

Opportunities to Learn Reasoning and Proof in Eighth-Grade Mathematics Textbook

Muhammed Fatih Doğan, Adiyaman University, ORCID ID: 0000-0002-5301-9034

Abstract

In this study, reasoning and proof activities in the eighth-grade mathematics textbook were investigated. The reasoning and proof activities of the entire textbook were evaluated separately based on the different learning areas, sections of the book, and purpose of the activities. According to the results, these activities constituted 7.7% of all activities in the book. The proportion of the reasoning and proof activities differed by learning area, with 11.8% of the total activities in Numbers and Operations, 7.8% in Probability, 7.4% in Geometry and Measurement, and 5.3% in Algebra. In the learning area of Statistics, no such content was found. When the sections of the book were evaluated, most of the proof-related activities were observed in the Warning section (55%); followed by 38% in the Information and Activity sections and 29% in the Warming-up section. This ratio was only 2.9% in the Examples section, and there was no proof related content found in the Exercises section. In examining the purpose of proof activities, it was mostly used for investigating claims/conjectures (49 tasks), and making claims/conjectures (20 tasks). There were only 8 activities for evaluating an argument, but none for producing arguments. The results conclude that reasoning and proof were not sufficiently evident in the textbook; therefore, the engagement of students with such activities may be limited.

Keywords: Reasoning and Proof, Textbook Analysis, Curriculum



Inönü University
Journal of the Faculty of Education
Vol 20, No 2, 2019
pp. 601-618
DOI: 10.17679/inuefd.527243

Article type:
Research article

Received : 14.02.2019
Accepted : 03.08.2019

Suggested Citation

Doğan, M. F. (2019). Opportunities to Learn Reasoning and Proof in Eighth-Grade Mathematics Textbook. *Inonu University Journal of the Faculty of Education*, 20(2), 601-618. DOI: 10.17679/inuefd.527243

EXTENDED ABSTRACT

Introduction

Many mathematicians and mathematics educators state that reasoning and proof (R&P) is at the center of mathematics and mathematics learning (e.g., Knuth, 2002; Harel & Sowder, 1998). Despite the importance given to R&P, the literature reveals that many students and even teachers at all levels have difficulties creating and understanding proof (Balacheff, 1991; Healy & Hoyles, 2000; Knuth, Choppin, & Bieda, 2009; Uğurel and Morali, 2010). In these studies, it is clear that the students see empirical examples as proof, do not understand the general purpose of proof, do not have adequate concept, definition and mathematical language to produce proofs, and do not have enough experience engaging in proving activities.

Bell (1976) defines proof as “an essential public activity” (p. 24) in which a person convinces himself/herself or others, beyond doubt, about the truth of propositions. Similarly, Stylianou, Blanton, and Knuth (2009) define proof as a “logical argument that one makes to justify a claim in mathematics and to convince oneself and others” (p. 12). In this study, R&P is conceptualized together as the mathematical reasoning that is directly related to proof, that should be learned by students at all levels (CCSSI, 2010; NCTM, 2000; Hanna 2018). Since this study analyzed the textbook, it focuses on how R&P are clearly stated in written materials. The number and importance of studies on how to implement R&P activities in the classroom is increasing rapidly in recent years (Bieda, 2010). The first step in understanding the implementation of mathematical R&P in the classroom is to analyze the textbooks to determine what kind of opportunities students may have for learning proof.

Textbooks are instructional tools usually used by teachers and students in the learning process, including explanations about mathematical content, examples, and exercises for students to complete (Remillard, 2005). Textbooks are also an important resource for teaching as it serves to guide teachers in identifying the teaching strategy that should be used in the classroom (Stein, Remillard, and Smith, 2007). In addition, textbooks are one of the rare teaching tools that influence student learning and can support educators in modifying their pedagogy (Begle, 1973).

Purpose

Given that textbooks are therefore a primary source of learning for students, and are a tool used directly by the teacher in mathematics teaching, it is important to determine how much the textbook offers the opportunity to interact with R&P activities. The aim of this study is to investigate the place of R&P in the eighth-grade mathematics textbook and to reveal what kind of opportunities students may encounter about R&P. The results of this study will be discussed in the context of R&P opportunities presented in textbooks to students.

In this context, the research question of this study is as follows: “What is the nature and scope of reasoning and proof in the eighth-grade textbook?”

Method

The method of content analysis (Fraenkel, Wallen, & Hyun, 2011) was used to analyze mathematical R&P activities in the eighth grade textbook. The book was written by Erkan Kisi and published by EKOYAY, and was accepted by the Ministry of National Education (2018) to be used in the eighth grade for five years starting in the 2018-2019 academic year.

Data analysis

Since the main purpose of this study is to investigate the presence and quality of R&P activities in the eighth-grade textbook, all content pages in the textbook were analyzed. Each Warm-up/Introduction, Examples (with solutions), Activities, Problems (with solutions) Warning, Information, Exercises, and Technology part of each page was coded separately. In addition, the questions at the end of each learning area and unit were examined in the context of R&P. In this way, a total of 998 tasks of R&P were identified and these contents were re-coded according to the content of proof.

Analytic Framework and Data Coding

The analytical framework of this study was developed by adapting existing frameworks in the literature (Thompson, Senk and Johnson, 2012; Stylianides, 2009; Bieda et al., 2014). The first part of the analytic framework identifies the six different types of tasks, categorized by textbook section: Warm-up/Introduction, Example and Problems (with solutions), Activity, Warning, Information, and Exercises. The second part of the analytic framework identifies the purpose of the proof, according to two basic codes

(Thompson, Senk & Johnson, 2012; Bieda et al., 2014): 1) Making Claims/Conjectures and Justifying Claims/Conjectures; and 2) Developing Arguments and Evaluating Arguments.

Finally, the last part of the analytic framework differentiated the possible R&P engagement outcomes of the students, as set forth by Stylianides (2009): Demonstration, Generic Examples, Rationale, and Empirical (Example-based) Arguments. The coding of the data was first started by determining which section of the book is to be coded. Then, the following keywords and phrases were searched for to identify R&P: explain, define, estimate, show, write a rule, explain why, explain, justify, prove, and proving. But all the content is examined since there may be proof activities not captured by those keywords. After coding for the problem type, it was re-coded for the purpose of proof. After determining the purpose of the proof activity, it is coded for what potential student arguments may be formed within the scope of the activity.

Findings & Discussion

The results showed that the eighth-grade textbook had a very small percentage (7.7%) of R&P activities. In the textbook, proof activities were mostly seen in Numbers and Operations (11.8%), while this percentage was 5.3% in Algebra, 7.4% in Geometry and Measurement, and 7.8% in the Probability section. In the Statistics section, there was no content related to proof activities. Similar results were found in the textbooks of primary and secondary schools in international studies (Bieda et al., 2014; Stylianides, 2009, 2014).

In addition, R&P tasks were found to be primarily in the Warning section of the textbook (55%), while 38% of the tasks were in the Information and Activity sections and 29% of them in the Warm-up/Introduction section. In the Examples section, this rate was only 2.9%; while in the Exercises section, there were not R&P activities. As a result, R&P is not well presented in the textbook. Other international studies (e.g., Stylianides, 2009; Stacy and Vincent, 2009; Fujita and Jones, 2014) found that R&P were similarly poorly represented, but there was an even lesser degree of proof related concepts presented in this textbook.

The purpose of R&P activities in the textbook was mostly about making and justifying claims and conjectures. Investigating claims and conjectures were 49 tasks out of 77 tasks, while making claims were 20 tasks. There were 8 tasks for evaluating arguments, but no tasks at all for developing arguments. This is problematic, as an important component of proving is asking students to create an argument directly, and consequently this is a missed opportunity in the textbook (Bieda et al., 2014).

Finally, the probable R&P that the tasks may support was mainly demonstrations (57 tasks). There were 9 tasks that may support students in producing generic examples, 5 tasks in rationales, and 6 tasks in empirical arguments. Thus, while this finding does not suggest students are guaranteed to produce these kind of arguments while engaging in these activities, it does mean that when the information in the textbook is taken into consideration, students are supported in – and have the capability of – engaging in valid proof activities (such as demonstration and generic example).

Conclusion

Proof is one of the most important concepts of mathematics and is seen as the heart of mathematics (Hanna, 2018). If there are not enough opportunities to learn proof in the textbooks, it is likely that such activities will not occur during the class. Based on the results of this study, it is possible to say that the students are not likely to participate in activities related to the proof, due in part to the textbook. The fact that the R&P activities are not well presented in the textbook is an extra burden on the teachers, as they attempt to fill this deficiency and offer activities that will improve their students' proof abilities.

Sekizinci Sınıf Matematik Ders Kitabındaki Matematiksel Akıl Yürütme ve İspatı Öğrenme Olanakları

Muhammed Fatih Doğan, Adıyaman Üniversitesi, ORCID ID: 0000-0002-5301-9034

Öz

Bu çalışmada 8. Sınıf matematik ders kitabında matematiksel akıl yürütme ve ispat etkinliklerinin ne oranda ve nasıl yer aldığı araştırılmıştır. Bunun için okullarda yaygın olarak okutulan bir ders kitabının tüm içeriği incelenmiştir. Bu incelemede akıl yürütme ve ispat etkinlikleri öğrenme alanlarına, kitabın bölümlerine ve etkinliklerin amacına göre ayrı ayrı değerlendirilmiştir. Elde edilen sonuçlara göre bu etkinlikler kitapta yer alan tüm etkinliklerin % 7,7'sini oluşturmaktadır. İspat ile ilgili etkinliklerin öğrenme alanlarına göre oranlarının Sayılar ve İşlemlerde % 11,8; Olasılıkta %7,8; Geometri ve Ölçmede % 7,4 ve Cebirde % 5,3 olduğu tespit edilmiştir. Veri İşleme öğrenme alanında ise ispat ile ilgili bir içerik bulunamamıştır. Kitabın bölümlerine göre değerlendirildiğinde ispat etkinliklerinin en çok Uyarı kısmında (% 55) yer aldığı; Bilgi ve Etkinlik kısımlarında % 38, Hazırlık Çalışması kısmında ise % 29 oranında ispata değinildiği görülmüştür. Kitabın Örnekler kısmında ispat etkinliklerine % 2,9 oranında yer verilirken Alıştırmalar kısmında ispatla ilgili herhangi bir kavrama ulaşılamamıştır. İspat etkinlikleri amacına göre incelendiğinde ise çoğunlukla varsayımları araştırma amacıyla (49 etkinlik) sunulabileceği görülmüş; kitapta varsayım da bulunma amacıyla sunulabilecek 20 etkinlik; bir argümanı değerlendirmeye yönelik de 8 etkinlik mevcut olduğu belirlenmiştir. Öte yandan, kitapta argüman oluşturma amacına uygun herhangi bir etkinliğe rastlanmamıştır. Bu araştırma ders kitabında akıl yürütme ve ispata yeterli düzeyde yer verilmediğini; dolayısıyla öğrencilerin bu tür etkinliklerle etkileşimlerinin sınırlı kalabileceğini göstermektedir.

Anahtar Kelimeler: Akıl Yürütme Ve İspat, Ders Kitabı Analizi, Öğretim Programı.



İnönü Üniversitesi
Eğitim Fakültesi Dergisi
Cilt 20, Sayı 2, 2019
ss. 601-618
DOI: 10.17679/inuefd.527243

Makale türü:
Araştırma makalesi

Gönderim Tarihi : 14.02.2019
Kabul Tarihi : 03.08.2019

Önerilen Atıf

Doğan, M. F. (2019). Sekizinci Sınıf Matematik Ders Kitabındaki Matematiksel Akıl Yürütme ve İspatı Öğrenme Olanakları. *İnönü Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 20(2), 601-618. DOI: 10.17679/inuefd.527243

GİRİŞ

Birçok matematikçi ve matematik eğitimcisi akıl yürütme ve ispatın matematik yapma ve matematik öğrenmenin merkezi olduğunu ifade etmektedirler (örn. Knuth, 2002; Harel ve Sowder, 1998; Hersh, 1993; Hanna, 2000). Hanna (2000) eğer öğrenciler ispatın ne olduğunu öğrenmemişlerse onların matematik öğrendiklerini, hatta matematiksel birşeyler öğrendiklerini, söylemeyeceğimizi ifade etmektedir. İspata verilen bu öneme rağmen, literatürde her seviyedeki birçok öğrenci, hatta öğretmen, ispat oluşturmada ve anlamakta zorluklar yaşamaktadırlar. Yapılan araştırmalar (örn. Balacheff, 1991; Healy ve Hoyles, 2000; Knuth, Choppin ve Bieda, 2009; Miyakawa, 2012; Mariotti, 2006; Reid, 2005; Dede ve Karakus, 2014; Uğurel ve Morali, 2010) öğrencilerin ispat öğrenirken yaşadıkları sorunları ortaya koymaktadır. Öğrencilerin ispatı anlamakta güçlük çekmeleriyle ilgili bir takım nedenler gösterilmektedir. Bunlardan bazıları öğrencilerin ispatın önemini anlamadıklarını (Chazan ve Lueke, 2009; Herbst ve Brach, 2006), matematiksel bilgilerini ifade edemediklerini (Moore, 1994; Schoenfeld, 1994) ve matematiksel etkinliklerde kendilerini rahat hissetmedikleridir (Alibert, 1988). Bu çalışmalarda öğrencilerin ispat etkinlikleriyle uğraşırken genellikle ispatın amacını anlamadıkları, örnekleri ispat olarak gördükleri, ispat yapmak için yeterli kavram, tanım ve matematiksel dili kullanma bilgilerinin olmadığı ve ispat yapma tecrübelerinin yeterli olmadığı net olarak ortaya çıkmaktadır. Sonuç olarak, ispatın öğrencilerin rahat kavrayabilecekleri kadar kolay bir kavram olmadığı aşıkardır (Hanna, 2018). Bunun yanı sıra birçok matematik öğretmeni de matematiksel ispat oluşturma, ispatın amacını anlama ve ispatı değerlendirmede zorluk çekmekte (Dogan, 2015, 2019; Knuth, 2002; İşler, 2015) ve ispatı öğrencilerine anlatmakta problemler yaşamaktadırlar (Bieda, 2010; Özgür, 2017). 20. yüzyılda ispat genel olarak geometri derslerinde öğretilen ve öğrenci için ezber ve ritüelden ibaret olan bir konu iken (Herbst ve Brach, 2006), günümüzde ise matematiksel akıl yürütme ile birlikte ele alınmakta ve her kademedeki öğrencilerin öğrenmesi gereken bir kavram olarak önümüze çıkmaktadır (Common Core State Standards Initiative [CCSSI], 2010; National Council of Teachers of Mathematics [NCTM], 2000; Hanna 2018; Stylianides, Stylianides, & Weber, 2017). Bununla birlikte matematiksel akıl yürütme ve ispat etkinliklerinin sınıf içinde nasıl uygulanabileceği yönünde çalışmaların önemi son dönemde hızla artmaktadır (örn., Bieda, 2010; Özgür, 2017). Bu çalışmalara ilk adım olarak görülen ders kitaplarında matematiksel akıl yürütme ve ispatın yer almasına yönelik çalışmalar yapılmakta ve eğitime yön veren birçok kurumun raporunda (The National Research Council, 2004), müfredat geliştirmede (CCSSI, 2010; NCTM, 2000; National Mathematics Curriculum in England, 2013) ve dergilerin özel sayı ve raporlarında (Stylianides, 2014) bu net olarak görülmektedir. The National Research Council (2004) ders kitaplarında matematiksel öğrenme ve akıl yürütmenin nasıl yer aldığı ve kazanımların bütünlüğü ve anlaşılabilirliğinin ortaya konulması açısından ders kitaplarının içeriklerinin analiz edilmesinin önemli olduğunu belirtmiştir. Matematiksel akıl yürütme ve ispata yönelik uygulamaların sınıf ortamına nasıl taşınacağı önemlidir ve bunun için en önemli doküman ders kitaplarıdır. Bu açıdan ders kitaplarının incelenmesi önem arz etmektedir. Ders kitaplarının öğrenci öğrenmesi üzerine etkisi göz önüne alındığında, matematiksel akıl yürütme ve ispatın ülkemizde nasıl şekillendiğini analiz etmek için öncelikle ders kitaplarında nasıl yer aldığı araştırılması gerekmektedir. Bu çalışmanın amacı da ortaokul ders kitaplarında matematiksel akıl yürütme ve ispatın yerini araştırmak ve öğretmenlerin ispatı öğretmek için ders kitabında ne tür araçlar olduğunu görmelerini sağlamak ve öğrencilerin konuyla ilgili ne tür fırsatlarla karşılaşabileceklerini ortaya koymaktır. Bundan sonraki kısımda matematiksel akıl yürütme ve ispat konuları açıklanıp, ders kitaplarının matematik öğretiminde ve öğrenimindeki yeri ve matematiksel akıl yürütme ve ispatın ders kitabındaki yeri açıklanacaktır.

Matematiksel Akıl Yürütme ve İspatın Tanımı

Matematiksel ispat bir kişinin kendisini veya başkalarını, şüphe bırakmaksızın, önermelerin doğruluğu hakkında ikna ettiği "temel bir toplum etkinliği" olarak tanımlanabilir (Bell, 1976). Benzer olarak Alibert ve Thomas (1991) ispatı "başkalarını ikna etmeye çalışırken kendini ikna etme aracı olarak" (s. 215) tanımlayarak, varsayımlarda bulunma ve ispat geliştirmeyi matematiğin temeli olarak görmektedirler. Stylianides (2007), matematikçilerin ispat anlayışına uygun ve öğrencilerin okul matematiğinde yaptıkları ispat etkinliklerinin sosyo-kültürel yönlerine vurgu yapan bir ispat tanımı sunmaktadır. Stylianides'e göre ispat matematiksel bir savın doğruluğu veya aleyhine olan iddialar dizisi olan matematiksel bir argümandır ve aşağıdaki özellikleri taşır:

1. Sınıf topluluğu tarafından kabul edilen (kabul edilen ifadeler kümesi) daha fazla gerekçeye ihtiyaç duyulmayan doğru ve uygun ifadeleri kullanır;
2. Geçerli ve bilinen veya sınıf topluluğunun kavramsal erişimi içinde olan gerekçelendirme biçimleri (argümantasyon biçimleri) kullanılır;

3. Uygun ve bilinen veya sınıf topluluğunun kavramsal erişimi dahilinde olan ifade biçimleriyle (argüman temsil biçimleri) iletilir. (s. 291)

İspat "Kendisine ve başkalarına matematiksel bir iddianın doğruluğunu ve gerekçelendirmesini göstermek ve ikna etmek için yapılan mantıklı bir argüman" dır (Stylianou, Blanton ve Knuth, 2009, s. 12). Bu çalışmada matematiksel akıl yürütme ve ispat kavramı birlikte kullanılmakta ve akıl yürütmeden kasıt direkt olarak ispat ile ilgili olan matematiksel muhakemeyi ifade etmektedir. Bu nedenle, ispat ile ilgili akıl yürütme kavramını da kapsayan ispat-ile alakalı-aktiviteleri (proof-related activities) içerisinde tanımlamakta ve şu önemli etkinlikleri içermektedir: varsayımların yapılması ve araştırılması, tümdengelimsel argümanların geliştirilmesi ve değerlendirilmesi ve aksi örnek bulma. Burada argüman kelimesi birbiriyle bağlantılı bir iddia dizisini ifade etmektedir (Stylianides, 2009). Varsayım ise bir kişi tarafından ortaya atılan ve doğruluğundan emin olunmayan bir iddia olarak görülmektedir (Harel ve Sowder, 2007).

Matematiksel akıl yürütme ve ispat kavramlarıyla birlikte kullanılan diğer önemli bir kavram ise gerekçelendirme kavramıdır. Gerekçelendirme (justification) kelimesi matematiksel ifadelerin neden doğru/yanlış olduğunu gösteren herhangi bir açıklamayı ifade etmektedir. Eğer sunulan gerekçelendirme verilen ifadeyi ikna edici bir şekilde açıklıyorsa, buna genel bir argüman veya ispat denebilir. Bunun yanı sıra, spesifik bir durum üzerine yapılmış, fakat yapılacak bir genelleme ya da genel durumla göstermede tüm durumların doğruluğunu gösteren tümdengelimsel bir argüman, tam ispat olarak kabul edilmemiş, bunun yanı sıra ispat için önemli bir adım olarak görülmüş ve spesifik argüman olarak tanımlanmıştır. Bu, literatürde genelleyici örnek olarak da karşımıza çıkabilmektedir (Harel ve Sowder, 1998; Hanna, 2018). Eğer sadece örnek kullanılmış ve verilen ifadenin neden doğru/yanlış olduğu gösterilmemişse bu da ispat olmayan argüman olarak ifade edilmiştir (Dogan, 2015; 2019). Bu çalışma ders kitabını analiz etmeyi hedeflediğinden, burada matematiksel akıl yürütme ve ispatın yazılı materyallerde açıkça belirtildiği ifadelerle yoğunlaşmıştır.

Matematiksel Akıl Yürütme ve İspatın Matematik Öğretim Programlarındaki Yeri

İspat kavramı birçok ülkenin eğitim programında her seviyedeki matematik öğretiminin önemli bir parçası olarak görülmüştür. Uluslararası etkisi çok fazla olan NCTM (2000) ispatın önemine vurgu yaparak, akıl yürütme ve ispat standartları ile ilgili her seviyedeki öğrencinin (k-12) aşağıda verilen hedefleri sağlayacak fırsatlarla karşılaşmaları gerektiğini ifade etmektedir:

- Matematiksel akıl yürütme ve ispatın matematiğin temel ögesi olduğunu fark eder ve kabul ederler.
- Matematiksel varsayımlar oluşturur ve onların doğruluğunu araştırırlar.
- Matematiksel argümanlar ve ispatlar oluştururlar ve onların doğruluklarını değerlendirirler.
- Farkı şekilde akıl yürütme ve ispat metotlarını bilir ve kullanırlar (s. 56).

Bunun yanı sıra öğrencilerin başarılarını karşılaştıran Third International Mathematics and Science Study (TIMSS) gibi uluslararası kurumlar da matematiksel akıl yürütme ve ispatın önemini vurgulamışlardır. TIMSS müfredat çerçevesinde içerik (alan ile ilgili konular), performans beklentisi (öğrencilerin belirli içerikle ne yapması bekleniyor) ve perspektif (konuya ve bu konunun disiplinler arası ve günlük dünyadaki yerlerine genel bir bakış) olmak üzere üç tema belirlemiştir (Valverde, Bianchi, Wolfe, Schmidt, ve Houang, 2002). Performans beklentileri içerisinde matematiksel akıl yürütme altı alt kategoriye ayrılmıştır: matematiksel notasyon ve kelime bilgisini geliştirmek, algoritmalar geliştirmek, genellemeler yapmak, varsayımlarda bulunmak, derecelendirme ve ispat yapmak ve aksiyomlaştırmak.

NCTM ve TIMSS gibi kurumların matematiksel akıl yürütme ve ispata verdikleri önem düşünüldüğünde, Türkiye'de de bu konunun eşdeğer öneme sahip olması beklenmektedir. Ancak, yürürlükte olan matematik dersi öğretim programında ispat kavramı hiç geçmemekte; akıl yürütme kavramına ise çok yüzeysel olarak yer verilmektedir (Millî Eğitim Bakanlığı [MEB], 2018). Matematik Dersi Öğretim Programı'nın genel amaçları arasında her ne kadar ispat direkt olarak yer almasa da programda dolaylı olarak ispat kavramına ulaşılabilir. Öyle ki, öğretim programının genel amaçları arasında yer alan "problem çözme sürecinde kendi düşünce ve akıl yürütmelerini rahatlıkla ifade edebilecek, başkalarının matematiksel akıl yürütmelerindeki eksiklikleri veya boşlukları görebilecektir." ve " matematiksel düşüncelerini mantıklı bir şekilde açıklamak ve paylaşmak için matematiksel terminolojiyi ve dili doğru kullanabilecektir." (s. 9) ifadelerini matematiksel akıl yürütme ve ispat ile ilişkilendirmek mümkündür. Matematiksel akıl yürütme ve ispat kavramlarının uluslararası arenada gördüğü önem ve her seviyede öğrencinin matematik öğretiminin bir parçası olması gerektiği çağrılarını düşünüldüğünde, ülkemizin ortaokul matematik dersi öğretim programında ispatın yeterince yer bulamaması önemli bir eksiklik olarak görülmelidir. Öyle ki, TIMSS 2015 matematik ön raporuna göre Türkiye 8. sınıf düzeyinde 39 ülke içerisinde ise 24. sırada yer alarak TIMSS ölçek ortalamasının altında bir başarı göstermesi, bizim öğretim programımızla uluslararası öğretim programları

arasındaki fark için önemli bir referans olarak görülebilir. TIMMS raporuna göre başarı durumumuz ve TIMMS sınavında yer alan soruların gerektirdiği ve yukarıda açıklanan beceriler göz önüne alındığında, programın ve ders kitabının ispat ve matematiksel akıl yürütme bakımında zenginleştirilmesi önemli bir başlangıç noktasıdır. Öyle ki, TIMSS sınavlarında önemli bir yere sahip olan matematiksel akıl yürütme ve ispat kavramı, Türkiye’de matematik dersi öğretim programında çok az yer aldığı görülmektedir.

Ders Kitaplarının Matematik Öğrenimi ve Öğretimindeki Yeri

Ders kitapları genellikle matematiksel içerik hakkında açıklamalar, örnekler ve öğrencilerin tamamlamaları için alıştırmalar içeren ve öğrenme sürecinde öğretmenlerin ve öğrencilerin aktif olarak kullandıkları öğretim araçlarıdır (Remillard, 2005). Bunun yanı sıra, öğretmenlere sınıf içinde kullanılacak öğretim stratejisini belirlemeleri için rehber görevi gördüğünden öğretim için önemli bir kaynaktır (Stein, Remillard, ve Smith, 2007). Ders kitapları genelde öğretmenlerin öğretilen konuyu ve uygulanacak öğretim yöntemini belirlemede kullandıkları ana materyallerdir (Grouws, Smith ve Sztajn, 2004). Bu yönüyle ders kitapları müfredatın uygulamaya konulmasında ve verilmek istenen matematiksel kavramların öğrencilere aktarılmasında önemli bir rol oynar (Valverde vd., 2002). Öyle ki, öğrenciye verilmek istenen kavramlar genellikle ders kitaplarıyla sınırlıdır (genellikle yardımcı kaynaklar ders kitabında verilen kazanımları tekrar amacı taşımaktadır, yani yeni kavramları öğretme amacı gütmeyiz). Ayrıca, ders kitapları öğrenci öğrenmesini etkileyen ve eğitimcilerin üzerinde modifikasyonlar yapabildiği nadir öğretim araçlarından biridir (Begle, 1973). Ders kitapları öğretmenlerin öğreteceği içeriği belirlediğinden, yaş ve sınıf seviyesine uygun öğretim için öğretim stratejileri sunduğundan ve ders sonrası öğrencilerin öğrendiklerini pekiştirmelerine olanak verdiğinden dolayı öğretmenlerin profesyonel gelişimlerini de doğrudan etkilemektedir (Thompson, Senk ve Johnson, 2012). Bunun yanı sıra ders kitapları müfredat geliştiricilere programın öğretmen ve öğrencilere ne kadar yansıdığını ölçmek için önemli bir gösterge sunmaktadır. Ders kitaplarına yüklenen bu anlamdan dolayı, birçok araştırmacı ders kitaplarının içerik bakımından analiz edilmesini önermekte ve bunun öğretmenin ders kitabını daha etkili ve verimli kullanması için önemli olduğunu ve dolayısıyla öğrenci öğrenmesini geliştireceğini ifade etmektedirler (Thompson vd., 2012).

Ders kitapları eğitim programlarındaki mesajları öğretime taşıyarak öğretmen ve öğrenciler tarafından ele alınmasını sağlamaktadır (Valverde vd., 2002). Böylece eğitim programlarında hedeflenen öğrenci çıktılarını sağlamak için öğretmene program ile öğretim arasındaki köprüyü kurmak şeklinde bir sorumluluk yüklemektedir. Bunun yanı sıra, Fan ve Kaeley (2000) farklı ders kitabı kullanan öğretmenlerin farklı öğretim stratejileri kullandıklarını ortaya koymuştur. Bunun nedeni olarak da ders kitaplarının öğretmenlerin kullandıkları pedagojik uygulamalar üzerinde etkili olduğunu göstermiştir. Onlara göre ders kitaplarının taşıdığı pedagojik mesaj ve felsefeler bazı öğretim stratejilerinin kullanımını dolaylı olarak desteklerken bazılarının kullanımını sınırlandırmaktadır. Ders kitapları öğretmenlerin öğrenciler için öğrenme fırsatlarını şekillendirmesinde ve öğretmenlerin öğrenme ve mesleki gelişimlerini desteklemede önemli bir rol oynamaktadır. Bundan dolayı, ders kitaplarında matematiksel içerik veya konularla ilgili birçok çalışma yapılmıştır: Olasılık ve istatistik içeriği açısından (Reys, Reys, ve Chavez, 2004; Pickle; 2012), kesirler konusu açısından (Levin, 1998), orantısal düşünme açısından (Dole ve Shield, 2008); matematiksel akıl yürütme ve ispat açısından (Hanna ve de Bruyn, 1999; Stylianides, 2009; Stacy ve Vincent, 2009; Dogan, 2018) ve matematiksel modelleme açısından (Çavuş-Erdem, Doğan, Gürbüz, ve Şahin, 2017). Bunun yanı sıra, ders kitapları içerdikleri problemler ve problem çözme yaklaşımına göre (Vincent ve Stacey, 2008), matematiksel değerler ve değerler eğitimi açısından (Seah ve Bishop, 2000) ve sınıf içinde uygulamaya etkileri yönünden (Eisenmann ve Even, 2011) incelenmiştir. Genel olarak, araştırmacılar ders kitaplarının matematik müfredatındaki önemi, öğretme ve öğrenmedeki rolünü araştırmış ve ders kitabı analizi, ders kitaplarının karşılaştırılması ve ders kitaplarının sınıf içinde öğretmen ve/veya öğrenci tarafından kullanımı alanında pek çok ve önemli araştırmalar yapılmıştır. Bu çalışmaların ortak noktası ise ders kitaplarının öğrenci öğrenmesi üzerine etkisinin yadsınamaz olduğudur (Fan, Zhu, ve Miao, 2013).

Matematiksel Akıl Yürütme ve İspatın Ders Kitabındaki Yeri

Her kademedeki birçok öğrencinin ispat ile ilgili yaşadıkları zorluklar (örn., Healy ve Hoyles, 2000; Knuth, Choppin ve Bieda, 2009) göz önüne alındığında, öğrencilerin ispat ile etkileşimlerinin niteliğinin ve kalitesinin araştırılması önem arz etmektedir. Öğrencilerin birincil kaynaklarından olan ders kitabındaki matematiksel akıl yürütme ve ispatın yeri üzerine yapılacak araştırmalar, ders kitabının bu tür etkinliklerle ne kadar etkileşim fırsatı sunacağını ortaya koymak adına önemlidir. Öyle ki, dünyada bu konuyla ilgili birçok araştırma yapılmış ve matematiksel akıl yürütme ve ispatın ders kitaplarındaki yeri incelenmiştir. Stylianides (2009), Amerika Birleşik Devletleri’nin farklı eyaletlerinde okutulan bir dizi matematik ders

kitabındaki öğrencilerin akıl yürütme ve ispat becerilerini artıracak etkinlikleri analiz etmiştir. Stylianides incelediği 4.855 etkinliğin sadece % 40'ının öğrencilere matematiksel akıl yürütme ve ispat etkinliği ile etkileşim fırsatı sunabileceğini, etkinliklerin yarısından fazlasının hiç bir şekilde bu tür etkileşimlere uygun olmadığını bulmuştur. Benzer şekilde, Stacey ve Vincent (2009) Avustralya'da okutulan dokuz farklı sekizinci sınıf ders kitaplarında sunulan akıl yürütme etkinliklerini incelemişlerdir ve etkinliklerin çoğunun matematiksel akıl yürütme için değil daha çok kural türetme ya da gerekçelendirme için kullanılabileceğini ifade etmişlerdir. Ayrıca, ispat, tümdengelimli akıl yürütme ve diğer akıl yürütme biçimlerinin ders kitaplarında neredeyse hiç yansıtılmadığını bulmuşlardır. Bu çalışmalara destek niteliğinde başka bir araştırmada, Bieda, Ji, Drwencke ve Picard (2014) Amerika Birleşik Devletleri'nde 5. sınıf seviyesinde okutulan 20 ders kitabını matematiksel akıl yürütme ve ispat açısından incelemiştir. Bieda ve arkadaşları, ders kitaplarındaki ispat etkinliği oranını sadece %3,7 olarak bulmuşlardır ve bunun matematiksel akıl yürütme ve ispat öğretimi için yeterli olmadığını ifade etmişlerdir. Görüldüğü gibi genelde ders kitaplarında matematiksel akıl yürütme ve ispat etkinliklerinin yeri sınırlı kalmıştır. Bu çalışmalarda farklı bulgulara sahip araştırma sayısı sınırlı sayıdadır. Bunların biri, Thompson, Senk ve Johnson (2012)'in Amerika Birleşik Devletleri'nde lise seviyesinde okutulan 20 ders kitabındaki üslü sayılar, logaritma ve polinomlar konularını matematiksel akıl yürütme ve ispat açısından inceledikleri çalışmadır. Yapılan analizler sonucunda, lise ders kitaplarındaki etkinliklerin yaklaşık %50'sinin matematiksel akıl yürütme ve ispat ile alakalı olabileceğini ancak %40'lık kısımda ise ispat konusunun hiç yer almadığını bulmuşlardır. Ayrıca, bu %50'lik ispat ile alakalı etkinliklerin sadece %30'u genel argüman oluşturmaya yönelikken, %20'si özel bir durum için argüman oluşturmaya gerektirmektedir. Lise ders kitaplarında ispat etkinliklerinin daha fazla yer alması beklenen bir durumdur, ancak buna rağmen genel argüman oluşturma oranının sınırlı kalması ders kitabının bir eksikliği olarak görülmüştür. Bir diğer çalışmada ise, Fujita ve Jones (2014), Japonya'da okutulan 8. sınıf ders kitaplarını matematiksel akıl yürütme ve ispat açısından incelemişlerdir. Japon ders kitaplarında ispatın orantılı bir şekilde dağıldığını ve öğrencilere yeterince ispat etkinliği fırsatı sunduğunu bulmuşlardır. Araştırmacılar dünyanın farklı ülkelerinde yapılan çalışmalardan farklı sonuçlar bulmalarının nedeni olarak Japonya'da matematiksel akıl yürütme ve ispatın müfredatlarında önemli bir yer tutması ve matematik öğretiminde temel olarak görülmesini göstermişlerdir. Bu bulguları Japon ders kitaplarının matematiksel akıl yürütme ve ispat açısından güçlü yönü olarak görmelerine rağmen, ispat etkinliklerinin öğrencilerin genellikle formal ispat yapmalarını gerektirdiğinden, öğrencilerin ispatın amacının anlamayabileceklerini düşünmüşlerdir. Görüldüğü gibi özellikle ortaokul seviyesinde matematiksel akıl yürütme ve ispat etkinlikleri ders kitaplarında, Japonya dışında, beklenen yeri bulamamıştır. Bu da matematik eğitiminin önemli bir kavramının öğretilmesini zorlaştırmaktadır.

Ders kitapları genellikle hem teorik bilgi hem uygulamaya yönelik aktivitelerden oluşmaktadır. Valverde ve arkadaşları (2002) neredeyse her matematik ders kitabının matematiksel içerik hakkında bilgi veren bir kısım (bazen örnekler içerebilmektedir), sınıfta öğrencilerin üzerlerinde uğraşacakları etkinlikler/aktiviteler, sınıf içinde ya da dışında öğrencilerin bilgilerini geliştirecek alıştırmalar ve problemlerden oluşmakta olduğunu ifade etmişlerdir. Sınıf seviyesi yükseldikçe matematik içeriği hakkındaki açıklamanın ve örneklerin çoğaldığını ancak etkinlik/aktivitelerin azaldığını ortaya koymuşlardır. Ders kitabı incelemelerinde genellikle müfredatın hangi özelliklerinin inceleneceği bir problem olarak ortaya çıkmaktadır (Thompson ve ark. 2012). Bazı araştırmacılar ders kitaplarındaki konu anlatımı kısmındaki matematiksel içeriği incelerken (Newton & Newton, 2007) bazıları ise ders kitaplarındaki etkinlikleri ve problemleri incelemişlerdir (Jones & Tarr, 2007; Li, 2000). Li (2000) ders kitabı analizlerinin bir bütün olarak yapılmasını önermiş ve bunun ders kitabı analizleri için daha güvenilir sonuçlar vereceğini ifade etmiştir. Bu çalışmada da kitap içindeki anlatı içerikleri ile etkinlikler/problemler birlikte incelenmiştir, çünkü kitaptaki matematiksel içerikler öğrencilerin akıl yürütme ve ispatı tanıyabilecekleri kısımlar iken, etkinlikler/problemler öğrencilerin ispat aktivitelerine katılımlarını sağlayacak ortamı oluşturmaktadır. Uluslararası çalışmalarda belirtildiği gibi ders kitaplarının içerikleri öğrenci öğrenmesini ne seviyede desteklediği ya da öğretimde ne kadar etkili olduğu konusunda yeterince çalışma yapılmamaktadır (Reys vd., 2004). Ülkemizde de ders kitaplarının analizleri yeterince yapılmamakta ve ders kitabı seçimlerindeki kriterler net olarak ortaya konulmamaktadır. Bu çalışmada ders kitabında matematiğin önemli kavramlarından biri olan matematiksel akıl yürütme ve ispat etkinliklerinin nasıl yer aldığı araştırılmaktadır. Ders kitaplarının matematik öğretiminde öğretmen tarafından direkt olarak kullanılan bir araç olduğu göz önüne alındığında, öğrencilere ne tür etkinlikler sunduğu daha da önem kazanmaktadır. Öğretmenlerin ve araştırmacıların ders kitabının sunduğu fırsatları daha iyi bilmesi, öğrencilerden beklentilerini de belirlemelerini sağlayacaktır. Bu çalışmanın sonuçları ders kitaplarında öğrencilere akıl yürütme ve ispat ile ilgili sunulabilecek fırsatlar bağlamında da tartışılacaktır.

Bu bağlamda bu çalışmanın araştırma sorusu şu şekildedir:

"Matematiksel akıl yürütme ve ispatın 8.sınıf ders kitabındaki niteliği ve kapsamı ne şekildedir?"

YÖNTEM

Ders kitapları incelendiğinden araştırma bir doküman analizi çalışmasıdır. Matematiksel akıl yürütme ve ispat etkinliklerini analiz etmek için içerik analizi (Fraenkel, Wallen, & Hyun, 2011) yöntemi kullanılmıştır. Bu bölümde, ders kitabındaki matematiksel akıl yürütme ve ispat etkinliklerine örnekler verilip, analiz birimi, bu çalışmanın analitik çerçevesi ve analiz için kullanımı açıklanacaktır.

Ders Kitabı

Türkiye’de merkezi bir eğitim programı yürütülmektedir ve her öğrenci aynı kazanımları takip etmektedir. Verilmek istenen kazanımlar MEB tarafından belirlenmiş olup, okutulacak olan kitaplar da bu kazanımlara uygunluklarına göre seçilmektedir (MEB, 2018). Bu çalışmada da Millî Eğitim Bakanlığı Talim ve Terbiye Kurulu tarafından 2018-2019 öğretim yılından itibaren beş yıl süre ile sekizinci sınıflarda ders kitabı olarak okutulması kabul edilen Erkan Kişi tarafından yazılmış ve EKOYAY tarafından basılmış kitap analiz edilmiştir. Bu kitabın seçilme nedeni Türkiye'nin birçok ilinde ve çalışmanın yapıldığı ilde bu kitabın okullarda zorunlu ders kitabı olarak kullanılmasıdır. Ders kitabının tanım şemasında ders kitabının içeriği ayrıntılı açıklanmış ve belirli kısımların ne amaçla verildiği okuyucuya sunulmuştur. Bu kısımlar Hazırlık Çalışması/Giriş, Örnek (çözümleriyle birlikte), Etkinlik, Problem (çözümleriyle birlikte), Uyarı, Bilgi, Teknoloji, Bilgimizi Ölçelim ve Ünite Değerlendirme Soruları şeklinde sıralanmaktadır. Tanıtım şemasında olduğu gibi ders kitabında konulara bir *Hazırlık Çalışması*yla başlanmıştır. Hazırlık çalışmalarının amacı "Öğrencilerin ön bilgilerini kullanarak konuya hazırlık yapmaları amacıyla düzenlenmiş çalışmalardır." (s. 8) şeklinde açıklanmıştır. Ders kitabında hazırlık çalışmaları tarihi bir bilgi, konunun kısa bir özeti veya öğrencilere yönlendirilmiş bir problem durumu olabilmektedir. Ders kitabındaki bir diğer tema *Örnekler* kısmıdır ve konuyla ilgili uygulamalar ve çözümleri bu kısımda verilmiştir. Bunun yanı sıra ders kitabında *Uyarı* kısmı "Konu işlenirken ulaşılan bazı sonuçlar ve dikkat edilmesi gereken bazı uyarıları" (s. 8) sunmaktayken, *Bilgi* kısmı öğrencilere kazandırılması amaçlanan bilgileri sunmaktadır. Ders kitabında ayrıca *Etkinlik* kısmı "Öğrencilerin akıl yürütme, ilişkilendirme, problem çözüme ve iletişim becerilerini geliştirmeye yönelik çalışmalar" (s. 9) olarak sunulmuştur. *Problem* kısmı ise "Konuyla ilgili günlük hayattan gerçek veya gerçekçi problemleri" çözümleriyle birlikte sunmaktadır. Son olarak *Teknoloji* kısmı "Bilgi ve İletişim Teknolojilerini etkili ve yerinde kullanabilmeye yönelik etkinliklerin" (s. 8) verildiği bölüm olarak sunulmuştur. Kitapta bu kısımların yanı sıra öğrencilerin sınıfta veya sınıf dışında çözümleri istenebilecek her konunun sonunda "Bilgimizi Ölçelim" kısmı ve her ünitenin sonunda "Ünite Değerlendirme Soruları" yer almaktadır. Bu soruların çözümleri veya cevap anahtarları kitabın son kısmında öğretmen ve öğrenciyle paylaşılmıştır. Kitabın içerisinde ayrıca öğrencileri proje yapmaya teşvik edecek iki adet de "Proje Örneği" mevcuttur.

MEB Ortaokul Matematik Dersi Öğretim Programı; Sayılar ve İşlemler, Cebir, Geometri ve Ölçme, Veri İşleme ve Olasılık olmak üzere beş öğrenme alanından oluşmaktadır. Bu çalışmada incelenen ders kitabı Sayılar ve İşlemler, Kareköklü İfadeler ve Veri Analizi, Olasılık ve Cebirsel İfadeler, Denklemler ve Eşitsizlikler, Geometri ve Dönüşümler ile Geometrik Cisimler olmak üzere toplam 6 ünitelerden oluşmakta ve MEB (2018)'in bütün öğrenme alanlarını içermektedir.

Bu çalışmada sadece sekizinci sınıf ders kitabına yoğunlaşılmasının temel nedeni bu sınıf seviyesinde ortaokul düzeyinde alt sınıflara göre daha üst düzey matematiksel içeriğin temsil edilmiş olmasıdır. Buna bağlı olarak öğrencilerin sekizinci sınıfta matematiksel akıl yürütme ve ispat etkinlikleriyle karşılaşma ihtimallerinin daha yüksek olduğu düşünülmüştür.

Veri analizi

Analiz Birimi

Bu çalışmanın temel amacı sekizinci sınıf ders kitabında matematiksel akıl yürütme ve ispatın yeri ve niteliğini araştırmak olduğundan, tüm içerik sayfa sayfa analiz edilmiştir. Kitapta her sayfada yer alan her hazırlık çalışması, örnek, uyarı, bilgi, etkinlik, problem ve teknoloji kısmı ayrı ayrı kodlanmıştır. Ayrıca her konu ve ünite sonundaki sorular da matematiksel akıl yürütme ve ispat bağlamında incelenmiştir. Bu şekilde kitapta ispat öğretimine fırsat vereceği düşünülen toplam 998 adet matematiksel akıl yürütme ve ispat içeriği olduğu belirlenmiş ve bu içerikler ispata yönelik amaçlarına göre kodlanmıştır. Bundan sonraki kısımlarda bu içerikler ispat etkinliği olarak adlandırılacaktır.

Analistik Çerçeve ve Verilerin Kodlanması

Bu çalışmanın analitik çerçevesi literatürdeki mevcut çerçevelerden uyarlanarak oluşturulmuştur (Thompson, Senk ve Johnson, 2012; Stylianides, 2009; Bieda vd., 2014). Tablo 1'de görüldüğü gibi, Problemin türü olarak kodlanan ilk kısım kitabın içeriklerini ayırmak için kullanılmış olan kısımdır, yani ispat etkinliğinin nerede araştırıldığını gösteren kısımdır. Kitapta Hazırlık Çalışması/Giriş, Örnek (çözümleriyle birlikte), Etkinlik, Problem (çözümleriyle birlikte), Uyarı, Bilgi, Teknoloji, Bilgimizi Ölçelim ve Ünite Değerlendirme Soruları olmak üzere sekiz kısım bulunmaktaydı. Bunlardan Örnek kısmı ve Problem kısmı birbirlerine benzer olduklarından birleştirilmiş ve "Örnek" olarak kodlanmıştır. Aynı şekilde Bilgimizi Ölçelim ve Ünite Değerlendirme Soruları kısımları da birleştirilerek "Alıştırma" olarak kodlanmıştır. Her ne kadar teknoloji ispat etkinliklerini sunmak için önemli bir fırsat olsa da kitapta teknoloji sadece geometride GeoGebra etkinliği için kavram öğretimine yönelik ve toplamda iki defa kullanıldığından bu kısım analitik çerçeveden çıkarılmıştır ve etkinlik türüyle birleştirilmiştir.

Tablo 1
Ders kitabı incelemek için analitik çerçeve

| KATEGORİLER | | | |
|-------------|--------------------|-----------------------------------|-----------------------|
| | Problem Türü | İspat Etkinliğinin Amacı | Olası Argümanın Türü |
| KODLAR | Hazırlık Çalışması | Varsayımda bulunma ve araştırma | İspat |
| | Örnek | a- Varsayımda bulunma | Genelleyici örnek |
| | Etkinlik | b- Varsayımı araştırma (inceleme) | Mantıkla oluşturulan |
| | Uyarı | Argüman oluşturma/değerlendirme | argümanlar |
| | Bilgi | a- Argüman oluşturma | Örnek tabanlı argüman |
| | Alıştırma | b- Argümanı değerlendirme | |

Analistik çerçevenin ikinci kısmını ispat etkinliğinin amacı oluşturmaktadır. Burada iki temel kod yer almaktadır (Thompson, Senk ve Johnson, 2012; Bieda vd., 2014): 1) Varsayımda bulunma ve araştırma, 2) Argüman oluşturma/değerlendirme. Bu kodların alt kodları ise şu şekildedir:

Varsayımda bulunma/araştırma

- Varsayımda bulunma: Öğrencilerden verilen bir örüntüden varsayımlar oluşturmalarını isteyen etkinlikler (spesifik bir terimdeki örüntüyü bulma veya n. terimdeki ifadeyi bulma bu kategoriye girmektedir.).
- Varsayımı araştırma (inceleme): Matematiksel bir varsayım veya iddia verilerek öğrenciden bunun doğruluğunu/yanlışlığını araştırması isteyen etkinlikler

Argüman oluşturma/değerlendirme

- Argüman oluşturma: Öğrenciden matematiksel bir ifade için ispat yazması istenen etkinlikler (aksine örnek istemede bu kategoride yer almaktadır)
- Argümanı değerlendirme: Öğrenciden kitapta verilen bir argümanın geçerli bir argüman olup olmadığını değerlendirmesini isteyen etkinlikler

Son olarak, ortaya çıkarılabilecek olası argümanların ne olacağı da, Stylianides (2009) tarafından geliştirilen dört alt kod kullanılarak ortaya konulan gerekçelere göre farklılaştırılmıştır. Bunlar ispat, genelleyici örnek, mantıkla oluşturulan argümanlar (ancak ispat sayılmak için yeterli sayılmazlar), ve örnek tabanlı argümandır. İspat (demonstration) öğrenci tarafından oluşturulan matematiksel olarak geçerli argümanları temsil etmek için kullanılmıştır. Burada daha önce verildiği gibi ispat matematiksel bir iddia için veya aleyhte kabul edilen gerçeklere dayanan geçerli bir argüman olarak tanımlanmaktadır (Stylianides, 2007). Bu bir karşıt örnek ile matematiksel bir iddiayı çürütmek olabileceği gibi, formal matematiksel ispatlar veya görsel ispatlar olabilir. Genelleyici örnek, belirli bir örneğin özelliklerine dayanmadan genel muhakeme yapısını ortaya çıkaran belirli bir örnek olarak tanımlanabilir (Stylianides, 2009). Burada verilen argümanın verilen bir örneğin genelleyici yapısını ortaya çıkarması önemlidir ve örnek tabanlı argümanla karıştırılmaması gerekir.

Mantıkla Oluşturulan Argümanlar (Rationale), öğrenci tarafından oluşturulmuş; geçerli ancak ispat olarak kabul edilmeyen argümanları temsil için kullanılmıştır. İspat olmasını engelleyen nokta, bu tür argümanların kabul edilmiş matematiksel ifadelere dayandırılmadan oluşturulmuş olmalarıdır (Stylianides, 2009). Örneğin, iki tek sayının toplamının neden çift bir sayı olduğunu ispatlamak için öğrenci oluşturduğu argümanda çift ve tek sayının tanımını dikkate almamışsa bu argüman mantıkla oluşturulan bir argüman olarak kabul edilmiştir. Görüldüğü gibi bu geçerli bir argümandır ancak ispat sayılması için yeterli görülmemiştir.

Son olarak, örnek tabanlı argüman ise öğrencilerin oluşturdukları argümanların sadece birkaç örnekten oluşması ve herhangi bir genelleyici özelliğe vurgu yapılmaması olarak görülebilir.

Verilerin kodlanmasına öncelikle kodlanacak bölümün kitabın hangi kısmında olduğu belirlenerek başlanmıştır. Daha önce de belirtildiği gibi ders kitabı kısımlara ayrılarak yazıldığından burada kodlar doğrudan başlıklara göre verilmiştir. Sadece ders kitabında Hazırlık Çalışması kısmında bazen başlık olarak hazırlık çalışması atılmışken, bazen başlık atılmamış ve konuya özet bir giriş yapıldığı görülmüştür, bunlar bütünlüğü korumak için hazırlık çalışması kısmında kodlanmıştır. Bu şekilde kitapta yer alan 998 tane kodlanabilir içerik problem türlerine göre kodlanmıştır.

Daha sonra problem türlerinin hangilerinin ispat etkinliği olduğunu belirlemek için ilk aşamada şu anahtar kelime ve kelime öbekleri aranmıştır: açıklayın, tanımlayın, tahmin edin, gösterin, bir kural yazın, nedenini açıklayın, nasıl olduğunu açıklayın, gerekçelendirin ve ispatlayın/kanıtlayın. Bu anahtar kelimeler incelenerek problem türünün ispat etkinliği olup olmadığı belirlenmiştir, ancak bu kelimeler dışında kalan ispat etkinlikleri de olabileceğinden tüm içerik incelenmiştir. Problem türünün ispat etkinliği olduğuna karar verildikten sonra ispat etkinliğinin amacı için tekrardan kodlama yapılmıştır. İspat etkinliğinin amacı belirlendikten sonra bu etkinlik kapsamında oluşturulabilecek potansiyel öğrenci argümanlarının ne olabileceği kodlanmıştır. Ancak bu kodlama tamamen araştırmacının yaptığı çıkarıma göre yapılmıştır, çünkü bu tür etkinliklerin amaçlarını sunacak herhangi bir veri kitapta verilmemiştir. Bunun yanında öğretmenlere ayrıca sunulmuş bir öğretmen kitabı/rehberi de olmadığından çıkarımlar yüzeysel kalmıştır. Konunun öneminden dolayı ve ders kitabı yazan/kabul eden kurumlar için öneri niteliğinde sonuçlarda buna da yer verilmiştir. Ders kitabının içeriğinin kodlanması bittikten sonra öğrenme alanlarına göre ispat etkinlikleri tekrardan sınıflandırılmış ve sunulmuştur.

Değerlendiriciler Arası Güvenilirlik (Inter-rater reliability)

Kodlamanın güvenilirliğini sağlamak için, yazardan başka iki araştırmacı bütün veriyi ikiye bölerek incelemiş ve herkes tarafından kabul edildikten sonra kodların son halleri verilmiştir. Problem türü kodlamasında beklendiği gibi değerlendiriciler arasındaki güvenilirlik %100 olmuştur. İspat etkinliklerinin amacı bölümünde kodlayıcılar arasındaki güvenilirlik yaklaşık olarak %95 ve olası argümanın türü içinse yaklaşık olarak %80 olarak çıkmıştır. Olası argüman türündeki oranın diğer bölümlere göre düşük çıkmasının nedeni yukarıda da bahsedildiği gibi ders kitabında bu bölümle ilgili yeterince veri olmaması olarak gösterilebilir.

BULGULAR VE TARTIŞMA

Bu çalışmada matematiksel akıl yürütme ve ispatın sekizinci sınıf ders kitabındaki yeri incelenmiştir. Bulgular, sekizinci sınıf ders kitabında matematiksel akıl yürütme ve ispatın ders kitabı içeriğinde küçük bir yüzdeye (%7,7) sahip olduğunu göstermiştir. Literatürde konuyla ilgili yurt dışında yapılmış çalışmalar incelendiğinde, bu bulgu beklenen bir durumdur. Bununla birlikte, matematiksel akıl yürütme ve ispatın ders kitabının hangi kısımlarında ve matematiksel öğrenme alanında olduğuna dair önemli sonuçlar ortaya konulmuştur. Bu bölümde, öncelikle matematiksel ispat etkinliklerinin matematik öğrenme alanlarına göre ve hangi problem türünde olduğu sunulacaktır. Daha sonra öğrenme alanlarına göre ispat etkinliklerinin amacı ve problem türlerine göre olası argüman türü verilecektir.

Ders Kitabındaki Matematiksel Akıl Yürütme ve İspat Etkinliklerinin Dağılımı

Sekizinci sınıf ders kitabı, araştırmacının yöntem kısmında açıklandığı gibi, Hazırlık Çalışması, Etkinlik, Bilgi, Örnek, Uyarı ve Alıştırma olmak üzere altı problem türüne ayrılmıştır. Ders kitabında toplam 998 içerik incelenmiş ve bunların sadece 77 tanesi (%7,7) ispat etkinliği olarak kodlanmıştır. Tablo 2'de, matematiksel öğrenme alanlarına göre her problem türündeki matematiksel akıl yürütme ve ispat etkinliklerinin sayısı verilmiştir.

Tablo 2

Matematiksel öğrenme alanlarına göre matematiksel akıl yürütme ve ispat etkinlikleri ile toplam etkinlik sayısı

| Öğrenme alanı | Kitap bölümü | | | | | | |
|----------------------------|----------------|----------------|--------------------|------------------|----------------|--------------|------------------|
| | Bilgi | Etkinlik | Hazırlık Çalışması | Örnek | Uyarı | Alıştırma | TOPLAM |
| Sayılar ve İşlemler | 14* (21)** | 3 (5) | 3 (5) | 2 (103) | 8 (12) | 0 (108) | 30 (254) |
| Cebir | 4 (18) | 2 (5) | 2 (9) | 8 (115) | 0 (8) | 0 (146) | 16 (301) |
| Geometri ve Ölçme | 5 (20) | 6 (18) | 1 (9) | 1 (125) | 14 (18) | 0 (162) | 27 (352) |
| Veri İşleme | 0 (3) | 0 (0) | 0 (0) | 0 (18) | 0 (2) | 0 (17) | 0 (40) |
| Olasılık | 3 (6) | 0 (1) | 1 (1) | 0 (19) | 0 (0) | 0 (24) | 4 (51) |
| TOPLAM | 26 (68) %38 | 11 (29) %38 | 7 (24) %29 | 11 (380) %2,9 | 22 (40) %55 | 0 (457) 0 | 77 (998) %7,7 |

* ispat etkinlikleri sayısı; ** (toplam etkinlik sayısı)

Ders kitabında ispat etkinlikleri en çok Sayılar ve İşlemler öğrenme alanında görülmüştür. Bu bölümdeki içeriğin %11,8 i ispat etkinliği içermektedir. Bu oran Cebir öğrenme alanında %5,3 iken, Geometri ve Ölçme öğrenme alanında bu oran %7,4 ve olasılık öğrenme alanında %7,8 olarak bulunmuştur. Veri İşleme alanında ispat etkinlikleriyle ilgili bir içerik bulunamamıştır. Uluslararası yapılan çalışmalarda da ilkökul ve ortaokul seviyesindeki ders kitabı incelemelerinde benzer sonuçlar bulunmuştur (Bieda ve diğ., 2014; Stylianides, 2009; 2014). Cebir ile Geometri ve Ölçme alanlarında da ispat etkinliklerine az olsa da yer verilmiştir. Olasılık konusunda yer alan ispat etkinliği sayısı her ne kadar sınırlı olsa da, konunun ders kitabındaki yeri göz önünde bulundurulduğunda oldukça yüksek bir oran olarak görülebilir. Bu, literatürdeki olasılık öğrenme alanında ispat aktivitelerindeki eksikliğe yapılan vurgu düşünülünce (Stylianides, Bieda ve Morselli, 2016), önemli bir kazanım olarak görülebilir. Bununla birlikte Veri İşleme alt alanında herhangi bir ispat aktivitesine yer verilmemesi de önemli bir kayıp olarak görülmüştür. Ders kitabı bir bütün olarak düşünüldüğünde matematiksel akıl yürütme ve ispata verilen yer yetersiz görülmüştür ve öğrencilerin ispat becerilerini geliştirmek için önemli bir fırsatın kaçırıldığı düşünülmektedir.

Bunun yanı sıra, Tablo 2 de görüldüğü gibi, matematiksel akıl yürütme ve ispat etkinlikleri %55 oranı ile en çok Uyarı kısmında yer bulmuştur. Bilgi ve Etkinlik kısımlarındaki içeriklerin %38'i ispat aktivitesiyle ilgiliyken, hazırlık çalışması kısmında bu oran %29 olmuştur. Örnekler kısmında bu oran sadece %2,9 iken alıştırmalar kısmında ispat aktivitesiyle ilgili bir kavrama ulaşılamamıştır.

Matematiksel akıl yürütme ve ispatın, bilgi ve uyarı kısmında yoğunlaşmasının aslında bu kısımlarda verilen matematiksel yapı ve kuralların ispatlanabilir olmasından kaynaklanmakta olduğunu belirtmek önemlidir. Bu durum aslında ders kitabında matematiksel akıl yürütme ve ispata istenilen önemin verilmediğini göstermekte ve bu kısımlarda verilen etkinliklerin sadece öğretmenin bu etkinlikleri matematiksel akıl yürütme ve ispat amacıyla sınıf içinde uygulamasıyla mümkün olabileceğini ortaya koymaktadır. Bundan dolayı öğretmenin bu etkinlikleri ispat etkinliği olarak kullanacak bilgi ve beceriye sahip olması gerekmektedir (Bieda, 2010). Ayrıca, etkinlikler ve hazırlık çalışması kısmında verilen ispat etkinlikleri ne kadar sınırlı sayıda olsa da öğretmenlere öğrencilerine matematiksel akıl yürütme ve ispat öğretmek için önemli fırsatlar sunduğu görülmüştür. Burada öğrenciler aktif olarak sürecin içinde olacağından gerekli gerekçelendirmeleri yapmaları ve geçerli argüman oluşturma fırsatlarının bulunabileceği düşünülmektedir. Burada incelenen ders kitabı matematiksel bilgi ve becerileri çözümlü örnek ve problemler yoluyla öğrenciye aktarmayı hedeflemiştir. Öyle ki verilen her örnek ve problemin çözümü de ders kitabında yer almıştır. Ancak, örnekler kısmındaki matematiksel akıl yürütme ve ispatın neredeyse hiç yer bulmaması önemli bir eksiklik olarak görülmüştür. Benzer durum alıştırmalar kısmında da söz konusudur ve bu yönüyle ders kitabının öğrencilerin matematiksel işlem becerilerini geliştirmeye yönelik olduğu düşünülmektedir.

Sonuç olarak ders kitabında matematiksel akıl yürütme ve ispatın kaliteli bir şekilde yer almadığı görülmektedir. Uluslararası yapılan diğer çalışmalarda (örn., Stylianides, 2009; Stacy ve Vincent, 2009; Fujita ve Jones, 2014) da benzer sonuçlar ortaya çıkmasına rağmen bizim ders kitabımızda ispat etkinliklerinin varlığı çok daha az bir düzeydedir. Bu da öğrencilerin matematiksel ifadelerin doğruluğunu araştırma ve gerekçelendirme becerilerini geliştirmelerinin sadece sınıftaki öğretmene bağlı olduğunu göstermektedir. Bundan dolayı matematik öğretmenlerinin bu önemli boşluğu doldurmaları beklenmektedir.

Ders Kitabındaki Matematiksel Akıl Yürütme ve İspat Etkinliklerinin Amacının ve Olası Argüman Türlerinin Dağılımı

Sekizinci sınıf ders kitabında yer alan matematiksel akıl yürütme ve ispat etkinlikleri toplamda öğrencilere 77 kez ispat etkinliği ile etkileşim olasılığı vermektedir. Bu 77 ispat etkinliği amaçları bakımından incelendiğinde genellikle varsayımları araştırma amacıyla (49) ve varsayımda bulunma amacıyla (20) sunulabileceği görülmektedir. Argüman oluşturma için ders kitabında öğrencilere sunulabilecek bir ispat aktivitesi bulunmaz iken, verilen bir argümanı değerlendirmek için 8 ispat etkinliği mevcuttur. Tablo 3'te matematiksel akıl yürütme ve ispat etkinliklerinin ispatın amacına göre dağılımları verilmiştir.

Tablo 3

İspatın amacına göre matematiksel akıl yürütme ve ispat etkinliklerinin dağılımları

| İspat Amacı \ Öğrenme alanı | Sayılar ve İşlemler | Cebir | Geometri ve Ölçme | Olasılık | Veri İşleme | TOPLAM |
|--------------------------------|---------------------|-------|-------------------|----------|-------------|--------|
| Varsayımda bulunmak | 7 | 5 | 7 | 1 | 0 | 20 |
| Varsayımı araştırma (inceleme) | 20 | 7 | 19 | 3 | 0 | 49 |
| Argüman oluşturma | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| Argüman değerlendirme | 3 | 4 | 1 | 0 | 0 | 8 |
| TOPLAM | 30 | 16 | 27 | 4 | 0 | |

Tablo 3'te de görüldüğü gibi ders kitabındaki sınırlı sayıdaki matematiksel akıl yürütme ve ispat etkinlikleri genellikle öğrencilere varsayımları araştırma (inceleme) veya varsayım oluşturma amacıyla verilmiştir. Bu iki amaç arasındaki önemli bir fark, varsayım oluşturmada öğrenci matematiksel bir varsayımda bulunup, bunun doğruluğunu araştırırken, varsayımı araştırmada ise verilen bir matematiksel ifadeyi (ders kitabında bu genelde bir matematiksel bir kural ya da formül olmuştur) sadece doğruluğu konusunda araştırmaları istenmektedir. Bundan dolayı öğrencilerin varsayım oluşturmaları sadece varsayımları araştırmalarından daha etkili olarak görülmektedir. Uluslararası literatürde de ders kitaplarında genellikle varsayımı araştırma, varsayım oluşturmadan daha fazla sayıda olduğu görülmektedir (Bieda vd., 2014). Öğrencilerin matematiksel argümanlar oluşturmaları için her iki etkinlik türüyle de etkileşimde bulunması önemlidir.

Tablo 3'teki önemli bir diğer sonuç ise ders kitaplarında öğrencilerden direkt olarak argüman oluşturmalarını isteyen hiçbir etkinliğin bulunmamasıdır. Öğrenciler varsayımlarda bulduklarında veya varsayımları incelediklerinde doğal olarak argüman oluşturacaklardır ancak öğrencilere doğrudan argüman oluşturmaları için fırsatların da ders kitabında sunulması önemlidir. Çünkü bu şekilde varsayım oluşturma ile ispat arasındaki farkı görebilir ve geçerli argüman oluşturabilmelerine olanak sağlanabilir. Ayrıca, ders kitabında çok az sayıda argüman değerlendirme ile ilgili etkinlik mevcuttur. Matematiksel argümanların ispat olup olmadığını değerlendirmek en az ispat oluşturmak kadar önemlidir (Bieda vd., 2014). Bundan dolayı hem argüman oluşturma hem de argüman değerlendirmeye ders kitabında çok az yer verilmesi kitabın önemli bir eksiği olarak görülmüştür.

Ortaokul öğrencilerinin genellikle formal matematiksel ispatlar oluşturmaları beklenmese de öğrencilerin farklı şekillerde ikna edici argüman oluşturmaları beklenmektedir. Tablo 4'te matematiksel akıl yürütme ve ispat etkinliklerinin oluşturulabilecek olası argümanlara göre dağılımları verilmiştir. Ders kitabındaki matematiksel akıl yürütme ve ispat etkinliklerinin ortaya çıkaracağı olası argümanlar incelendiğinde genellikle ispat oluşturmaya (57) olanak verildiği görülmüştür. Genelleyici örnek şeklinde argüman oluşturmaya olanak veren 9 ispat etkinliği mevcuttur. Genelleyici örnek de geçerli bir ispat olarak sayıldığından, ders kitabında ortaya çıkacak olası argümanların 66 tanesinin geçerli ispat olarak ortaya çıkması beklenmektedir. Ayrıca 5 kez mantıkla oluşturulan argümanlar ve 6 defa da örnek tabanlı argümanlar oluşturma olasılığı mevcuttur. Burada önemli bir not olarak belirtilmesi gerekir ki, öğrenciler ispat olarak kodlanmış bütün etkinliklerde sadece örnekler kullanarak örnek tabanlı argümanlar oluşturabilirler ya da matematiksel olarak doğru ve mantıklı argümanlar oluşturabilirler. Yani burada verilen kodlarda öğrencilerin bütün argümanları oluşturacağı anlamına gelmez, ancak ders kitabındaki bilgiler düşünüldüğünde öğrencilerin geçerli ispat (ispat ve genelleyici örnek gibi) oluşturabilecek bilgilerinin olduğu varsayılmıştır. Yöntem kısmında da belirtildiği gibi bu sonuçların başka bir araştırmacı tarafından farklı argüman türleri şeklinde kodlanabileceği unutulmamalıdır.

Tablo 4

Oluşturulabilecek olası argümanlara göre matematiksel akıl yürütme ve ispat etkinliklerinin dağılımları

| Argüman türü | Öğrenme alanı | | | | | |
|---------------------------------|---------------------|-------|-------------------|----------|-------------|--------|
| | Sayılar ve İşlemler | Cebir | Geometri ve Ölçme | Olasılık | Veri İşleme | Toplam |
| İspat | 21 | 8 | 25 | 3 | 0 | 57 |
| Genelleyici örnek | 6 | 3 | 0 | 0 | 0 | 9 |
| Mantıkla oluşturulan argümanlar | 3 | 1 | 0 | 1 | 0 | 5 |
| Örnek tabanlı argüman | 0 | 4 | 2 | 0 | 0 | 6 |
| TOPLAM | 30 | 16 | 27 | 4 | 0 | |

İspat olarak sayılabilecek geçerli argümanlara daha çok yer verilmesi kitabın önemli bir artı özelliği olarak görülebilir. Ancak, kitapta yer alan çoğu bilgi ve uyarı içeriğinin matematiksel kural ve formül içermesi ortaya çıkabilecek olası argümanların ispat olarak kodlanmasının da temel nedeni olmuştur. Yani, matematiksel kuralların ve yapıların ders kitabında çokça yer almasından dolayı bu bulgu yanıltıcı olabilir.

Tablo 4'teki sonuçlar, uluslararası literatürle karşılaştırıldığında burada incelenen ders kitabında daha fazla geçerli ispat argümanı oluşturmaya fırsat verildiği görülebilir (Bieda vd., 2014; Stylianides, 2012; Otten, Gilbertson, Males, ve Clark, 2014). Ancak uluslararası yapılan çalışmalarda öğrenci kitabının yanı sıra öğretmen kitabı da incelenmiştir ve buna göre ortaya çıkacak olası argüman türleri belirlenmiştir. Maalesef, Türkiye'de öğretmenlere ders kitabındaki etkinlikleri kullanmada yol gösterebilecek herhangi bir kaynak bulunmamaktadır. Bundan dolayı bu çalışmada olası argüman türleriyle ilgili sonuçlar sadece öğrencilerin kullandığı ders kitabına göre yapıldığından daha fazla spekülasyon olarak görülebilir.

Bulguların genelinde de görüldüğü gibi, aksine örnek kullanımı ders kitabında neredeyse hiç yer almamıştır. Bu da öğrencilerin her verilen matematiksel akıl yürütme ve ispat etkinliklerini otomatik olarak doğru kabul etmelerine ve bu ifadelerin yanlış olacağını hiç düşünmemelerine neden olabilir. Öyle ki, matematiksel bir ifadenin doğruluğunu göstermek kadar onun yanlışlığını da göstermek önemlidir (Epp, 1998). İlgili literatür ayrıca öğrencilerin aksine örneğin anlamını tam kavrayamadıklarını ve bir aksine örneğin matematiksel ifadenin yanlış olduğunu ispatlayacağına inanmadıklarını da göstermiştir (Harel ve Sowder, 1998). Bundan dolayı ders kitabında aksine örneğe hiç yer verilmemesi önemli bir eksiklik olarak görülmüştür.

SONUÇ VE ÖNERİLER

İspat matematiğin en önemli kavramlarından biridir ve matematiğin kalbi olarak görülmektedir (Hanna, 2018). Bu öneminden dolayı hem araştırmacılar hem de eğitim yapımcılar ispatın her sınıf seviyesinde verilmesi gereken önemli bir matematiksel bir süreç olduğunu ifade etmişlerdir. Ders kitaplarının da bu öneme uygun olarak öğrencilere ispat becerilerini geliştirecek olanaklar sunmaları gerekmektedir. Bu sebeple ders kitapları öğrencilerin ispatı öğrenmelerine olanak verecek önemli bir araçtır. Eğer ispat öğrenmek için yeterli fırsatlara ders kitaplarında yer verilmemişse, bu tür etkinliklerin ders anlatımı sırasında da ortaya çıkmayacağı büyük olasılıktır. Çalışma sonuçlarından yola çıkarak öğrencilerin ders kitabına bağlı olarak yeterli düzeyde ispat ile ilgili aktivitelere katılma olasılıklarının oldukça düşük olduğu söylenebilir. Eğer öğretmen derste matematiksel akıl yürütme ve ispata yeterince önem vermez ise öğrenciler ispat becerilerini kazanamamış olacak ve matematiğin önemli bir kavramından mahrum kalmış olacaklardır. Bundan dolayı ders kitaplarında matematiksel akıl yürütme ve ispata daha çok yer verilmelidir ve öğretmenlerin sınıflarında bu tür aktiviteleri uygulamaları da önem arz etmektedir. Ders kitabında matematiksel akıl yürütme ve ispat etkinliklerinin yeterince yer bulamamasından dolayı, öğretmenlerin bu eksikliği doldurup, öğrencilerinin ispat becerilerini geliştirecek etkinlikler sunması öğretmenler üzerinde ekstra bir yük oluşturmaktadır.

Ders kitaplarının sınıf içi uygulamaları üzerine yapılan çalışmalar, öğretmenlerin genellikle ders kitabındaki tüm konu veya bölümleri öğretmedikleri, genellikle zamandan dolayı ders kitabının tamamını neredeyse hiç bitiremediklerini göstermektedir (Altun, Arslan, ve Yazgan, 2014; Bieda, 2010; Tarr vd., 2006; Thompson & Senk, 2010). Öyle ki, Bieda (2010) öğretmenlerin genellikle ispatı kendi derslerinde neredeyse hiç plana çıkarmayıp, ders kitabındaki etkinliğin bilişsel talebini azaltarak örnek tabanlı argümanları önceliklendiklerini göstermiştir. Öğretmenlerin bu eğilimi ders kitaplarındaki matematiksel akıl yürütme ve ispatın eksikliği de düşünülünce daha vahim bir durum almaktadır. Bu da öğrencilerin matematiksel akıl yürütme ve ispatı tam

olarak öğrenememelerine neden olmakta ve onların matematiksel düşünmelerini etkilemektedir. TIMSS gibi uluslararası sınavlarda öğrencilerin bu tür becerileri ölçülmekte ve bizim öğrencilerimizin de bu sınavlardaki yeri düşünüldüğünde durumun hiç de iç açıcı olmadığı görülmektedir. Ayrıca ulusal merkezi sınavlardaki soruların akıl yürütme ve ispattan uzak olması nedeniyle ülkemizde ispata gereken önemin verilmemesi ve zamanın ayrılmaması nedeniyle TIMSS gibi uluslararası sınavlarda başarısız sonuçlar elde edildiği düşünülmektedir.

Ders kitapları, tüm dünyada matematiğin sınıflarda öğretilmesi ve öğrenilmesi için önemli bir müfredat kaynağıdır (Cai, Ni, ve Lester, 2011; Cai ve Cirillo, 2014). Ders kitapları öğretmenlerin öğrenciler için öğrenme fırsatlarını şekillendirmesinde ve öğretmenlerin öğrenme ve mesleki gelişimlerini desteklemede önemli bir rol oynamaktadır. Ders kitabı içeriğinin incelenmesi ve sınıf içinde kullanımı matematik eğitimi araştırmalarında her zaman önemli bir yere sahip olmuştur. Ders kitaplarının uygulayıcıları öğretmenler olduğundan öğretmenlerin ders kitapları ve bunların gelişimi ile profesyonel çalışmalara nasıl dahil edildikleri, müfredat reformlarını nasıl destekleyebilecekleri, öğrencilerin öğrenmelerini nasıl destekledikleri konusunda bir anlayış geliştirmek için daha fazla çalışmaya ihtiyaç duyulmaktadır.

Ders kitaplarında bu etkinliklerin nasıl uygulandığı ve ispatın hangi amaçlarının sınıf içi uygulamalarında verildiğinin araştırılması bu ders kitabı analizinin önemini daha da artıracak ve gerçekte ders kitaplarının sınıfta nasıl uygulandığı hakkında önemli bilgiler sunacaktır. Bu amaçla, sadece matematiksel akıl yürütme ve ispat konusunda değil, diğer matematiksel konularda da hem ders kitabı analizinin yapılması hem de sınıf içi uygulamalarını inceleyen gözlemler ve araştırmalar yapılmalıdır. Öğrenci başarısıyla ders kitapları arasındaki ilişki halen net olarak ortaya konulamamıştır ve bu alanda ciddi çalışmalara ihtiyaç duyulmaktadır (Fan et al., 2013). Bu konuda öğrencilerin matematiksel akıl yürütme ve ispat becerilerinin ders kitabıyla ilişkisi incelenmelidir.

Matematiksel akıl yürütme ve ispatın önemine rağmen ders kitaplarındaki yerinin çok sınırlı olmasının nedeni net değildir. Bundan dolayı program geliştiricilerin ve ders kitabı yazar kurum ve kuruluşların bu kararının arkasındaki nedenlerin araştırılması önemli bir araştırma konusu olarak görülmektedir. Bunun yanı sıra ders kitabı hazırlayıcıların; matematiksel akıl yürütme ve ispata daha çok yer vermeleridir. Ders kitaplarında matematiksel ifadelerin doğruluğunun araştırılmasının yanı sıra yanlışlığının da araştırılabileceği etkinliklere yer verilmeli ve aksine örnek kullanımına olanak sunacak etkinlikler öğrencilere sunulmalıdır. Öğrencilerin ispat oluşturma/yazma becerilerini geliştirecek etkinliklerin yanı sıra onlara ispatları değerlendirme fırsatı sunacak etkinlikler de ders kitabında yer almalıdır.

Bu çalışma bir ders kitabı analizi olduğundan dolayı doğal birkaç sınırlılığı bulunmaktadır. Burada sadece bir ders kitabı bir sınıf seviyesine göre analiz edilmiştir. MEB tarafından onaylanmış ikinci ders kitabı bundan farklı sonuçlar ortaya koyabilir. Ayrıca, bu çalışmada matematiksel akıl yürütme ve ispat etkinliklerini sadece burada oluşturulan analitik çerçeveye göre yorumlamak gereklidir, başka analitik çerçevelerde başka sonuçlar çıkabilir ve bu tür çalışmalara da ihtiyaç vardır.

KAYNAKÇA/REFERENCES

- Alibert, D. (1988). Toward new customs in the classrooms. *For the Learning of Mathematics*, 8(2), 31-43.
- Alibert, D., & Thomas, M. (1991). Research on mathematical proof. In D. Tall (Ed.) *Advanced Mathematical Thinking* (pp. 215-230). Kluwer: The Netherlands.
- Altun, M., Arslan, Ç., & Yazgan, Y. (2004). Lise matematik ders kitaplarının kullanım şekli ve sıklığı üzerine bir çalışma. *Uludağ Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 17(2), 131-147.
- Balacheff, N. (1991). The benefits and limits of social interaction: The case of mathematical proof. In *Mathematical knowledge: Its growth through teaching* (pp. 173-192). Springer, Dordrecht.
- Begle, E. (1973). Some lessons learned by SMSG. *Mathematics Teacher*, 66, 207-214.
- Bell, A. (1976). A study of pupils' proof – explanations in mathematical situations. *Educational Studies in Mathematics*, 7, 23-40.
- Bieda (2010). Enacting proof-related tasks in middle school mathematics: challenges and opportunities. *Journal for Research in Mathematics Education*, 41(4), 351-382.
- Bieda, K. N., Ji, X., Drwencke, J., & Picard, A. (2014). Reasoning-and-proving opportunities in elementary mathematics textbooks. *International Journal of Educational Research*, 64, 71-80.
- Cai, J., & Cirillo, M. (2014). What do we know about reasoning and proving? Opportunities and missing opportunities from curriculum analyses. *International Journal of Educational Research*, 64, 132-140.
- Cai, J., Ni, Y., & Lester, F. K. (2011). Curricular effect on the teaching and learning of mathematics: Findings from two longitudinal studies in China and the United States. *International Journal of Educational Research*, 50, 63-64.

- Çavuş Erdem, Z. , Doğan, M.F., Gürbüz, R. & Şahin, S . (2017). Matematiksel Modellemenin Öğretim Araçlarına Yansımaları: Ders Kitabı Analizi. *Adıyaman Üniversitesi Eğitim Bilimleri Dergisi (ADYÜEBD)*, 7(1), 61-86.
- Chazan, D., & Lueke, H. M. (2009). Exploring tensions between disciplinary knowledge and school mathematics: Implications for reasoning and proof in school mathematics. *Teaching and learning mathematics proof across the grades*, 21-39.
- Council of Chief State School Officers. (2010). *Common Core State Standards for Mathematics*. Washington, DC: Council of Chief State School Officers.
- Dede, Y. & Karakuş, F. (2014). Matematiksel ispat kavramına pedagojik bir bakış: Kuramsal bir çalışma. *Adıyaman Üniversitesi Eğitim Bilimleri Dergisi*, 4(2), 47-71.
- Department for Education. (2013). Mathematics: Programmes of study: Key Stages 1-2 (National Curriculum in England). Retrieved, 2018, from https://www.gov.uk/government/uploads/system/uploads/attachment_data/file/239129/PRIMARY_national_curriculum_-_Mathematics.pdf
- Dogan, M. F. (2015). *The Nature of Middle School In-Service Teachers' Engagements in Proving-Related Activities*. Unpublished Doctoral dissertation, University of Wisconsin-Madison, USA.
- Dogan, M.F. (2018). Analyzing Textbooks to Teach Proof Related Activities at Middle School Level. *Proceedings of International Conference On Mathematics: "An Istanbul Meeting for World Mathematicians" Minisymposium on Approximation Theory Minisymposium on Math Education*, 139-143.
- Dogan, M. F. (2019). The Nature of Middle School In-Service Teachers' Engagements in Proving-Related Activities. *Cukurova University Faculty of Education Journal*, 48(1), 100-130.
- Dole, S., & Shield, M. J. (2008). The capacity of two Australian eighth-grade textbooks for promoting proportional reasoning. *Research in Mathematics Education*, 10(1), 19-35.
- Epp, S. S. (1998). A unified framework for proof and disproof. *Mathematics Teacher*, 91, 708-713.
- Eisenmann, T., & Even, R. (2011). Enacted types of algebraic activity in different classes taught by the same teacher. *International Journal of Science and Mathematics Education*, 9(4), 867-891.
- Fan, L., & Kaeley, G. S. (2000). The influence of textbooks on teaching strategies: An empirical study. *Mid-Western Educational Researcher*, 13(4), 2-9.
- Fan, L., Zhu, Y., & Miao, Z. (2013). Textbook research in mathematics education: development status and directions. *ZDM*, 45(5), 633-646.
- Fraenkel, J. R., Wallen, N. E., & Hyun, H. H. (2011). *How to design and evaluate research in education*. New York: McGraw-Hill Humanities/Social Sciences/Languages.
- Fujita, T., & Jones, K. (2014). Reasoning-and-proving in geometry in school mathematics textbooks in Japan. *International Journal of Educational Research*, 64, 81-91.
- Grouws, D. A., Smith, M. S., & Sztajn, P. (2004). The preparation and teaching practices of United States mathematics teachers: Grades 4 and 8. In P. Kloosterman & F. K. Lester Jr. (Eds.), *Results and interpretations of the 1990-2000 mathematics assessments of the National Assessment of Educational Progress* (pp. 221-267). Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.
- Hanna, G. (1990). Some pedagogical aspects of proof. *Interchange*, 21(1), 6-13.
- Hanna, G. (2000). Proof, explanation and exploration: An overview. *Educational Studies in Mathematics*, 44, 5-23.
- Hanna, G. (2018). Reflections on proof as explanation. In *Advances in Mathematics Education Research on Proof and Proving* (pp. 3-18). Springer, Cham.
- Hanna, G., & de Bruyn, Y. (1999). Opportunity to learn proof in Ontario grade twelve mathematics texts. *Ontario Mathematics Gazette*, 37(4), 23-29.
- Harel, G., & Sowder, L. (1998). Students' proof schemes: Results from exploratory studies. In A. Schoenfeld, J. Kaput, & E. Dubinsky (Eds.), *Research in collegiate mathematics education, III* (pp. 234-283). Washington DC: Mathematical Association of America.
- Harel, G., & Sowder, L. (2007). Toward comprehensive perspectives on the learning and teaching of proof. *Second handbook of research on mathematics teaching and learning*, 2, 805-842.
- Healy L. & Hoyles C., (2000). A study of proof conceptions in algebra. *Journal for Research in Mathematics Education*, 31(4), 396-428.
- Herbst, P., & Brach, C. (2006). Proving and doing proofs in high school geometry classes: What is it that is going on for students?. *Cognition and Instruction*, 24(1), 73-122.
- Hersh, R. (1993). Proving is convincing and explaining. *Educational Studies in Mathematics*, 24(4), 389-399.
- Isler, I. (2015). *An Investigation of Elementary Teachers' Proving Eyes and Ears*. Unpublished Doctoral dissertation. The University of Wisconsin-Madison, USA.

- Jones, D. L., & Tarr, J. E. (2007). An examination of the levels of cognitive demand required by probability tasks in middle grades mathematics textbooks. *Statistics Education Research Journal*, 6(2), 4–27. doi:10.1.1.154.6160
- Knuth, E. (2002). Teachers conceptions of proof in the context of secondary school mathematics. *Journal for Research in Mathematics Education*, 5(1), 61–88.
- Knuth, E., Choppin, J., & Bieda, K. (2009). Middle school students' production of mathematical justifications. In D. Stylianou, M. Blanton, & E. Knuth (Eds.), *Teaching and learning proof across the grades: A K-16 perspective* (pp. 153–170). New York, NY: Routledge.
- Levin, S. W. (1998). Fractions and division: Research conceptualizations, textbook presentations, and student performances (Doctoral dissertation). University of Chicago. Dissertation Abstracts International, 59, 1089A.
- Li, Y. (2000). A comparison of problems that follow selected content presentations in American and Chinese mathematics textbooks. *Journal for Research in Mathematics Education*, 31, 234–241. doi:10.2307/749754
- Mariotti, M. A. (2006). Proof and proving in mathematics education. In A. Gutiérrez & P. Boero (Eds.), *Handbook of Research on the Psychology of Mathematics Education: Past, present and future* (pp. 173–204). Rotterdam, The Netherlands: Sense Publishers.
- Millî Eğitim Bakanlığı (MEB) (2018). Matematik Dersi Öğretim Programı (İlkokul ve Ortaokul 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 ve 8. Sınıflar). Ankara.
- Miyakawa, T. (2012). Proof in geometry: A comparative analysis of French and Japanese textbooks. *Proceedings of PME 36*, 3, 225–232.
- Moore, R.C. (1994). Making the transition to formal proof. *Educational Studies in Mathematics*, 27, 249–266.
- National Council of Teachers of Mathematics. (2000). *Principles and standards for school mathematics*. Reston, VA: NCTM.
- National Research Council. (2004). *On evaluating curricular effectiveness: Judging the quality of K–12 mathematics evaluations*. Washington, DC: National Academy Press.
- Newton, D. P., & Newton, L. D. (2007). Could elementary mathematics textbooks help give attention to reasons in the classroom? *Educational Studies in Mathematics*, 64, 69–84. doi:10.1007/s10649-005-9015-z
- Otten, S., Gilbertson, N. J., Males, L. M., & Clark, D. L. (2014). The mathematical nature of reasoning-and-proving opportunities in geometry textbooks. *Mathematical Thinking and Learning*, 16(1), 51–79.
- Ozgur, Z. (2017) *Relationships Between Students' Conceptions of Proof and Classroom Factors*. Unpublished Doctoral dissertation. The University of Wisconsin-Madison, USA.
- Pickle, M. C. C. (2012). Statistical content in middle grades mathematics textbooks. (Unpublished doctoral dissertation). University of South Florida, USA.
- Reid, D. (2005). The meaning of proof in mathematics education. In M. Bosch (Ed.), *Proceedings of the 4th Conference of the European Society for Research in Mathematics Education* (pp. 458–468). Sant Feliu de Guixols, Spain.
- Remillard, J. T. (2005). Examining key concepts in research on teachers' use of mathematics curricula. *Review of Educational Research*, 75(2), 211–246.
- Reys, B. J., Reys, R. E., & Chávez, O. (2004). Why mathematics textbooks matter. *Educational Leadership*, 61(5), 61–66. <http://www.ascd.org/publications/educational-leadership.aspx>
- Seah, W. T., & Bishop, A. J. (2000). Values in mathematics textbooks: A view through two Australasian regions. *Paper presented at the 81st annual meeting of the American Educational Research Association*, New Orleans, LA.
- Schoenfeld, A.H. (1994). What do we know about mathematics curricula? *Journal of Mathematical Behavior*, 13(1), 55–80.
- Stacey, K., & Vincent, J. (2009). Modes of reasoning in explanations in Australian eighth-grade mathematics textbooks. *Educational Studies in Mathematics*, 72(3), 271–288.
- Stein, M. K., Remillard, J. T., & Smith, M. S. (2007). How curriculum influences student learning. In F. K. Lester, Jr., (Ed.). *Second handbook of research on mathematics teaching and learning* (pp. 319–369). Charlotte, NC: Information Age Publishing.
- Stylianides, A. J. (2007). Proof and proving in school mathematics. *Journal for Research in Mathematics Education*, 38(3), 289–321.
- Stylianides, A. J., Bieda, K. N., & Morselli, F. (2016). Proof and argumentation in mathematics education. In A. Gutiérrez, G. C. Leder, & P. Boero (Eds.), *The second handbook of research on the psychology of mathematics education* (pp. 315–351). Rotterdam: Sense Publishers.

- Stylianides, G. J. (2009). Reasoning-and-proving in school mathematics textbooks. *Mathematical Thinking and Learning*, 11(4), 258–288.
- Stylianides, G. J. (2014). Textbook analyses on reasoning-and-proving: Significance and methodological challenges. *International Journal of Educational Research*, 64, 63–70.
- Stylianides, G. J., Stylianides, A. J., & Weber, K. (2017). Research on the teaching and learning of proof: Taking stock and moving forward. In J. Cai (Ed.), *Compendium for research in mathematics education* (pp. 237–266). Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.
- Stylianou, D. A., Blanton, M. L., Knuth, E. J. (Eds.). (2010). *Teaching and learning proof across the grades: A K-16 perspective*. Routledge & National Council of Teachers of Mathematics.
- Thompson, D. R., Senk, S. L., & Johnson, G. J. (2012). Opportunities to learn reasoning and proof in high school mathematics textbooks. *Journal for Research in Mathematics Education*, 43, 253–295.
- Uğurel, I.; Moralı, S. (2010). Bir Ortaöğretim Matematik Dersindeki İspat Yapma Etkinliğine Yönelik Sınıf içi Tartışma Sürecine Öğrenci Söylemleri Çerçevesinde Yakından Bakış, *Buca Eğitim Fakültesi Dergisi*, 28, 135 – 154.
- Vincent, J., & Stacey, K. (2008). Do mathematics textbooks cultivate shallow teaching? Applying the TIMSS video study criteria to Australian eighth-grade mathematics textbooks. *Mathematics Education Research Journal*, 20(1), 82–107.
- Valverde, G. A., Bianchi, L. J., Wolfe, R. G., Schmidt, W. H., & Houang, R. T. (2002). *According to the book: Using TIMSS to investigate the translation of policy into practice through the world of textbooks*. Dordrecht, The Netherlands: Kluwer Academic Publishers.

İletişim/Correspondence

Dr. Muhammed Fatih DOĞAN
mfatihdogan@adiyaman.edu.tr