


## ÇOKLU DOĞRUSAL REGRESYON ANALİZİ GÜVENİLİRLİĞİNİN JACKKNİFE TEKNİĞİ İLE SINANMASINA YÖNELİK BİR ARAŞTIRMA\*

Arş. Gör. Dr. Safa HOŐ 

### ÖZET

*Bilimsel çalışmalar için kullanılan örneklem genişliği oldukça önemli bir konudur. Seçilen örneklemin anakütleyi temsil etme yeteneğinin olması için araştırmacılar yoğun çaba harcarlar. Örneklem genişliği ne kadar artarsa, örneklemin anakütleyi temsil etme yeteneği de o kadar artar. Sağlık bilimleri başta olmak üzere hemen hemen tüm bilimlerde ortak sorun ise yeterli örneklem genişliğine ulaşmanın güçlüğüdür. Örneklem genişliğini arttırmak için çok fazla zaman harcanacak olması ya da maliyetinin çok yüksek olması gibi pek çok sebepten dolayı araştırmacılar yeterli örneklem genişliğine ulaşmakta zorlanabilmektedir. Bu çalışmada düşük örneklem genişliğine sahip bir veri setine çoklu doğrusal regresyon analizi uygulanmıştır. Elde edilen tahmin sonuçlarının güvenilirliği ise Jackknife Tekniği kullanılarak değerlendirilmiştir. Düşük örneklem genişliğine sahip çalışmalardan elde edilen sonuçların anakütke için genellenebilirlik durumunu mevcut örneklem grubu ile tekrarlı ölçümler yaparak değerlendirilmesinden dolayı Jackknife Tekniği tercih edilmiştir. Çoklu doğrusal regresyon analizi sonucu elde edilen katsayılar Jackknife Tekniği ile hesaplanan güven aralıkları içerisinde yer almış ve sonuçların güvenilir olduğu gösterilmiştir.*

**Anahtar Kelimeler:** Regresyon Analizi, Jackknife Tekniği.

**JEL Kodları:** C10, C18, C83

## A RESEARCH ON THE TESTING OF THE RELIABILITY OF MULTIPLE LINEAR REGRESSION ANALYSIS WITH JACKKNIFE TECHNIQUE

### ABSTRACT

*The sample size used for scientific studies is a very important issue. Researchers make intensive efforts to ensure that the selected sampling has the ability to represent the main mass. The common problem in almost all sciences, especially in health sciences, is the difficulty of reaching a sufficient sample size. In order to increase the sample size, as too much time will be spent or the cost will be very high, for many reasons, researchers may find it difficult to reach a sufficient sample size. In this study, multiple linear regression analysis was applied to a data set with low sample width. The reliability of acquired estimation results was tested using the Jackknife Technique. The coefficients obtained as a result of the*

\* 18. Uluslararası İşletmecilik Kongresinde sunulan “Çoklu Doğrusal Regresyon Analizi Güvenilirliğinin Jackknife Tekniği İle Sinanmasına Yönelik Bir Araştırma” isimli bildiri çalışmasından türetilmiştir

\* Hitit Üniversitesi, İ.İ.B.F., İşletme Bölümü, Çorum, Türkiye, e-mail: [safahos@hitit.edu.tr](mailto:safahos@hitit.edu.tr)

#### **Makale Gecmişi/Article History**

Başvuru Tarihi / Date of Application : 18 Ekim / October 2019

Düzeltilme Tarihi / Revision Date : 15 Ekim / October 2020

Kabul Tarihi / Acceptance Date : 30 Kasım / November 2020

*multiple linear regression analysis were within the confidence intervals calculated with the Jackknife Technique and the results were found to be reliable.*

**Key Words:** *Regression Analysis, Jackknife Technique.*

**JEL Codes:** *C10, C18, C83*

## 1. GİRİŞ

Bilimsel bir araştırmaya konu olan ve ilgilenilen özellikleri bünyesinde barından tüm gözlemlerin oluşturduğu büyük gruba anakütle, anakütle hakkında yorum yapabilme imkânı sağlayan anakütle içinden seçilmiş sayılı gözlemlerin oluşturduğu küçük gruba ise örneklem denir. Araştırmacılar için yapmış oldukları bilimsel çalışmaların geçerlilik ve güvenilirliğini etkileyen en önemli faktörlerden biri de örneklem grubunun oluşturulmasıdır. (Mertens, 2014). Örneklem ise anakütleyi en iyi yansıtan ve temsil eden birimlerden oluşur. Araştırmacılar bilimsel çalışmalarının amacına uygun olarak anakütleyi belirledikten sonra örneklem grubunu oluştururlar. Anakütle çok büyük olduğunda veya anaküttelede yer alan tüm birimlere ulaşmak zor olduğunda araştırmacılar anakütleyi temsil etme yeteneği olan örneklem gruplarıyla çalışmayı tercih ederler. Araştırmacılar bilimsel çalışmalarında genel yargılara varmak için ihtiyacı olan verileri ise örneklem grubundan toplarlar. Bu nedenle örneklem grubu oluşturma işlemi bilimsel araştırmalar için hayati önem taşımakta, bilimsel çalışmalardan elde edilen sonuçların güvenilirliğini direk olarak etkilemektedir. Bilimsel araştırmalar için örneklemin ne büyüklükte olması gerektiği ise araştırmacı tarafından tespit edilmelidir. Örneklem büyüklüğü (genişliği) hem zaman ve maliyet kriterlerine hem de araştırmada uygulanacak analiz türüne uygun olarak belirlenmelidir. Örneklem genişliği araştırmanın türüne göre değişmektedir. Özellikle çok değişkenli istatistiksel analizler yapılacak ise bu analizlerin gerektirdiği özel koşullar dikkate alınmalıdır.

Örneklem genişliğinin olabildiğince yüksek olması, sonuçların daha güvenilir olacağı anlamına gelmektedir. Bunun nedeni ise örneklemin anakütleye yakınlaşıyor olmasıdır. Fakat bazı bilimsel çalışmalar için yeterli örneklem genişliğine ulaşmak zor olmakta, bazıları için ise mümkün olamayabilmektedir.

Örneklem genişliğinin düşük olduğu çalışmalarda elde edilen sonuçların güvenilirliği de genelde düşük olmakla birlikte, anakütle için yorum yapabilme durumunu da zorlaştırmaktadır. Bu gibi durumlarda araştırmacılar Jackknife Tekniğini kullanarak düşük örneklem genişliğine sahip çalışmaların güvenilirliğini değerlendirebilirler (Zaman ve Alakuş, 2015: 650).

Jackknife Tekniği, yapılan çalışmalardan elde edilen tahmin sonuçlarının anakütle için kabul edilebilir olma durumunun incelenmesine imkân sağlamaktadır. Bu sayede araştırmacılar yeterli örneklem genişliğine ulaşamadıkları çalışmalarında sonuçların güvenilirliğini değerlendirebilirler. Araştırmacılar genellikle yeterli örneklem genişliğine ulaşamadıkları zaman tekrarlı ölçümler yaparak sonuçların güvenilirliğini değerlendirirler. Burada tekrarlı ölçümler yapabilmek, aynı örneklem grubuna

farklı zamanlarda belirli periyotlarla ölçümler yapmayı ifade eder ki bu durum yapılacak araştırmaya ayrılacak zamanı ve maliyetleri arttırır. Jackknife Tekniği tekrarlı ölçümler yapmak yerine sonuçların tekrarlanabilirliği ile ilgilenecek araştırmacılara büyük kolaylık sağlamış olur.

Bu çalışmanın amacı düşük örneklem genişliğine sahip bir veri setinden elde edilen sonuçların güvenilirliğini ve geçerliğini Jackknife Tekniği ile sınımlamaktır. Bu nedenle çalışmada düşük örneklem genişliğine sahip bir veri setine çoklu doğrusal regresyon analizi uygulanmıştır. Daha sonra elde edilen tahmin sonuçlarının anakütle için genelleştirilebilme ve tahminlerin güvenilir olma durumu Jackknife Tekniği kullanılarak değerlendirilmiş ve örnek bir uygulama üzerinde gösterilmiştir.

## 2. LİTERATÜR TARAMASI

Literatürde Jackknife Tekniği çok yaygın olarak kullanılmasa da oldukça önemli istatistiksel tekniklerden biridir. Özellikle istatistiksel yanlışlıkları ortadan kaldırarak güven aralıkları oluşturmak için Jackknife Tekniği kullanılır. Quenouille (1949) tarafından yapılan çalışma ile literatüre kazandırılan Jackknife Tekniği, Tukey (1958) tarafından geliştirilerek yeniden örnekleme yöntemleri arasında önemli bir istatistiksel teknik haline gelmiştir.

Literatürde Jackknife Tekniği ile ilgili yapılan çalışmalara bakıldığında Fox ve vd. (1978) yapmış oldukları çalışmada Jackknife Tekniği ile doğrusal olmayan regresyon arasındaki ilişkiyi incelemiş ve parametreler için güven sınırlarını Jackknife Tekniği ile belirlemişlerdir.

Jie ve Wang (1994) çalışmalarında ise parametrelerin tahmin edilmesinde Jackknife Tekniğinin istatistiksel yanlışlığı etkili bir şekilde azaltabileceğini ve böylece daha doğru parametre tahminlerinin yapılabileceğini vurgulamışlardır.

Şahinler ve Topuz (2007) ile Abdi ve Williams (2010) çalışmalarında ise doğrusal regresyon için yeniden örnekleme yöntemi olan Jackknife Tekniğine odaklanmış ve regresyon katsayılarının, standart sapmaların ve güven aralıklarının bu teknik ile çözümünü açıklamışlardır.

Kayri ve Bozkurt (2009) çalışmalarında örneklem genişliğinin düşük olduğu çalışmalarda parametre tahmini ve güven aralıklarının belirlenmesi için yine Jackknife Tekniğini kullanmışlar ve sonuçların genellebilir olduğunu vurgulamışlardır.

Temel ve vd. (2012) yapmış oldukları çalışmada ise yeniden örnekleme yöntemleri olan Jackknife, Bootstrap ve Çarpaz Geçerlilik yöntemlerini karşılaştırmışlar ve Jackknife Tekniğinin diğer yöntemlere kıyasla daha iyi bir yöntem olduğuna karar vermişlerdir.

Zaman ve Alakuş (2015) yapmış oldukları çalışmada Ondokuz Mayıs Üniversitesinde görev yapan araştırma görevlilerinin tükenmişlik düzeylerini incelemişler, elde edilen sonuçların geçerlilik ve güvenilirliğini Jackknife tekniği ile değerlendirmişlerdir.

Adhiambo vd. (2017) simülasyon çalışması ile farklı regresyon modellerini Jackknife Tekniğini kullanarak karşılaştırmışlar ve Nadaraya Watson tahmincisini kullanan regresyon modelinin Jackknife Tekniği ile belirlenen en iyi güven aralığına sahip model olduğu sonucuna ulaşmışlardır.

Türkan ve Özel (2018) çalışmalarında negatif binomial regresyon modelinde çoklu bağlantı problemini gidermek ve biası azaltmak için Jackknife tahmin edicilerin tercih edilmesi gerektiğini bir simülasyon çalışması ile ortaya koymuşlardır.

Zaman ve Alakuş (2019) çalışmalarında sahibinden.com web sitesinde yer alan 25 reklamdan alınan Beetle otomobil markasına ait fiyat, yakıt, kasa tipi, satıcı, sunroof, rüzgâr siperi, döşemelik, yaş ve motor boyutu değişkenlerini çoklu doğrusal regresyon analizi ile modellemişler, bağımsız değişkenlere ait parametre tahmin sonuçlarının popülasyona yönelik genelleme koşulunu yine Jackknife Tekniği yardımıyla değerlendirmişlerdir.

Wang ve Yu (2020) çalışmalarında ise parametrelerin tahmin kalitesini değerlendirmek üzere Jackknife Tekniğinin kullanılmasını önermişler ve Jackknife Tekniğinin örneklem boyutuna bağlı olduğunu ortaya koymuşlardır.

### 3. YÖNTEM

Çalışmada düşük örneklem genişliğine sahip bir veri seti için çoklu doğrusal regresyon analizi uygulanmış ve sonuçların güvenilirliği Jackknife Tekniği ile değerlendirilmiştir. Çalışmanın örneklem grubunu Çorum ilinde yaşayan ve insülin direnci (İD) olduğu kanıtlanmış 13 bayan hasta oluşturmaktadır. Çalışmada yer alan 13 hastada beden kitle indeksi (BKİ) değerleri 30 ve üzerinde bulunmuş ve bu hastalara obez ve morbid tanısı konulmuştur. BKİ sınıflaması aşağıda Tablo 1'de gösterilmiştir.

**Tablo 1. BKİ'ne Göre Obezite Sınıflaması**

| SINIFLAMA                | BKİ             |
|--------------------------|-----------------|
| Zayıf                    | <18,5           |
| Normal Kilolu            | 18,5-24,9       |
| Fazla Kilolu             | 25-29,9         |
| Obezite(Derece1/Derece2) | 30,34,9/35-39,9 |
| Morbid                   | ≥40             |

**Kaynak:** Kalan ve Yeşil, 2010: 78.

Beden kitle indeksi; vücut ağırlığı (kg)/(boy (m))<sup>2</sup> şeklinde hesaplanmaktadır ve bu değerler *Dünya Sağlık Örgütü* tarafından kabul edilmiş değerlerdir.

Obezite ile alakalı sağlık sorunları araştırmalarında obezitenin insülin direnci ile ilişkili olduğu bulunmuştur (Köskenli, 2014: 4). Yine obezite ile ilgili yapılan çalışmalar bel çevresi (BÇ) değerlerinin de obeziteyle ilişkili olduğunu göstermektedir (Köskenli, 2014: 9).

Örneklem grubunu oluşturan 13 bayan hastanın BKİ ve BÇ (cm) değerleri ölçülmüştür. İnsülin Direnci ve Bel Çevresinin Beden Kitle İndeksi üzerindeki etkisini araştırmak için çoklu doğrusal regresyon analizi uygulanmıştır. Analiz sonucunda elde edilen tahmin sonuçlarının güvenilirliğini değerlendirmek için Jackknife Tekniği uygulanmış ve sonuçlar karşılaştırılmıştır. Çoklu doğrusal regresyon analizi çözümü için SPSS 18 paket programından faydalanılmıştır.

### 3.1. Regresyon Analizi

Regresyon analizi tüm bilimler için oldukça önemli istatistiksel bir tekniktir. Uygulamanın kolay ve anlaşılabilir olması ile birlikte istatistiksel paket programları sayesinde hızlıca sonuç vermesi, bilimsel çalışmalarda regresyon analizine olan ilginin artmasına ve tüm alanlarda yaygın olarak kullanılmasına neden olmaktadır.

Regresyon analizi, bir bağımlı değişken ile bir veya birden çok bağımsız değişken arasındaki ilişkiyi inceler. Regresyon analizinde yer alan bu değişkenler arasında bir sebep-sonuç ilişkisi vardır ve bu ilişki matematiksel bir model ile açıklanmaktadır. Bu modele ise regresyon denklemi ya da regresyon modeli denir. Bir bağımlı değişken ve bir bağımsız değişkenden oluşan modele basit regresyon modeli, bir bağımlı değişken ve birden çok bağımsız değişkenden oluşan modele ise çoklu regresyon modeli denilmektedir. Burada amaç bağımsız değişken ya da değişkenler yardımı ile bağımlı değişken hakkında kestirim yapabilecek bir tahmin denklemi oluşturmaktır (Bowerman vd., 2012: 491).

Regresyon analizi tekniğini kullanarak güvenilir tahminler yapabilmek için modelde yer alan değişkenler arasındaki ilişkinin durumunu bilmek gerekmektedir (Erilli ve Alakuş, 2016: 29). Değişkenler arasındaki ilişkinin durumuna (doğrusal, logaritmik, üstel vb.) göre kullanılacak regresyon analizi tekniği değişmektedir. Regresyon analizi özellikle dağılım özelliklerinden çok fazla etkilenmektedir (Kılıç, 2013: 91).

Regresyon analizi ile doğru kararlar verebilmek için uygun regresyon analizi tekniğinin belirlenmesi önemlidir. Uygun olmayan regresyon analizi tekniği hatalı sonuçlar elde edilmesine neden olacaktır. Hem basit regresyon analizi hem de çoklu regresyon analizi sonuçlarının güvenilir olması regresyon modeline ait varsayımların sağlanabilmesine bağlıdır.

#### 3.1.1. Çoklu Doğrusal Regresyon Analizi

Bir bağımlı ve birden çok bağımsız değişken olduğu durumlarda değişkenler arasındaki ilişkiyi inceleyen çoklu doğrusal regresyon modeli aşağıdaki gibi ifade edilir.

$$Y = \beta_0 + \beta_1 X_1 + \beta_2 X_2 + \dots + \beta_n X_n + \varepsilon \quad (1)$$

Çoklu doğrusal regresyon analizinin kullanılabilmesi için modelin sahip olduğu varsayımların sağlanması gerekmektedir. Bu regresyon modeline ait varsayımlar ise şöyle özetlenebilir (Şahinler, 2000: 61).

- Normallik varsayımı
- Doğrusallık varsayımı
- Sabit Varyans varsayımı
- Otokorelasyon olmaması
- Bağımsız değişkenler arası çoklu bağlantı sorununun olmaması
- Hata terimlerinin sıfır ortalamaya sahip olması

### 3.2. Jackknife Tekniği

Bilimsel çalışmaların en önemli aşamalarından birisi anakütleyi temsil etme yeteneğine sahip örneklemin belirlenmesidir. Anakütle hakkında geçerli ve güvenilir tahmin yapılabilmesi için örneklem hatasının az olması beklenir. Anakütle parametrelerinin tahmininde küçük güven aralıkları elde edilerek örnekleme hatasını en aza indirmek için Jackknife Tekniği geliştirilmiştir.

Quenouille 1949 yılında ortaya koyduğu bu tekniği 1956 yılında geliştirmiş ve biası ortadan kaldıran bir yöntem olduğunu belirtmiştir (Miller, 1974: 1). Daha sonra, Tukey tarafından bu yöntem güven aralıkları oluşturmak için genişletilmiştir (Tukey, 1958).

Örneklem genişliğinin düşük olduğu bilimsel çalışmalarda, örneklemden elde edilen sonuçların tekrarlanabilirliğini sağlayan Jackknife Tekniği, yeniden örnekleme ya da iç tekrarlama yöntemi olarak da düşünülebilir (Bekiroğlu vd., 2013: 63). Jackknife Tekniği değişkenlerin dağılımındaki varsayımlarını dikkate almayan bir tekniktir (Erilli ve Alakuş, 2016: 33). Bu tekniğin temel mantığı ise  $n$  gözlemlili bir örneklem grubunda, gözlemlerin sırayla çıkarılmasıyla  $n-1$  gözlemlili  $n$  tane farklı jackknife örneklem grubu oluşturmaktır. Bu sayede yalancı değerler (pseudo values) elde edilir. Burada amaç ise her bir gözlemin dışarıda bırakılmasıyla biası azaltmak ve örneklem hatasını minimize etmektir (Temel ve Erdoğan, 2011: 46).

Jackknife Tekniği ile yalancı değerler hesaplanırken;

$$J_i(\sigma) = n * \sigma - (n - 1) * \sigma_i \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (2)$$

formülü kullanılır. Burada;

- $J_i(\sigma)$ =  $i$ -nci gözlem çıkarıldığında hesaplanan yalancı değer
- $\sigma$  = tüm gözlemler kullanılarak hesaplanan tahmin edici
- $\sigma_i$ =  $i$ -nci gözlem çıkarıldıktan sonra hesaplanan tahmin edici

olarak ifade edilir. Son olarak jackknife tekniğinin yalancı değerler ortalaması;

$$J(\sigma) = \left[ \sum_{i=1}^n J_i(\sigma) \right] / n \quad (3)$$

formülü ile hesaplanır (Bekiroğlu vd, 2013: 65).

#### 4. BULGULAR

Çalışmada kullanılan 13 bayan hastaya ait Beden Kitle İndeksi (BKİ), İnsulin Direnci (İD) ve Bel Çevresi (BÇ) değerleri hesaplanmış ve Tablo 2’de gösterilmiştir.

**Tablo 2. Araştırmada Kullanılan Veri Seti**

| Hasta Sayısı | BKİ   | İD    | BÇ  |
|--------------|-------|-------|-----|
| 1            | 47,20 | 4,65  | 127 |
| 2            | 33,70 | 4,01  | 106 |
| 3            | 34,70 | 4,02  | 105 |
| 4            | 45,50 | 4,32  | 117 |
| 5            | 30,40 | 3,83  | 101 |
| 6            | 48,30 | 11,90 | 104 |
| 7            | 43,10 | 4,73  | 121 |
| 8            | 32,90 | 4,04  | 114 |
| 9            | 37,10 | 4,05  | 115 |
| 10           | 31,80 | 4,38  | 105 |
| 11           | 39,70 | 4,52  | 115 |
| 12           | 46,30 | 4,05  | 130 |
| 13           | 37,60 | 3,90  | 125 |

Yukarıdaki veri seti incelendiğinde hastaların hepsinin beden kitle indeksi değerlerinin 30’un üzerinde olduğu görülmektedir. Çalışmada insülin direnci ve bel çevresi bağımsız değişkenler, beden kitle indeksi ise bağımlı değişken olarak tanımlanmıştır. İnsülin direnci ve bel çevresi ölçümlerinin beden kitle indeksi üzerindeki etkisini incelemek için bu veri setine çoklu doğrusal regresyon analizi uygulanmış ve sonuçlar aşağıdaki Tablo 3’de gösterilmiştir.

**Tablo 3. Çoklu Doğrusal Regresyon Analizi Sonuçları**

| Standardize Edilmemiş Katsayılar |           |        | Standardize Edilmiş Katsayılar |        |          | Çoklu Doğrusal Bağlantı (Collinearity Statistic) |       |
|----------------------------------|-----------|--------|--------------------------------|--------|----------|--|-------|
| $\beta$                          | Std. Hata |        | $\beta$                        | t      | p-değeri | Tolerance  | VIF   |
| Sabit                            | -29,356   | 11,821 |                                | -2,483 | ,032     |  |       |
| BÇ                               | ,511      | ,097   | 0,772                          | 5,282  | ,000     | 0,924  | 1,082 |
| İD                               | 2,099     | ,430   | 0,713                          | 4,877  | ,001     | 0,924  | 1,082 |

Regresyon analizi sonuçları incelendiğinde kurulacak regresyon modeli;

$$BKİ = -29,356 + 0,511BÇ + 2,099İD$$

şeklinde. BÇ değişkeninde meydana gelecek 1br’lik artış BKİ değişkeninde 0,511br’lik bir artışa sebep olurken, İD değişkenindeki 1br’lik artış BKİ değişkeninde 2,099br’lik bir artışa neden olmaktadır. Regresyon analizi sonuçlarına göre modeldeki tüm katsayılar istatistiksel olarak anlamlıdır (p-değeri<0,05). Çoklu doğrusal bağlantı değerlerine bakıldığında Tolerance değerlerinin 1’e yakın ve VIF



değerlerinin 10'dan küçük olduğu görülmektedir. Bu sonuç regresyon modelinde bağımsız değişkenler arasında çoklu bağlantı probleminin olmadığını göstermektedir. Regresyon modelinin anlamlılığını test etmek için anova testi uygulanmış ve sonuçlar aşağıdaki Tablo 4'de gösterilmiştir.

**Tablo 4. Anova Testi Sonuçları**

|           | Kareler Toplamı | s.d | Kareler Ortalaması | F      | p-değeri |
|-----------|-----------------|-----|--------------------|--------|----------|
| Regresyon | 386,383         | 2   | 193,191            | 20,290 | ,000     |
| Artıklar  | 95,217          | 10  | 9,522              |        |          |
| Toplam    | 481,600         | 12  |                    |        |          |

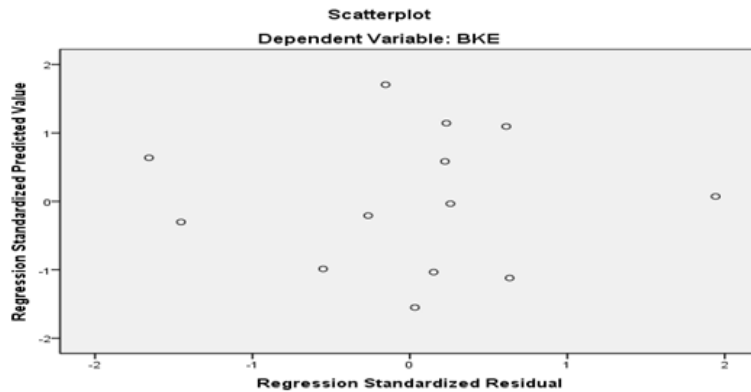
Anova testi sonuçlarına göre kurulan regresyon modeli istatistiksel olarak anlamlıdır (p-değeri<0,05). Modelin özeti ise aşağıdaki Tablo 5'de gösterilmiştir.

**Tablo 5. Regresyon Modelinin Özeti**

| R     | R <sup>2</sup> | Düzeltilmiş R <sup>2</sup> | Tahminin Std. Hatası | Durbin-Watson |
|-------|----------------|----------------------------|----------------------|---------------|
| 0,896 | 0,802          | 0,763                      | 3,08573              | 1,454         |

Tablo 5'e bakıldığında R<sup>2</sup> değerinin 0,802 olduğu görülmektedir. Bu sonuca göre bağımsız değişkenler bağımlı değişkende meydana gelen değişimlerin %80,2'sini açıklayabilmektedir. Çoklu doğrusal regresyon analizinde düzeltilmiş R<sup>2</sup> değerine bakılarak yorum yapmak da tercih edilir. Düzeltilmiş R<sup>2</sup> değeri ise 0,763 olarak bulunmuştur. Çoklu doğrusal regresyon analizinde sabit varyans varsayımı Tablo 6'de gösterilmiştir.

**Tablo 6. Sabit Varyans Varsayımı**

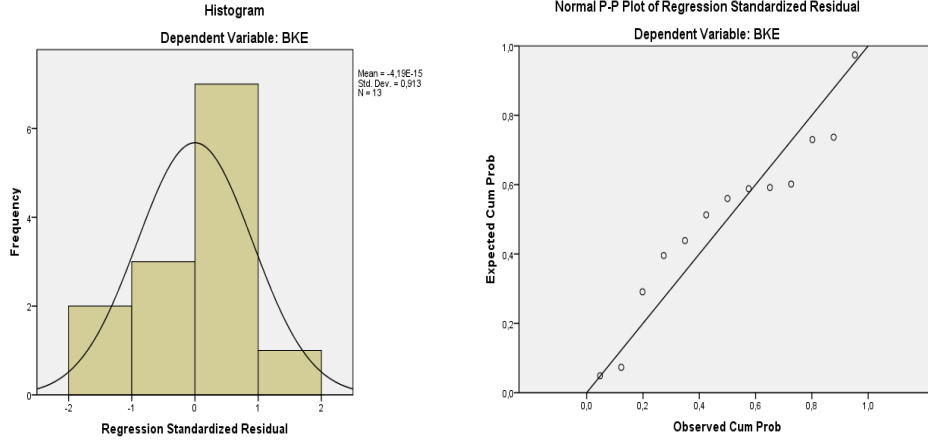


Sabit varyans varsayımı için grafik içerisindeki noktaların dağılımına bakıldığında rastgele bir dağılım olduğu görülmektedir. Bu dağılım da bize modelin sabit varyans varsayımını sağladığını göstermektedir.



Çoklu doğrusal regresyon modelinin en önemli varsayımlarından olan normallik ve doğrusallık varsayımları test edilerek aşağıdaki Tablo 7’de gösterilmiştir.

**Tablo 7. Normallik ve Doğrusallık Varsayımları**



Parametrik bir test olan çoklu doğrusal regresyon analizinin normallik varsayımını ve doğrusallık varsayımını sağladığı görülmektedir.

Genel bir ifadeyle çalışmada çoklu doğrusal regresyon analizinin tüm varsayımları test edilmiş ve uygulanabileceği kanıtlanmıştır. Ayrıca kurulan regresyon modeli anlamlı çıkmıştır.

Jackknife Tekniğinde gözlemler sırayla örneklemden çıkarılmakta ve kalan her örneklem grubu için standardize edilmiş  $\beta$  katsayıları ve  $R^2$  değerleri hesaplanmaktadır. Çalışmada kullanılan veri seti için çıkarılan her bir hastadan sonra elde edilen standardize edilmiş  $\beta$  katsayıları ve  $R^2$  değerleri aşağıdaki Tablo 8’de verilmiştir.

**Tablo 8. Çıkarılan Gözlemlerden Sonra Elde Edilen Değerler**

| Çıkarılan Hasta | Standardize edilmiş $\beta$ katsayıları |       |       |
|-----------------|---|-------|-------|
|                 | İD                                      | BÇ    | $R^2$ |
| 0               | 0,713                                   | 0,772 | 0,802 |
| 1               | 0,761                                   | 0,721 | 0,779 |
| 2               | 0,738                                   | 0,78  | 0,789 |
| 3               | 0,747                                   | 0,792 | 0,804 |
| 4               | 0,761                                   | 0,785 | 0,844 |
| 5               | 0,778                                   | 0,774 | 0,762 |
| 6               | 0,319                                   | 0,732 | 0,797 |
| 7               | 0,725                                   | 0,761 | 0,796 |
| 8               | 0,716                                   | 0,799 | 0,797 |
| 9               | 0,709                                   | 0,776 | 0,802 |
| 10              | 0,745                                   | 0,758 | 0,784 |
| 11              | 0,714                                   | 0,772 | 0,804 |
| 12              | 0,753                                   | 0,693 | 0,778 |
| 13              | 0,7                                     | 0,814 | 0,868 |

Her bir gözlem örneklem grubundan çıkarılarak kalan gözlemlerle çoklu doğrusal regresyon analizi yapılmış ve sonuçlar Tablo 8'deki gibi bulunmuştur. Elde edilen yeni örneklem grubuna Jackknife Tekniği uygulanmış ve yalancı değerler aşağıda Tablo 9'da gösterilmiştir.

**Tablo 9. Jackknife Tekniği İle Hesaplanmış Yalancı Değerler**

| Çıkarılan Hasta | Yalancı değerler |       |                |
|-----------------|------------------|-------|----------------|
|                 | İD               | BÇ    | R <sup>2</sup> |
| 0               | 0,713            | 0,772 | 0,802          |
| 1               | 0,137            | 1,384 | 1,078          |
| 2               | 0,413            | 0,676 | 0,958          |
| 3               | 0,305            | 0,532 | 0,778          |
| 4               | 0,137            | 0,616 | 0,298          |
| 5               | -0,067           | 0,748 | 1,282          |
| 6               | 5,441            | 1,252 | 0,862          |
| 7               | 0,569            | 0,904 | 0,874          |
| 8               | 0,677            | 0,448 | 0,862          |
| 9               | 0,761            | 0,724 | 0,802          |
| 10              | 0,329            | 0,940 | 1,018          |
| 11              | 0,701            | 0,772 | 0,778          |
| 12              | 0,233            | 1,720 | 1,090          |
| 13              | 0,869            | 0,268 | 0,010          |

Jackknife Tekniği uygulandığında elde edilen yalancı değerler yukarıda belirtilmiştir. İnsülin Direnci (İD) ve Bel Çevresi (BÇ) bağımsız değişkenleri ve R<sup>2</sup> için Tablo 9'da hesaplanan yalancı değerler kullanılarak Jackknife tahmin edicileri hesaplanacak ve çoklu doğrusal regresyon analizi sonuçları ile karşılaştırılacaktır. Jackknife Tekniği ile elde edilen  $\beta$  katsayıları, bu katsayıların istatistiksel olarak anlamlılıkları ve %95 güven düzeyinde oluşturulan güven aralıkları aşağıda Tablo 10'da verilmiştir

**Tablo 10. Jackknife Tekniği Sonuçları**

| Jackknife Tekniği Katsayıları |         |               |          |          |           | Çoklu Doğrusal Regresyon Analizi Sonucu Bulunan Katsayılar |           |
|-------------------------------|---------|---------------|----------|----------|-----------|--|-----------|
|                               | $\beta$ | Standart Hata | t değeri | P-değeri | Alt Sınır |  | Üst Sınır |
| İD                            | 0,8012  | 0,3646        | 2,197    | 0,047    | 0,1352    | 1,5890   | 0,713     |
| BÇ                            | 0,8397  | 0,1031        | 8,137    | 0,000    | 0,6167    | 1,0626   | 0,772     |
| R <sup>2</sup>                | 0,8208  | 0,0861        | 9,53     | 0,000    | 0,6347    | 1,0069   | 0,802     |

Jackknife Tekniği ile hesaplanmış katsayılar incelendiğinde İD değişkeni için 0,8012, BÇ için 0,8397 ve R<sup>2</sup> için 0,8208 olarak bulunmuş ve bu katsayıların tamamı istatistiksel olarak anlamlı bulunmuştur (p-değeri<0,05). Ayrıca çoklu doğrusal regresyon analizi sonucu elde edilen katsayılar ile Jackknife Tekniği ile hesaplanmış katsayılar birbirlerine yakın değerlerdir. Çoklu doğrusal regresyon

analizi sonucu elde edilen katsayıların Jackknife Tekniği ile oluşturulan güven aralıkları içerisinde yer alması, anakütle için genelleştirilebilir tahmin yapılabileceğini göstermektedir.

## SONUÇ

Örneklem genişliğinin düşük olduğu çalışmalarda elde edilen tahmin sonuçlarının anakütle için genelleştirilebilmesi için tekrarlı ölçümler yapılması ve elde edilen tahmin sonuçlarının birbirine benzer olması beklenir. Bunun nedeni örneklemden kaynaklanacak hatayı azaltma düşüncesidir. Fakat mevcut örneklem grubuyla farklı zamanlarda tekrarlı ölçümler yapmak hem daha fazla zaman hem de daha fazla maliyet gerektirir. Jackknife Tekniği ise örneklem grubuyla tekrarlı ölçümler yapmak yerine sonuçların tekrarlanabilirliği ile ilgilenmektedir. Bu teknik orijinal veri setinden yeniden örnekleme yaparak yeni veri setleri oluşturup orijinal veri setinden en iyi şekilde faydalanmayı amaçlamaktadır.

Jackknife Tekniği tekrarlı ölçümler yapmak yerine sonuçların tekrarlanabilirliği ile ilgilendiği için literatürde yeniden örnekleme yöntemi olarak sınıflandırılmıştır. Jackknife Tekniği ile birlikte Bootstrap ve Çapraz Geçerlilik yöntemleri diğer yeniden örnekleme yöntemleridir. Burada Jackknife Tekniği diğer yöntemlere göre istatistiksel yanlılığı azaltmakta daha iyi olduğundan tercih edilmiştir (Temel ve ark., 2012: 6).

Değişkenler arasındaki ilişkilerin modellenmesi, kurulan modelde bulunan katsayılar ve katsayıların istatistiksel anlamlılıkları, örneklem genişliğinden etkilenmektedir. Çünkü örneklem istatistiklerinden faydalanarak anakütle parametreleri hakkında yorum yapılabilmesi, anakütleyi temsil edecek büyüklükte örneklemin oluşturulmasına bağlıdır. Burada örneklem genişliği arttıkça örneklemin anakütleye yaklaştığı düşüncesi, bilimsel çalışmalar için büyük örneklem genişliklerine ulaşmanın önemini ortaya koymaktadır. Buradan hareketle istatistiksel olarak yapılan anlamlılık testleri örneklem genişliğine bağlı bir fonksiyon olarak düşünülebilir. İstatistiksel olarak anlamsız bulunan sonuçlar örneklem genişliği arttıkça anlamlı hale dönüşebilmektedir (Thompson, 1989).

Elde edilen tahmin sonuçlarının anakütle için genelleştirilebileceğinin test edilmesi tekrarlı ölçümler ile mümkün olsa da, araştırmacılar tarafından zaman kaybı ve maliyeti düşünüldüğünde tercih edilmemektedir. Onun yerine yeniden örnekleme yöntemleri kullanılarak elde edilen örneklem grubu ile mevcut çalışmayı tekrarlayabilmek olasıdır. Bu çalışmada 13 gözlemden oluşan bir veri setine önce çoklu doğrusal regresyon analizi uygulanmış ve elde edilen regresyon denklemi anlamlı bulunmuştur. Örneklemin 13 gözlemden oluşması elde edilen tahmin sonuçlarının anakütle için genelleştirilebilirliği hakkında endişe yaratmaktadır. Elde edilen tahmin sonuçlarının güvenilir ve geçerli sonuçlar olduğunu değerlendirmek için Jackknife Tekniği kullanılmıştır. Jackknife Tekniği sonucunda elde edilen katsayıların hepsi anlamlı bulunmuş, çoklu doğrusal regresyon analizi sonucu elde edilen katsayılar Jackknife Tekniği ile hesaplanmış güven aralıkları içerisinde yer almıştır. Ayrıca çoklu doğrusal regresyon analizi ve Jackknife Tekniği sonuçlarında birbirine benzer çıkmış;  $\beta$  katsayıları,  $R^2$  değerleri

ve standart hatalar iki teknikte de yakın değerler almıştır. Bu da sonuçların güvenilirliğini göstermektedir.

## KAYNAKÇA

- Abdi, H. & Williams L. J. (2010) “Jackknife. Encyclopedia of Research Design”, Thousand Oaks, CA: Sage.
- Adhiambo, S., Makumi, N., Odhiambo, R. ve Orwa, G. (2017) “On Jackknife Confidence Intervals Associated With Nonparametric Regression Estimators for A Finite Population Total”, East African Journal Of Statistics, 5(3): 41-48.
- Bowerman, B. L., O’Connell, R. T., Murphree, E. S. & Orris, J. B. (2013) “İşletme İstatistiğinin Temelleri”, Çeviren: Neyran Orhunbilge, Nobel, Ankara, 723s.
- Erilli, N.A. & Alakuş, K. (2016) “Parameter Estimation in Theil-Sen Regression Analysis With Jackknife Method”, Eurasian Academy of Sciences Eurasian Econometrics, Statistics & Empirical Economics Journal, 5: 28-41.
- Fox, T., Hinkley, D. & Larntz, K. (1980) “Jackknifing in Nonlinear Regression”, Technometrics, 22(1): 29-33.
- Jie, M. & Wang, X. (1994) “Resampling-Based Estimator in Nonlinear Regression”, Statistica Sinica 4:187-98.
- Kalan, I. & Yeşil, Y. (2010) “Obezite İle İlişkili Kronik Hastalıklar”, Diyabet ve Obezite, 78.
- Köskenli, V. (2014) “Obezite ve İnsülin Direnci. Uzmanlık Tezi”, Maltepe Üniversitesi İç Hastalıkları Anabilim Dalı, İstanbul.
- Kyari, M., & Buyukozturk, S. (2009) “The Examining of Generalization Quantitative Scientific Findings by Using the Jackknife Method: An Application”, Educational Sciences: Theory and Practice, 9(4): 1769-1779.
- Miller, R. G. (1974) “The Jackknife-A Review”, Biometrika, 61(1), 1-15.
- Özarici, Ö. (1996) “Farklı Not Sistemlerinde Öğrencinin Başarılı Olma Olasılığının Probit Regresyon Analiziyle Değerlendirilmesi”, Yüksek Lisans Tezi, Osmangazi Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü, Eskişehir.
- Sahinler, S. & Topuz, D. (2007) “Bootstrap and Jackknife Resampling Algorithms for Estimation of Regression Parameters”, Journal of Applied Quantitative Methods, 2(2): 188-199.
- Şahinler, S. (2000) “En Küçük Kareler Yöntemi İle Doğrusal Regresyon Modeli Oluşturmanın Temel Prensipleri”, Mustafa Kemal Üniversitesi Ziraat Fakültesi Dergisi, 5(1-2): 57-73.

- Temel, G. O. & Erdoğan, S. (2011) “Tanı Koyma Amaçlı Yapılan Tıbbi Çalışmalarda Jackknife, Bootstrap Ve Çapraz Geçerlilik Yöntemlerinin Kullanımı”, Düzce Üniversitesi Sağlık Bilimleri Enstitüsü Dergisi, 1(3): 45-49.
- Temel, G. O., Erdoğan, S., & Ankaralı, H. (2012) “Sınıflama Modelinin Performansını Değerlendirmede Yeniden Örnekleme Yöntemlerinin Kullanımı”, Bilişim Teknolojileri Dergisi, 5(3): 1-8.
- Thompson, B. (1989) “Statistical Significance, Result Importance and Result Generalizability: Three Noteworthy But Somewhat Different Issues”, 2-6
- Tukey, J. (1958) “Bias And Confidence in Not Quite Large Samples”, Ann. Math. Statist., 29: 614.
- Türkan, S. & Özel, G. (2018) “A Jackknifed Estimators for The Negative Binomial Regression Model”, Communications in Statistics-Simulation and Computation, 47(6): 1845-1865.
- Wang, L., & Yu, F. (2020) “Jackknife Resampling Parameter Estimation Method for Weighted Total Least Squares”, Communications in Statistics-Theory and Methods, 49(23), 5810-5828.
- Zaman, T. & Alakus, K. (2015) “Analysis of The Invariance and Generalizability of Multiple Linear Regression Model Results Obtained from Maslach Burnout Scale Through Jackknife Method”, Open Journal of Statistics, 5(07): 645.
- Zaman, T. & Alakus, K. (2019) “Comparison of Resampling Methods in Multiple Linear Regression”, Journal of Science and Arts, 19(1): 91-104.