

NİCELİK KISITLI ORTALAMA VARYANS ÇARPIKLIK BASIKLIK PORTFÖY MODELİ: BULANIK SEZGİSEL BİR YAKLAŞIM*

CARDINALITY CONSTRAINED MEAN VARIANCE SKEWNESS KURTOSIS PORTFOLIO MODEL: A FUZZY HEURISTIC APPROACH

Arş. Gör. Dr. Osman PALA

Karamanoğlu Mehmetbey Üniversitesi
İktisadi ve İdari Bilimler Fakültesi
Ekonometri Bölümü
osmanpala@kmu.edu.tr
ORCID: 0000-0002-2634-2653

Prof. Dr. Mehmet AKSARAYLI

Dokuz Eylül Üniversitesi
İktisadi ve İdari Bilimler Fakültesi
Ekonometri Bölümü
mehmet.aksarayli@deu.edu.tr
ORCID: 0000-0003-1590-4582

Öz

Finansal kriterler temelinde hisse senetleri arasından belirli oranlarda seçim yapılarak yatırımcı için en iyi portföyü oluşturma işlemi, portföy optimizasyonu olarak adlandırılmaktadır. Portföy getiri ve risk unsurları ilk defa normallik varsayımına dayanan ortalama varyans modeli bir arada değerlendirilmiştir. Fakat çoğunlukla piyasalarda yer alan hisse senetlerinin tarihsel getiri serileri normal dağılmamaktadır. Çarpıklık ve basıklık gibi yüksek dereceden momentlerin portföy seçim modeline dahil edilmesi normallik varsayımı sağlanmadığında anlamlı hale gelmektedir. Portföyde yer alacak hisse senedi sayısı kısıtlandığı durumda portföy seçim problemi Nicelik Kısıtlı Portföy Optimizasyonu haline gelmektedir. Çalışmada, önerilen Bulanık Adaptif Parçacık Sürü Optimizasyonu algoritması, üç farklı Parçacık Sürü Optimizasyonu algoritmasıyla, Nicelik Kısıtlı Portföy Optimizasyonu probleminde kıyaslanmıştır. Farklı nicelik kısıt değerleri ve yüksek dereceden momentleri içeren çeşitli amaç fonksiyonlarına göre portföyler elde edilmiştir. Sonuçlar, nicelik kısıtlı portföy seçim problemi için ilk defa kullanılan bulanık adaptif yapıya sahip algoritmanın etkinliğini ortaya koymaktadır.

Anahtar Kelimeler: Parçacık Sürü Optimizasyonu, Portföy Seçimi, Bulanık Adaptif.

Abstract

The process of creating the best portfolio for the investor by choosing certain ratios from among the stocks based on the financial criteria is called portfolio optimization. Portfolio return and risk factors were evaluated simultaneously for the first time with the mean variance model based on the assumption of normality. But mostly, the historical returns of stocks in the markets are not distributed normally. The inclusion of high moments such as skewness and kurtosis in the portfolio selection model becomes meaningful when the normality assumption is not provided. In case the number of stocks to be included in the portfolio is restricted, portfolio selection problem becomes Cardinality Constrained Portfolio Optimization. In the study, the proposed Fuzzy Adaptive Particle Swarm Optimization algorithm was compared with three different Particle Swarm Optimization algorithms in the Cardinality Constrained Portfolio Optimization problem. Portfolios were obtained according to the different cardinality constraint values and various objective functions including higher moments. The results indicate the effectiveness of the algorithm with the fuzzy adaptive structure used for the first time for cardinality constrained portfolio selection problem.

Keywords: Particle Swarm Optimization, Portfolio Selection, Fuzzy Adaptive.

* Bu alışma IZCEAS 2018 Kongresi'nde sunulmuş olan "Bulanık Parçacık Sürü Optimizasyonu ve Yüksek Dereceden Momentlere Dayalı Nicelik Kısıtlı Portföy Seçimi"başlıklı bildirden üretilmiştir.

1. GİRİŐ

Kısıtlı finansal kaynakların gelecekteki değerleri tam olarak belirlenemeyen ve bu nedenle risk içeren hisse senetlerine aktarılması ile ortaya çıkan bileşime portföy adı verilmektedir. Portföyde bulunacak hisse senetlerinin ve bunlara dair oranların belirlenmesi süreci ise portföy seçimi olarak ifade edilmektedir. Finans uzmanları ve karar alıcılar için portföy seçimi, yatırımlarda riskten kaçınarak getiriyi maksimize etmek için önemliyen, karar vericiler tarafından doğru hisse senetlerine yatırım yapılması ülkede etkin ekonomik kaynak tahsisi sağlanması açısından da oldukça etkilidir. Literatürde yer alan ve seçim sürecindeki getiriyi yükseltme ile riskten kaçınma hedeflerini bir arada ilk kez gözeten Ortalama-Varyans Modeli (OVM) Markowitz (1952) tarafından geliştirilmiştir. OVM’de, önceki dönemlerdeki hisse senedi fiyatlarına bakılarak elde edilen hisse senedi getiri serilerinden, hisselerin ortalama getirileri ve portföy ortalaması hesaplanırken getiri serilerinin korelasyonları üzerinden ise portföy varyansı belirlenebilmektedir. OVM, getiri serilerinin normal dağılıőa uygun ve yatırımcının amaç fonksiyonunun karesel formda olduğunu varsaymaktadır (Markowitz, 1991: 470). Getiri serileri gerçekte, çoğu zaman normal dağılıőa uymamakta ve bu nedenle OVM uygulamasında etkili sonuç almak zorlaşmaktadır (Konno vd., 1993: 94). Bu durumda portföy seçim sürecinde OVM’nin etkinliğini artırmak ve getiri serilerinin dağılıőlarını daha iyi modelleyebilmek için yüksek dereceden momentlerden faydalanılmaktadır. Bu yaklaşımdan faydalanan ve önde gelen araştırmaları ise; Konno ve Suzuki (1995), Chunhachinda vd. (1997), Prakash vd. (2003), Bera ve Park (2008), Proelss ve Schweizer (2014), Yue ve Wang (2017), Ray ve Majumder (2018), Aksaraylı ve Pala (2018) gerçekleştirmiştir.

Portföyü yönetecek olan kişilerin yönetsel bakıő açıları ve takip edilecek hisse senetlerinin zaman maliyetleri nedeniyle, portföydeki hisse adetini kısıtlayarak portföy seçim sürecini gerçekleştirmek istemeleri sıklıkla karşılaşılan bir durumdur. Portföy seçimine eklenen nicelik kısıtı ile modele sadece 0-1 değerleri alabilen karar değişkenleri dahil olmakta ve model bu haliyle türev bazlı yöntemlerle çözümlenmesi oldukça zor hale gelmektedir. Bu durumda sıklıkla başvuru olan yöntemler ise optimuma oldukça yakın çözümleri kısa sürelerde üreten sezgisel algoritmalarıdır. Sezgisel algoritmalarda kolay uyarlanan ve uygulanan yapısı ve etkili performansı nedeniyle Parçacık Sürü Optimizasyonu (PSO) birçok problem tipinde kullanılmaktadır. Portföy seçiminde Kendal ve Su (2005), Chen vd. (2006) PSO’yu kullanan ilk araştırmacılar arasında bazıları olmuşlardır. Chang vd. (2000) nicelik kısıtlı portföy seçiminde üç farklı sezgisel algoritmayı kullandırlarken, Cura (2009) PSO’yu ilk kez nicelik kısıtlı portföy seçiminde kullanmış ve önerdiği PSO yaklaşımı ile nicelik kısıtlı portföy seçimi probleminde, minimum varyans modeline göre farklı indekslerde bulunan hisse senetleri için Pareto etkin sınırı oluşturmuştur. Zhu vd. (2011) tarafından yapılan çalışmada nicelik kısıtlı portföy problemi, en bilinen portföy değerlendirme rasyosu olan Sharpe Oranı (SR) PSO’da uyum fonksiyonu olarak kullanılarak çözülmüş ve optimal portföy bulunmuştur. Golmakani ve Fazel (2011) çalışmalarında PSO’yu nicelik kısıtlı minimum varyans modeli ile portföy seçiminde değerlendirmiş ve özellikle büyük ölçekli problemlerde önerdikleri PSO’nun iyi sonuç verdiğini bulmuşlardır. Deng vd. (2012) çalışmalarında iyileştirilmiş bir PSO algoritması ile nicelik kısıtlı portföy seçiminde bulunmuşlardır. Sadigh vd. (2012) çalışmalarında yapay sinir ağları ve PSO’yu birlikte kullanarak nicelik kısıtlı portföy seçiminde Pareto etkin sınırı bulmuşlardır. Corazzo vd. (2013) PSO’da kısıt aşımını ceza fonksiyonu ile engelleyerek çözdükleri nicelik kısıtlı portföy seçimi probleminde farklı risk tanımlarını uyum fonksiyonu olarak kullanmışlardır. Ni vd. (2017) dinamik rassal popölasyon topolojisi yaklaşımı ile parçacıklar arası sosyalleşmeyi belirlemişler ve dört farklı PSO yöntemi ile Pareto etkin sınır elde ederek performansları değerlendirmişlerdir. Sonuçlara göre önerilen metotlar klasik yaklaşımlara göre daha iyi sonuç üretmiştir. Almahdi ve Yang (2019) portföy dengeleme ve yeniden tahsis üzerine kurdukları sistemlerinde Calmar Oranı’nı uyum fonksiyonu olarak kullanarak nicelik kısıtı altında PSO ile optimum portföy seçimi gerçekleştirmişlerdir. Boudt ve Wan (2019) çalışmalarında PSO’daki parçacıkların hızını kontrol etmek için yeni bir yaklaşım geliştirerek nicelik kısıtlı portföy seçiminde algoritmanın performansının etkili olduğunu ifade etmişlerdir.

PSO’nun performansı stokastik parametrelerinin değerleri tarafından oldukça etkilenmektedir. Parametre değerleri ön bilgiye göre sabit belirlenebilmekte veya iteratif olarak belirli hızlara göre aralık değerleri kullanılmaktadır. İterasyonlar boyunca problemde elde edilen bilgileri göz önüne

almayan ve sadece ön bilgiye dayanan yaklaşımlarda gerekli başarının elde edilmesi zorlaşmaktadır. Bu sorunu gidermek için ön bilgiye ek olarak algoritmanın çözüm esnasında kaydettiği bilgi ve aşamayı da hesaba katan, bulanık adaptif yaklaşımlar ortaya atılmıştır. PSO’da bulanık adaptif yaklaşımların kullanıldığı çalışmalara bakıldığında ise; Shi ve Eberhart (2001) PSO’da algoritmanın global ve yerel arama odaklarından hangisine yoğunlaşacağını belirleyen parametreyi, bulanık adaptif yaklaşımla iterasyonlar boyunca kontrol altında bir çıktı olarak tutarak ilk defa bir Bulanık Adaptif Parçacık Sürü Optimizasyonu (BAPSO) yaklaşımı geliştirmişlerdir. Girdi parametreleri ise mevcut parametre oranı ile en iyiye yaklaşma oranı olmuştur. Bulanık kural tabanlı ile girdiden çıktı üretmişlerdir. Oluşturdukları yöntemi üç adet değişkenli sürekli olan test fonksiyonunda kullanarak klasik PSO ile performanslarını kıyaslamışlar ve sonuçlara göre önerilen yöntemin başarılı olduğunu ifade etmişlerdir. Liu ve Abraham (2005) çalışmalarında, parçacıkların minimum hız limitlerini, mevcut hız limitleri ve en iyiye yaklaşma oranı girdilerini kullanarak kontrol altında tuttukları ve türbülans yaklaşımı adını verdikleri BAPSO ile çok boyutlu problemlerde etkin çözümler elde etmişlerdir. Bajpai ve Singh (2007) tarafından yapılan çalışmada, bir gerçek hayat problemi olan elektrik piyasalarında fiyat verme stratejisi probleminin çözümünde Shi ve Eberhart (2001) tarafından önerilen BAPSO’dan faydalanılmıştır. BAPSO ile klasik PSO ve Genetik Algoritma’ya göre daha iyi çözümler elde edilmiştir. Saber vd. (2007), Shi ve Eberhart (2001) tarafından önerilen BAPSO’yu bir gerçek hayat problemi olan birim tahahhüdü probleminde 0-1 tam sayılı değişken tipine göre ayarlayarak kullanmışlar ve algoritmada iyileştirme gerçekleştirdiklerini ifade etmişlerdir. Juang vd. (2011) tarafından önerilen BAPSO ile sosyal ve bilişsel öğrenme parametreleri bulanık adaptif yapı ile kontrol altında tutularak literatürde yer alan test fonksiyonları çözülmüş ve algoritmanın performansının klasik PSO’ya göre arttığı sonucuna varılmıştır. Niknam (2011), girdi parametreleri olarak en iyiye yakınsama oranı ve global en iyinin değişmeden süregeldiği iterasyon sayısını kullanarak sezgisel parametreleri kontrol altında tuttuğu BAPSO ile yerel aramayı birleştirmiştir. Önerilen yaklaşım ile optimum seviyat problemi çözülmüş ve etkili çözümler elde edilmiştir. Naderi vd. (2017) optimum reaktif güç seviyatı problemine etkili öğrenmeye dayalı BAPSO ile yeni bir çözüm yaklaşımı getirmişler ve test sistemlerinde önerdikleri yaklaşımın etkinliğini gözler önüne sermişlerdir. Valdez vd. (2017) çalışmalarında önerdikleri işbirlikçi eş hesaplama dayalı BAPSO ile literatürdeki test fonksiyonlarını çözümlenerek oldukça iyi sonuçlar elde etmişlerdir. Nobile vd. (2018), önerdikleri BAPSO ile her bir parçacık için tüm sezgisel parametrelerin ve maksimum ile minimum hızların ayrı ayrı kontrol altında tutulacağı yeni bir yaklaşım ortaya atmışlardır. Test fonksiyonlarında önerilen yöntemin klasik yöntemlere göre üstünlüğü olduğunu ifade etmişlerdir.

Çalışmada iki farklı amaç bulunmaktadır. Bunlardan birincisi nicelik kısıtlı portföy seçiminde yüksek dereceden momentleri kullanmaktır. Nicelik kısıtlı portföy seçiminde, yüksek dereceden momentler portföy seçim sürecine ilk defa Brito vd. (2019) tarafından dahil edilmiştir. Oluşturdukları fayda temelli fonksiyon yardımıyla problemin modelinde çarpıklık ve basıklığın bulunmasının etkilerini incelemişlerdir. Sonuç olarak bazı nicelik kısıt değerlerinde yüksek dereceden momentlerin sonuçlara olumlu katkı sağladığını ortaya koymuşlardır. Çalışmada Pareto etkinlik sınırı çizilirken SR benzeri bir uyum fonksiyonundan faydalanılmamıştır. Bu çalışmada ise SR ve yüksek dereceden momentler içeren uyum fonksiyonlarına yer verilmiştir. Çalışmanın ikinci amacı ise yöntem yönünden olmuştur. Nicelik kısıtlı portföy seçim probleminde ilk defa BAPSO kullanılmıştır. Uluslararası piyasalardan alınmış olan verilerle klasik PSO ile önerilen BAPSO problemde ilk defa önerilen uyum fonksiyonları özelinde karşılaştırılmıştır. Genel anlamda, önerilen fonksiyon ve yöntemlerin literatüre olumlu anlamda katkı yaptığı düşünülmektedir.

2. NİCELİK KISITLI PORTFÖY SEÇİMİ MODELİ

Nicelik kısıtlı portföy seçim problemi çözümünde üç adet farklı uyum fonksiyonu ele alınmıştır. Bu fonksiyonlar, Zhu vd. (2011) tarafından önerilen SR ve ona ilaveten SR’nin çarpıklık ile basıklık eklenmiş türevleri olmuştur. Sharpe (1966) SR’yi, Zakamouline ve Koekebakker (2009) Çarpıklık İçin Düzeltilmiş SR’yi (ASR), Pezier ve White (2008) Çarpıklık ve Basıklık İçin Düzeltilmiş SR’yi (ASKR) sırasıyla Eşitlik 1,2 ve 3’te verilmiştir;

$$SR = \frac{E(R_p)}{\sqrt{\sigma^2(R_p)}} \quad (1)$$

$$ASR = SR \sqrt{1 + \frac{Sk(R_p)}{3} SR} \quad (2)$$

$$ASKR = SR \left(1 + \frac{Sk(R_p)}{6} SR - \left(\frac{Ku(R_p) - 3}{24} \right) SR^2 \right) \quad (3)$$

Eşitlik 1-3’de yer alan ve momentleri ifade eden değişkenler, $E(R_p)$ portföyün beklenen ortalama getirisini, $\sqrt{\sigma^2(R_p)}$ ise portföy getirisinin standart sapmasını, $Sk(R_p)$ portföy getirisinin görelı çarpıklığını, $Ku(R_p)$ portföy getirisinin görelı basıklığını olup detaylı hesaplama yöntemleri Aksaraylı ve Pala (2018) tarafından yapılmıştır.

Zhu vd. (2011) tarafından yapılan çalışmada ele alınan problemin matematiksel modeli P(1) Eşitlik 4’te ifade edilmiştir. Eşitlik 4’te bulunan uyum fonksiyonu SR yerine uyum fonksiyonları ASR ve ASKR sırasıyla modele eklenerek Eşitlik 5’te nicelik kısıtlı ASR modeli P(2) ve Eşitlik 6’da nicelik kısıtlı ASKR modeli P(3) elde edilmiştir. Eşitlik4-6’da, 1_N n adet bir değerinden oluşan satır vektörünü, W n adet hisse senedinin ağırlık vektörünü, Z 0-1 tam sayı değeri alabilen karar değişkeni ise ilgili hisse senedinin portföyde olma ya da olmama durumunu, K ise hisse senedi nicelik kısıt değerini ifade etmektedir.

$$P(1) \begin{cases} Maks \ SR \\ kst; \ Z^T 1_N = K \\ W^T 1_N = 1 \\ Z \in [0,1], W \geq 0 \end{cases} \quad (4)$$

$$P(2) \begin{cases} Maks \ ASR \\ kst; \ Z^T 1_N = K \\ W^T 1_N = 1 \\ Z \in [0,1], W \geq 0 \end{cases} \quad (5)$$

$$P(3) \begin{cases} Maks \ ASKR \\ kst; \ Z^T 1_N = K \\ W^T 1_N = 1 \\ Z \in [0,1], W \geq 0 \end{cases} \quad (6)$$

3. PARÇACIK SÜRÜ OPTİMİZASYONU

Eberhart ve Kennedy (1995) PSO’yu, vahşi hayatta yaşayan balık ve kuş gibi sürülerin yiyecek arayışı sırasında sergiledikleri davranışlardan yola çıkarak geliştirmişlerdir. PSO ortaya çıktıktan sonra birçok önemli değişikliklerle iyileştirilmeye çalışılmıştır. Bu çabalardan en bilineni ise Shi ve Eberhart (1999) tarafından gerçekleştirilmiş olup, çalışmalarında PSO’da algoritmanın daha geniş çözüm uzayına veya daha dar çözüm uzayına odaklanmasını belirleyen W_{IN} atalet değişkenini algoritmaya dahil etmişlerdir. Bir başka önemli iyileştirme ise Aladağ vd. (2012) tarafından önerilen ve PSO’da bulunan tüm stokastik parametrelerin optimizasyon süresince iteratif olarak değişimine dayanan bir yaklaşım olmuştur. Aladağ vd. (2012) alışmalarında PSO yaklaşımlarını Eşitlik 7-13’te olduğu gibi tanımlamışlardır;

Adım 1: Algoritmada yer alan j . ($j=1,2,\dots,pn$) parçacık rassal şekilde n adet pozisyona yerleştirilir ve X_j konum vektöründe saklanır.

$$X_j = (x_{j,1}, x_{j,2}, \dots, x_{j,n}), \quad (j=1,2,\dots,pn), \quad (i=1,2,\dots,n) \quad (7)$$

Adım 2: Parçacıklara dair konumlara arası mesafe kat etmelerini belirleyen hız vektörlerini rassal şekilde oluşturulur ve her biri V_j 'lerde saklanır.

$$V_j = (v_{j,1}, v_{j,2}, \dots, v_{j,n}), \quad j=1,2,\dots,pn \quad (8)$$

Adım 3: Populasyonda bulunan parçacıkların kişisel en iyi zm değerleri hesaplanır ve konumu P_{best} 'de saklanır. Tüm populasyonda, mevcut en iyi zm değerine sahip parçacık belirlenir ve konumu G_{best} 'de saklanır.

Adım 4: Algoritma iterasyon sayısı maksimum iterasyon sayısına ulaşıldıysa algoritma sonlandırılır ve G_{best} değerleri raporlanır. Algoritmanın iterasyon sayısı maksimum iterasyon sayısına ulaşmadıysa Adım 5'ten devam edilir.

Adım 5: Algoritmada bulunan parametrelerin güncellenmesi gerçekleştirilir. Eşitlik 9'da parçacığın kendi en iyisi etrafında yerel arama yapma gücünü belirleyen bilişsel parametre $c_1 = (c_{1i}, c_{1f})$, Eşitlik 10'da parçacığın en iyi zm değeri etrafında global arama yapma gücünü belirleyen sosyal parametre $c_2 = (c_{2i}, c_{2f})$ ve Eşitlik 11'de parçacığın hızını ayarlayarak global ile yerel arama gücünü belirleyen $W_{IN} = (W_{IN1}, W_{IN2})$ bulunmaktadır. Algoritmanın toplam çalışacağı iterasyon adeti $\max t$ ile ifade edilirken, t ise o anki iterasyon sayısını vermektedir.

$$c_1 = (c_{1f} - c_{1i}) \frac{t}{\max t} + c_{1i} \quad (9)$$

$$c_2 = (c_{2f} - c_{2i}) \frac{t}{\max t} + c_{2i} \quad (10)$$

$$W_{IN} = (W_{IN2} - W_{IN1}) \frac{\max t - t}{\max t} + W_{IN1} \quad (11)$$

Adım 6: Parçacıklara dair hızların değişimi Eşitlik 12'de yapılırken hemen ardından parçacığın yeni konumu Eşitlik 13'deki şekilde belirlenmektedir. Eşitlik 12-13'te yer alan $P_{i,n}$ parçacığın en iyi performansında bulunduğu konum iken $P_{g,n}$ tüm parçacıklar içerisindeki en iyi performansın bulunduğu konumdur.

$$v_{i,n}^{t+1} = W_{IN} \times v_{i,n}^t + c_1 \times rand_1 \times (P_{i,n} - x_{i,n}) + c_2 \times rand_2 \times (P_{g,n} - x_{i,n}) \quad (12)$$

$$x_{i,n}^{t+1} = x_{i,n}^t + v_{i,n}^{t+1} \quad (13)$$

Adım 7: Çalışmada ayrıca PSO nicelik kısıtlı portföy seçim modeline adapte edilirken uygunluğa zorlama adımı bulunmaktadır. Adım 7'de eğer parçacıkta nicelik kısıtından fazla hisse senedi konumu(değeri) bulunuyorsa nicelik kısıtı sağlanana kadar hisse senetleri rassal olarak zmnden çıkartılır. Nicelik kısıtından az hisse senedi konumu parçacıkta bulunduğunda ise nicelik kısıtı sağlanana kadar hisse senetleri rassal olarak zme eklenir. Bu işlemler sonucunda hisse senetleri değerleri normalize edilir ve Adım 3'e dönülür.

Çalışma kapsamında, nerilen BAPSO algoritması ile karşılaştırılan klasik PSO algoritmaları Eberhart ve Kennedy (1995), Shi ve Eberhart (1999) ve Aladağ vd. (2012) tarafından ortaya atılan yaklaşımlar olup, sırasıyla PSO1, PSO2 ve PSO3 olarak adlandırılmıştır. Çalışmada kullanılan PSO parametre değerleri ise Aladağ vd. (2012) tarafından da kullanılan değerler olup, $c1=(1,2)$, $c2=(1,2)$, $W_{IN}=(0.4,0.9)$, parçacık sayısı ($pn=30$), maksimum iterasyon sayısı ($\max t=100$) şeklindeir. PSO1 ve

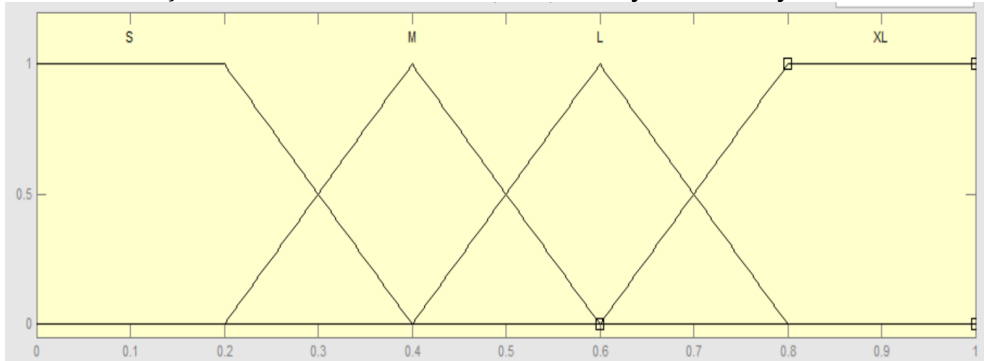
PSO2’de c1 ve c2 parametreleri sabit değer aldıkları için aralık değerleri ortalamaları ilgili modellerde kullanılmıştır.

4. BULANIK ADAPTİF PARÇACIK SÜRÜ OPTİMİZASYONU

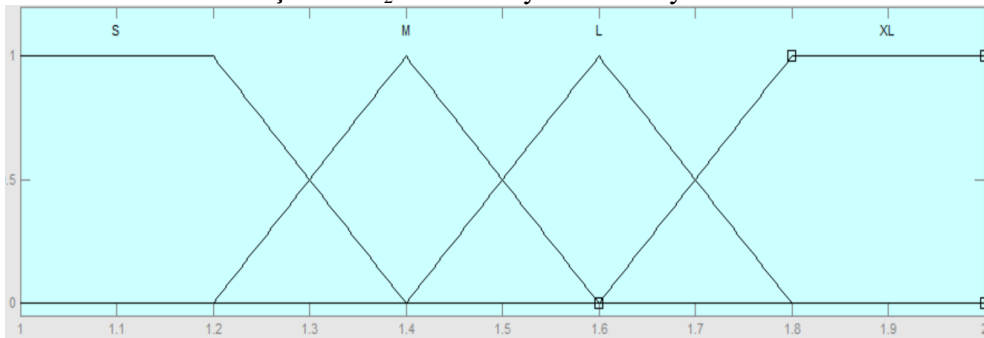
PSO’da parametrelerin iterasyonlar boyunca kontrolünü sağlayan ve çalışma kapsamında önerilmiş olan BAPSO’da literatürde yer alan iki adet girdi parametresi kullanılmıştır. Birincisi, Shi ve Eberhart (2001) tarafından normalize mevcut optimum performans değeri (NCBPE) olmuştur. NCBPE değeri, algoritma tahmin edilen en iyiye yaklařtıķça küçülmekte ve algoritma mevcut en iyinin bulunduğu daha dar bölgelerde aramaya odaklanmaktadır. İkinci girdi parametresi olarak ise Niknam (2010) tarafından önerilen, optimumun değişmeden kaldığı iterasyon sayısı (NUGLO) kullanılmıştır. NUGLO mevcut optimumun değişmeden kaldığı iterasyon sayısının optimizasyon süresince en uzun süre daha iyi sonuç alınamayan iterasyon serisinin uzunluğuna bölünerek elde edilmektedir. Buna göre NUGLO değeri düşük olduğunda, algoritma mevcut en iyinin bulunduğu daha dar bölgelerde aramaya odaklanmaktadır.

Öte yandan, çalışmada ayrıca lokal en iyinin değişmediği iterasyon sayısı (NULOC) girdi parametresi önerilmiştir. NULOC ile parçacık yakın zamanda yeni bir lokal en iyi çözüm noktası bulunduğunda, bulunan çözüm etrafında aramasını sıklılaştırabilmektedir. Algoritmada kontrol altında tutulan çıktı parametreleri c1 ve c2 olmuşlardır. W_{IN} ise global ve yerel arama için c1 ve c2’nin bulanıklaştırılması nedeniyle BAPSO’da kullanılmamıştır. şekil 1 ve 2’de bulanık üyelik fonksiyonları küçük (S), orta (M), büyük (L) ve çok büyük (XL) şeklinde NCBPE, NUGLO ve c2 için verilmiştir. Niknam (2010) tarafından ortaya atılan bulanık kural tabanı ile NCBPE ve NUGLO girdilerinden c2 çıktı değeri üretilirken, c1 çıktı değeri NULOC değerinin çarpmaya göre tersi olarak hesaplanmıştır. Bulanık kural tabanı ise Tablo 1’de verilmiştir.

şekil 1. NCBPE ve NUGLO Bulanık Üyelik Fonksiyonu



şekil 2. c₂ Bulanık Üyelik Fonksiyonu



Tablo 1. c₂ Bulanık Kural Tabanı

| | | NUGLO | | | |
|-------|----|-------|---|---|----|
| | | S | M | L | XL |
| NCBPE | S | XL | L | M | M |
| | M | L | M | S | S |
| | L | M | M | S | S |
| | XL | M | S | S | S |

Kaynak: (Niknam, 2010: 331)

5. UYGULAMA

Çalışma kapsamında ele alınmış veri seti, Amerikan hisse senedi piyasalarında işlem gören ve Kenneth-French'in internet sitesinde yer alan; Gıda, madencilik, petrol, tekstil, dayanıklı tüketim malzemeleri, kimya, dayanaksız tüketim malzemeleri, inşaat, elik, imalat sanayi, iç ekipmanları, otomobil, ulaşım, yardımcı hizmetler, perakendecilik, finans ve diğerleri şeklinde adlandırılmış on yedi adet sektörel portföyün Ocak 1995 – Aralık 2015 zaman aralığındaki aylık getiri serilerinden meydana gelmektedir. Veri seti içerisinde yer alan hisse senetlerine ait getiri serilerinin dağılışını ifade eden moment değerleri ve serilerin normal dağılışa uygunluğunu test eden Jarque-Bera (JB) testi sonuçları ise Tablo 2'de verilmiştir. JB testi sonucunda ortaya çıkan olasılık (P) değerlerine göre, tüm hisse senetleri % 5 sınır değerinin altında değer almıştır. O halde getiri serilerinin normal dağılımadığı % 5 anlamlılık düzeyinde ifade edilebilmektedir. Bu durumda getiri serileri için normal dağılım varsayımı sağlanmamaktadır. Çarpıklık ile basıklık momentlerinin ise portföy seçiminde kullanılması anlamlı görölmektedir.

Tablo 2. Veri Seti Özet İstatistikleri

| | Ortalama | Varyans | arpıklık | Basıklık | JB | P |
|-----|----------|---------|-----------|----------|--------|----------|
| X1 | 0.0114 | 0.0019 | 0.1677 | 9.070958 | 388.17 | 0.001 |
| X2 | 0.0072 | 0.0079 | -0.0585 | 4.169174 | 14.50 | 0.005582 |
| X3 | 0.0105 | 0.0082 | -0.2386 | 3.959363 | 12.05 | 0.009023 |
| X4 | 0.0087 | 0.0043 | 0.4774 | 9.247357 | 419.38 | 0.001 |
| X5 | 0.0064 | 0.0042 | 0.2973 | 6.911444 | 164.36 | 0.001 |
| X6 | 0.0094 | 0.0042 | -0.3219 | 4.959341 | 44.66 | 0.001 |
| X7 | 0.0167 | 0.0049 | 0.1537 | 4.546375 | 26.10 | 0.001 |
| X8 | 0.0086 | 0.0042 | -0.0939 | 5.349655 | 58.34 | 0.001 |
| X9 | 0.0064 | 0.0066 | -0.0580 | 4.927568 | 39.15 | 0.001 |
| X10 | 0.0113 | 0.0035 | -0.4293 | 4.314553 | 25.88 | 0.001013 |
| X11 | 0.0130 | 0.0066 | 0.1381 | 4.364128 | 20.34 | 0.002126 |
| X12 | 0.0069 | 0.0055 | 0.0855 | 6.51273 | 129.87 | 0.001 |
| X13 | 0.0109 | 0.0035 | -0.2374 | 4.837123 | 37.80 | 0.001 |
| X14 | 0.0103 | 0.0013 | -0.5814 | 4.203171 | 29.40 | 0.001 |
| X15 | 0.0096 | 0.0044 | 0.4669 | 8.597516 | 338.14 | 0.001 |
| X16 | 0.0106 | 0.0018 | -0.9397 | 6.247859 | 147.85 | 0.001 |
| X17 | 0.0117 | 0.0055 | 0.1726 | 5.582588 | 71.28 | 0.001 |

Öncelikle P(1), P(2) ve P(3) nicelik kısıtlı portföy modelleri, nicelik kısıtı modellerden çıkartılarak doğrusal olmayan programlama modeli haline getirilmiş ve bu durumda optimum değer bulabilen içsel nokta algoritması ile çözölmüş ve Tablo 3'de modellere ait çözüm değerleri ile çözümde yer alan hisse senedi sayıları verilmiştir.

Tablo 3. Modellerin Nicelik Kısıtsız özümleri

| Model | Uyum Fonksiyonu | Hisse Senedi Adeti | Optimum özüm Değeri |
|-------|-----------------|--------------------|----------------------|
| P(1) | SR | 4 | 0.327831 |
| P(2) | ASR | 3 | 0.315443 |
| P(3) | ASKR | 3 | 0.313404 |

Nicelik kısıtsız çözümlerle ortaya çıkan portföylerde bulunan hisse senedi adetleri 4, 3 ve 3 nicelik kısıt değeri olarak sırasıyla P(1), P(2) ve P(3) modellerine atanmıştır. Nicelik kısıtı ile karma tam sayılı doğrusal olmayan programlama modeli haline gelen modeller, 3 klasik PSO ve önerilen BAPSO algoritmaları ile özölmüştür. Algoritmalar modellere göre 100'er defa ayrı ayrı çalıştırılarak özömler elde edilmiş ve tüm en iyi sonuç değerleri Tablo 4'teki gibi gerçekleşmiştir. Sonuçlar değerlendirildiğinde algoritmaların tamamı Tablo 3'te modeller için elde edilmiş optimum değerlere ulaşabilmişlerdir. Bu durumda, dört algoritmanın da etkin özömler üretebildiği görölmüştür.

Tablo 4. PSO ve BAPSO Nicelik Kısıtlı Portföy özümleri

| | | | | |
|-----------------------------------|----------------------|----------------------|----------------------|----------------------|
| P(1) ve Yöntemler En İyi Sonuç | P(1)PSO1 0.327831 | P(1)PSO2 0.327831 | P(1)PSO3 0.327831 | P(1)BPSO 0.327831 |
| P(2) ve Yöntemler En İyi Sonuç | P(2)PSO1 0.315443 | P(2)PSO2 0.315443 | P(2)PSO3 0.315443 | P(2)BPSO 0.315443 |
| P(3) ve Yöntemler En İyi Sonuç | P(3)PSO1 0.313404 | P(3)PSO2 0.313404 | P(3)PSO3 0.313404 | P(3)BPSO 0.313404 |

Önerilen BAPSO algoritmasının nicelik kısıtlı portföy seçim probleminde performansını klasik PSO'lar ile karşılaştırabilmek için tüm modellerde hisse senedi adeti sırasıyla 5 ve 10 olarak kısıtlanarak özömler elde edilmiştir. Algoritmaların tamamı 100'er defa çalıştırılarak modellere dair sonuçlar toplanmış ve Tablo 5 ile 6'da verilmiştir.

Tablo 5. PSO ve BAPSO Nicelik Kısıtlı Portföy özümleri K=5

| | | | | |
|-----------------------------------|-----------------------------|----------------------|----------------------|-----------------------------|
| P(1) ve Yöntemler En İyi Sonuç | P(1)PSO1 0.327238 | P(1)PSO2 0.327209 | P(1)PSO3 0.327223 | P(1)BPSO 0.327238 |
| P(2) ve Yöntemler En İyi Sonuç | P(2)PSO1 0.314866 | P(2)PSO2 0.314822 | P(2)PSO3 0.314786 | P(2)BPSO 0.314868 |
| P(3) ve Yöntemler En İyi Sonuç | P(3)PSO1 0.312822 | P(3)PSO2 0.312747 | P(3)PSO3 0.312765 | P(3)BPSO 0.312823 |

Tablo 5'te nicelik kısıt değeri 5 olduğundaki sonuçlara göre P(1) modeli için en iyi sonuç değerleri PSO1 ve BAPSO ile elde edilmiştir. P(2) ve P(3) modelleri için ise önerilmiş olan BAPSO algoritması en iyi sonuç değerlerine ulaşırken, PSO1 ile diğer klasik algoritmalar olan PSO2 ve PSO3 algoritmalarına göre ilgili modellerde daha iyi sonuç elde edilmiştir.

Tablo 6. PSO ve BAPSO Nicelik Kısıtlı Portföy özümleri K=10

| | | | | |
|-----------------------------------|----------------------|----------------------|----------------------|-----------------------------|
| P(1) ve Yöntemler En İyi Sonuç | P(1)PSO1 0.322491 | P(1)PSO2 0.321704 | P(1)PSO3 0.321882 | P(1)BPSO 0.322527 |
| P(2) ve Yöntemler En İyi Sonuç | P(2)PSO1 0.310451 | P(2)PSO2 0.310092 | P(2)PSO3 0.309869 | P(2)BPSO 0.310481 |
| P(3) ve Yöntemler En İyi Sonuç | P(3)PSO1 0.308397 | P(3)PSO2 0.307783 | P(3)PSO3 0.307490 | P(3)BPSO 0.308602 |

Tablo 6'da nicelik kısıt değeri 10 olduğundaki sonuçlara göre ise önerilmiş olan BAPSO algoritması tüm modeller için en yüksek sonuç değerlerine sahip olmuştur. Öte yandan, performans açısından ikinci en iyi değerlere sahip PSO1 ile aradaki fark nicelik kısıt değeri 5 ile sınırlanmış duruma göre daha da açılmıştır. Buna göre, kısıtlama sayısı arttıkça ve çözüm bu nedenle zorlaştıkça diğer algoritmaların iyi çözüm elde etmede zorlandığı, önerilen yöntem olan BAPSO algoritmasının yüksek performansının korunduğu ve klasik PSO algoritmalarına kıyasla en iyi özöme yaklaşma anlamında daha başarılı olduğu görölmüştür.

6. SONUÇ

Portföy seçim problemi, karar vericilerin ortaya koyduğu belirli finansal kriterlere göre, risk içeren hisse senetlerinin bileşiminden yeni bir portföy oluşturmaya dayanmaktadır. Portföyde en önemli amaç getiriyi maksimize etmek olarak görülürken aynı zamanda beklenen getirinin elde edililişini sağlayabilmek adına riskin de minimize edilmesi gerekmektedir. Markowitz (1952) tarafından ortaya atılan OVM ile getiri, tarihsel verilerin ortalamasından elde edilirken risk ise tarihsel verilerin birlikte değişimini ifade eden varyans ile hesaplanmaktadır. Fakat tarihsel veriler normal dağılmadığında getiri ve riskin sadece dağılışa dair ilk iki moment olan ortalama ve varyans ile hesaplanması yeterli olmamaktadır. Bu gibi durumlarda, Harvey vd. (2010) yüksek dereceden momentlerin, portföy seçim modeline katılmasının anlamlı fark yaratabildiğini ortaya koymuşlardır. Öte yandan, Chang vd. (2000) gerçek hayatta, portföyde yer alacak hisse senedi sayısının belirli aralıklarda tutulmak istendiğini ifade etmişlerdir. Bu durumda portföy seçim problemi, nicelik kısıtlı portföy seçim problemine dönüşmekte ve kesin çözüm veren yöntemlerle çözümü çok zorlaşmaktadır. Guijarro (2018) problemin çözümü için çoğunlukla sezgisel algoritmalar kullanıldığını ifade etmektedir.

Eiben vd. (1999) sezgisel algoritmaların sezgisel parametrelere bağımlı olarak performanslarının değişebildiğini ifade ettikleri çalışmada, sezgisel parametre değerlerinin sabit veya belirli aralıkta ön bilgi ile karar verilerek kullanılmasının çoğunlukla ek zaman maliyetine yol açtığını, bunun yerine parametrelerin algoritma çalıştığı süre boyunca, iterasyonlardan elde edilen bilgiler ile kontrol altında tutulmasının algoritmanın performansını iyileştirebileceğini ve zaman maliyetlerini minimize edebileceğini ifade etmişlerdir. Bir sezgisel algoritma olan PSO'da doğru sezgisel parametre değerlerinin problemlere göre değişebildiği gibi aynı zamanda çözümün iç dinamiklerinden de etkilenebilmektedir. Bu nedenle sezgisel parametrelerin bulanık adaptif yapı ile kontrol edilmesi parametre belirleme sürecinde yaşanan sıkıntıları giderebilmektedir.

Çalışma kapsamında, nicelik kısıtlı portföy seçim problemi, yüksek dereceden momentler içeren uyum fonksiyonları ile birlikte ve oluşturulan örnek kısıt değerlerine göre çözülmüştür. Problemin çözümünde önerilen yöntem olan BAPSO ile üç adet klasik PSO algoritmalarının performansları kıyaslanmıştır. BAPSO, bulanık adaptif yapısı ile PSO'da yer alan sezgisel parametrelerin kontrolünü sağlayarak diğer klasik PSO'lara göre daha iyi sonuçlar elde edilmesine olanak tanımıştır. Öte yandan Zhu vd. (2011) bulduğu sonuçlara benzer olarak sezgisel parametrelerin önceden belirlenmiş olan aralıklarda değiştiği yaklaşımlar olan PSO2 ve PSO3, parametrelerin sabit olduğu PSO1'e göre iyileşme sağlayamamıştır. Ayrıca Nobile vd. (2018) tarafından bulunan sonuçlara paralel olarak parametrelerin bulanık adaptif yapı ile kontrol altında tutulduğu BAPSO yaklaşımı ile standart PSO'lara göre daha iyi sonuç elde edilmiştir. Önerilen BAPSO yaklaşımı ile sezgisel algoritma optimum yakınsama düzeyine ve içsel dinamiklerine duyarlı hale gelmiş ve problemin çözümünde yüksek performans sağlayabilmiştir. Bir başka açıdan ise önerilen yöntem diğer yöntemlere göre önceden parametre belirleme uğraşına neden olmayarak önemli bir sorunu da çözüm getirmiştir.

Gelecekte yapılacak olan çalışmalarda probleme özgü geliştirilecek farklı girdi parametreleri ile PSO'daki sezgisel parametrelerin kontrol altında daha etkin tutularak BAPSO yaklaşımının performansını artırmanın mümkün olduğu düşünölmekte ve farklı portföy problemlerine yaklaşımın adapte edilerek iyi çözümler elde edilebileceği öngörülmektedir.

KAYNAKÇA

- AKSARAYLI, M., PALA, O. (2018). "A polynomial goal programming model for portfolio optimization based on entropy and higher moments", *Expert Systems with Applications*, (94): 185-192.
- ALADAĞ, C. H., YOLCU, U., EGRİOĞLU, E. ve DALAR, A. Z. (2012). "A new time invariant fuzzy time series forecasting method based on particle swarm optimization", *Applied Soft Computing*, 12(10): 3291-3299.

- ALMAHDI, S., YANG, S. Y. (2019). "A constrained portfolio trading system using particle swarm algorithm and recurrent reinforcement learning." *Expert Systems with Applications*, 130, 145-156.
- BAJPAI, P., SINGH, S. N. (2007). "Fuzzy adaptive particle swarm optimization for bidding strategy in uniform price spot market." *IEEE Transactions on Power Systems*, 22(4), 2152-2160.
- BERA, A. K., PARK, S. Y. (2008). "Optimal portfolio diversification using the maximum entropy principle." *Econometric Reviews*, 27(4-6), 484-512.
- BOUDT, K., WAN, C. (2019). "The effect of velocity sparsity on the performance of cardinality constrained particle swarm optimization." *Optimization Letters*, 1-12.
- BRITO, R. P., SEBASTIÃO, H., ve GODINHO, P. (2019). "Portfolio management with higher moments: the cardinality impact", *International Transactions in Operational Research*, 26(6), 2531-2560.
- CHANG, T. J., MEADE, N., BEASLEY, J. E., SHARAIHA, Y. M. (2000). "Heuristics for cardinality constrained portfolio optimisation." *Computers & Operations Research*, 27(13), 1271-1302.
- CHANG, T. J., MEADE, N., BEASLEY, J. E., SHARAIHA, Y. M. (2000). "Heuristics for cardinality constrained portfolio optimisation." *Computers & Operations Research*, 27(13), 1271-1302.
- CHEN, W., ZHANG, R. T., CAI, Y. M., XU, F. S. (2006). "Particle swarm optimization for constrained portfolio selection problems." In *2006 International Conference on Machine Learning and Cybernetics* (pp. 2425-2429). IEEE.
- CHUNHACHINDA, P., DANDAPANI, K., HAMID, S., PRAKASH, A. J. (1997). "Portfolio selection and skewness: Evidence from international stock markets." *Journal of Banking & Finance*, 21(2), 143-167.
- CORAZZA, M., FASANO, G., GUSSO, R. (2013). "Particle Swarm Optimization with non-smooth penalty reformulation, for a complex portfolio selection problem." *Applied Mathematics and Computation*, 224, 611-624.
- CURA, T. (2009). "Particle swarm optimization approach to portfolio optimization", *Nonlinear analysis: Real world applications*, 10(4): 2396-2406.
- DENG, G. F., LIN, W. T. ve LO, C. C. (2012). "Markowitz-based portfolio selection with cardinality constraints using improved particle swarm optimization", *Expert Systems with Applications*, 39(4): 4558-4566.
- EBERHART, R. ve KENNEDY, J. (1995). "A new optimizer using particle swarm theory", *Proceedings of the Sixth International Symposium on Micro Machine and Human Science*, (39-43). IEEE.
- EIBEN, Á. E., HINTERDING, R., MICHALEWICZ, Z. (1999). "Parameter control in evolutionary algorithms." *IEEE Transactions on evolutionary computation*, 3(2), 124-141.
- GOLMAKANI, H. R. ve FAZEL, M. (2011). "Constrained portfolio selection using particle swarm optimization", *Expert Systems with Applications*, 38(7): 8327-8335.
- GUIJARRO, F. (2018). "A similarity measure for the cardinality constrained frontier in the mean-variance optimization model." *Journal of the Operational Research Society*, 69(6), 928-945.
- HARVEY, C. R., LIECHTY, J. C., LIECHTY, M. W., MÜLLER, P. (2010). "Portfolio selection with higher moments." *Quantitative Finance*, 10(5), 469-485.
- JUANG, Y. T., TUNG, S. L., CHIU, H. C. (2011). "Adaptive fuzzy particle swarm optimization for global optimization of multimodal functions." *Information Sciences*, 181(20), 4539-4549.

- KENDAL, G. ve SU, Y. (2005). "A Particle Swarm Optimization Approach in the Construction of Optimal Risky Portfolios", IASTED International Multi Conference Artificial Intelligence and Applications Journal, (23): 14-16.
- KENNETH FRENCH İNTERNET SİTESİ. Çevrimiçi Adres :<http://mba.tuck.dartmouth.edu/pages/faculty/ken.french/index.html> (erişim tarihi 1 Ağustos 2018)
- KONNO, H., SUZUKI, K. I. (1995). "A mean-variance-skewness portfolio optimization model." Journal of the Operations Research Society of Japan, 38(2), 173-187.
- KONNO, H., SHIRAKAWA, H. ve YAMAZAKI, H. (1993). "A mean-absolute deviation-skewness portfolio optimization model", Annals of Operations Research, 45(1): 205-220.
- LIU, H., ABRAHAM, A. (2005). "Fuzzy adaptive turbulent particle swarm optimization." In Fifth International Conference on Hybrid Intelligent Systems (HIS'05) (pp. 6-pp). IEEE.
- MARKOWITZ, H. (1952). "Portfolio selection", The journal of finance, 7(1): 77-91.
- MARKOWITZ, H. M. (1991). "Foundations of portfolio theory", The journal of finance, 46(2): 469-477.
- NADERI, E., NARIMANI, H., FATHI, M., NARIMANI, M. R. (2017). "A novel fuzzy adaptive configuration of particle swarm optimization to solve large-scale optimal reactive power dispatch." Applied Soft Computing, 53, 441-456.
- NI, Q., YIN, X., TIAN, K., ZHAI, Y. (2017). "Particle swarm optimization with dynamic random population topology strategies for a generalized portfolio selection problem." Natural Computing, 16(1), 31-44.
- NIKNAM, T. (2010). "A new fuzzy adaptive hybrid particle swarm optimization algorithm for non-linear, non-smooth and non-convex economic dispatch problem", Applied Energy, 87(1): 327-339.
- NOBILE, M. S., CAZZANIGA, P., BESOZZI, D., COLOMBO, R., MAURI, G., PASI, G. (2018). "Fuzzy Self-Tuning PSO: A settings-free algorithm for global optimization." Swarm and evolutionary computation, 39, 70-85.
- PÉZIER, J. ve WHITE, A. (2008). "The relative merits of alternative investments in passive portfolios", The Journal of Alternative Investments, 10(4): 37-49.
- PRAKASH, A. J., CHANG, C. H., PACTWA, T. E. (2003). "Selecting a portfolio with skewness: Recent evidence from US, European, and Latin American equity markets." Journal of Banking & Finance, 27(7), 1375-1390.
- PROELSS, J., SCHWEIZER, D. (2014). "Polynomial goal programming and the implicit higher moment preferences of US institutional investors in hedge funds." Financial Markets & Portfolio Management, 28(1), 1-28. <http://dx.doi.org/10.1007/s11408-013-0221-x>
- RAY, A. ve MAJUMDER, S. K. (2018). "Multi objective mean-variance-skewness model with Burg's entropy and fuzzy return for portfolio optimization", Opsearch, 55(1): 107-133.
- SABER, A. Y., SENJYU, T., YONA, A., FUNABASHI, T. (2007). "Unit commitment computation by fuzzy adaptive particle swarm optimisation." IET Generation, Transmission & Distribution, 1(3), 456-465.
- SADİGH, A. N., MOKHTARI, H., IRANPOOR, M. ve GHOMI, S. M. T. (2012). "Cardinality constrained portfolio optimization using a hybrid approach based on particle swarm optimization and Hopfield neural network", Advanced Science Letters, 17(1): 11-20.
- SHARPE, W. F. (1966). "Mutual fund performance", The Journal of business, 39(1): 119-138.

- SHİ, Y. ve EBERHART, R. C. (1999). "Empirical study of particle swarm optimization", Proceedings of the Congress on Evolutionary Computation (1945-1950). IEEE.
- SHİ, Y. ve EBERHART, R. C. (2001). "Fuzzy adaptive particle swarm optimization", Proceedings of the Congress on Evolutionary Computation (101-106). IEEE.
- VALDEZ, F., VAZQUEZ, J. C., MELIN, P., CASTILLO, O. (2017). "Comparative study of the use of fuzzy logic in improving particle swarm optimization variants for mathematical functions using co-evolution." *Applied Soft Computing*, 52, 1070-1083.
- YUE, W. ve WANG, Y. (2017). "A new fuzzy multi-objective higher order moment portfolio selection model for diversified portfolios", *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, (465): 124-140.
- ZAKAMOULINE, V. ve KOEKEBAKKER, S. (2009). "Portfolio performance evaluation with generalized Sharpe ratios: Beyond the mean and variance", *Journal of Banking & Finance*, 33(7): 1242-1254.
- ZHU, H., WANG, Y., WANG, K. ve CHEN, Y. (2011). "Particle Swarm Optimization (PSO) for the constrained portfolio optimization problem", *Expert Systems with Applications*, 38(8): 10161-10169.