemlerinin geliştirilmesinde, Doğrusal Olmayan Karışık Etkili Modelleri (Nonlinear Mixed Effect Regression Models) sıklıkla kullanılmıştır (Mehtatalo, 2004; Lynch vd., 2005; Calama ve Montero, 2004; Castedo Dorado vd, 2006; Sharma ve Parton, 2007; Trincado vd. 2007; Saunders ve Wagner, 2008; Budhathoki vd., 2008; Adame vd., 2008; Crecente-Campo vd., 2010).

Karışık etkili regresyon analizi tekniğinin yanında, Otokorelasyon probleminin regresyon denklemlerinin parametre değerlerinde ve dolayısıyla tahmin değerlerindeki olumsuz etkisini gidermek üzere "Oto regresif modelleme" yaklaşımı da bir çözüm olarak kullanılabilir (Monserud, 1984; Gregoire vd., 1995; Parresol ve Vissage, 1998). Söz konusu oto regresif modeller; Oto regresif (Auto-Regressive, AR(1) veya AR (2)), hareketli ortalama (Moving Average, MA(1) veya MA(2)) ve AR ve MA modellerinin karışımı olan Oto regresif hareketli ortalama (Auto Regressive Moving Average, ARMA (1, 1) ya da ARMA(2, 2)) yapılarında olabilmektedir. Özellikle, son yıllarda birçok bonitet endeks modelinin geliştirilmesinde Oto regresif modellerin yaygın bir biçimde kullanımı söz konusu iken (Diéguez Aranda vd., 2005, 2006; Nord-Larsen, 2006; Adame vd., 2006; Bravo-Oviedo vd., 2007; Cieszewski vd., 2007; Cieszewski ve Strub, 2008), ağaçların çap-boy modellemesinde söz konusu olabilecek hiyerarşik veri yapılarının modellenmesinde Oto regresif modellerinin kullanımı sınırlı kalmıştır. Bu bakımdan, bu çalışmada, Karışık Etkili Doğrusal Olmayan Regresyon Modelleri ile Oto regresif Regresyon Modellerinin, Ülkemizin

Marmara bölgesinde yer alan Bursa-Kestel ormanları eşit yaşlı ve saf Gök nar meşcerelerindeki ağaçların çap-boy ilişkilerinin modellenmesinde söz konusu olabilecek otokorelasyon probleminin giderilmesindeki etkinliğinin araştırılması amaçlanmıştır.

## 2. Materyal ve Yöntem

### 2.1. Materyal

Bu çalışmada kullanılan araştırma materyali, Bursa Orman Bölge Müdürlüğü, Bursa Orman İşletme Müdürlüğü, Kestel Orman İşletme Şefliği sınırları içerisinde yer alan eşit yaşlı ve saf Gök nar meşcerelerinden elde edilmiştir. Bu meşcerelerin orman amenajman planlarının geliştirilmesinde gerçekleştirilen orman envanterine alınmış 60 adet örnek alandan elde edilen veriler kullanılmıştır. Örnek alanlar daire biçiminde olup, büyüklükleri meşcere yapısı ve kapalılık durumuna göre 400 m<sup>2</sup> ile 800 m<sup>2</sup> arasında değişmektedir. Çalışma kapsamında alınan örnek alanlarda; göğüs çapları 8 cm ve daha büyük tüm ağaçlarda göğüs çapı (d<sub>1.30</sub>) ve çap basamaklarında dengeli bir şekilde dağıtılan 8-10 ağaçta boy ölçülmüştür. Ölçülen bu boy değerlerinin ayrıca hektarda 100 ağaç yöntemine göre belirlenmiş sayıda en boylu ağaçları içermesine de özen gösterilmiştir. Çap ölçümleri, çap ölçer ile mm hassasiyetinde, boy ölçümleri ise; Vertex Haglöf boyölçer ile cm hassasiyetinde gerçekleştirilmiştir. Örnek alanlarda yapılan bu ölçümler ile toplam 548 çap-boy verisi elde edilmiştir.

Çizelge 1. Çalışma materyali Gök nar ağaçlarına ilişkin bazı istatistiksel bilgiler

Değişkenler	Minimum	Maksimum	Aritmetik Ortalama	Standart Sapma
Çap	8,00	80,00	25,98	11,09
Boy	4,00	28,00	14,15	4,36
D <sub>0</sub> <sup>a</sup>	9,00	120,00	36,64	13,99
H <sub>0</sub> <sup>a</sup>	4,50	28,00	16,38	4,05

<sup>a</sup> D<sub>0</sub> ve H<sub>0</sub> değişkenleri; örnek alanda hektarda 100 ağaç yöntemine göre belirlenmiş en kalın çaplı ağaçların ortalama çapı ve boyunu ifade etmektedir.

## 2.2. Yöntem

### 2.2.1. Doğrusal olmayan regresyon analizi

Farklı yapıdaki meşcerelerden elde edilen verilere ilişkin çap-boy ilişkilerini modellemek üzere, özellikle göğüs çapına ek olarak çeşitli meşcere özelliklerini de içeren birçok farklı genelleştirilmiş regresyon denklemi önerilmiş ve kullanılmıştır (Huang vd., 1992; Fang ve Baily, 1998; Peng, 1999; Gadov vd., 2001; Soares ve

Tomé, 2002; Temesgen ve Gadov, 2004). Lei ve Paresol (2001) ve Peng (2001), modellerin parametre sayısı, biyolojik açıklanabilirliği ve model tahminlerinin geçerliliği gibi özellikleri ile birlikte çap-boy ilişkisini modellemek üzere seçilen modelin; (i) monotonik artış (ii) büküm noktası (inflection point) ve (iii) yatay asimptot gibi matematiksel özellikleri taşıması gerektiğini ifade etmiştir.

Bu denklemlerden, balık popülasyonlarının modellenmesi için ilk olarak geliştirilen Schnute (1981) denklemi, yatay asimptota sahip olup,

Sigmoid trend gösterebilmekte ve farklı çap-boy ilişkilerini modellemekte oldukça başarılı sonuçlar vermektedir. Ayrıca doğrusal olmayan modelleme ile de Schnute (1981) denklemi için kolaylıkla çözüm (convergence) elde edilebilmektedir (Lei ve Paresol, 2001). Schnute (1981)'un denklemi;

$$h = \left( h_1^{b_1} + (h_2^{b_1} - h_1^{b_1}) \frac{1 - e^{-b_2(d-d_1)}}{1 - e^{-b_2(d_2-d_1)}} \right)^{1/b_1} + \varepsilon \quad (1)$$

biçiminde olup, bu eşitlikte;  $h$ , tahmin edilecek ağaç boyunu (m),  $d$ , göğüs çapını (cm),  $d_1$ , örnek alandaki minimum göğüs çapını (cm),  $d_2$ , örnek alandaki maksimum göğüs çapını (cm),  $h_1$ , örnek alanda  $d_1$  çapına karşılık gelen ağaç boyunu (m),  $h_2$ , örnek alanda  $d_2$  çapına karşılık gelen ağaç boyunu (m),  $b_1$  ve  $b_2$  model parametreleri ve  $\varepsilon$  ise model hatalarını ifade etmektedir. Ormancılıkta çap-boy ilişkilerini modellemek üzere, özellikle çap-boy tahminlerinde, göğüs çapının 0 ( $d = 0$ ) olduğu durumda boyu 1.3 m ( $h = 1.3$ ) olarak tahmin edecek şekilde düzenlendiğinde (Castedo-Dorado vd., 2006), Schnute (1981)'un denklemi;

$$h = \left( 1.3^{b_1} + (H_0^{b_1} - 1.3^{b_1}) \frac{1 - e^{-b_2 d}}{1 - e^{-b_2 D_0}} \right)^{1/b_1} + \varepsilon \quad (2)$$

biçiminde elde edilir. Bu denklemde,  $D_0$  ve  $H_0$  değişkenleri; örnek alanda hektarda 100 ağaç yöntemine göre belirlenmiş en kalın çaplı ağaçların ortalama çapı ve boyunu ifade etmektedir. Bu çalışmada, ağaçların çap-boy ilişkilerini modellemek üzere sahip olduğu model yapısı ile yatay asimptota sahip olan ve Sigmoid trend gösterebilen ve ayrıca parametre tahmininde kolay çözüm verebilen Schnute (1981)'un denklemi seçilmiştir.

### 2.2.2. Doğrusal olmayan karışık etkili modelleme

Ağaçların çap-boy ilişkilerini modellemek üzere yaygın bir kullanımı olan genelleştirilmiş çap-boy denklemleri yanında, çap-boy ilişkilerini tahmin etmede diğer bir kapsamlı kullanımı olan modelleme yaklaşım da; Doğrusal Olmayan Karışık Etkili Modelledir. Karışık etkili modellemede, doğrusal olmayan modellerinden farklı olarak parametreler, sabit ve rasgele etkilere ilişkin parametreler olmak üzere iki gruba ayrılmaktadır. Sabit etkili parametre, meşcerelerin geneli için geçerli olan ortalama gelişimi ortaya koyarken, rasgele etkili parametre ise meşcereler arasındaki farklılığı temsil eder ve bu meşcereler arasındaki çap-boy ilişkilerinin değişkenliğini sayısallaştırır. Bu bakımdan, sabit etkilere ilişkin parametre, meşcerelerin geneli için hesaplanırken, rasgele etkilere ilişkin parametre ise,

meşcereler arasındaki farklılığı temsil edecek şekilde elde edilir (Calama and Montero, 2004; Castedo Dorado vd., 2006; Crecente-Campo vd., 2010). Karışık modelleme yaklaşımında, sabit etkili parametreler, modellerin tahmin edilmesi sürecinde elde edilirken, rasgele parametreler, daha sonraki süreçte farklı örnek alanlar ve meşcereler için tahmin edilebilmektedir. Rasgele etkili parametrelerin bu özelliği, özellikle karışık etkili modellerin farklı meşcerelerin sahip olduğu büyüme değişkenliğini (varyasyonu) temsil etmesine olanak sağlamaktadır. Doğrusal olmayan karışık etkili modelleme yaklaşımının rasgele ve sabit etkili parametre özelliği dikkate alındığında, Schnute (1981)'un denkleminin karışık etkili model yapısı;

$$h = \left( 1.3^{b_1+v} + (H_0^{b_1+v} - 1.3^{b_1+v}) \frac{1 - e^{-(b_2+u)d}}{1 - e^{-(b_2+u)D_0}} \right)^{1/b_1+v} + \varepsilon \quad (3)$$

biçiminde düzenlenebilir.  $b_1$  ve  $b_2$  modelin sabit etkili parametreleri olup,  $u$  ve  $v$  parametreleri ise rasgele etkili parametreleri ifade etmektedir. Ağaçların çap-boy ilişkilerinin modelleyen Doğrusal Olmayan Karışık Etkili Schnute (1981)'un regresyon modelinin parametre tahminlerinin elde edilmesinde, Maksimum Olabilirlik (Maximum Likelihood) yöntemini esas alan SAS İstatistik Paket Programındaki NLMIXED prosedürü kullanılmıştır (SAS Institute Inc., 2004). Doğrusal Olmayan Karışık Etkili Modelleme sürecinin işletilmesinde, Schnute (1981)'un denkleminin sabit etkili ve rasgele etkili parametre seçenekleri için ayrı ayrı olmak üzere tahminler elde edilmiştir.

### 2.2.3. Otoregresif modelleme

Ormancılık literatüründe otokorelasyon probleminin giderilmesinde, Doğrusal Olmayan Karışık Etkili Modelleme tekniği yanında, Otoregresif modelleme metotları da kullanılmıştır. Bu çalışmada, Doğrusal olmayan Schnute (1981)'un regresyon denkleminin parametreleri, çeşitli Otoregresif modelleme teknikleri ile elde edilmiştir. Parametreleri farklı Otoregresif teknikler ile elde edilen Schnute (1981)'un denklemleri kullanılarak örnek ağaçlara ilişkin boylar tahmin edilmiştir. Bu çalışmada kullanılan otoregresif modeller; AR(1), AR(2), MA(1), MA(2), ARMA (1,1) ve ARMA (2,2) olmak üzere çeşitli modelleme yapılarındadır. Bu otoregresif modellere ilişkin parametre tahmin süreçleri ile her bir örnek ağaca ilişkin boy tahminleri, SAS İstatistik Paket Programındaki PROC MODEL prosedürü ile elde edilmiştir (SAS Institute Inc., 2004). PROC MODEL prosedüründe, %ar(h, 1), %ar(h, 2), %ma(h, 1) ve %ma(h, 2)

parametreleri ile AR(1), AR(2), MA(1), MA(2) modelleri; %ar(h, 1) ve %ma(h, 1) parametrelerini birlikte kullanarak da, ARMA (1,1) modellerine ilişkin parametre değerleri ile örnek ağaçlara ilişkin boy tahminleri elde edilmiştir. Özellikle, “proc print data=output1” parametresi ile de, ilgili otoregresif modelleme ile örnek ağaçlara ilişkin tahminler elde edilmiştir. SAS PROC MODEL prosedürünün kodlarına ilişkin ayrıntılar, SAS programına ilişkin çeşitli kaynaklardan elde edilebilir.

#### 2.2.4. Karşılaştırma ölçütleri

Bu çalışmada, Doğrusal Olmayan Regresyon Analizi, Karışık Etkili Doğrusal Olmayan Regresyon Analizi ve Otokoregresif modeller ile örnek ağaçlara ilişkin boy tahminleri elde edildikten sonra, farklı tahmin teknikleri ile elde edilen tahminlerin başarı durumlarının karşılaştırılmasında ise, çeşitli istatistikî başarı ölçüt değerleri kullanılmıştır. Bu başarı ölçütleri ise; Düzeltilmiş Belirtme Katsayısı ( $R^2$ ), Akaike Bilgi Ölçütü (AIC), Bayesian Bilgi Ölçütü (BIC), Hataların Ortalama Kare Kökü (the root mean square error, RMSE) ve Hataların Ortalama Kare Kökünün Yüzdesi (RMSE%) değeri olmak üzere beş adettir. Kullanılan bu ölçütlere ilişkin formüller aşağıda verilmiştir.

$$HOKK = \sqrt{\sum_{i=1}^n (h_i - \bar{h}_i)^2 / (n - k)} \quad (4)$$

$$HKOK\% = \left( \left[ \sqrt{\sum_{i=1}^n (h_i - \hat{h}_i)^2 / (n - k)} \right] / \bar{h}_i \right) \cdot 100 \quad (5)$$

$$R^2 = 1 - \sum_{i=1}^n (h_i - \hat{h}_i)^2 / \sum_{i=1}^n (h_i - \bar{h}_i)^2$$

$$AIC = n \cdot \ln(RMSE) + 2 \cdot k \quad (7)$$

$$BIC = n \cdot \ln(RMSE) + n \cdot \ln(k) \quad (8)$$

Bu formüllerde,  $h_i$ ; arazide ölçülen boy değerleri (gözlem değeri),  $\bar{h}_i$ : gözlem değerlerinin ortalaması,  $\hat{h}_i$ : çeşitli tahmin yöntemleri tahmini boy değerleri,  $k$ : tahmin yöntemlerinin girdi ya da bağımsız değişken sayısı olarak hesaplanmıştır. Bu ölçüt değerlerinden, 0 ile 1 arasında değer alan belirtme katsayısının, mümkün olduğunca 1'e yakın bir değer alması istenilmektedir. Diğer ölçüt değerlerinin küçük değerler alması, daha başarılı tahminlerin elde edildiğini göstermektedir.

#### 2.2.5. Otokorelasyon probleminin testi: Durbin-Watson katsayısı ve analizi

Bu çalışmada, Doğrusal Olmayan Regresyon Modeli yanında çeşitli rasgele ve sabit etkili parametreleri içeren Karışık Etkili Doğrusal

Olmayan Regresyon Modelleri ile AR(1), AR(2), MA(1), MA(2), ARMA (1,1) ve ARMA (2,2) yapısına sahip çeşitli otoregresif modeller kullanılarak Otokorelasyon probleminin ağaçların boy tahminlerdeki olumsuz etkisi giderilmeye çalışılmıştır. Özellikle, kullanılan bu tahmin yöntemleri ile otokorelasyon probleminin giderilip giderilmediği ise, hatalara ilişkin “Lag-1” grafikleri ile değerlendirilmiş ve “Durbin-Watson” katsayısı ile test edilmiştir. “Lag-1” grafiği elde edilirken, ilk önce çeşitli tahmin yöntemlerine ilişkin hatalar, ağaçların göğüs çapına göre küçükten büyüğe doğru sıralanmış, daha sonra X ekseninde; sıralanmış hataların, Y ekseninde ise; sıralanmış hataların bir veri aşağı kaydırıldığı sütun seçilerek, nokta dağılım grafikleri Excell programı ile çizdirilmiştir. Çeşitli tahmin yöntemlerine göre elde edilen “Lag-1” grafiğinde, hatalara ilişkin noktaların orijin noktasında (0, 0) toplanması durumunda, otokorelasyon probleminin kullanılan tahmin yöntemi ile belirli ölçüde giderildiği sonucuna varılabilmektedir. Otokorelasyon probleminin varlığının test edilmesinde, “Durbin-Watson” test istatistiği de kullanılmıştır. Durbin-Watson test istatistiğine ilişkin eşitlik aşağıda verilmiştir.

$$d = \frac{\sum_{i=2}^n (e_i - e_{i-1})^2}{\sum_{i=2}^n e_i^2} \quad (9)$$

Bu eşitlikte,  $e_i$ ; i. veriye ilişkin hata değerini, n; veri sayısını ifade etmekte olup, durbin-watson katsayısı ise, 0 ile 4 arasında değer almaktadır. Özellikle 2'ye yakın durbin-watson katsayısı değerleri, seri-korelasyon (otokorelasyon) sorunun olmadığını göstermektedir (Fox, 1997). Diğer taraftan, durbin-watson katsayısına ilişkin üst ve alt sınırlar, veri sayısına ve değişken sayısına göre durbin-watson kritik değerler tablolarından elde edilmiştir.

### 3. Bulgular

Çizelge 2'de, bu çalışmada kullanılan Doğrusal Olmayan Regresyon modeli ile AR(1), AR(2), MA(1), MA(2), ARMA (1,1) ve ARMA (2,2) Otokoregresif modelleri ve çeşitli parametreleri rasgele içeren Karışık Etkili Regresyon Modellerine ilişkin başarı ölçütleri görülmektedir. Bu ölçüt değerlerinden RMSE; 1.174 ile 1.761, RMSE%; 8.300 ile 12.450,  $R^2$ ; 0.838 ile 0.928, AIC; 316.167 ile 93.959 ve BIC; 912.207 ile 689.999 arasında değişmektedir. Bu başarı ölçütleri değerlendirildiğinde; ağaçların boy değerlerini tahmin etmede en başarılı model olarak; a parametresi rasgele olan Karışık Etkili Regresyon Modelin olduğu belirlenmiştir (Çizelge 2).

Regresyon tekniklerinden belirgin tahmin başarısı ile öne çıkan bu karışık Etkili Modelinin RMSE değeri; 1.174, RMSE% değeri; 8.300, R<sup>2</sup> değeri; 0.928, AIC değeri; 93.959 ve BIC değeri ise; 689.999 olarak hesaplanmıştır. Çizelge 2 incelendiğinde, Karışık

Etkili modelleme ile rasgele parametrelerin modellerde içermeleri ile birlikte tahmin başarısında belirli oranda bir iyileşme olduğu görülmektedir.

Çizelge 2. Doğrusal Olmayan Regresyon modeli, AR(1), AR(2), MA(1), MA(2), ARMA (1,1) ve ARMA (2,2) gibi Otoregresif modeller ve çeşitli parametreleri rasgele içeren Karışık Etkili Regresyon Modellerine ilişkin başarı ölçütleri

Regresyon Modelleri	RMSE	RMSE%	R <sup>2</sup>	AIC	BIC
Doğrusal Olmayan Regresyon modeli	1,761	12,450	0,838	316,167	912,207
AR(1)	1,728	12,214	0,844	305,691	901,730
AR(2)	1,719	12,151	0,846	302,827	898,866
MA(1)	1,734	12,259	0,843	307,695	903,734
MA(2)	1,719	12,151	0,846	302,853	898,893
ARMA(1, 1)	1,721	12,165	0,845	303,473	899,513
ARMA(2, 2)	1,718	12,142	0,846	302,431	898,470
a parametresi rasgele olan Karışık Etkili Regresyon Modeli	1,174	8,300	0,928	93,959	689,999
b parametresi rasgele olan Karışık Etkili Regresyon Modeli	1,176	8,317	0,928	95,061	691,100
a ve b parametresi rasgele olan Karışık Etkili Regresyon Modeli	1,341	9,478	0,906	166,719	762,758

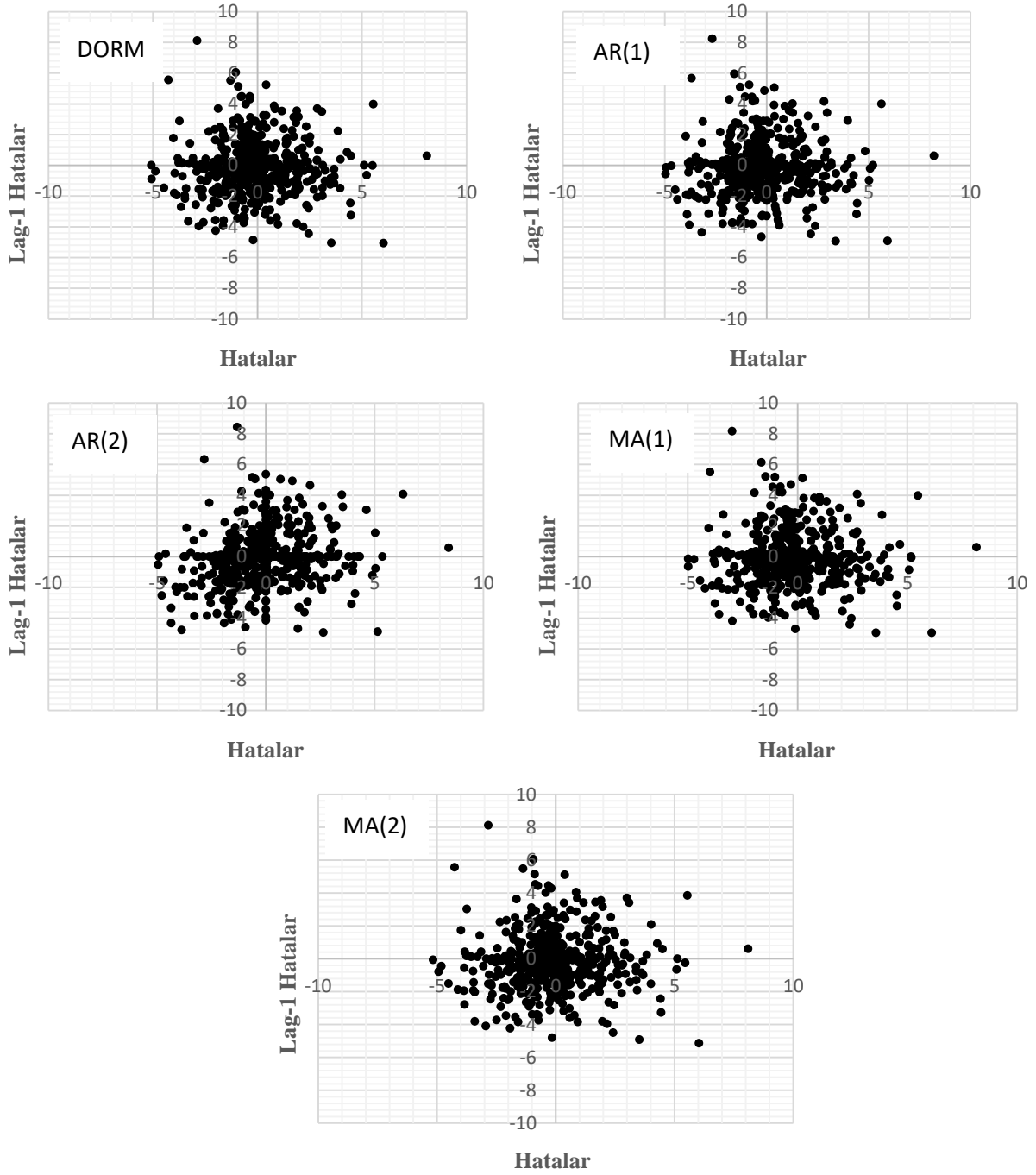
Şekil 1’de, Doğrusal Olmayan Regresyon Modeli (DORM) ile AR(1), AR(2), MA(1), MA(2) otoregresif modelleri için elde edilen Lag-1 grafikleri verilmiştir. Şekil 2’de, ARMA (1,1) ve ARMA (2,2) gibi Otoregresif modeller ile a, b ve a ile b ikisi birlikte rasgele parametre olarak içeren Karışık Etkili Regresyon Modelleri (KERM) için elde edilen Lag-1 grafikleri verilmiştir. Bu grafikler incelendiğinde, özellikle hataların merkez (0,0) noktasına toplanması ile otokorelasyon probleminde iyileşmeyi gösteren durumun, en iyi biçimde a parametresini rasgele parametre olarak içeren Karışık Etkili Regresyon Modeli ile elde edildiği görülmektedir.

Çizelge 3’te ise, farklı tahmin yöntemlerine ilişkin Durbin-Watson değerleri ile  $d_L$  ve  $d_U$  olmak üzere alt ve üst Durbin-Watson sınırları verilmiştir.

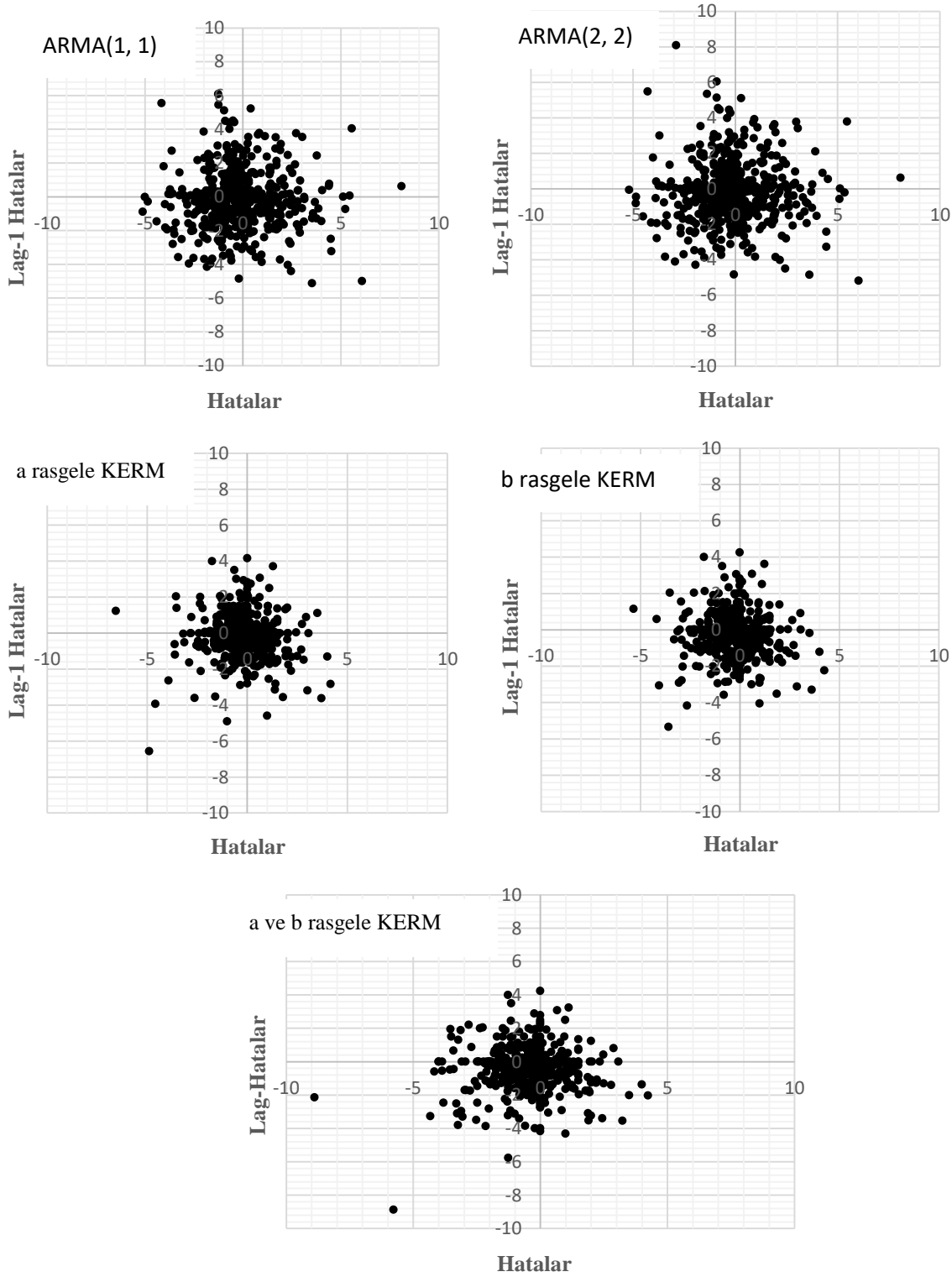
Bu değerlerden, Doğrusal Olmayan Regresyon modeli ile a ve b parametresi rasgele olan Karışık Etkili Regresyon Modeline ilişkin Durbin-Watson değerleri, alt ve üst sınırlar dışında olduğundan, bu iki tahmin yöntemi ile elde edilen tahminlerde, otokorelasyon problemi söz konusudur. Diğer taraftan, özellikle otoregresif modelleme ve tek parametrelili karışık etkili modelleme ile elde edilen tahminlerde, durbin-watson değerlerinin 2’ye olukça yakın olması ve ayrıca alt ve üst sınırlar içinde kalmaları ile otokorelasyon probleminin, bu yöntemlerin kullanımı ile önemli oranda giderildiği anlaşılmaktadır. Bu bakımdan, farklı tahmin yöntemlerine ilişkin durbin-watson testinin sonuçları (Çizelge 2) ile Şekil 1 ve Şekil 2’de gösterilen “Lag-1” grafiklerine ilişkin sonuçların birbiri ile uyumlu olarak elde edilmiştir.

Çizelge 3. Çeşitli tahmin yöntemlerine ilişkin Durbin-Watson test sonuçları

Regresyon Modelleri	D.W.	$d_L$	$d_U$	KARAR
Doğrusal Olmayan Regresyon modeli	1,6181	1,86727	2,13273	Otokoresyan var.
AR(1)	2,0398	1,86727	2,13273	Otokoresyan yok.
AR(2)	1,9991	1,86727	2,13273	Otokoresyan yok.
MA(1)	1,9612	1,86727	2,13273	Otokoresyan yok.
MA(2)	1,9889	1,86727	2,13273	Otokoresyan yok.
ARMA(1, 1)	2,0185	1,86727	2,13273	Otokoresyan yok.
ARMA(2, 2)	1,9942	1,86727	2,13273	Otokoresyan yok.
a parametresi rasgele olan Karışık Etkili Regresyon Modeli	2,0759	1,86727	2,13273	Otokoresyan yok.
b parametresi rasgele olan Karışık Etkili Regresyon Modeli	2,0456	1,86727	2,13273	Otokoresyan yok.
a ve b parametresi rasgele olan Karışık Etkili Regresyon Modeli	1,7753	1,86727	2,13273	Otokoresyan var.



Şekil 1. Doğrusal Olmayan Regresyon Modeli (DORM) ile AR(1), AR(2), MA(1), MA(2) otoregresif modelleri için elde edilen Lag-1 grafikleri



Şekil 2. ARMA (1,1) ve ARMA (2,2) gibi Otoresif modeller ile a, b ve a ile b ikisi birlikte rasgele parametre olarak içeren Karışık Etkili Regresyon Modelleri (KERM) için elde edilen Lag-1 grafikleri

#### 4. Tartışma ve Sonuç

Bu çalışmada, ağaçların çap-boy ilişkilerinin modellenmesinde söz konusu olan Otokorelasyon probleminin giderilmesinde, Karışık Etkili Doğrusal Olmayan Regresyon Modelleri ile Otoresif Modellerin etkinliğinin ve başarı durumlarının

karşılaştırılması amaçlanmıştır. Doğrusal Olmayan Regresyon Modeline ait başarı ölçütlerinde (RMSE=1.761, RMSE%=12.450,  $R^2=0.838$ , AIC=316.167 ve BIC=912.207), gerek Otoresif modellerin gerekse Karışık Etkili Doğrusal Olmayan Regresyon Modellerinin kullanım ile önemli oranda iyileşmeler elde edilmiştir. En başarılı olarak



belirlenen a parametresi rasgele olan Karışık Etkili Regresyon Modeli ile RMSE değeri; 1.174, RMSE% değeri; 8.300, R<sup>2</sup> değeri; 0.928, AIC değeri; 93.959 ve BIC değeri ise; 689.999 olarak elde edilmiştir. Bu bakımdan, a parametresi rasgele olan Karışık Etkili Regresyon Modeli ile Doğrusal Olmayan Regresyon Modeline ait başarı ölçütlerine göre, RMSE değerinde %33.33, RMSE% değerinde %33.33, R<sup>2</sup> değerinde %10.74, AIC değerinde %70.28 ve BIC değerinde %24.36 iyileşme elde edilmiştir.

Tahmin başarısındaki bu artışların temel nedeni; farklı yapıdaki meşcerelerden elde edilen verilerin bir veri havuzunda bir araya getirilmesi ile oluşan hiyerarşik veri yapıları ve bu veriler ile geliştirilen modellerdeki otokorelasyon sorununun, Karışık Etkili Doğrusal Olmayan Regresyon Modellemesi ile ve Otoregresif Modelleme ile önemli ölçüde giderilmesi olduğu değerlendirilebilir. Tahmin başarı ölçütlerindeki iyileşmeler ile paralel olarak çeşitli tahmin yöntemleri için hesaplanan Durbin-Watson katsayısı ve bu katsayıya ilişkin test sonuçlarında önemli oranda iyileşmeler elde edilmiştir. Özellikle, a ve b parametrelerini ayrı ayrı olmak üzere rasgele parametre içeren Karışık Etkili Regresyon Modeli ile çeşitli otoregresif modellere ilişkin hesaplanan Durbin-Watson katsayısı 2'ye yakın olarak elde edilmiş ve test sonucu olarak da herhangi bir otokorelasyon sorunu saptanmamıştır. Bu bakımdan, bazı parametreleri rasgele parametre içeren Karışık Etkili Regresyon Modelleri ile çeşitli Otoregresif modellerinin, hiyerarşik veri yapıları ile geliştirilen modellere ilişkin Otokorelasyon probleminin giderilmesinde etkin olduğu sonucuna varılabilir. Ancak, a ve b parametrelerini birlikte rasgele parametre olarak içeren Karışık Etkili Regresyon Modelleri ile hem tahmin başarısı hem de otokorelasyon problemine çözüm noktasında beklenen sonuçlar elde edilememiştir. Bu sonucun temel nedeni olarak; özellikle iki parametreyi rasgele içeren Karışık Etkili Regresyon Modelinin, örnek alanlar arasındaki hiyerarşik yapıyı tam olarak temsil edememesi ve iki parametrenin rasgele olması ile oluşan karmaşık model yapısının boy tahminlerini elde etmede belirli ölçüde başarısız olması ile açıklanabilir.

Bu çalışmada ağaçların çap-boy modellemesinde başarılı sonuçlar veren Karışık Etkili Doğrusal Olmayan Regresyon Modellemesi ile Otoregresif Modellemenin gövde çapı ve gövde profili verileri ile tek ağaç çap artımı, hacmi ve hacim artımı gibi özelliklerin modellemesinde, gerek tahmin başarıları gerekse Otokorelasyon problemini gidermekteki başarı durumları da araştırılması gerekmektedir. Bu bakımdan, Klasik regresyon yöntemleri olarak Doğrusal Regresyon modellerinin geliştirilmesinde En Küçük Kareler Yöntemi

(Ordinary Least Squares, OLS) ve Doğrusal Olmayan Regresyon Modellerinde çeşitli Sayısal Çözümleme Yöntemleri ile parametre tahmini tekniklerine bir alternatif olarak Karışık Etkili Doğrusal Olmayan Regresyon Modellemesi ile Otoregresif Modellemenin kullanımına ilişkin farklı çalışmaların gerçekleştirilmesine önemli bir ihtiyaç vardır. Diğer taraftan Karışık Etkili Doğrusal Olmayan Regresyon Modellemesi ile ve Otoregresif Modelleme ile elde edilecek tahminlerin, belirli ölçüt değerlerine göre başarı durumları yanında, ormancılık uygulamalarında önemli olan büyüme kanuniyetleri bakımından değerlendirilmesi de gerekmektedir.

### Kaynaklar

- Adame, P., Cañellas, I., Roig, S., del Río, M., 2006. Modeling dominant height growth and site index curves for Rebollo oak (*Quercus pyrenaica* Willd.). *Annals of Forest Science*, 63, 929–940.
- Adame, P., del Río, M., Cañellas, I., 2008. A mixed nonlinear height–diameter model for pyrenean oak (*Quercus pyrenaica* Willd.). *Forest Ecology and Management*, 256, 88–98
- Avery, T. E., Burkhart, H. E., 1983. *Forest Measurements*. McGraw-Hill Series in Forest Resources, McGraw-Hill Book Company, New York, 331 p.
- Bravo-Oviedo, A., del Río, M., Montero, G., 2007. Geographic variation and parameter assessment in generalized algebraic difference site index modeling. *Forest Ecology and Management*, 247, 107–119.
- Budhathoki, C. B., Lynch, T. B., Guldin, J. M., 2008. A mixed-effects model for dbh–height relationship of shortleaf pine (*Pinus echinata* Mill.). *Southern Journal of Applied Forestry*, 32, 5–11.
- Calama, R., Montero, G., 2004. Interregional nonlinear height–diameter model with random coefficients for stone pine in Spain. *Canadian Journal of Forest Research*, 34, 150–163.
- Castedo-Dorado, F., Diéguez-Aranda, U., Barrio, M., Sánchez, M. and von Gadow, K., 2006. A generalized height-diameter model including random components for radiata pine plantations in northeastern Spain. *Forest Ecology and Management*, 229, 202 – 213.
- Cieszewski, C. J., Strub, M. ve Zasada, M. J., 2007. New dynamic site equation that fits best the schwappach for Scots Pine (*Pinus sylvestris* L.) in Central Europe. *Forest Ecology and Management*, 23, 83–93.
- Cieszewski, C. J., Strub, M., 2008. Generalized algebraic difference approach derivation of dynamic site equations with polymorphism and variable asymptotes from exponential and logarithmic functions. *Forest Science* 54: 303–315.
- Crecente-Campo, F., Tomé, M., Soares, P., Diéguez-Aranda, U., 2010. A generalized nonlinear mixed-effects height-diameter model for *Eucalyptus globulus* L. in northwestern Spain. *Forest Ecology and Management*, 259, 943–952.

- Davis, S. L., Johnson, K. N., Bettinger, P. S., Howard, T. E., 2001. Forest Management, McGraw-Hill, New York, 804 s.
- Diéguez-Aranda, U., Burkhart, H. E., Rodríguez-Soalleiro, R., 2005. Modeling dominant height growth of radiata pine (*Pinus radiata* D. Don) plantations in north-western Spain. *Forest Ecology and Management*, 215, 271–284.
- Diéguez-Aranda, U., Grandas-Arias, J. A., Álvarez-González, J. G., Gadow, K.V., 2006. Site quality curves for birch stands in North-Western Spain, *Silva Fennica*, 40, 4, 631-644.
- Ferguson, I. S., Leech, J. W., 1978. Generalized least squares estimation of yield functions. *Forest Science*, 24, 27–42.
- Fulton, M. R., 1999. Patterns in height–diameter relationship for selected tree species and sites in eastern Texas. *Canadian Journal of Forest Research*, 29, 1445–1448.
- Gadow, K. V., Hui, G.Y., 1999. Modelling Forest Development, Kluwer Academic Publishers, Dordrecht, 213 p.
- Gadow K., Real P, Álvarez González J. G. 2001. Modelización del Crecimiento y la Evolución de los Bosques. IUFRO World Series, Vol. 12, Vienna.
- Gregoire, T., Schabenberger, O., Barret, J., 1995. Linear modelling of irregularly spaced, unbalanced, longitudinal data from permanent-plot measurements. *Canadian Journal of Forest Research*, 25, 137-156.
- Fang, Z., Bailey, R. L., 1998. Height– diameter models for tropical forests on Hainan Island in southern China. *Forest Ecology and Management*, 110, 315-327.
- Fox, J., 1997. Applied Regression Analysis, Linear Models, and Related Methods. Thousand Oaks, CA: Sage.
- Huang, S., Titus, S. J., Wiens, D. P., 1992. Comparison of nonlinear heightdiameter functions for major Alberta tree species. *Canadian Journal of Forest Research*, 22, 1297–1304.
- Huang, S., Price, D., Titus, S. J., 2000. Development of ecoregion-based height– diameter models for white spruce in boreal forests. *Forest Ecology and Management*, 129, 125–141.
- Iyit, N., Genç, A., Arslan, F., 2006. Analysis of repeated measures for continuous response data using General Linear Model and Mixed Models, Proceedings of the international conference on modeling and simulation, Konya, TURKEY, 937-942.
- Kalıpsız, A., 1984. Dendrometri, İstanbul Üniversitesi Orman Fakültesi Yayınları , İstanbul.
- Krumland, B. E., Wensel, L. C., 1978. A generalized height– diameter equation for coastal California species. *Western Journal of Applied Forestry*, 3, 113–115.
- Larsen, D. R., Hann, D. W. 1987. Height–diameter equations for seventeen tree species in southwest Oregon. Research paper 49. Oregon State University, Forest Research Laboratory, Corvallis, OR.
- Lei Y., Parresol B. R., 2001. Remarks on height-diameter modeling (Res Note SRS-10), USDA For Service, Southern Research Station, Asheville, NC.
- Lopez-Sanchez, C. A., Varela, J. G., Dorado, F. C., Alboreca, A. R., Soalleiro, R.R., Alvarez Gonzalez, J. G., Rodriguez, F. S., 2003. A height–diameter model for *Pinus radiata* D. Don in Galicia (Northwest Spain). *Annals of Forest Science*, 60, 237–245.
- Lynch, T. B., Holley A. G., Stevenson, D. J., 2005. A random-parameter height-dbh model for cherrybark oak., *Southern Journal of Applied Forestry*, 29, 22–26.
- Martin, F. C., Flewelling, J. W. 1998. Evaluation of tree height prediction models for stand inventory. *Western Journal of Applied Forestry*, 13, 109–119.
- Mehätälo, L., 2004. A longitudinal height–diameter model for Norway spruce in Finland., *Canadian Journal of Forest Research*, 34,131–140.
- Monserud, R.A., 1984. Height Growth and Site Index Curves for Inland Douglas-Fir Based on Stem Analysis Data and Forest Habitat Type, *Forest Science*, 30, 943–965.
- Nanos, N., Calama, R., Montero, G., Gil, L., 2004. Geostatistical prediction of height/diameter models. *Forest Ecology and Management*, 195, 221–235.
- Nord-Larsen, T. 2006., Developing dynamic site index curves for European beech (*Fagus sylvatica* L.) in Denmark. *Forest Science*, 52, 173-181.
- Paulo, J. A., Tomé, J., Tomé, M. 2011. Nonlinear fixed and random generalized height–diameter models for Portuguese cork oak stands, *Annals of Forest Science*, 68, 295-309
- Parresol, B. R., 1992. Baldcypress height–diameter equations and their prediction confidence interval. *Canadian Journal of Forest Research*, 22, 1429– 1434.
- Parresol, B. R., Vissage, J. S., 1998. White pine site index for the southern forest survey, USDA For. Serv. Res. Pap. SRS-10.
- Peng, C., 1999. Nonlinear height- diameter models for nine boreal forest tree species in Ontario (OFRI-Rep 155), Ministry of Natural Resources Institutes.
- Peng, C., Zhang, L., Liu, J., 2001. Developing and validating nonlinear height– diameter models for major tree species of Ontario’s boreal forests. *Northern Journal of Applied Forestry*, 18, 87–94.
- Robinson, A. P., Wykoff, W. R., 2004. Imputing missing height measures using a mixed-effects modeling strategy. *Canadian Journal of Forest Research*, 34, 2492–2500.
- SAS Institute Inc., 2004. SAS/STAT 9.1 User's Guide: statistics, Version 9.1, SAS Institute Inc., Cary, NC., 816p.
- Saunders, M. R., Wagner, R. G., 2008. Long-term spatial and structural dynamics in Acadian mixedwood stands managed under various silvicultural systems. *Canadian Journal of Forest Research*, 38, 498–517.
- Schröder J., Álvarez-González J. G., 2001. Comparing the performance of generalized diameter-height equations for Maritime pine in Northwestern Spain. *Forstwissenschaftliches Centralblatt vereinigt mit Tharandter forstliches Jahrbuch*, 120, 18–23.
- Sharma, M., Zhang, S. Y., 2004. Height–diameter models using stand characteristics for *Pinus banksiana* and *Picea mariana*. *Scandinavian Journal of Forest Research*, 19, 442–451.
- Sharma, M., Parton, J. 2007. Height-diameter equations for boreal tree species in Ontario using a mixed-effects modeling approach. *Forest Ecology and Management*, 249, 187–198.

Schnute, J., 1981. A versatile growth model with statistically stable parameters. *Canadian Journal of Fisheries and Aquatic*, 38, 1128-1140.

Soares, P., Tomé, M., 2002. Height–diameter equation for first rotation eucalypt plantations in Portugal. *Forest Ecology and Management*, 166, 99–109.

Temesgen, H., Gadow, K. V., 2004. Generalized height–diameter models—an application for major tree species in complex stands of interior British Columbia. *European Journal of Forest Research*, 123, 45–51.

Trincado, G., VanderSchaaf, C. L., Burkhart, H. E., 2007. Regional mixed-effects height-diameter models for loblolly pine (*Pinus taeda* L.) plantations. *European Journal of Forest Research*, 126, 253 – 262.

Vanclay, J. K., 1994. *Modelling Forest Growth: Applications to Mixed Tropical Forests*, CAB International, Department of Economics and Natural Resource, Royal Veterinary and Agricultural University, Copenhagen, Denmark, Wallingford, UK, 312 p.

van Laar, A., Akça, A., 2007. Forest mensuration: in *Managing Forest Ecosystems*, Dordrecht, The Netherlands, Springer. 383 p.

Ye, S., 2005. Covariance structure selection in linear mixed models for longitudinal data, M. Sc. Thesis, department of Bioinformatics and Biostatistics, University of Louisville, Kentucky, USA.

Wykoff, W. R., Crookston, N. L., Stage, A.R., 1982. User's guide to the stand prognosis model. USDA For. Serv. Gen. Tech. Rep. INT-133.