

## ÇEŞİTLİ GÜDÜM PROBLEMLERİ İÇİN ORTAK BİR TASARIM METODU

*Raziye TEKİN* \*  
*Koray Savaş ERER* \*\*

Alınma: 20.10.2019; düzeltme: 26.05.2020; kabul: 12.06.2020

**Öz:** Artan operasyonel gereksinimlerden ötürü, yörünge şekillendirmesine ilişkin çalışmalarda literatürde artış olmuştur. Füze güdümünün ilk ve temel amacı füzeyi hedefe sıfır kaçırma mesafesi ile ya da bunu en aza indirerek hedefe ulaştırmaktır. İkinci ve popüler bir gereksinim ise tanksavar füzeleri ve dik vuruş özelliğine sahip güdümlü mühimmatlar için vuruş açısının kontrolüdür. Yörünge izleme, ya da yol noktası takibi konuları da füze sistemlerinin ilgi alanında olduğu kadar otonom tüm araçlar ile insansız hava araçlarını da ilgilendiren konulardır. Bunlara ilaveten, mesafeli hedef takibi de bu tarz sistemlerde diğer bir araştırma konusudur. Bu makalede, üç problemin güdüm algoritmaları tasarımı açısından ortak bir stratejiye dayanarak çözülebileceği gösterilmektedir. Bunun için oransal seyrüsefer güdümüne bir yanlılık terimi eklenerek takip açıklarının bir fonksiyonu olacak şekilde tasarım yapılırken, sabit hedef ile birlikte sanal hedef konsepti de uygulanmıştır. Önerilen güdüm kanunu varış zamanı ya da gidilecek mesafe kestirimine ihtiyaç duymaz. Tasarımın performansı, vuruş açısı, yörünge takibi ve mesafeli hedef takibi olarak üç ayrı benzetimde incelenmiştir.

**Anahtar Kelimeler:** Füze Güdümü, Vuruş Açısı, Yörünge İzleme, Sanal Hedef Takibi

### A Common Design Framework for Various Guidance Problems

**Abstract:** With rising interest and operation requirements, literature on the trajectory shaping guidance algorithms have increased. The primary objective of missile guidance is to have zero miss or near miss distance at the end of the flight. One of the popular secondary objectives is impact angle control, which might be preferred for anti-tank missiles or vertical impact guided munitions in order to increase the warhead effectiveness. Path following or way point tracking problems are also in the scope of missile systems as well as any autonomous vehicles or unmanned aerial vehicles. In addition to these, standoff target tracking is also another field of study for such systems. In this paper, a common framework for these three trajectory shaping problems is introduced. It is shown that they can base on a same strategy in terms of guidance algorithm design. For this purpose, a bias term to enhance proportional navigation guidance is designed. The design bases on an error signal which is a function of pursuit angles against a stationary target with the concept of virtual target. The performance of the proposed guidance law is demonstrated in simulations with no need of time-to-go or range-to-go estimation.

**Keywords:** Missile Guidance, Impact Angle Control, Path Following, Standoff Target Tracking

\* Orta Doğu Teknik Üniversitesi, Üniversiteler, 06800 Çankaya/Ankara, Türkiye

\*\* Roketsan A.Ş., Kemalpaşa Mahallesi Şehit Yüzbaşı Adem Kutlu Sokak No:21 06780 Elmadağ, Ankara, Türkiye

İletişim Yazarı: Raziye Tekin, (razytekin@gmail.com)

## 1. GİRİŞ

Füzeler için vuruş açısı kontrolü, hedefin imhasını sağlamanın yanı sıra son safhada belirli bir çarpışma geometrisinin oluşmasını dikte eder. Çarpışma geometrisinin gereksinimler gereğince tasarlanması yörünge şekillendirilmesi olarak da tanımlanır. Yörünge şekillendirmesi ile birlikte, harp başlığı etkinliğinin artırılması, hedefin zayıf noktalarından vurulması, savunma mekanizmalarından kaçınma ile hedef imhasına ek olarak avantaj sağlanabilmektedir. Yörünge şekillendirmesi konusunda vuruş açısı, vuruş zamanı ve bunların eş zamanlı kontrolüne yönelik literatürde oldukça fazla çalışma bulunmaktadır. Yörünge şekillendirme konusunda en yoğun çalışılan vuruş açısıdır denebilir. Vuruş açısının kontrolü için ilk tasarım yöntemi olarak, doğrusal optimal kontrol verilebilir (Chang ve diğ., 2005). Diğer bir alternatif ise füze güdümünde en genel geçer kanun olan oransal seyrüsefer güdümdür. Byung ve diğ. (1998)'de bu temel kanun ile birlikte hedefe olan mesafenin bir fonksiyonu olarak eklenen bir yanlılık terimi elde edilen, yanlı oransal seyrüsefer güdüm kanunu ile vuruş açısı gereksinimi sağlanır. Erer ve Merttopçuoğlu (2012) ise iki fazlı oransal seyrüsefer (OS) ile çözüm sunulmaktadır. Faz geçişi ise belirli çarpışma geometrisine göre hesaplanmaktadır. Yine fazlı bir OS ile çözüm öneren Tekin ve Erer, (2015)'te ise, ilave olarak bakma açısı ve ivme kısıtları göz önüne alınarak güdüm kanunu tasarlanmaktadır. Yine OS temel alınarak, yanlılık terimi azalan eksponensiyel fonksiyon olarak tasarlanmış ve vuruş açısının kontrolü sağlanmıştır (Kim ve diğ., 2013).

Bahsedilen konu sadece füze sistemleri için değil insansız hava araçları içinde önemli bir konudur. Çeşitli bölgelerden kaçınma ve bilgi toplama için yörünge şekillendirmesine ihtiyaç duyarlar. Füzelerden farklı olarak bu insansız hava araçlarında yörünge şekillendirmesi genellikle iki ayrı safhada yapılır. İlki yörünge tasarlanması ikincisi ise bu yörünge takibidir. Örnek olarak optimal yörünge tasarlanması için, ilk ve son koşullar verilerek Dubin yörüngeleri denilen, düz ve dairesel yörüngelerden oluşan bir planlama ile çözüm sunulabilir (Dubins, 1957). Lakin, yörünge tasarlanması, izlenebileceği anlamına gelmez. Yörünge izleme için Ratnoo 2011, doğrusal karesel regülatör ile çözüm sunmaktadır ve doğrusal optimal kontrol teorisinin kullanılabilirliğini göstermektedir. Alternatif olarak sanal hedef ve güdüm yöntemleri kullanılarak yörünge izleme yapılabilir. Sanal hedef önceden tanımlanan yörüngede hareket ettiğinden, durum bir güdüm problemine dönüştürülebilir. Lakin bunun için kuyruk takip (*tail-chase*) geometrisinin oluşturulması gerekir. Füze güdüm kanunlarının İHA'lardaki yörünge izlemeye benzer bir uygulama alanı robotiktir. Örnek olarak Park ve diğ. (2007) inceleyebilir. Burada saf oransal seyrüsefer güdüm kanunlarının robotikte kullanışı sunulmaktadır. Megoda ve diğ. (2010)'da ise yine bir güdüm yöntemi yol noktası takibinde kullanılmıştır. Temelinde, yol noktası takibi de bir yörünge takibidir. Bu tarz yöntemlere Ratnoo ve diğ. (2015) da eklenebilir. Bu tasarımda, Chang ve diğ. (2005)'de önerilen vuruş açısı kontrolü, yörünge izleme problemi için uyarlanmıştır. Bu tarz problemlerde uygulanan güdüm yöntemleri sabit kanat İHA'lar için ayrıntılı olarak incelenebilir (Sujit ve diğ., 2014).

Otonom sistemlerde gözetleme, bilgi toplama ve araştırma gibi gereksinimlerle beraber ayrıca belirli bir hedef etrafında sabit bir mesafe ile dönerler. Hedef sabit ya da hareketli olabilir. Bu manevranın çeşitli isimlendirmeleri mevcuttur, örneğin “*standoff target tracking*”, ve “*circumnavigation*” (Shames ve diğ., 2012). Bu manevralar için operasyonel gereksinimler ve hedef tipine bağlı olarak yörünge planlama ve takibi konuları beraber değerlendirilmektedir. Park (2016)'de görelî yana yönelme açısı üzerinden sabit bir hedef için ivme komutu oluşturarak çözülmüştür. Hareketli hedefler için ise Lyapunov vektör alanları kullanarak bir çözüm önerilmiştir. Kim ve diğ. (2013) ise doğrusal olmayan model tahmin (*model predictive*) kontrol yöntemi ile koordineli olarak bir hedef takibi yapılmaktadır.

Literatür incelendiğinde, vuruş açısı kontrol problemine önerilen çözümlerin hatırı sayılır bir miktarı fazlı/anahtarlamalı yapıya sahiptir. Pratik olmalarına karşın bu yöntemler, ani değişiklikler altında problem yaşaması muhtemeldir. Bu nedenle, tek fazlı bir güdüm yöntemi tasarımı değerlendirilmiştir. Önerilen yöntem ile yörünge şekillendirilmekte ve takip yapılabilmektedir. Erer (2015)'de sunulan çalışmadan yola çıkılarak, vuruş zamanı ya da varış

mesafesi gibi kestirimi gereken kritik veri ihtiyacı olmayan bir yöntem tercih edilmektedir. Füze güdüm yöntemi ile kuyruk takip modu, sıfır bakma açısı altında aynı koşulları ifade ettiğinden, vuruş açısı güdümü ile hareketli hedef kuyruk takibi algoritma tasarımı olarak denk koşulları ihtiva eder. Dolayısı ile bir tasarım yaklaşımı birden çok probleme çözüm sunar. Bunun için ise önce, vuruş açısı kontrolüne taban oluşturması için OS güdüm komutunun integrali alınır. Sonra, bir vuruş açısı hatası terimi oluşturulur. OS güdüm terime, bu hata teriminden yola çıkılarak genişletilir ve bir ek (*bias*) komut tasarlanır. Sonra, bu ek terim, bir PI terimi ile kontrol edilerek ana güdüm kanununa eklenir. Bu tasarım incelendiğinde, oluşturulan doğrusal olmayan çarpışma koşullarında tanımlanan vuruş açısı hatasının ikinci derece doğrusal sistem davranışı gösterdiği görülür. Güdüm komutundaki iki kazanç olan P-I ise tasarımcıya bazı avantajlar sağlar. Örneğin, ivme komutu sistemin limitlerine göre şekillendirilebilir. İlaveten, aşırı ve eksponensiyel olarak azalan bir hata terimi oluşturulabilir, ki bu da gerçek senaryolarda avantaj sağlayacaktır. Bunlara ilaveten, sanal hedef konsepti ile yörünge izleme ve mesafeli hedef takibi yapılabileceği gösterilebilir. Benzetimler ile bahsedilen hususlara ait başarımlar incelenmiştir.

## 2. ÇARPIŞMA GEOMETRİSİ

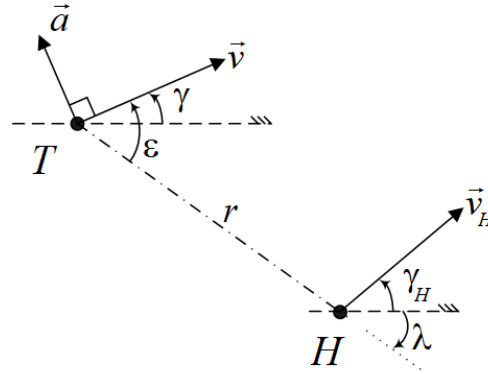
Şekil 1’de, düzlemsel bir çarpışma geometrisine ait hedef ve takipçi sunulmuştur. Burada hedef  $H$  ve takipçi füze ise  $T$  ile gösterilmiştir. Takipçinin hızı  $v$  ve ilgili uçuş yörünge açısı ise  $\gamma$ ’dir. İvme yani, kontrol komutu  $a = \dot{\gamma}v$ .  $\lambda$  görüş hattı açısıdır ve  $\varepsilon$  ise bakma açısıdır. Hareketli hedefe ait bilgiler ise sırasıyla hızı ve yörünge açısıdır,  $v_H$  and  $\gamma_H$ . Hedef ile takipçi arasındaki mesafe ise  $r$  ile gösterilmektedir. Çarpışma geometrisine ait doğrusal olmayan hareket denklemleri şunlardır:

$$\dot{r} = -v \cos \varepsilon + v_H \cos(\lambda - \gamma_H) \quad (1)$$

$$r \dot{\lambda} = -v \sin \varepsilon + v_H \sin(\lambda - \gamma_H) \quad (2)$$

Bakma açısı için ise aşağıdaki denklem geçerlidir:

$$\varepsilon = \gamma - \lambda \quad (3)$$



**Şekil 1:**

*Doğrusal olmayan çarpışma geometrisi*

### 3. VURUŞ AÇISI KONTROLÜ

Çok iyi bilinen oransal seyrüsefer güdüm kanunu şu şekildedir:

$$\dot{\gamma} = N\dot{\lambda} \quad (4)$$

Bu denklemde  $N$ , OS güdüm katsayısıdır. Ek terimli ya da yanlı güdümde yer alan ve  $b$  olarak gösterilen ek terim ile Denklem (4)'e istinaden şu şekilde yazılabilir:

$$\dot{\gamma} = N\dot{\lambda} + b \quad (5)$$

Bu ek terim ile vuruş açısı, vuruş zamanı ve bu iki son koşulun beraber kontrolü mümkündür. Ancak tasarımı da bu gereksinimlere göre yapılmalıdır. Bu çalışmada, vuruş açısı kontrolü yapıldığından, buna yönelik bir ilinti bulunmalıdır. Bunun için, (Erer, 2015)'de gösterildiği üzere, OS güdüm kanununun sonlu integrali yazılırsa,

$$\gamma_s - \gamma_i = N(\lambda_s - \lambda_i) \quad (6)$$

$i$  ve  $s$  ilk ve son koşulları tanımlar. Bu formdan ilham alınarak, vuruş açısı hata terimi oluşturulabilir:

$$e = N\lambda - \gamma + c \quad (7)$$

Bu denklemde  $c$  sabit bir terimdir. Denklem (5)'de bulunan ek terimin, Denklem (7)'yi şu şekilde içerdiği varsayılabilir:

$$b = K_p e + K_I \int e dt \quad (8)$$

$K_p$  ve  $K_I$  sabit oransal ve integral kazançlarıdır. Denklem (5), (7) ve (8) beraber kullanıldığında aşağıdaki diferansiyel denkleme ulaşılır:

$$\dot{e} + K_p e + K_I \int e dt = 0 \quad (9)$$

Bu denklem ile doğrusal olmayan bir çarpışma geometrisinde, doğrusal hata dinamiği yazılabileceği görülür. Bilindiği üzere, kazançlar pozitif olduğunda sistem kararlıdır. Bunun incelediğimiz sistem için anlamı, yeterli bir süre geçer ise ancak, örneğin  $t = t^*$ , bu vuruş açısı hatasının sıfırlanacağıdır. Denklem (7) bu amaçla tekrar yazılırsa:

$$c = \gamma^* - N\lambda^* \quad (10)$$

Bu ilerlemeler neticesinde, aşağıda sunulan denklem önemli olup vuruş anında ya da kuyruk takibinde oluşabilir:

$$\gamma^* = \lambda^* \quad (11)$$

Bu ilişki Denklem (10)'da kullanıldığında,  $c$  olarak tanımlanan sabit değer aşağıdaki gibi yazılabilir:

$$c = -(N-1)\gamma^* \quad (12)$$

Denklem (11) sabit bir hedefin vurulmasında oluşur. Vuruş anında bakma açısı sıfır olmalıdır, örneğin  $t^* = t_s$ . Netice olarak da  $\gamma^* = \lambda^* = \gamma_s$  tekrar yazılabilir. Denklem (12)'de göze alınırsa, hata terimi şu şekilde bürünür:

$$e = N\lambda - \gamma - (N-1)\gamma^* \quad (13)$$

İlgilenilen husus sabit bir hedefin belirli bir vuruş açısı ile vurulması olduğundan ilgili eşitlik de  $\gamma^* = \gamma_s$  olarak yenilenir. Denklem (11)'in oluştuğu ikinci koşul ise yörünge planlaması ve

takibinde incelenecektir. Ancak, tasarımı tamamlamak ve tasarım metodunu tanıtmak için öncelikle vuruş açısı kontrolü için gerekli analizler sunulacaktır. Ancak aynı durumları ifade ettiğinden bu analizler diğer problemler için tekrarlanmayacaktır.

### 3.1. Hata Dinamiğinin Analizi

Denklem (9)'un Laplace transformu alındığında, hata dinamiği aşağıdaki gibi olur:

$$E(s) = \frac{s}{s^2 + K_p s + K_I} e_i - \frac{K_I}{s^2 + K_p s + K_I} I_i \quad (14)$$

Bu denklemde  $e_i$  hatanın ilk değerini ve  $I_i$  ise integralin ilk değerini temsil eder. Ve bu iki terim de Laplace düzleminde impuls girişlerdir. Ayrıca, görüleceği üzere hata teriminin dinamik davranışı, ilk değeri ve kazanç değerlerine bağlı olarak değişir. İlâveten, integratörün ilk değeri de bu etkiye dahil olur. Buradan yola çıkarak,  $I_i$  ek bir kontrol terimi olarak tasarımcının kullanabileceği bir serbestlik sağlar.

$$k = \frac{I_i}{e_i} \quad (15)$$

Bu tanımlama ile Denklem (14) tekrar yazılırsa

$$E(s) = G(s) e_i = \frac{s - kK_I}{s^2 + K_p s + K_I} e_i \quad (16)$$

Görüldüğü üzere  $e(t)/e_i$   $G(s)$ 'in birim impuls cevabıdır. Bu ek kontrol etkinliği sağlayan terim ile tasarımcı çeşitli gereksinimlere cevap verecek şekilde tasarım yapabilir. Bu gereksinimlerden en önemlisi, güdüm komutunun uygulanabilir olması olabilir. Örneğin,  $K_I = 0$  seçildiği durum incelenirse, transfer fonksiyonu şöyle olur:

$$G(s) = \frac{1}{s + K_p} \quad (17)$$

Bu ise sıfırın olmaması nedeniyle integralin etkisinin olmamasını sağlar.

### 3.2. Kontrol Kazançları

Denklem (5), (8) ve (9) içinde kullanılırsa, güdüm komutu aşağıdaki gibi olur

$$\dot{\gamma} = N\dot{\lambda} - \dot{e} \quad (18)$$

Ancak, böyle bir güdüm komutunun kontrol eforu açısından dezavantajlı olduğu söylenebilir. Çözüm olarak, eğer  $\dot{e}_i = 0$  sifıra eşitlenirse, bu daha iyi kontrol eforu sağlayacaktır. Denklem (14)'ün ters Laplace'ı alınırsa, güdüm kazanç değerini şu şekilde bulunabilir:

$$k = -\frac{K_p}{K_I} \quad (19)$$

Bu kazançla birlikte  $G(s)$  ise, bir sıfırı bulunan ikinci derecen bir sisteme dönüşecektir.

$$G(s) = \frac{s + K_p}{s^2 + K_p s + K_I} \quad (20)$$

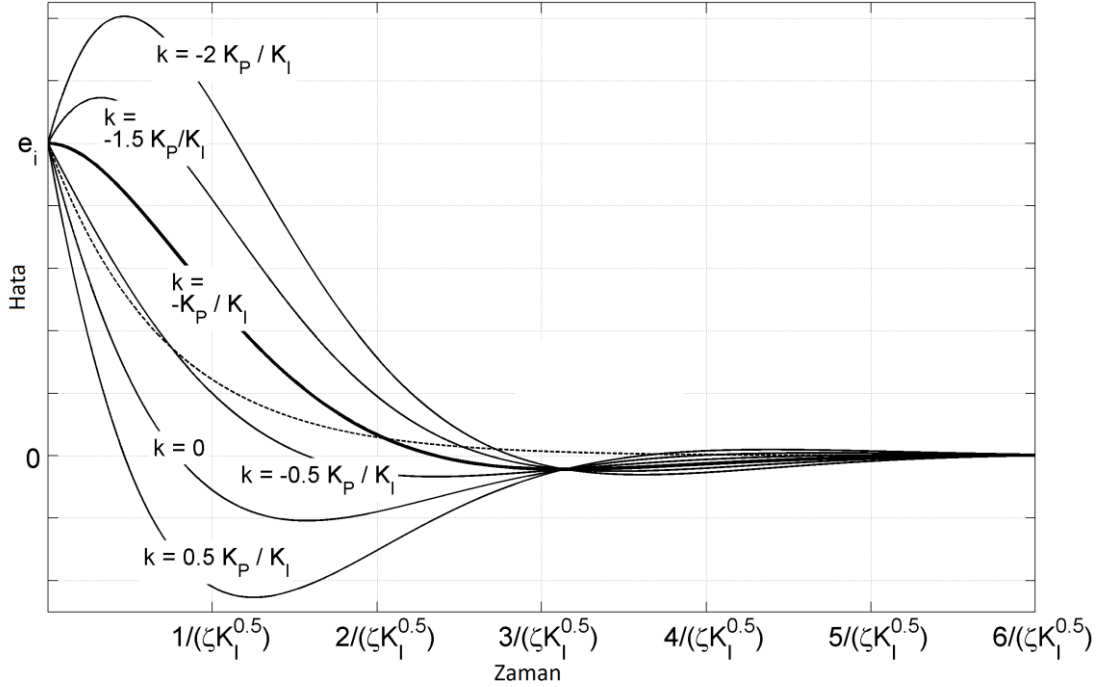
Böyle bir tasarım seçiminin etkileri, impuls cevap ailesinin bazı  $k$  aralığı seçimi ile gösterilebilir. Bunun için Şekil 2 sunulmuştur. Sistemin sönümlenme oranı  $\zeta = K_p / (2K_I^{0.5}) = \cos(\pi/4)$  olarak genel bir tasarım seçimi olarak ele alınmıştır. Şekil 2'de görüleceği üzere, geçici hal davranışları oldukça geniş bir aralıkta değişim göstermektedir. Denklem (19)'da belirtilen kazançlardan daha negatif kazançlar füze güdümü tasarımı açısından çok tercih edilmez. Diğer bir açıdan ise, büyüklük olarak hata değişiminin artması da tercih edilen bir durum değildir. Bu durum, kontrol

eforu açısından değerlendirildiğinde avantajlı bir durum yaratmayacaktır. Keza, zaman ekseninin gösterilmediği bu şekilde, ayrıca Denklem (17)'de verilen birinci dereceden sistemin davranışı da incelendiğinde, yüksek bir ivme ile cevabın başladığı görülür. Denklem (19)'un tanımlanması ile birlikte artık güdüm kanunu oluşturmanın son aşamasına gelinmiştir. Bunun için Denklem (8), (15) ve (19)'un kullanımı ile birlikte güdüm kanunu şu şekilde olacaktır:

$$\dot{\gamma} = N\lambda + K_p e + K_I \int_0^t e \, dt - K_p e_i \quad (21)$$

Buradaki hata terimi Denklem (13)'de tanımlanmıştır. Güdüm kanunun uygulanması için ise, görüş hattı açısı oranı ve açısı ile birlikte uçuş yörünge açısı gereklidir. Bu verilerin ulaşılabilirliği tartışıldığında ise, bunların arayıcı ve navigasyon sistemlerinin tipik çıktıları olduğu görülür.

Güdüm kanunu incelemesinde diğer bir önemli nokta hedefin vurulması ile hata teriminin yok olma süresidir. Hata teriminin yok olma süresi, hedefin vurulmasından önce olacak şekilde bir yakınsama ile tanımlanmalıdır. Güdüm problemi, temelde sonlu zaman problemi olduğu için, tasarımcının genel bir zamansal varsayımına ve bilgiye sahip olması gerekir.



**Şekil 2:**

*Farklı kazanç setleri ile hata dinamiklerinin bozuculara karşı karakteristiği*

#### 4. YÖRÜNGE İZLEME VE SABİT MESAFELİ HEDEF TAKİBİ

Denklem (11)'i sağlayan bir ikinci koşul olduğu söylenmişti. Bu koşul, hedefin hızının füzeden yüksek olduğu kuyruk takip manevra tipleridir. Çarpışma geometrisinin bu koşula getirilmesi ise bakma açısının sıfıra getirilmesi ile sağlanabilir. Böylelikle, hedef hiçbir zaman yakalanamayacaktır. Bu koşul aşağıdaki eşitliği oluşturur:

$$\gamma^* = \lambda^* = \gamma_H \quad (22)$$

Bu da sabit bir hedefin tanımlı bir açı ile vurulması problemi ile yörünge izleme problemini güdüm algoritma tasarımı açısından işteş kılar. Çalışmanın amaçlarından biri aynı güdüm tasarım yaklaşımının havacılık alanında başka problemlerde de kullanılabileceğinin gösterilmesidir ve yanlı oransal seyrüsefer bunu mümkün kılar. Yine yörünge izlemenin yanı sıra, sabit mesafeli

hedef takibi de aynı tasarım yaklaşımı ile yapılabilir. Bunun için öncelikle tekrar hata terimini yazmak gerekir:

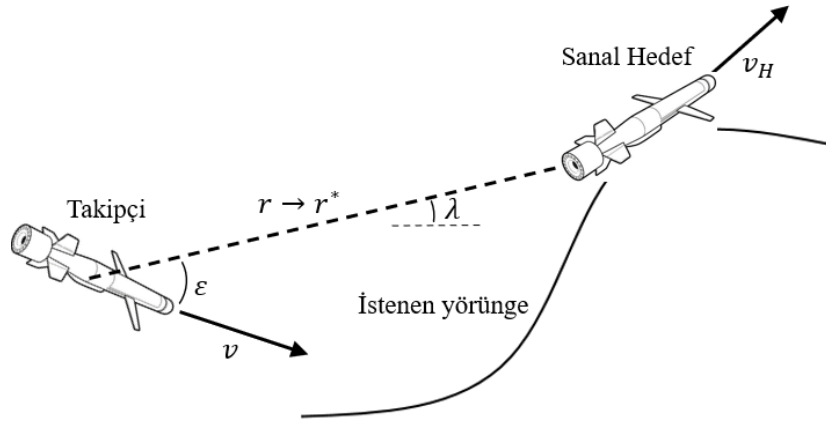
$$e = N\lambda - \gamma - (N-1)\gamma^* \quad (23)$$

$\gamma^* = \gamma_H$  hedefin yörünge takip açısı olup, artık sabit bir yörünge açısından ziyade hedefin bilgisi sürekli olarak takip açısı ile denklemden yer alır. Bu yaklaşımda, hedef artık vurulmayacak ancak sanal hedef olarak ele alınır, takip edilecektir. Şekil 3'te görüleceği üzere de sanal hedefin takibi ile yörünge takibi gerçekleştirilir.

Burada tekrarlanması gereken nokta, istenen takiplerin başarısı sanal hedef ile çarpışma geometrisinde kuyruk takibi manevra tipinde kalınmasıdır. Uygulama için gerekli parametreler, sanal hedefin hızı ve takipçi ile olan mesafesidir. Seçilecek sanal hedefin hızı sabit olabilir. Lakin başka bir çözüm olarak, değişken hız seçilebilir ve değişken hız yaklaşma mesafesine oranlanabilir:

$$v_r = r^* \frac{v}{r} \quad (24)$$

$r^*$  takipçinin sanal hedefe olan ve tasarımcı tarafından belirlenen sabit bir değerdir. Sanal hedefin hızı  $r = r^*$  olduğunda sabit olacak ve sabit bir mesafe ile sanal hedef takip edilecektir. Böyle bir yaklaşımın amacı, harekete başlama pozisyonlarına göre oluşabilecek yüksek ivmelenmeleri engellemek ve tasarımcıya bir serbestlik daha getirmektir.



**Şekil 3:**  
*Sanal hedef ile yörünge takibi*

Vuruş açısı kontrolünden farklı olarak bu bölümde, sınırlı zaman içinde hedefin imhası söz konusu değildir. Ancak yörünge takip hatasının en aza indirilmesi ve kontrol eforu gibi gereksinimler dikkate alınmalıdır. Bunlar yine uygun güdüm katsayılarının seçilmesi ile gerçekleştirilebilir.

## 5. BENZETİMLER

Önerilen güdüm kanununun etkinliği ve performansı üç durum için incelenmiştir. Önce, vuruş açısı kontrol etkinliği için sabit hedefe karşı bir füze benzetimi sunulmuştur. Sonra, tanımlı bir yörüngeyi izleme performansı sanal hedef takibi ile incelenmiştir. Son olarak da sabit mesafeli takip gösterilmiştir.

### 5.1. Senaryo 1: Vuruş Açısı Kontrolü

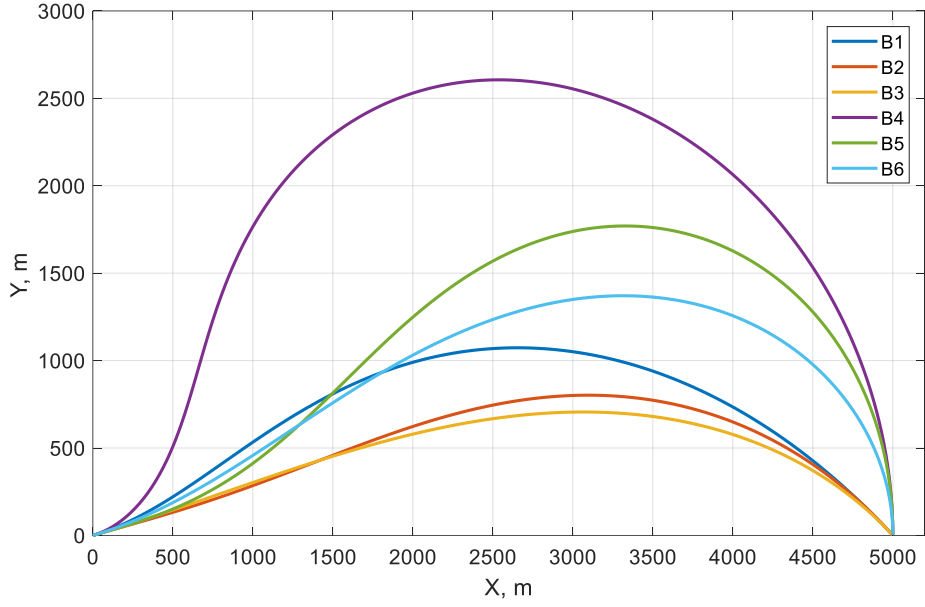
Bu senaryoda, karadan karaya atış seçilmiştir. Füzenin hedefi,  $45^\circ$  ve  $90^\circ$  vuruş açıları ile vurması istenmiştir ve ilk yörünge açısı  $15^\circ$ 'dir. Füzenin hızı 250 m/s olup sabit bir hedefe atılmaktadır. Hedef ile füze arasındaki ilk mesafe, 5 km'dir. Bu atışlar üç ayrı koşul altında incelenmiştir: önerilen Denklem (21), sıfır integratör koşulu altında,  $k=0$ , ve bir karşılaştırma: (Chang ve diğ., 2005). Güdüm kanununda kullanılan kontrol kazançları Tablo 1'de verilmiştir ve  $z = \cos(\pi/4)$  olarak kullanılmıştır. Senaryonun teorik minimum çarpışma zamanından,  $r_i / v = 20$  s, daha uzun bir sürede vuracağı bilindiğinden, vuruş açısı hatasının en azından bu süre zarfında sıfırlanması öngörülmektedir. (Erer ve diğ., 2015)'de belirtildiği üzere,  $N=2$  ile sabit hedeflere karşı vuruş açısı güdümünde, kontrol eforu iyilemesi yapılabilir. Buna dayanarak kontrol eforu iyilemesi için oransal seyrüseferin kazancı ise 2 olarak alınmıştır. Benzetimlerin sonlandırma koşulu olarak hedefe  $r < 5$  m seçilmiştir.

**Tablo 1. Benzetim koşulları ve kontrol eforu sonuçları**

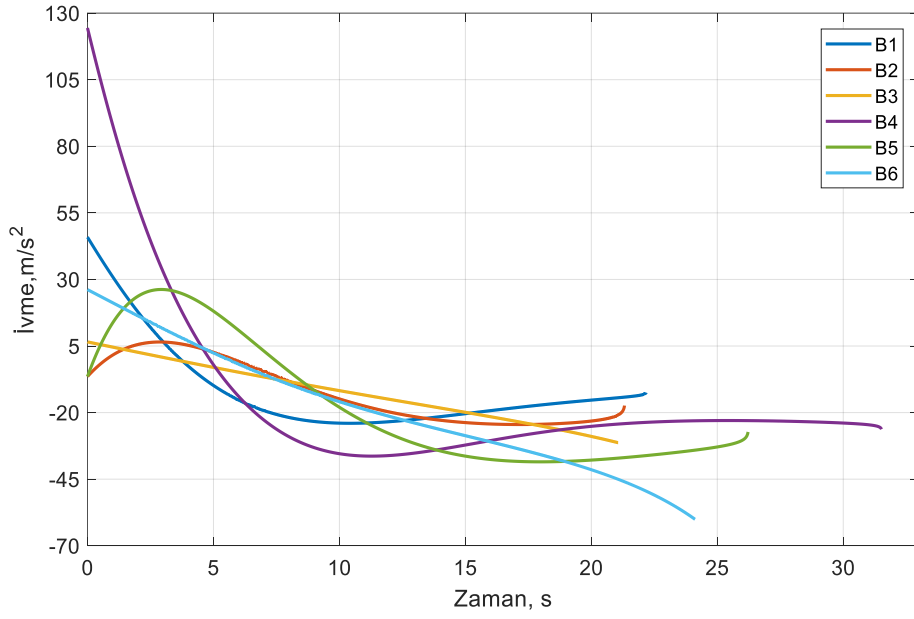
| Açıklama        | $K_p$          | $K_i$       | $k$      | $J, m^2/s^3$ |
|-----------------|----------------|-------------|----------|--------------|
| Benzetim 1 (B1) | $2z\sqrt{K_i}$ | $(0.2/z)^2$ | 0        | 8895         |
| Benzetim 2 (B2) | $2z\sqrt{K_i}$ | $(0.2/z)^2$ | $-2/K_p$ | 6080         |
| Referans 1 (B3) | -              | -           | -        | 5580         |
| Benzetim 4 (B4) | $2z\sqrt{K_i}$ | $(0.2/z)^2$ | 0        | 39170        |
| Benzetim 5 (B5) | $2z\sqrt{K_i}$ | $(0.2/z)^2$ | $-2/K_p$ | 21910        |
|                 | -              | -           | -        | 20570        |

Şekil 4'te füzenin izlediği yörüngeler görülmektedir. B2 ve B5, benzetimler genelinde yörüngeyi çok eğip yükselttiği için tercih edilmeyecektir. Karşılaştırma yapılan güdüm kanunu ise daha alçak yörüngeler oluşturmaktadır. Şekil 5, bu üç yörüngeye ait ivme profillerini göstermektedir. En fazla ivme gereksinimini,  $k=0$  koşulundadır. En yüksek ivme gereksinimine ilaveten, Tablo 1'de verilen kontrol eforları,  $J = \int a^2 dt$ , incelendiğinde B2-B3 ve B4-B5'in yakın değerlere sahip olduğu görülür. Ancak, karşılaştırma için kullanılan çalışmada, güdüm kanunu içerisinde hedefe olan mesafeye ihtiyaç vardır. Böyle bir parametrenin güdüm kanunu içerisinde kullanımı çok tercih edilmemektedir. Hedefe olan mesafe ya da hedefe ulaşma süresinin güdüm kanunu için bir gereksinim olmaması, önerilen güdüm kanununa avantaj yaratmaktadır. Tasarımın ana unsuru ve dayanağı olan vuruş açısı hatasının değişimleri Şekil 6'da görülebilir. Bu şekil aynı zamanda Şekil 2 ile karşılaştırılabilir. Şekil 2'de kesik çizgi ile belirtilen birinci derece sistem davranışını, seçilen değere istinaden Şekil 6'da da görmek mümkündür. Burada (Chang ve diğ., 2005)'in ise doğrusal bir trend gösterdiği görülebilir. Son olarak, Şekil 7'de benzetimlere ait uçuş yörünge açıları verilmiştir. Tüm yöntemler başarı ile vuruş açılarını sağlarken,  $k=0$  seçilmesi durumunda Şekil 4'te görülen yükselmenin etkisini Şekil 7'de görmek mümkündür.

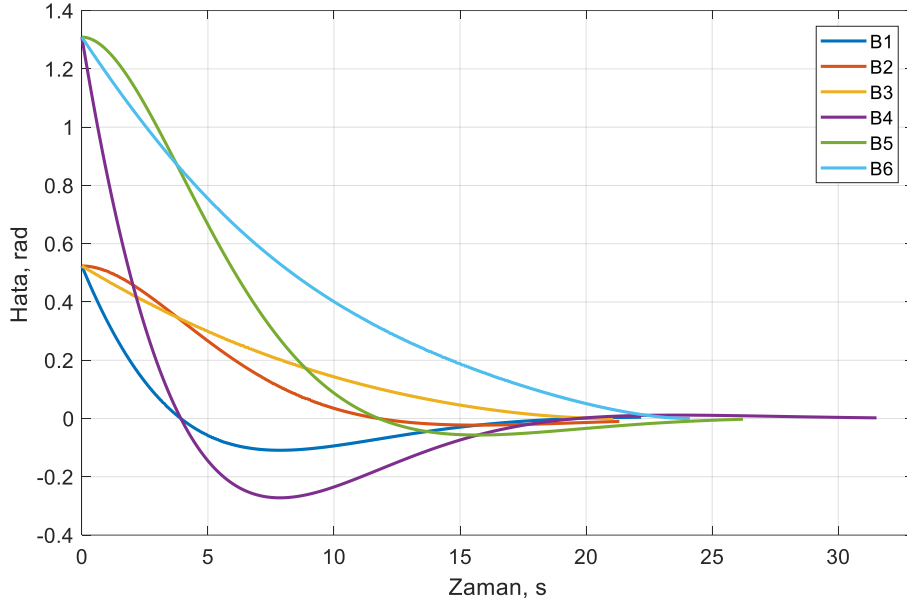




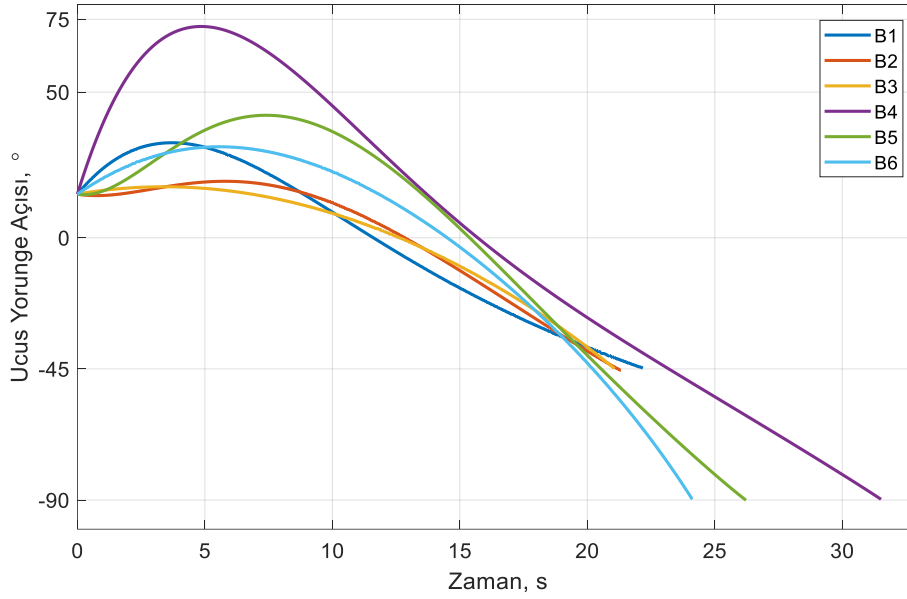
Şekil 4:  
Senaryo 1'in yörüngeleri



Şekil 5:  
Senaryo 1'in ivme komutları



**Şekil 6:**  
*Senaryo 1'in hata dinamiği değişimleri*



**Şekil 7:**  
*Senaryo 1'in uçuş yörünge açıları*

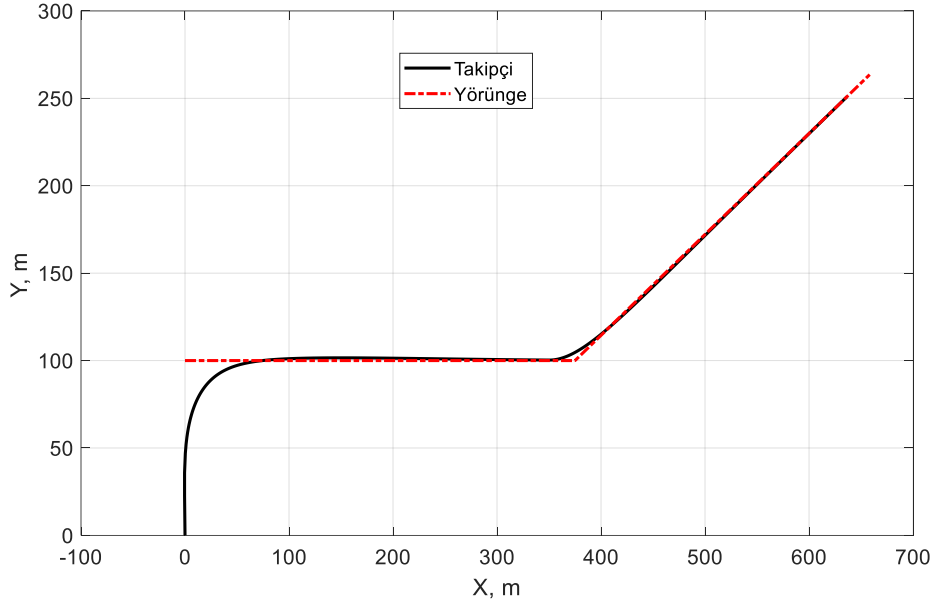
## 5.2. Senaryo 2: Yörünge İzleme

Bu senaryoda, takipçi artık bir füze değildir ve 25 m/s hızına sahiptir. Takipçi olarak İHA ya da bir otonom sistem düşünülebilir. Yörünge olarak, hedef önce düz bir çizgi izler. Bu çizginin ilk koşulu (0,100 m)'dir ve 15 saniye boyunca buradan başlayarak düz çizgide ilerler. Sonra (375 m,

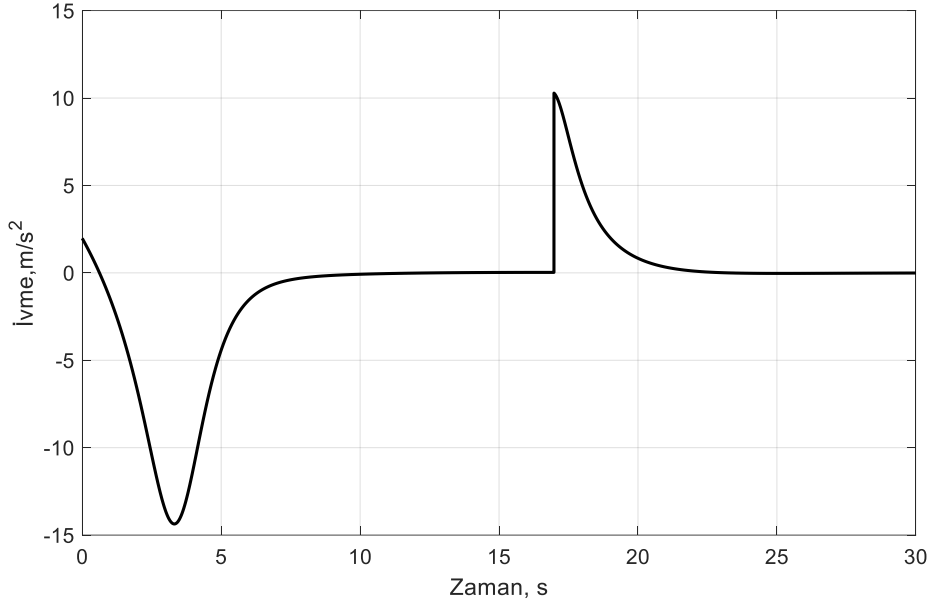
100 m) 'ye geldiğinde yön değiştirir ve  $30^\circ$  uçuş yörünge açısı olarak yoluna devam eder. Şimdiye kadar anlatılan, sanal hedefin takip edeceği yörünge dir. Takipçi ise orijinden (0,0) noktasından harekete geçer ve ilk uçuş yörünge açısı  $90^\circ$  dir. Bu senaryoda  $N= 1.25$  olarak alınmıştır.

Şekil 8'de sanal hedef takibi ile elde edilen yörünge görülmektedir. Şekil 9 ise ivme grafiğidir. Bu grafikte görüleceği üzere takipçi, bulunduğu ilk koşullara ve seçilen güdüm katsayılarına bağlı olarak Denklem (24)'e istinaden, düz yörüngede kuyruk takibinde ilerlemek için  $15 \text{ m/s}^2$  ivme istemektedir. Denklem (13)'te gösterilen hata teriminin sıfırlanmasından sonra ise ivme çekmemektedir. Ancak ikinci hareketin başlaması ile birlikte istenen yörünge takibi için  $10 \text{ m/s}^2$  ivme ile hatayı sıfırlamıştır.

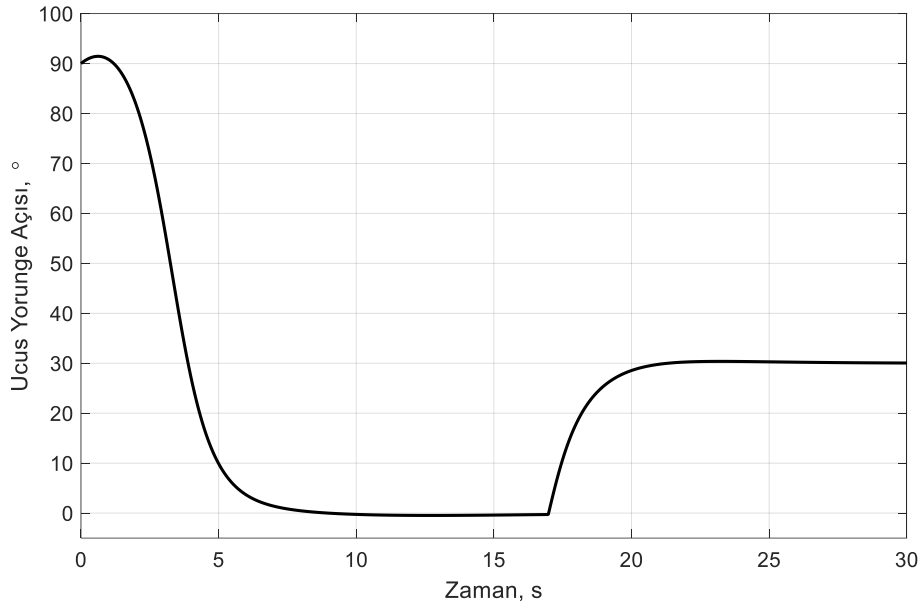
Şekil 10'da uçuş yörünge açısı sunulmaktadır. Takipçi,  $90^\circ$  lik yörünge açısını 5 sn içerisinde sıfırlayarak düz yörüngeyi takip edebilmiştir. İkinci hareketi de  $30$  derece yörünge açısı değerini sağlayarak takibine devam etmiştir. Şekil 11 ise sanal hedefin hız grafiğidir. Denklem (24)'e göre sanal hedef takipçiden uzak kaldığında yavaşlamakta, yaklaştığında ise hızlanmaktadır. Ve tanımlanan sabit mesafeye,  $r^*$ , ulaştığında ise sabit hız ile hareketine devam etmektedir. Şekil 11'de ayrıca sunulan  $r^*$  değişimi incelendiğinde, ilk mesafe olan  $100 \text{ m}$ 'den tasarım değeri olarak seçilen  $25 \text{ m}$ 'ye çok kısa sürede gelmiş, ikinci hareketin başlaması ile oluşan sapmayı da kısa sürede tekrar  $25 \text{ m}$ 'ye getirmiştir.



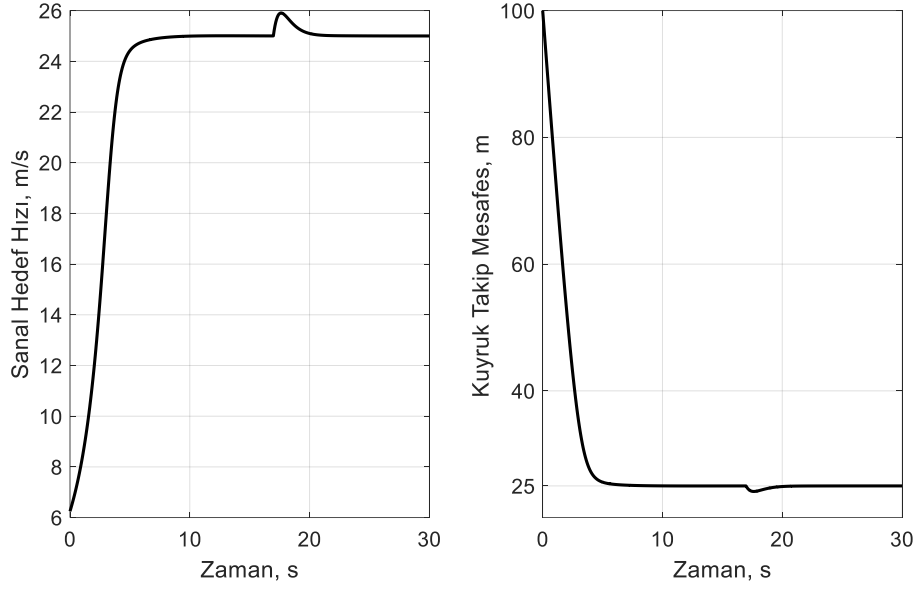
**Şekil 8:**  
*Senaryo 2'nin yörüngesi*



**Şekil 9:**  
*Senaryo 2 için ivme komutu*



**Şekil 10:**  
*Senaryo 2 için uçuş yörünge açısı*



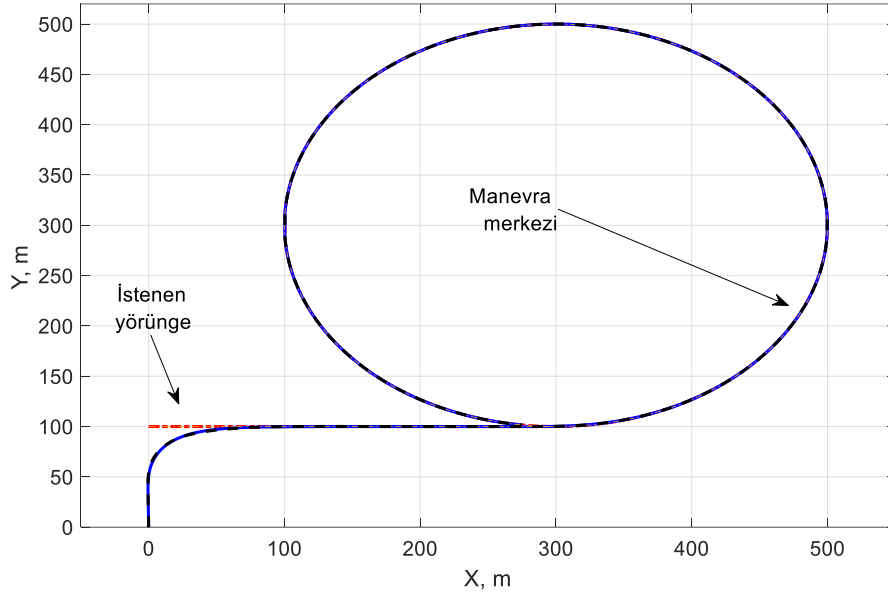
**Şekil 11:**

*Sanal hedefin hızı ve kuyruk takip mesafesi*

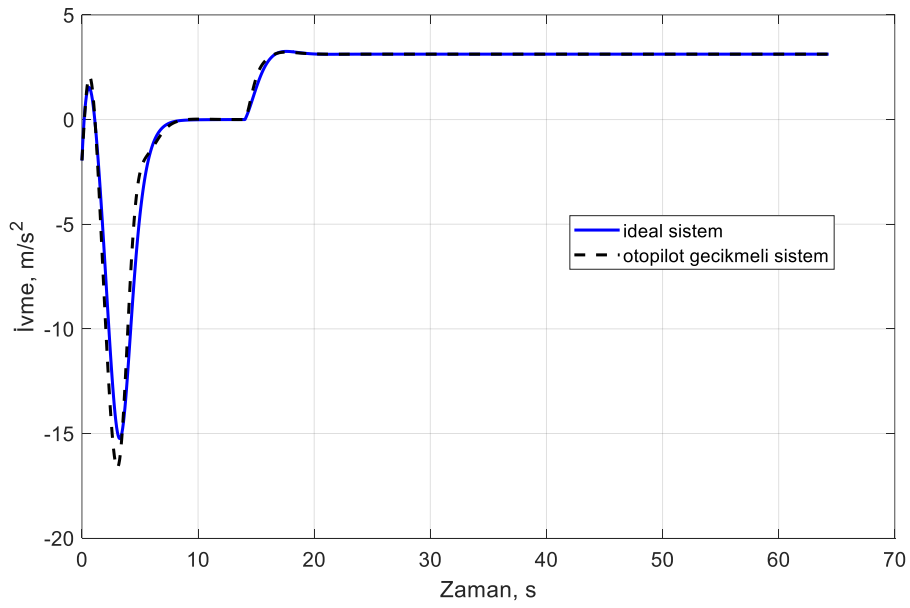
### 5.3. Senaryo 3: Sabit mesafeli hedef takibi

Bu bölümde, yörünge izlemenin bir çeşidi olan, ancak operasyonel olarak farklı değerlendirildiği üzere literatürde farklı isimlendirilen bir manevra tipi incelenmiştir. Bu senaryo da bir önceki senaryo ile aynı ilk koşullardan başlanır. Sonrasında dairesel manevra 200 m yarı çapı, sanal hedef 300 metre yatay mesafeye geldiğinde başlar. Bu geçişe paralel olarak ilk fazda güdüm katsayısı 1.25 iken dairesel yörüngeye takibinde bu değer 2 olarak kullanılmıştır. Daha önceki benzetimlere ilaveten, zaman sabiti 0.2 s olan bir otopilot gecikmesi altında sistem cevabı da incelenmiştir.

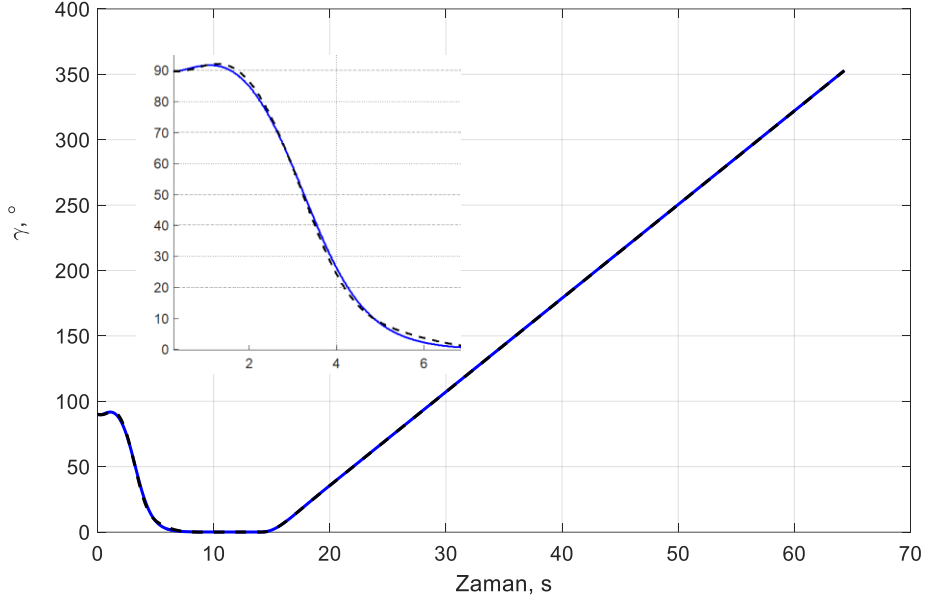
Şekil 12'de sabit mesafeli hedef takip manevrası görülmektedir. Manevra merkezine sadık kalarak, gerçekleştirmiştir. Otopilot gecikmesi, yörünge üzerinde mühim bir değişikliğe neden olmamıştır. Şekil 13'te ivmenin zamana bağlı değişimi sunulmuştur. Dairesel yörünge başladığında ise sabit ivme ile hareket devam etmektedir. Yörüngeye aksine, ivme üzerinde otopilot gecikmesini gözlemlemek mümkündür. Sistemden istenen ivmenin gerçekleşmesi geciktiğinde, telafi için daha yüksek ivme talebi görülmektedir. Şekil 14'te, uçuş yörünge açısı incelenebilir. İlk safhada düz bir çizgi takibi için gerekli olan sıfır yörünge açısına oturulmuştur. Sonrasındaki dairesel yörünge için 360°'ye kadar devam eden bu açı takip edilmiştir. Otopilot gecikmesi, uçuş yörünge açıları üzerinde de bir gecikmeye neden olmaktadır. Ancak bu gecikme, sistem performansını bozacak nicelikte değildir.



**Şekil 12:**  
Senaryo 3'ün yörüngesi



**Şekil 13:**  
Senaryo 3'ün ivme komutu



**Şekil 14:**  
Senaryo 3 için yörünge açısı

## 6. SONUÇ

Bu çalışma yanlı oransal seyrüsefer güdüm kanununun birkaç probleme birden çözüm sunabileceğini göstermektedir; Füzeler için vuruş açısı kontrolü, yörünge izleme ve sabit mesafeli hedef takibi problemleri. Doğrusal olmayan hareket denklemleri içerisinde, çözümün doğrusal karakteristiği, güdüm kazançlarının sistem geçici hal yanıtı istenen koşullarda sağlayacak şekilde seçilmesini mümkün kılmaktadır. Farklı sönümleme katsayıları ve eksponensiyel azalan hata sinyali oluşturulabilir. Önerilen güdüm yöntemi vuruş zamanı ya da vuruş mesafesi gibi değişkenlere ihtiyaç duymamaktadır. Sadece hassas olmayan bir çarpışma süresi tahminine ihtiyaç vardır. Bu tahmin de temel olarak en geleneksel yöntem olan teorik minimum çarpışma zamanı kullanılabilir.

Karşılaştırmalı benzetim çalışmaları ile gösterilmiştir ki, güdüm katsayıları uygun seçilirse, önerilen metot yüksek ivme istememektedir. Bu nedenle, gerçek uygulamaları mümkündür. Yörünge takip problemleri için ise sanal hedef ve kuyruk takip ile, aynı yaklaşım çözüm sunmaktadır.

## KAYNAKLAR

1. Chang, K.R., Hanju, C., ve Tahk, M.J. (2005) Optimal Guidance Laws with Terminal Impact Angle Constraint, *AIAA Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, 28(4), 724–732. doi: 10.2514/1.8392
2. Kim, B.S., Lee, J.G., Hyung, S. ve Han, H.S. (1998) Biased PNG Law for Impact with Angular Constraint, *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 34(1), 277–288. doi:10.1109/7.640285
3. Erer, K.S. ve Merttopçuoglu, O. (2012) Indirect Impact-Angle-Control Against Stationary Targets Using Biased Pure Proportional Navigation, *AIAA Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, 35(2), 700–704. doi:10.2514/1.52105

4. Tekin, R. ve Erer, K.S. (2015) Switched-Gain Guidance for Impact Angle Control under Physical Constraints, *AIAA Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, 38(2), pp. 205-216. doi:10.2514/1.G000766
5. Kim, T.H., Bong, G., Park, B.G. ve Tahk M.J. (2013) Bias-Shaping Method for Biased Proportional Navigation with Terminal-Angle Constraint, *AIAA Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, 36(6), 1810–1816. doi:10.2514/1.59252
6. Dubins, L. (1957) On Curves of Minimal Length with a Constraint on Average Curvature, and with Prescribed Initial and Terminal Positions and Tangents, *American Journal of Mathematics*, 79(3), 497–516. doi:10.2307/2372560
7. Ratnoo, A., P.B. Sujit, P.B. ve Kothari, M. (2011) Adaptive Optimal Path Following for High Wind Flights,” 18th IFAC World Congress, Elsevier Science Ltd., Kidlington, Oxford, 12985–12990. doi:10.3182/20110828-6-IT-1002.03720
8. Park, S., Deystt, J. ve How, J.P. (2007) Performance and Lyapunov Stability of a Nonlinear Path-Following Guidance Method, *AIAA Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, 30(6), 1718–1728. doi:10.2514/1.28957
9. Medagoda, E.D.B. ve Gibbens, P.W. (2010) Synthetic-Waypoint Guidance Algorithm for Following a Desired Flight Trajectory, *AIAA Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, 33(2), 601–606. doi:10.2514/1.46204
10. Ratnoo, A., Hayoun, S.Y., Granot, A. ve Shima, T. (2015) Path Following Using Trajectory Shaping Guidance, *AIAA Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, 38(1), 106–116. doi:10.2514/1.G000300
11. Sujit, P.B., Saripalli, S. ve Sousa, B.J. (2014) Unmanned Aerial Vehicle Path Following: A Survey and Analysis of Algorithms for Fixed-Wing Unmanned Aerial Vehicles, *IEEE Control Systems*, 34(1), 42–59. doi:10.1109/MCS.2013.2287568
12. Shames, I., Dasgupta, S., Fidan, B. ve Anderson, D.O.B. (2012) Circumnavigation Using Distance Measurements Under Slow Drift, *IEEE Transactions on Automatic Control*, 57(4), 889–903. doi:10.1109/TAC.2011.2173417
13. Park, S. (2016) Circling over a Target with Relative Side Bearing, *AIAA Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, 39(6), 1454–1458. doi:10.2514/1.G001421
14. Frew, E.W., Lawrence, D.A. ve Morris, S. (2008) Coordinated Standoff Tracking of Moving Targets Using Lyapunov Guidance Vector Fields, *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, 31(2), 290–306. doi:10.2514/1.30507
15. Erer, K.S. (2015) Biased Proportional Navigation Guidance for Impact Angle Control with Extension to Three-Dimensional Engagements, Doktora Tezi, Makina Mühendisliği, Orta Doğu Teknik Üniversitesi, Ankara, Türkiye.
16. Erer, K. S., Tekin, R. ve Özgören (2015) M. K. Look Angle Constrained Impact Angle Control Based on Proportional Navigation, AIAA Guidance, Navigation, and Control Conference, Kissimee, FL, USA. /doi.org/10.2514/6.2015-0091