
Araştırma Makalesi / Research Article

Salgın Hastalıkların Tahmininde Kullanılan SI ve SIS Modellerin Uygulamaları

Arzu ÇİLLİ^{1*}, Kıvanç ERGEN²

¹Yıldız Teknik Üniversitesi, Fen-Edebiyat Fakültesi, Fizik Bölümü, İstanbul
²İzmir Demokrasi Üniversitesi, Tıp Fakültesi, Biyofizik Anabilim Dalı, İzmir
(ORCID: 0000-0002-0596-3637) (ORCID: 0000-0002-5655-5975)

Öz

Dünyada ve Türkiye'de görülen birçok salgın hastalığın gelecekte artma ve azalma oranını tahmin etmek için çeşitli matematiksel modeller kullanılmaktadır. Bu modellerden bazıları SI, SIS, SIR, MSIRS vb. isimlerle tanımlanmıştır. Bu çalışmada, Tüberküloz, Kırım Kongo Kanamalı Ateşi, AIDS, Sıtma, Kızamık salgın hastalıkları ele alınmıştır. Bu salgın hastalıklara SI ve SIS modelleri uygulanarak gelecekteki durumu (artışı veya azalışı) incelenmiştir. Sonuç olarak, bu çalışmanın hastalığın ilerlemesi veya gerilemesi açısından ülkelere ve toplumlara ışık tutacağını düşünüyoruz.

Anahtar kelimeler: Salgın, Modelleme, Enfekte.

Applications of SI and SIS Models Used in Prediction of Epidemic Diseases

Abstract

The future of many outbreaks of disease in the World and Turkey increased and various mathematical models to estimate the rate of reduction is used. Some of these models are SI, SIS, SIR, MSIRS, etc. defined by names. In this study, we have discussed Tuberculosis, Crimean Congo Hemorrhagic Fever, AIDS, Malaria, Measles epidemics. We examined the future situation (increase or decrease) by applying SI and SIS models to these epidemics. In conclusion, we think that this study will shed light on countries and societies in terms of progress and regression of disease.

Keywords: Epidemic, Modelling, Infected.

1. Giriş

Salgın Hastalıklar, belirli bir coğrafi alanda veya belli bir nüfus grubunda ortaya çıkan ve bulaşıcı olabilen hastalıklardır. Aynı zamanda, söz konusu olan coğrafi bölge veya grup ile verilen bir hastalığın olağan yaygınlığını da ifade edebilir.

Salgın hastalıklar yüzyıllardan beri insanlık için önemli bir problem olmuştur. Bunlar arasında kronolojik sıraya göre; Lyme hastalığı (1975) [1], Legionella (1976) [2], AIDS (edinilmiş bağışıklık yetmezliği sendromu) (1981) [3], Hepatit C (1989) [4] ve son yıllarda ortaya çıkan SAR (şiddetli akut solunum sendromu) [5] bulunmaktadır.

Salgın hastalıkların gelişimini inceleyebilmek için matematiksel modeller bu noktada devreye girecektir. Matematiksel modeller bize tahmini vaka sayısı ve bu hastalıkların neden olduğu tahmini ölüm sayısı hakkında bilgi verebilir. Bu nedenle, belirli bir alanın veya ülkenin geçmiş verilerini kullanarak belirli bir hastalığın vakasını veya ölümünü tahmin edebiliriz. Buna rağmen göç gibi toplumlardaki bazı büyük değişimlerden kaynaklanan sapmalar olabilir.

*Sorumlu yazar: acilli@yildiz.edu.tr

Geliş Tarihi: 05.02.2019, Kabul Tarihi: 01.07.2019

Dünyada görülen birçok salgın hastalıktan kaynaklanan kayıpları tahmin ve tespit etmek için çeşitli matematiksel modeller kullanılmaktadır. Bunlardan bazıları SI, SIS, SIR, MSIRS, vb. adlandırılan modellemelerdir.

Bu çalışmada Kırım-Kongo Kanamalı Ateşi (CCHF), Tüberküloz, Kızamık, Sıtma ve AIDS/HIV'nin etkilerini tahmin etmek amaçlanmıştır. Salgın hastalıkların bazı ülkelerdeki ve Türkiye'deki etkilerini tahmin etmek için modeller arasından en uygun olabilecek iki model seçilmiştir. Böylece bu çalışmada SI (Duyarlı-Enfekte) ve SIS (Duyarlı-Enfekte-Duyarlı) modelleri üzerinde çalışılmıştır. Elde ettiğimiz sonuçlar ışığında belirli bir ülke için ve belirli bir hastalık için seçtiğimiz modeller arasından en iyi modeli bulmak amaçlanmıştır. Genel olarak modellerin tahmin gücü, güvenilirliği ve sağlamlığı bu çalışmada tartışılmıştır.

2. Matematiksel Modelleme Metodu

Salgınlarla ilgili teorik olarak kullanılan matematiksel (bunlara epidemiyolojik model denir) modellerden biri SIS (duyarlı-enfekte-duyarlı) modelidir.

Bu model tekrarlamalı bir hesaplama yöntemi ile uygulanır. Bu modelde; ölüm olmadığı, nüfusta doğum olmadığı, nüfusun içeri ve dışarı göç etmediği ve hastalıklı kişilerin iyileştikten sonra tekrar enfekte olmadığı varsayılmaktadır. Yani nüfus sayısı değişmemelidir.

SI (duyarlı-enfekte) modelinde ise, salgın hastalık boyunca neredeyse herkes enfekte olarak kalacaktır.

SIS modelinde ise duyarlı grupta olan bireyler enfekte olduktan sonra tekrar duyarlı gruba geçebilecektir. Yani, enfeksiyondan sonra tekrar şüpheli (duyarlı) olabilir demektir (iyileşmeye başladığında). Eğer enfekte olarak kalırsa SI model uygulanmış olacaktır. Yani bu modellerde her birey ya duyarlı gruba (S) ya da enfekte insan grubuna (I) aittir. Böylece, model **S I S** şeklinde gösterilebilir. SI ve SIS modellerini uygularken toplam nüfusun, sabit kaldığı ve zamanla değişmediği varsayılarak;

$$S(t) + I(t) = N \quad (1)$$

olarak alınır.

SI modelinin diferansiyel denklemleri;

$$\frac{dS}{dt} = \left(-\frac{\beta}{N}\right) S(t)I(t) \quad (2)$$

$$\frac{dI}{dt} = \left(\frac{\beta}{N}\right) S(t)I(t) \quad (3)$$

SIS modelinin diferansiyel denklemleri;

$$\frac{dS}{dt} = \left(-\frac{\beta}{N}\right) S(t)I(t) + \gamma I(t) \quad (4)$$

$$\frac{dI}{dt} = \left(\frac{\beta}{N}\right) S(t)I(t) - \gamma I(t) \quad (5)$$

İlk olarak (4) ve (5) denklemleri kullanılarak γ parametresi aşağıda verilen ifadeden bulunur,

$$\gamma = \frac{\left(\frac{dR}{dt}\right)}{I(t)} \quad (6)$$

sonra β parametresi (5) denkleminde hesaplanır. [7]

SI ve SIS modelinde S ve I olmak üzere iki grup olduğu için R yoktur, R hastalıktan kurtulan yani iyileşen grubu temsil etmektedir. Sadece SIR modelinde S, I ve R olmak üzere üç grup vardır. Bu çalışmada iyileşen (kurtarılan) grup dâhil edilmemiştir. SIR modeli ile uygulama başka çalışmalarda bulunmaktadır [10].

Denklem (6) için R, toplam nüfustan duyarlı grup çıkarılarak elde edilmiştir. (2-6) denklemleri için, R (İyileşen) hesaplanırsa duyarlı grubu (S) terk edenlerin, enfekte gruba (I) gelen insanlara eşit olduğu kabul edilerek SIS, SIR (Duyarlı-Enfekte-Kurtarılan) modeline dönüşmüş oluyor.

(2-5) Diferansiyel denklemlerini çözmek için Euler Metodu kullanılmıştır.

2.1. Euler metodu

Euler denklemleri, (2-5) diferansiyel denklemlerinin ayrıklaştırılması (discretization) yöntemi ile SI ve SIS modelleri için elde edilmiştir.

SI Modeli için Euler denklemleri;

$$S_{n+1} = S_n - \left(\frac{\beta}{N}\right) S_n I_n \quad (7)$$

$$I_{n+1} = I_n \left[1 + \left(\frac{\beta}{N}\right) S_n \Delta t\right] \quad (8)$$

SIS Modeli için Euler denklemleri;

$$S_{n+1} = S_n - \left(\frac{\beta}{N}\right) S_n I_n + \gamma I_n \quad (9)$$

$$I_{n+1} = I_n \left[1 + \left(\frac{\beta}{N}\right) S_n \Delta t\right] - \gamma I_n \quad (10)$$

Bu denklemlerde çok kısa zaman aralıklarında (1 yıl gibi) toplam nüfus sabit alınmıştır. Denklemleri çözebilmek için öncelikle β ve γ oranlarının bilinmesi gerekiyor. Belirlenen zaman aralıklarında belirli bir nüfus için bu β ve γ oranları kullanılarak enfekte ve sağlıklı insanlar hakkında yaklaşık bir tahmin yapılabilmektedir [7-9].

3. Bulgular ve Tartışma

Bu çalışma da elde edilen bulgular Türkiye ve bazı ülkeler için yaygın olan hastalıkların SI ve SIS modelleri ile elde edilen tahminleridir. Öncelikle Türkiye için Kırım Kongo Kanamalı Ateşi, Tüberküloz ve Kızamık hastalıkları için bu modeller uygulanarak bir sonraki yılın tahmini değerleri elde edilmiştir. Bilinen gerçek değerlerle hata hesaplaması yapılmıştır.

Ülkelerden örnek olarak Norveç için Tüberküloz, Gana için HIV/AIDS, Nijerya için Sıtma ve Afganistan için Kızamık hastalıklarının bu modellere uygulaması yapılmıştır.

Ülkeler ve salgın hastalıklar seçilirken o ülkenin göç, iklim ve coğrafi koşullarına göre yaygın olabilen hastalıklar tercih edilmiştir.

Aşağıdaki tablolarda önce Türkiye için kullanılan ve elde edilen sonuçlar verilmiştir. Daha sonra da dünyanın farklı ülkelerinde farklı hastalıklar için elde edilen sonuçlar gösterilmiştir.

3.1 Türkiye için sonuçlar

Aşağıda tablolarda yapılan hesaplamalarda Türkiye'nin nüfusu 80 milyon olarak alınmıştır.

Tablo 1. Türkiye için Kırım-Kongo Kanamalı Ateşi Vaka Sayısı ve Tahminleri

Yıl	Vaka Sayısı	SI		SIS	
		Tahmin	Hata(%)	Tahmin	Hata(%)
2013	910	----	----	----	----
2014	967	967	0	967	0
2015	718	728	1,4	728	1,4
2016	432	452	4,6	452	4,6
2017	----	185	----	185	----

Kırım-Kongo Kanamalı Ateşi hastalığı, Türkiye'de özellikle tarımın yaygın yapıldığı bölgelerde son yıllarda çok görülen ve birçok vakası da ölümlerle sonuçlanan bir hastalık olmuştur. Tablo 1'de 2017 yılı için, Kırım-Kongo Kanamalı Ateşi vaka sayısı SI ve SIS modelleri kullanılarak tahmin değerleri elde edilmiştir. Her iki modelde de 2014, 2015 ve 2016 yıllarına ilişkin tahminler % 0 ile % 5 arasında hata vermiştir. Bu tahminlere göre, Kırım-Kongo Kanamalı Ateşi hastalığı az miktarda artmaya devam edecektir.

Sonuç olarak, SI ve SIS modellerinin Kırım-Kongo Kanamalı Ateşi için doğru ve uygun olduğunu söyleyebiliriz.

Tablo 2. Türkiye için Tüberküloz Vaka Sayısı ve Tahminleri

Yıl	Vaka Sayısı	SI		SIS	
		Tahmin	Hata(%)	Tahmin	Hata(%)
2013	12352	----	----	----	----
2014	12253	12382	1	12378	1
2015	11803	12355	4	12347	4
2016	----	12328	----	12316	----

Tüberküloz, Türkiye'de en ölümcül salgın hastalıklardan biridir. Veriler ölüm oranının azaldığı bilgisini vermesine rağmen, bugün birçok tüberküloz vakası ölümlerle sonuçlanmaktadır. Özellikle, yüksek oranda ölümlerin olduğu tüberküloz hastalarının HIV(+) taşıyıcı olmasıyla da açıklanabilir. Tablo 2'de SI ve SIS modelleri kullanılarak 2016 Tüberküloz vaka sayısı tahmin edilmiştir. Her iki modelde de 2014 ve 2015 tahminleri % 1 ile % 4 arasında hata vermiştir. SI ve SIS modelleri yaklaşık olarak vaka sayılarını vermiştir.

Bu değerler, tüberküloz vakalarının en aza indirilse bile devam edeceğini yani bu salgın hastalığın Türkiye için bitmeyeceğini göstermektedir.

Tablo 3. Türkiye için Kızamık Vaka Sayısı ve Tahminleri

Yıl	Vaka Sayısı	SI		SIS	
		Tahmin	Hata(%)	Tahmin	Hata(%)
2013	7465	----	----	----	----
2014	530	535	0	535	0
2015	342	343	0	343	0
2016	9	8	0	8	0
2017	85	78	8	78	8
2018	----	92	----	92	----

Kızamık, özellikle küçük yaşta çocuklarda görülen ve bulaşıcı olan bir hastalıktır. 2000'li yılların başlarında her ne kadar 3-7 arası vaka ile gösterilse de 2010 yılından sonra yaşanan büyük göçlerden sonra vaka sayıları oldukça artmıştır. 2013 yılından sonra göçmenlerin kontrol altına alınmasıyla vaka sayıları da azalmıştır. Tablo 3'de verilen değerlerle değişim görülebilmektedir. 2017 yılında bu hastalıkta artış yeniden ortaya çıkmıştır. Bunun da farklı sebepleri vardır, öncelikle

Suriye'den gelen göçmenlerin özellikle küçük çocuklu ailelerin Türkiye'ye gelmesiyle ilişkilendirilebilir. Diğer bir etken ise toplumda ortaya çıkan aşılama karşı olan söylemlerdir.

Tablo 3'de SI ve SIS modellerinin Kızamık hastalığı için uygun sonuçlar verdiği gösterilmiştir. Sonuç olarak, bu modeller Kızamık hastalığında bir azalma ve artış olduğunu kanıtlamaktadır. Ancak bu modeller, göç ve aşı gibi farklı etkenlerin hastalık sayısını değiştirebileceğini öngörememektedir.

3.2 Farklı ülkeler için sonuçlar

Çalışmanın bu kısmında, seçilen dört farklı ülke için bazı salgın hastalıkların tahminleri verilmiştir [11].

Tablo 4. Norveç için Tüberküloz Vaka Sayısı ve Tahminleri

Yıl	Vaka Sayısı	SI		SIS	
		Tahmin	Hata(%)	Tahmin	Hata(%)
2013	392	----	----	----	----
2014	324	314	3	360	11
2015	318	334	5	368	15
2016	299	349	16	373	24
2017	----	364	----	378	----

Burada Norveç gelişmiş bir ülke olduğu için seçilmiştir. Norveç'te 2014 ve 2017 yılları arasındaki tüberküloz vaka sayısı ve bulunan tahmini değerler Tablo 4'te verilmiştir. Vaka sayısı yıl arttıkça azalmaktadır. Tablo 4'te gösterildiği gibi, SI modeli tahmini ve kesin sayılar arasında daha az hataya sahipken, SIS modeli ise tahminlerde artan hata yüzdesine sahiptir.

Sonuç olarak, SI modelinin Norveç için tüberküloz hastalığının öngörülmesinde daha uygun olduğu söylenebilir.

Tablo 5. Gana için HIV/AIDS Vaka Sayısı ve Tahminleri

Yıl	Vaka Sayısı	SI		SIS	
		Tahmin	Hata(%)	Tahmin	Hata(%)
2012	241800	----	----	----	----
2013	225420	224874	0,24	225410	0
2014	210000	209641	0,17	209140	0,4
2015	270000	194966	27	194152	28
2016	190200	181421	4,6	180338	5,2
2017	----	177243	----	176881	----

Tablo 5'te HIV/AIDS hastalığının Afrika kıtasında bulunan Gana ülkesi için olan sonuçları değerlendirilmiştir. Gerçek sonuçlara göre, 2012-2014 arasında hastalıkta düşüş görülmektedir. Ancak 2015 yılında hastalıkta artış görülmüştür.

SI ve SIS modellerinden elde edilen sonuçlar 2012-2014 yılları arasında hastalık sayısında sabit bir azalma olduğunu göstermektedir. Ancak, bu modellerden elde edilen sonuçlardan 2015 yılındaki olağanüstü vaka artışı görülemediği görülmüştür.

Tablo 6. Nijerya için Sıtma Vaka Sayısı ve Tahminleri

Yıl	Vaka Sayısı	SI		SIS	
		Tahmin	Hata(%)	Tahmin	Hata(%)
2012	6938519	----	----	----	----
2013	12830911	12827039	0,03	12823678	0,05
2014	16512127	16335175	1	16887826	2,2
2015	14732621	14190876	3,6	14312326	2,8
2016	16696308	16964556	1,6	16974692	1,67
2017	----	14837553	----	14739420	----

Sıtma hastalığının en yaygın olduğu ve %90'ı ölümlerle sonuçlanan ülke Afrika'nın Sahra altı bölgesinde olan Nijerya'dır. Nijerya için sıtma vakaları, 2013 ve 2017 yılları arasında SI ve SIS modelleri kullanılarak, minimum % 0,030 hata ve maksimum % 3,6 hata ile hesaplanmıştır.

Tablo 6'da gösterilen tahmin değerler, Sıtma hastalığı için SI ve SIS modellerinin gerçek değerlerdeki artış ve azalışları yakaladığını göstermektedir.

Genelleştirirsek, SI modeli SIS modeline göre daha iyi bir tahmin vermiştir.

Tablo 7. Afganistan için Kızamık Vaka Sayısı ve Tahminleri

Yıl	Vaka Sayısı	SI		SIS	
		Tahmin	Hata(%)	Tahmin	Hata(%)
2010	6420	----	----	----	----
2011	4856	4854	0,04	4857	0,02
2012	3651	3671	0,5	3674	0,6
2013	2771	2776	0,18	2780	0,3
2014	----	2099	----	2107	----

Son olarak, bu çalışmada Afganistan için Kızamık hastalığına bakılmıştır, çünkü Afganistan uzun yıllar bu hastalıktan tahmini olarak 30.000-35.000 çocuk ölümü kaybı vermiştir. Bu nedenle, kızamığa bağlı ölüm oranını azaltmak için, ülke genelinde kızamık aşılama kampanyaları gerçekleştirilmiş ve 1 yaş civarındaki çocukları kızamık aşılama kapsamı 2013 yılında % 75 olmuştur.

Tablo 7'de gösterildiği gibi her iki model de Afganistan'daki kızamık hastalığı için çok yakın tahmini değerler vermiştir. Hata oranları % 1'den çok küçük ve kesin değerlere yakındır. Sonuç olarak, SI ve SIS modellerinin her ikisi de bu ülke ve Kızamık hastalığı için çok uygundur ve hemen hemen aynı sonuçları sağlamaktadır diyebiliriz.

4. Sonuç ve Öneriler

Bu çalışmamızda, başta tüberküloz, Sıtma, AIDS, Kırım-Kongo Kanamalı Ateşi ve Kızamık gibi bazı salgın hastalıkların gelecekteki olumsuz etkilerini en aza indirmek için matematiksel modeller kullanılarak vaka sayıları tahmin edilmiştir. Birçok matematiksel modelleme içinden, SI ve SIS modellerini çalışılmıştır. Genel olarak modellerin tahmin gücü, güvenilirliği ve sağlamlığı üzerine yorumlar yapılmıştır.

Bu modelleri salgın hastalıklara uygulayabilmek için en büyük sıkıntı, veri yani vaka sayısına (gerçek hasta birey sayısına) ulaşabilmektir.

Türkiye için modellerin uygulanması ancak halk sağlığı otoritelerinden elde edilen veriler kullanılarak yapılabilmektedir.

Dünyadaki yabancı ülkeler için ise sadece Dünya Sağlık Örgütü'nün (WHO) internet üzerindeki verileri kullanılabilir. Bazı hastalıklar veya ülkeler için değerler Dünya Sağlık Örgütü'nün web sitesine ancak 2-3 yıl sonra yüklenebilmektedir. Dolayısıyla 1 yıl sonraki gerçek değer bilinmediğinden tahminler ancak 2-3 yıl geriden gelebilmektedir. Bu durum tablolarda verdiğimiz değerlerde görülebilmektedir.

Sayısal sonuçların analizi çerçevesinde SI ve SIS modelleri;

- Enfekte olmuş kişilerin sayısını iyi tahmin edebilir,
- Gerçek verilerdeki dalgalanmalara karşı duyarlı,
- Kesin verilerin eğilimini tahmin edebilir ve
- Kısa sürede iyi sonuç verebileceğini söyleyebiliriz.

Burada kullandığımız matematiksel modellerin, monoton olarak artan veya azalan vakalar için daha uygun olduğunu, ancak ani sıçramaların olabileceği durumlar için çok uygun olmadığını söyleyebiliriz.

Bu modeller önlem almada da çok etkilidir. Eğer toplum olarak etkili önlemler alınmazsa, birçok kişinin salgın hastalıklardan ve bunların sonucu olan ölümlerden kaçınılması imkânsızdır. Bu nedenle, bu çalışmada sunulan tahmini veriler, ilgili kurumların (Sağlık Bakanlığı, Hastaneler vb.) önlem alması ve söz konusu olan hastalıkların gelecekteki durumları ile yüzleşmesi açısından çok önemlidir. Bu tür çalışmaların uygulanması, ilaçların, doktorların, sağlık personelinin vb. planlanmasında ülke ekonomisine olumlu katkıda bulunmayı amaçlamaktadır. Salgın hastalıkların ilerlemesinin önlenmesi için çeşitli tedbirlerin alınmasına yardımcı olacaktır.

Kaynaklar

- [1] Steere A.C. 1989. Lyme disease. *N Engl J Med.*, 321: 586–596.
- [2] Hilbi H., Jarraud S., Hartland E., Buchrieser C. 2010. Update on Legionnaires' disease: pathogenesis, epidemiology, detection and control. *Mol. Microbiol.*, 76: 1–11.
- [3] Taff M.L., Siegal F.P., Geller S.A. 1982. Outbreak of an acquired immunodeficiency syndrome associated with opportunistic infections and Kaposi's sarcoma in male homosexuals: an epidemic with forensic implications. *Am J Forensic Med Pathol.*, 3 (3): 259-64.
- [4] Zuckerman A.J. 1989. The elusive hepatitis C virus. *BMJ*. Oct 7, 299 (6704): 871-3.
- [5] Drosten C., Günther S., Preiser W., van der Werf S., Brodt H.R., Becker S., Rabenau H., Panning M., Kolesnikova L., Fouchier R.A., Berger A., Burguière A.M., Cinatl J., Eickmann M., Escriou N., Grywna K., Kramme S., Manuguerra J.C., Müller S., Rickerts V., Stürmer M., Vieth S., Klenk H.D., Osterhaus A.D., Schmitz H., Doerr H.W. 2003. Identification of a Novel Coronavirus in Patients with Severe Acute Respiratory Syndrome. *N Engl J Med.*, 348 (20): 1967-76.
- [6] Masuda N., Holme P. 2013. Predicting and controlling infectious disease epidemics using temporal networks. *F1000Prime Rep.*5:6. doi: 10.12703/P5-6.
- [7] Lih-Ing W. Roeger. 2013. Dynamically Consistent Discrete-Time SI and SIS Epidemic Models. *Discrete and Continuous Dynamical systems, supplement*, 653-662.
- [8] Kermack W.O., McKendrick A.G. 1927. A contribution to the mathematical theory of epidemics. *P R Soc Lond A*, 115: 700-21.
- [9] Keeling M.J, Rohani P. 2007. *Modeling Infectious Diseases in Humans and Animals*. Princeton: Princeton University Press.
- [10] Ergen K., Cilli A., Yahnioglu N. 2015. Predicting Epidemic Diseases Using Mathematical Modelling of SIR. *Acta Physica Polonica A*, 127: B-273-275.
- [11] Çilli A., Ergen K., Akat E. 2019. Some Mathematical Models and Applications Used in Epidemics. *SIGMA Journal of Engineering and Natural Sciences*, 37 (1): 17-23.