

Ortaokul Beşinci Sınıf Öğrencilerinin Eşit İşaretine İlişkin Anlamalarının İncelenmesi

Pınar YILDIZ

Çanakkale Onsekiz Mart Üniversitesi, Eğitim Fakültesi, Matematik ve Fen Bilimleri Eğitimi Bölümü, Matematik Eğitimi ABD, Çanakkale
akdalpınar@gmail.com

ORCID ID: <https://orcid.org/0000-0002-6729-7721>

Azime ATAY

Erciyes Üniversitesi, Eğitim Fakültesi, Matematik ve Fen Bilimleri Eğitimi Bölümü, Matematik Eğitimi ABD, Kayseri
azime.atay@gmail.com

ORCID ID: <https://orcid.org/0000-0003-0377-5277>

Araştırma Makalesi

DOI: 10.31592/aeusbed.602915

Geliş Tarihi: 06.08.2019

Revizyon Tarihi: 04.12.2019

Kabul Tarihi: 04.12.2019

Atıf Bilgisi

Yıldız, P. ve Atay, A. (2019). Ortaokul beşinci sınıf öğrencilerinin eşit işarete ilişkin anlamalarının incelenmesi. *Ahi Evran Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü Dergisi*, 5(2), 426-438.

ÖZ

Bu çalışmanın amacı, ortaokul beşinci sınıf öğrencilerinin eşit işarete ilişkin anlamalarını incelemektir. Araştırma nitel araştırma kapsamında yapılandırılmış bir durum çalışmasıdır. Çalışma 15 ortaokul beşinci sınıf öğrencisi ile gerçekleştirilmiştir. Araştırma grubunun seçiminde kolay ulaşılabilir durum örnekleme kullanılmıştır. Araştırma verileri açık uçlu sorulardan oluşan bir ölçme aracı ve yapılandırılmamış görüşme formu aracılığıyla toplanmıştır. Çalışmaya katılan 15 öğrenciden ölçme aracındaki soruları yanıtlamaları istenmiştir. Bu öğrencilerin arasından belirlenen beş öğrenci ile ise görüşmeler gerçekleştirilmiştir. Verilerin analizinde içerik analizi ve betimsel analiz birlikte kullanılmıştır. Analiz sürecinde ilk olarak ölçme aracından ve görüşmeden elde edilen veriler düzenlenmiş, ses kayıtları çözümlenmiştir. Çözümlemeler bir araya getirilerek her bir öğrenciye ilişkin veri seti oluşturulmuştur. İçerik analizi sürecinde her bir soru bazında sınıflandırılan veriler kapsamında kodlamalar yapılmıştır. Veri analizinin son aşamasında ise sınıflandırılan ve kodlanan veriler betimlenerek yorumlanmıştır. Araştırma sonucunda, çalışmaya katılan öğrencilerin çoğunun eşit işarete eşitliğin iki tarafındaki sayısal ilişkileri ifade eden bir ilişki sembolü olarak değil, sonuca götüren bir işlem sembolü olarak gördükleri belirlenmiştir. Araştırmaya katılan az sayıda öğrenci eşitlikteki sayısal ilişkileri kullanmıştır.

Anahtar Kelimeler: Ortaokul öğrencileri, cebir, eşit işareti, eşitlik.

Investigating Middle School Fifth Grade Students' Understanding of Equal Sign

ABSTRACT

The purpose of this study is to investigate fifth grade students' understanding of equal sign. Case study design was employed among qualitative design. Participants of the study is 15 middle school fifth grade students (9 female and 6 male). A convenience sampling method were used to select participants. The research data were collected through a questionnaire consisting of open-ended questions and unstructured interviews. Fifteen students were asked to answer the questions in the assessment tool. Interviews were conducted with five students selected among participants. Content analysis and descriptive analysis were used together in the analysis of the research data. In the analysis process, the data obtained from the written exam and the interview were first edited and the audio recordings were analysed. The result of analyses were brought together to form a data set for each student. In the content analysis process, coding were made within the scope of the data classified on the basis of each question. In the last stage of the data analysis, the classified and coded data were described and interpreted. As a result of the research, it was determined that most of the students who participated in the study view the equal sign as a transaction symbol that leads to the result, not as a relational symbol expressing the numerical relations on both sides of the equality. Few students used numerical relationships in equality.

Keywords: Middle school students, algebra, equal sign, equality.

Giriş

Öğrenciler cebirle ilgili öğrenmelerini aritmetikteki öğrenmeleri üzerine kurarlar. Öğrencilerin aritmetikteki eksik veya hatalı öğrenmeleri, cebir konu ve kavramlarını öğrenirken birçok zorluk yaşamalarına neden olmaktadır (Behr, Erlwanger ve Nichols, 1980; Blanton, Otálora, Brizuela, Gardnier, Sawrey, Gibbins ve Kim, 2018; Byrd, McNeil, Chesney ve Matthews, 2015; Kieran, 1981;

Usta ve Özdemir, 2018; Vermeulan ve Meyer, 2017). Özellikle eşitlik gibi cebirsel düşünmenin temelini oluşturan kavramlara yönelik ilkökulda oluşan kavram yanılgıları öğrencilerin cebir konularını doğru olarak anlamlandırmalarına engel olmaktadır. Öğrencilerin eşitlik kavramına ilişkin hatalı öğrenmeleri denklem kavramını ve denklem çözümünü nasıl anlamlandırdıklarını da belirlemektedir (Jones, Inglis, Gilmore ve Dowens, 2012; Knuth, Alibali, Hattikudur, McNeil, Weinberg ve Stephens, 2008; Knuth, Alibali, McNeil, Weinberg ve Stephens, 2005; Stephens, Knuth, Blanton, Isler, Gardiner ve Marum, 2013). Eşit işaretinin, denklemin iki tarafının niceliksel olarak eşit olması anlamına geldiğini anlayan öğrenciler cebir alanında, eşit işaretini işlemsel olarak algılayan öğrencilerden daha başarılıdır (Şimşek, Xenidou-Dervou, Karadeniz ve Jones, 2019).

Öğrencilerin eşitlik kavramının matematiksel anlamını doğru bir şekilde anlamaları, eşitlik kavramını temsil eden bir matematik sembolü olarak eşit işaretini doğru olarak anlamalarını gerektirmektedir. Öğrenciler eşit işaretini denklemin her iki tarafının denklemini gösteren bir sembol olarak değil, “işlem yap ve sonuç bul” şeklinde algılamaktadırlar (Oktaç, 2010). Öğrenciler eşit işaretini soldan sağa gerçekleştirilen bir eylemi gösteren bir işlem sembolü olarak düşündükleri için eşit işaretinden sonra bir cevap geleceğini düşünmektedirler. Eşit işaretini, eşitliğin iki tarafı arasında sayısal ilişkilerin kullanılmasını gerektiren ilişkisel bir sembol olarak görmemektedirler (Behr, Erlwanger ve Nichols, 1980; Blanton vd., 2018; Byrd, McNeil, Chesney ve Matthews, 2015; Hattikudur ve Alibali, 2010; Leong, 2010; Vermeulan ve Meyer, 2017; Yaman, Toluk ve Olkun, 2003). Van de Walle, Karp ve Bay-Williams (2010) öğrencilerin eşit işaretinin ilişkisel anlamını kavradıklarında problem çözme sürecinde de ilişkisel düşünceyi kullanabildiklerini belirtmiştir. İlişkisel düşünmeyi ise eşitliğin iki tarafını nicelik olarak hesaplamak yerine sayısal ilişkileri kullanmayı gerektiren bir süreç olarak tanımlamışlardır.

Öğrencilerin eşit işaretine ilişkin anlamaları üzerine gerçekleştirilen araştırmalar önemli sonuçlar ortaya koymaktadır (Falkner, Levi ve Carpenter, 1999; Kieran, 1981; Yaman, Toluk ve Olkun, 2003). Falkner, Levi ve Carpenter (1999) 145 altıncı sınıf öğrencisi ile gerçekleştirdikleri çalışmada öğrencilerin eşitlik kavramı hakkındaki anlamalarını incelemişlerdir. Öğrencilere $8 + 4 = \square + 5$ eşitliğinde kutu içerisine hangi sayı yazılması gerektiği sorulmuştur. Araştırma sonucunda, öğrencilerin çoğunun kutu yerine 12 veya 17 yazılması gerektiğini düşündükleri görülmüştür. Eşitlikte, eşit işaretinden sonra cevap geleceğini düşünen öğrenciler kutu yerine 12, eşitlikteki bütün sayıların toplanacağını ($8 + 4 = 12 + 5 = 17$) düşünen öğrenciler ise kutu yerine 17 yazmışlardır. Bu bulgular öğrencilerin eşit işaretini ve eşitlik kavramını sınırlı bir şekilde algıladıklarını göstermektedir. Bu konuda yapılan başka bir çalışma Yaman, Olkun ve Toluk (2003) tarafından, 10 ilköğretim öğrencisi ile gerçekleştirilmiştir. Çalışmaya 2, 3, 4, 5 ve 6. sınıf düzeylerinden ikişer öğrenci katılmıştır. Çalışma kapsamında öğrencilerin eşit işaretini nasıl algıladıklarını ortaya çıkarmak amacıyla, üç sözel problem, sembol içeren üç eşitlik sorusu ve doğru yanlış içeren yedi eşitlik sorusu kullanılmıştır. Çalışma sonucunda, araştırmaya katılan öğrencilerin çoğunun eşit işaretini ilişki ifade eden bir sembol olarak değil, bir işlem sembolü olarak algıladıkları ortaya çıkmıştır. Çalışmadan elde edilen bir diğer önemli sonuç da öğrencilerin eşit işaretinden sonra bir sonucun gelmesi gerektiğini düşünmeleridir. Öğrenciler eşit işaretinden sonra tek bir sayı gelmesi gerektiğini düşünmektedirler. Bu durumla ilişkili olarak çoğu öğrenci $__ = a + b$ ifadesinin yanlış veya ters olduğunu belirtmiştir. Kieran (1981) ise eşitlik kavramı konusundaki çalışmasında, öğrencilerin eşitlik kavramına ilişkin hatalı öğrenmelerinin denklemleri çözme sürecini önemli ölçüde etkilediği üzerinde durmaktadır. Eşit işaretinden sonra bir sonucun geleceği yönündeki düşünceler denklem çözümlerinde hatalı gösterimlerin kullanılmasına neden olmaktadır. Örneğin, $3x(14 + 36) = 14 + 36 = 50x3 = 150$ şeklindeki hatalı gösterimleri cebir konularında da devam ettirmektedirler. Öğrenciler bilinmeyen eşitliğin sol tarafında yer aldığı denklemlerinin (örn. $3x + 5 = 26$) yanlış olduğunu düşünmektedirler. Bilinmeyen eşitliğin sağ tarafında ve her iki tarafında olan denklemleri (örn. $3x + 5 = 2x + 2$ veya $27 = 4x + 3$) daha kolay çözmektedirler. Öğrenciler eşit işaretinin anlamını tam olarak kavrayamadıkları için eşit işaretini alışılmışın dışında kullanmakta zorlanmaktadır. Yani eşit işaretinin onlara ne tür matematiksel işlem özgürlükleri sağladığının tam olarak farkında olmadıkları için farklı stratejiler geliştiremediklerini göstermektedir. Öğrencilerin farklı stratejileri kullanmaları kendi bilişsel düzeyleri ile yakından ilişkili olup (Yıldız, Baltacı ve Kuzu, 2018) denklem çözümlerinde kullanılan farklı stratejilerin (eşitliğin her

iki tarafına aynı işlem uygulanması, ters işlem) anlaşılması ve süreçte yapılan en temel hatalar eşit işaretinin tam olarak anlaşılmasından kaynaklanmaktadır (Kieran, 1981).

Blanton vd. (2018) tarafından gerçekleştirilen, anasınıfı öğrencilerinin eşitlik kavramına ilişkin anlamalarının derinlemesine incelendiği çalışma da önemli sonuçlar ortaya koymaktadır. Bu çalışma ile Amerika Birleşik Devletleri'ndeki anasınıfı öğrencilerinin eşitlik kavramına ilişkin ilk düşüncelerini incelemeyi amaçlamışlardır. Özellikle, çocukların formal olarak eşit işareti anlatılmadan önce eşit işareti hakkında sahip oldukları anlayışları incelenmiştir. Öğrencilerin eşit sembolü hakkında ilişkisel düşüncelerini geliştirmek için tasarlanan 8 haftalık bir sınıf öğretimi deneyi boyunca anlayışlarının nasıl değiştiğini incelemek amacıyla nitel yöntemler kullanılmıştır. Bulgular, formal öğretimden önce bile, küçük çocukların eşit işaretiyle ilişkili operasyonel bir görüşe sahip olduklarını ve bu operasyonel görüşü öğretim süresince de ısrarla sürdürdüklerini göstermiştir. Bu erken ve ısrarcı operasyonel perspektif kreş çağında ve hatta okul öncesinde çocukların yaşayacağı matematiksel deneyimlerin çok önemli olarak tasarlanmasının gerekliliğinin altını çizmektedir. Bu tarz bir yaklaşım, öğrencileri birinci sınıfta formal olarak eşit işareti öğrendikleri zaman eşit işareti üzerine ilişkisel bir anlayış geliştirmeye yönlendirecektir.

Eşit işaretinin, çift yönlü niceliksel bir ilişkiyi belirttiğinin kavranması cebirsel düşünmenin gelişimi için oldukça önemlidir. Blanton vd. (2018) çalışmalarında belirttikleri şekilde, eşit işaretinin temel bir matematiksel ilişkiyi gösteren bu anlamının cebir öncesi dönemde geliştirilmesi gerekmektedir. Bu kapsamda yapılan birçok araştırma da aritmetikten cebire geçiş sürecinde cebir öncesi dönemin önemine işaret etmektedirler (Akkan, Baki ve Çakıroğlu, 2012; Booth, 1988; Herscovics ve Linchevski, 1994; Malisani ve Spagolo, 2009; McCrory, Floden, Ferrini-Mundy, Reckase ve Senk, 2012; Slavitt, 1999; Stephens vd., 2013; Warren, 2003). Öğrenciler cebirsel anlamalarını aritmetikteki anlamaları ile ilişkilendirerek yapılandırır. Öğrencilerin cebirsel ilişkileri anlamada zorlanmalarının nedeni aritmetikteki temel kavramları iyi bir şekilde kavrayamamalarından kaynaklanmaktadır (Akkan, Baki ve Çakıroğlu, 2012; Booth, 1988; Herscovics ve Linchevski, 1994; Warren, 2003). Kieran (1992) cebir ile aritmetik arasındaki karşılıklı bir ilişki olduğunu ve cebirin köklerini aritmetikten aldığını ifade etmiştir. Cebir sembolize etme, genelleme; aritmetik ise akıl yürütme için geniş imkânlar sunar ve cebir güçlü bir aritmetik temel üzerine inşa edilir. Cebir öncesi ise aritmetikten cebire geçişte informal keşif dönemidir. Cebir öncesi dönem cebirsel düşünme ve aritmetik düzeyinde informal simgeleme ve denklem çözümü için gerekli olan aritmetiksel temellerin geliştirilmesini ve güçlendirilmesini içerir (Kieran, 1992).

Ülkemizde uygulanmakta olan Ortaokul Matematik Dersi Öğretim Programı'nda (MEB, 2018) aritmetikten cebire geçiş 6. sınıf düzeyinde başlamaktadır. Öğrencilerin cebir öncesi öğrenmeleri kapsamında İlkokul Matematik Dersi Öğretim Programı'nda eşitlik kavramına ilişkin önemli kazanımlar yer almaktadır. Örneğin, "eşit işaretinin matematiksel ifadeler arasındaki eşitlik anlamını fark eder" kazanımı ile eşit işaretinin ilişkisel anlamı vurgulanmış ve bu durum "eşit işaretinin her zaman işlem sonucu anlamı taşımadığı, eşitliğin iki tarafındaki matematiksel ifadelerin denge durumunu da (eşitliğini) gösterdiği vurgulanır" şeklinde belirtilmiştir. Öğrenciler aritmetikten cebire geçiş sürecinde yeni öğrenmelerini bu anlamaları üzerine yapılandırır. Bu durumla ilişkili olarak, aritmetikten cebire geçmeden, cebir öncesi dönemde öğrencilerin temel cebir kavramlarından biri olan eşitlik kavramına ilişkin önbilgilerinin anlaşılması önemlidir. Bu bağlamda bu çalışmada, ortaokul beşinci sınıf öğrencilerinin eşit işaretiyle ilişkili anlamalarının incelenmesi amaçlanmıştır.

Yöntem

Araştırma Modeli

Ortaokul beşinci sınıf öğrencilerinin eşit işaretiyle ilişkili anlamalarının incelendiği bu araştırma nitel araştırma kapsamında yapılandırılmıştır. Araştırmada, nitel araştırma desenlerinden durum çalışması deseni kullanılmıştır. Durum çalışması sınırları açıkça tanımlanabilir durumlara yönelik derinlemesine bir anlayış kazanılmasında uygun bir desen olup (Creswell, 2007; Punch, 2005), araştırma

konusunu farklı yönleriyle derinlemesine anlamayı amaçlayan bir araştırma desendir (Merriam, 2009). Bu çalışmada ele alınan durum, ortaokul beşinci sınıf öğrencilerinin eşit işaretiyle ilişkin anlamalarıdır.

Çalışma Grubu

Araştırma Marmara Bölgesinde bir ilde Millî Eğitim Bakanlığına bağlı bir ortaokulda öğrenim gören 15 ortaokul beşinci sınıf öğrencisi (%60 kız, %40 erkek) ile gerçekleştirilmiştir. Araştırmanın gerçekleştirildiği okulda sadece bir tane beşinci sınıf şubesi bulunmaktadır ve bu şubedeki bütün öğrenciler çalışmaya katılmıştır. Araştırma verileri, 2018-2019 eğitim-öğretim yılının bahar döneminde toplanmıştır. Katılımcıların belirlenmesinde, kolay ulaşılabilir durum örnekleme kullanılmıştır. Kolay ulaşılabilir durum örnekleme yöntemi ise araştırmaya hız ve pratiklik kazandırmak amaçlı kullanılır (Yıldırım ve Şimşek, 2011).

Verilerin Toplanması

Öğrencilerin eşit işaretiyle ilişkin anlamalarını belirlemek için gerçekleştirilen bu çalışmanın verileri bir ölçme aracı ve yapılandırılmamış görüşmeler ile toplanmıştır. Veri toplama sürecinde ilk olarak öğrencilerden ölçme aracındaki soruları yanıtlamaları istenmiştir. Ölçme aracı, araştırmaya katılan 15 öğrencinin eşit işaretini nasıl anladıklarını belirlemek için oluşturulan 6 açık uçlu sorudan oluşmaktadır. Ölçme aracındaki sorular ilgili alan yazından (Behr, Erlwanger ve Nichols, 1980; Falkner, Levi ve Carpenter, 1999) yararlanılarak hazırlanmıştır. İlk aşamada 13 soru içeren bir ölçme aracı oluşturulmuştur. Ölçme aracının iç geçerliğini sağlamak için ölçme aracı ilköğretim matematik eğitimi alanında uzman üç kişi tarafından incelenmiş ve benzer olan sorular çıkarılarak 6 soruluk yeni bir ölçme aracı oluşturulmuştur. Örneğin ilk veri toplama aracında yer alan “ $1+5=5+1$, $4+1=1+4$ ve $8=8$ ” şeklindeki üç farklı sorunun benzer olduğu düşünülmüş ve “ $8=8$ ” sorusunun kullanılmasının yeterli olacağı kanısına varılmıştır. Öğrenciler ölçme aracındaki soruları yazılı olarak yanıtlamışlardır. Aşağıda ölçme aracında yer alan sorular verilmiştir.

1. “=” sembolü neyi ifade etmektedir? (Anlamı nedir?) Örnek veriniz.
2. $3 + 5 = \square$ ifadesinde \square yerine hangi sayı gelmelidir? Açıklayınız.
3. $\square = 3 + 5$ ifadesinde \square yerine hangi sayı gelmelidir? Açıklayınız.
4. $8 + 4 = \square + 5$ ifadesinde \square yerine hangi sayı gelmelidir? Açıklayınız.
5. $8 = 8$ ifadesinin doğru veya yanlış olduğunu belirtiniz. Sebebini açıklayınız.
6. $6 = 2 + 4$ eşitliğini sözel olarak ifade ediniz.

Veri toplama sürecini ikinci aşamasında öğrencilerin bu sorulara verdikleri yanıtlar incelenmiş ve bu öğrenciler arasından tanımları farklılık gösteren beş öğrenci belirlenmiştir. Bu öğrenciler ile eşit işaretini ilişkin anlamaları hakkında daha detaylı bilgi sahibi olmak amacıyla yapılandırılmamış görüşmeler yapılmıştır. Görüşme, öğrencilerin ölçme aracındaki sorulara verdikleri yanıtları detaylandırmaya yönelik gerçekleştirilmiştir. Bu görüşmeler ortalama 15 dakika sürmüştür. Görüşmeler öğrencilerin kendi okulunda boş bir sınıfta gerçekleştirilmiştir. Yapılan görüşmeler ses kayıt cihazı ile kayıt altına alınmıştır.

Verilerin Analizi

Araştırma verilerinin analizinde temel amaç çalışmaya katılan ortaokul beşinci sınıf öğrencilerinin eşit işaretiyle ilişkin anlamalarının incelenmesi, açıklanması ve yorumlanmasıdır. Bu kapsamda veri analizinde içerik ve betimsel analiz birlikte kullanılmıştır. Analiz sürecinde ilk olarak ölçme aracından ve yapılandırılmamış görüşmelerden elde edilen veriler düzenlenmiş, ses kayıtları çözümlenmiştir. Çözümlemeler bir araya getirilerek her bir öğrenciye ilişkin veri seti oluşturulmuştur. İçerik analizi sürecinde her bir soru bazında sınıflandırılan veriler kapsamında iki araştırmacı tarafından kodlamalar yapılmış ve %91 oranında uyumlu kodlar elde edilmiştir. Uyum sağlanamayan cevaplar için alan yazın tekrar incelenerek görüş birliği sağlanmıştır. Veri analizinin son aşamasında ise sınıflandırılan ve kodlanan veriler betimlenerek yorumlanmıştır. Betimleme sürecinde bulgular yorumlanır ve araştırma verilerinin anlamlı olabilmesi için doğrudan alıntılara yer verilir (Creswell,

2007; Patton, 2002). Bu sebeple, öğrencilerin eşit işaretine ilişkin anlamalarına yönelik doğrudan alıntılarla sunulan veriler ölçme aracından elde edilen verileri destekleyecek ve detaylandırılacak şekilde ilişkilendirilmiştir.

Bulgular

Eşit İşaretinin Anlamı

Öğrencilerin eşit işaretinin anlamına ilişkin bilgilerini belirlemek için “=” *sembolü neyi ifade etmektedir? (Anlamı nedir?) Örnek veriniz.* sorusu sorulmuştur. Öğrenci yanıtları incelendiğinde, eşit işaretinin anlamına yönelik *sayıların eşitliği* ve *çözüm-sonuç* şeklinde oluşan iki tema Tablo 1’ de sunulmuştur.

Tablo 1

Birinci Soruya İlişkin Veriler

Tema	f
Sayıların eşitliği	11
Çözüm-sonuç	4

Çalışmaya katılan 11 öğrenci eşit işaretini *sayıların eşitliği* olarak açıklamıştır. Aşağıda bu öğrencilerin ifadelerinden örnekler sunulmuştur.

“İki sayının birbirine eşit olmasıdır.” $2=2$ (K-1)

“Sayıların eşitlenmesini anlatıyor.” $3+2=1+4$ (K-3)

“Sayıların eşit olduğunu gösterir.” $15+5=5+15$ (K-8)

Çalışmaya katılan 4 öğrenci ise eşit işaretini *çözüm-sonuç* olarak açıklamışlardır. Aşağıda bu öğrencilerin ifadelerinden örnekler sunulmuştur.

“Bir soruyu çözdüysek bulduğumuz sonucu gösterir.” $3+5=8$ (K-15)

“Matematik işleminin sonucunu gösterir.” $42+5=47$ (K-10)

Görüşmeden elde edilen bulgular, eşit işaretini sayıların eşitliği olarak açıklayan öğrencilerin de eşit işaretini daha çok işlemsel bir sembol olarak algıladıklarını göstermiştir. Öğrenciler eşitlikteki sayılar arasındaki ilişkiyi kullanmamışlardır. Eşitlikteki toplam değeri bularak sayıların eşit olup olmadığına bakmışlardır. Eşit işaretini “matematik işleminin sonucunu gösterir” şeklinde açıklayan Katılımcı 10, yapılan görüşmede aşağıdaki açıklamayı yapmıştır.

Araştırmacı: ‘=’ sembolünün matematik işleminin sonucunu gösterdiğini belirtmişsin. Biraz daha açıklar mısın?

Öğrenci: Yani, evet. Matematik sorularını çözdüğümüzde hep bir sonuca ulaşıyoruz. Burada hep eşittiri kullanıyoruz. Sonucu bulmamız için işlemleri çözmemiz gerekiyor. Sonunda bir şey bulmalıyız.

Araştırmacı: Eşittir sadece bir işlemin sonucunu bulmak mıdır?

Öğrenci: İşte toplama, çıkarma yaparız bir sonuç buluruz.”

Görüşme yapılan sadece bir öğrenci (K3) eşitliğin iki tarafı arasındaki sayısal ilişkiye odaklanmıştır.

Araştırmacı: $3+2=1+4$ ifadesini örnek olarak vermişsin. Bu eşitliği nasıl açıklarsın?

Öğrenci: İşte sağdaki ve soldaki sayıların eşit olması gerekiyor. Solda 5, sağda 5 oluyor.

Araştırmacı: Bunu başka türlü açıklayabilir misin?

Öğrenci: Mmm. 4, 3'den 1 fazla. 2 de 1'den 1 fazla olur. Sayılar yine eşit oluyor."

a+b=□ ve □=a+b Yapısındaki Eşitlikler

Bu kapsamda öğrencilere " $3+5=\square$ ifadesinde \square yerine hangi sayı gelmelidir? Açıklayınız." ve " $\square=3+5$ ifadesinde \square yerine hangi sayı gelmelidir? Açıklayınız." soruları sorulmuştur. Öğrencilerin verdikleri yanıtlar Tablo 2'de sunulmuştur.

Tablo 2

İkinci ve Üçüncü Soruya İlişkin Veriler

Soru	Öğrenci Cevabı	f
$\square=3+5$	8	15
$3+5=\square$	8	15

Öğrencilerin hepsi iki eşitlikte de kutu yerine hangi sayı gelmesi gerektiğini doğru olarak ifade etmişlerdir. Öğrencilerin açıklamalarına bakıldığında ise, *sorunun cevabı, sonuç, işlemin sonucu, toplam* ifadelerini kullandıkları görülmüştür. Aşağıda öğrenci ifadelerinden örnekler sunulmuştur.

"Sonuç 8'dir. Çünkü buradaki eşittir sorunun cevabını bulmak içindir." (K-7)

"8, çünkü eşittir yani 5 ile 3'ü toplayınca cevap geldi." (K-11)

"8 sayısı gelmelidir, çünkü işlemin sonucudur." (K-2)

Üç öğrenci ise açıklamasında $\square=3+5$ ifadesinin yanlış yazıldığını ve tam tersi $3+5=\square$ şeklinde olması gerektiğini belirtmiştir. Yapılan görüşmede Katılımcı 7'nin açıklamaları bu durumu yansıtmaktadır.

"Araştırmacı: Eşitlikteki sayıların yerlerini değiştirmişsin. Açıklar mısın?

Öğrenci: Evet, çünkü burada 8 sonuç olduğu için eşittirden sonra gelmesi gerekir. Ters yazılmış. Sorunun cevabı 8'dir."

a+b=□+c Yapısındaki Eşitlikler

Bu kapsamda öğrencilere " $8+4=\square+5$ ifadesinde \square yerine hangi sayı gelmelidir? Açıklayınız." sorusu sorulmuştur. Öğrencilerin verdikleri yanıtlar Tablo 3'de sunulmuştur.

Tablo 3

Dördüncü Soruya İlişkin Veriler

Öğrenci Cevabı	f
7	11
12	4

4 öğrenci soruda kutu yerine 12 gelmesi gerektiğini belirtmiştir. Bu öğrencilerin açıklamalarına bakıldığında toplama işlemine odaklandıkları görülmüştür.

"12 gelmelidir. Toplama işlemi olduğu için toplanması gereken sayıları toplamalıyız. Çünkü arada artı işareti var." (K-3)

“12 sayısı gelmelidir. Çünkü 8 ile 4 toplanırsa 12 eder.” (K-5)

Katılımcı 3 ve Katılımcı 5 ile yapılan görüşmede öğrencilerin eşit işaretinden sonra tek bir şey gelmesi gerektiğini düşündükleri görülmüştür. Öğrenciler toplama işleminin sonlandırılması gerektiğini ve eşit işaretinden sonra bir sonuç gelmesi gerektiğini düşünmektedirler. Bu öğrencilerden Katılımcı 5 ile yapılan görüşme bu durumu yansıtmaktadır.

“Araştırmacı: 8 ile 4’ü toplayarak eşit işaretinden sonra 12 gelmesi gerektiğini belirtmişsin.. Açıklar mısın?

Öğrenci: Evet, burada toplama işlemi var. Toplama işleminden bir sonuç buluruz. Eşittir koyup sonucu yazarız. Cevabı elde ederiz.”

11 öğrenci soruda kutu yerine 7 gelmesi gerektiğini belirtmiştir. Bu öğrenciler eşitliğin her iki tarafındaki toplamın eşit olması gerektiğini belirtmişlerdir. Öğrenciler doğru sayılar arası ilişkileri kullanarak değil, toplam değer üzerinden bilinmeyen değeri doğru olarak bulmuşlardır. Öğrenciler işlem, sonuç, cevap ifadelerini kullanmışlardır.

“Çünkü diğer işlemin sonucu 12, aralarında eşittir olduğu için cevabı da 12 olmalıdır. 12 sayısını bulmak için 7 gelmelidir.” (K-6)

Katılımcı 6 yapılan görüşmede ise aşağıdaki ifadeleri kullanmıştır.

“Araştırmacı: “Çünkü diğer işlemin sonucu 12, aralarında eşittir olduğu için cevabı da 12 olmalıdır. 12 sayısını bulmak için 7 gelmelidir”ifadesini kullanmışsın. Başka şekilde nasıl yapardın?

Öğrenci: Yani ikisinin de 12 ye eşit olması gerekiyor. Burada 12 var. Burada 5 var. İkisi de aynı sonuca eşit. 12’de 5’i çıkarırız.”

a=a Yapısındaki Eşitlikler

Bu kapsamda öğrencilere “8=8 ifadesinin doğru veya yanlış olduğunu belirtiniz. Sebebinizi açıklayınız.” sorusu sorulmuştur. Öğrencilerin verdikleri yanıtlar Tablo 4’de sunulmuştur.

Tablo 4

Beşinci Soruya İlişkin Veriler

Öğrenci Cevabı	f
Doğru	8
Yanlış	7

Çalışmayan katılan 8 öğrenci eşitliğin doğru, 7 öğrenci ise yanlış olduğunu belirtmiştir. 8=8 ifadesinin doğru olduğunu belirten öğrenciler *iki sayının da birbirine eşit, iki sayının da aynı olduğunu* belirtmiştir. 8=8 ifadesinin yanlış olduğunu belirten öğrenciler ise *toplama-çıkarma veya bir sonuç olmadığını* belirtmiştir. Aşağıda 8=8 eşitliğinin yanlış olduğunu belirten öğrencilerin ifadelerinden örnekler sunulmuştur.

“Çünkü toplama ya da çıkarma olması lazım.” (K-15)

“Arada toplama yok, yanlıştır.” (K-8)

“Burada bir cevap yok.” (K-9)

Bu öğrencilerden K-9 ile yapılan görüşmede öğrencinin eşit işaretini bir sonuç ile ilişkilendirdiği görülmektedir.

Araştırmacı: $8=8$ eşitliğinin yanlış olduğunu ve bir cevap olmadığını ifade etmişsin. Biraz daha açıklar mısın?

Öğrenci: İşte aynı sayı yazılmış, değişik bir şey, işlem yapılmamış.

Araştırmacı: Nasıl olsa doğru olurdu peki?

Öğrenci: İkisinin toplamı olabilirdi oradan bir sonuç bulabilirdik.

Araştırmacı: Hangi ikisi?

Öğrenci: $8+8=16$ olabilir.”

Sözel Durumlar

Bu kapsamda öğrencilere “ $6=2+4$ eşitliğini sözel olarak ifade ediniz.” sorusu sorulmuştur. Öğrencilerin verdikleri yanıtlar Tablo 5’de sunulmuştur.

Tablo 5

Altıncı Soruya İlişkin Veriler

Öğrenci Cevabı	f
2 ile 4’ün toplamı 6’ya eşittir.	9
6, 2 ile 4’ün toplamına eşittir.	6

Dokuz öğrenci $6=2+4$ eşitliğini, “2 ile 4’ün toplamı 6’ya eşittir” şeklinde ifade etmişlerdir. Bu öğrencinin arasından belirlenen üç öğrenci ile yapılan görüşmede, $6=2+4$ eşitliği için “6, 2 ile 4’ün toplamına eşittir, şeklinde ifade edilebilir mi?” sorusu sorulmuştur. Öğrenciler bu ifadenin yanlış, tersten söylenmiş bir ifade olduğunu belirtmişlerdir. Bu durum öğrencilerin eşit işaretini sonuca götüren bir işlem sembolü olarak anlamlandırdıklarının bir diğer göstergesidir. Katılımcı 4 ile yapılan görüşme bu durumu yansıtmaktadır.

Araştırmacı: Eşitliği «2 ile 4’ün toplamı 6’ya eşittir şeklinde ifade etmişsin. «6, 2 ile 4’ün toplamına eşittir» olarak ifade edemez miyiz?

Öğrenci: :O zaman ters söylemiş oluruz. 2 ile 4’ü toplarsak 6 eder çünkü. 6 elde ederiz.”

Sonuç, Tartışma ve Öneriler

Cebir öncesi dönemde eşit işaretinin doğru olarak anlaşılması, sonraki cebir konularının anlaşılması için önemli bir temeldir. Bu çalışma, altıncı sınıf cebir konularına geçmeden önce, ortaokul beşinci sınıf öğrencilerinin eşit işaretine ilişkin anlamalarını incelemek için yapılmıştır. Araştırma sonucunda araştırmaya katılan öğrencilerin çoğunun eşit işaretini eşitliğin iki tarafındaki sayısal ilişkileri ifade eden bir ilişki sembolü olarak değil, sonuca götüren bir işlem sembolü olarak gördükleri belirlenmiştir. Araştırmaya katılan az sayıda öğrenci eşitlikteki sayısal ilişkileri kullanmışlardır. 11 öğrenci $8+4=\square+5$ ifadesinde kutu yerine 7 gelmesi gerektiğini belirterek doğru cevap vermişlerdir. Ancak öğrenciler sayılar arası ilişkileri kullanarak değil, toplam değer üzerinden bilinmeyen değeri bulmuşlardır. Öğrencilerin yaptıkları işlemler incelendiğinde “ $8+4=12$, $12-5=7$ ” şeklinde sonuca ulaştıkları görülmüştür. Araştırmada elde edilen bu bulgular alan yazında var olan bulgular ile benzerlik göstermektedir ve bu durum öğrencilerin eşit işaretini bir işlemin sonucunu gösteren bir sembol olarak algılamalarından kaynaklanmaktadır (Behr, Erlwanger ve Nichols, 1980; Blanton vd., 2018; Byrd, McNeil, Chesney ve Matthews, 2015; Hattikudur ve Alibali, 2010; Leong, 2010; Vermeulen ve Meyer, 2017; Yaman, Toluk ve Olkun, 2003).

Araştırmaya katılan öğrencilerin çoğu eşit işaretini *sayıların eşitliği* olarak açıklamalarına rağmen, eşitlikteki sayısal ilişkileri kullanmamışlardır. Eşitlikteki toplam değeri bularak eşitliğin iki tarafındaki sayıların eşit olup olmadığına bakmışlardır. Bununla birlikte, öğrenciler açıklamalarında *sorunun cevabı, sonuç, işlemin sonucu, toplam* gibi eşitliği sonuca götüren bir işlem sembolü olarak belirten ifadeler kullanmışlardır. Bu anlayış ile ilişkili olarak öğrencilerin $\square=a+b$ şeklindeki bir ifadenin yanlış olduğunu düşündükleri görülmüştür. Öğrenciler $\square=3+5$ ifadesinin yanlış yazıldığını ve tam tersi $3+5= \square$ şeklinde olması gerektiğini belirtmişlerdir. Alan yazında yapılan çalışmalarda da benzer bulgulara ulaşıldığı görülmektedir. Bu durum öğrencilerin eşit işaretini ilişkisel bir sembol olarak değil, bir işlem sembolü olarak algılamalarından kaynaklanmaktadır (Behr, Erlwanger ve Nichols, 1980; Yaman, Toluk ve Olkun, 2003).

Araştırmadan elde edilen bir diğer sonuç ise araştırmaya katılan öğrencilerin çoğunun $6=2+4$ eşitliğini “2 ile 4’ün toplamı 6’ya eşittir” şeklinde ifade etmeleridir. Yapılan görüşmede üç öğrenciye $6=2+4$ eşitliği için “6, 2 ile 4’ün toplamına eşittir, şeklinde ifade edilebilir mi?” sorusu yöneltilmiştir. Öğrenciler ise bu ifadenin tersten söylenmiş bir ifade olduğunu söylemişlerdir. Bu bulgular öğrencilerin eşit işaretini sonuca götüren bir işlem sembolü olarak anlamlandırdıklarının bir diğer göstergesi olarak kabul edilebilir. Behr, Erlwanger ve Nichols (1980) de yaptıkları araştırma sonucunda benzer bulgular elde etmişlerdir. Çalışmaya katılan bazı öğrenciler $5=2+3$ ifadesini “5, 2 ile 3’ün toplamına eşittir.” şeklinde ifade etmişler, ancak bu gösterimin yanlış olduğunu ve $2+3=5$ şeklinde olması gerektiğini belirtmişlerdir.

Araştırma kapsamında elde edilen bu sonuçlar, çalışmaya katılan ortaokul beşinci sınıf öğrencilerinin eşit işaretine ilişkin anlamalarının sınırlı ve hatalı olduğunu göstermektedir. Öğrencilerin bu anlamalarının cebir öncesi dönemdeki önemi göz önünde bulundurulduğunda araştırmadan elde edilen bulgular, cebir öğretimine geçiş öncesinde öğrencilerin eşit işaretini nasıl yorumladıkları hakkında önemli bilgiler sunmaktadır. Matematik eğitimi araştırmacıları, öğrencilerin eşit işaretinin ilişkisel anlamını cebir öncesi dönemde kavradıklarında cebir problemlerinin çözümünde de ilişkisel düşünmeyi kullandıklarını belirtmektedir (Kieran, 1981; Wan de Walle, Karp ve Bay-Williams, 2010). Bu ilişkinin aritmetik öğrenme sürecinde anlaşılması veya yanlış anlamaların geliştirilmesi, cebir öğrenme sürecine geçişi ve ileri matematik konularının öğrenilmesini zorlaştırmaktadır. Ayrıca, öğrencilerde oluşan hatalı öğrenmeler cebir öğrenme sürecinde daha da artmaktadır (Kieran, 1981; 1992). Bu sebeple cebir öncesi dönemde öğrencilerin eşit işaretinin matematiksel anlamını doğru olarak kavramaları önemlidir. Ortaokul matematik dersi öğretim programı beşinci sınıf kazanımlarında (MEB, 2018) eşit işaretinin ilişkisel anlamını vurgulanmaktadır. Programda “Eşit işaretinin her zaman işlem sonucu anlamı taşımadığı, eşitliğin iki tarafındaki matematiksel ifadelerin denge durumunu da (eşitliğini) gösterdiği vurgulanır.” ifadesine yer verilmiştir. Öğretim sürecinde $5+6=10+1$; $15-3= 18-6$; $8+7 = 20-5$; $18= 16+2$ şeklindeki eşitlik ifadelerinin kullanılması önerilmektedir. Bu kapsamda, cebir öncesi dönemde öğrencilerin eşit işaretinin ilişkisel anlamını kavramalarına olanak sağlayan öğretim uygulamalarına yer verilmesi oldukça önemlidir.

Açıklamalar: Bu araştırma, 19-22 Haziran 2019 tarihlerinde Ankara Üniversitesinde düzenlenen 6. International Eurasian Educational Research Congress de sunulmuş sözlü bildirinin genişletilmiş halidir. Araştırmanın özeti yayımlanmış ancak tam metin olarak basılmamıştır.

Kaynaklar

- Akkan, Y., Baki, A. ve Çakıroğlu, Ü. (2012). 5-8. sınıf öğrencilerinin aritmetikten cebire geçiş süreçlerinin problem çözme bağlamında incelenmesi. *Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 43, 1–13.
- Behr, M., Erlwanger, S. and Nichols, E. (1980). How children view the equals sign. *Mathematics Teaching*, 92, 13–15.
- Blanton, M., Otálora, Y., Brizuela, B. M., Gardiner, A. M., Sawrey, K. B., Gibbins, A. and Kim, Y. (2018). Exploring kindergarten students' early understandings of the equal sign. *Mathematical Thinking and Learning*, 20(3), 167–201.
- Booth, L. (1988). Children's difficulties in beginning algebra. In A. F. Coxford, ve A. P. Shulte (Eds.). *The ideas of algebra, K-12* (pp. 20-32). Reston: VA.
- Byrd, C. E., McNeil, N. M., Chesney, D. L. and Matthews, P. G. (2015). A specific misconception of the equal sign acts as a barrier to children's learning of early algebra. *Learning and Individual Differences*, 38, 61–67.
- Creswell, J. W. (2007). *Qualitative inquiry and research design: Choosing among five approaches* (2nd ed.). London: Sage.
- Falkner, K.P., Levi, L. and Carpenter, T. P. (1999). Childrens understanding of equality: A foundation for algebra. *Teaching Children Mathematics*, 6, 231–236.
- Hattikudur, S. and Alibali, M. W. (2010). Learning about the equal sign: Does comparing with inequality symbols help?. *Journal of Experimental Child Psychology*, 107(1), 15–30.
- Herscovics, N., ve Linchevski, L. (1994). *A cognitive gap between arithmetic and algebra*. *Educational Studies in Mathematics*, 27(1), 59–78.
- Jones, I., Inglis, M., Gilmore, C. and Dowens, M. (2012). Substitution and sameness: Two components of a relational conception of the equals sign. *Journal of Experimental Child Psychology*, 113, 166–176.
- Kieran, C. (1981). Concepts associated with the equality symbol. *Educational Studies in Mathematics*, 12, 317–326.
- Kieran, C. (1992). The learning and teaching of school algebra. In D.A. Grouws (Eds.), *Handbook of research on mathematics teaching and learning* (pp. 390-419). New York: Macmillan.
- Knuth, E. J., Alibali, M. W., Hattikudur, S., McNeil, N.M., Weinberg, A. and Stephens, A.C. (2008). The importance of equal sign understanding in the middle grades. *Mathematics Teaching in the Middle School*, 13(9), 514–519.
- Knuth, E. J., Alibali, M. W., McNeil, N.M., Weinberg, A. and Stephens, A. C. (2005). Middle school students' understanding of core algebraic concepts: Equivalence ve Variable. *Zentralblatt für Didaktik der Mathematik*, 37(1), 68–76.
- Leong, R. K. E. (2010). Case study: What does the equal sign mean to children? *Learning Science and Mathematics*, 20–24.

- Malisani, E. and Spagnolo, F. (2009). From arithmetical thought to algebraic thought: The role of variable. *Educational Studies Mathematics*, 71, 19–41.
- McCrorry, R., Floden, R., Ferrini-Mundy, J., Reckase, M. D., ve Senk, L. (2012). Knowledge of algebra for teaching: A framework of knowledge and practices. *Journal for Research in Mathematics Education*, 43(5), 584–615.
- Merriam, S. B. (2009). *Qualitative research: A guide to design and implementation*. San Francisco, CA: Jossey- Bass.
- Oktaç, A. (2010). Birinci dereceden tek bilinmeyenli denklemler ve ilgili kavram yanılgıları. *İlköğretimde karşılaşılan matematiksel zorluklar ve çözüm önerileri*, (2. Baskı) içinde (241-262). Ankara: Pegem Akademi.
- Patton, M. Q. (2002). *Qualitative research and evaluation methods*. Thousand Oaks, CA: Sage Publications.
- Punch, K. F. (2005). *Sosyal araştırmalara giriş: Nicel ve nitel yaklaşımlar*. (Çev. Bayrak, D., Arslan, H. B., ve Akyüz, Z.). Ankara: Siyasal Kitabevi.
- Slavit, D. (1999). The role of operation sense in transitions from arithmetic to algebraic thought. *Educational Studies in Mathematics*, 37, 251–274.
- Stephens, A. C., Knuth, E. J., Blanton, M. L., Isler, I., Gardiner, A. M. and Marum, T. (2013). Equation structure and the meaning of the equal sign: The impact of task selection in eliciting elementary students' understandings. *The Journal of Mathematical Behavior*, 32, 173–182.
- Şimşek, E., Xenidou-Dervou, I., Karadeniz, I. and Jones, I. (2019). The conception of substitution of the equals sign plays a unique role in students' algebra performance. *Journal of Numerical Cognition*, 5(1), 24–37.
- Usta, N. ve Özdemir, B. G. (2018). Ortaokul öğrencilerinin cebirsel düşünme düzeylerinin incelenmesi. *Eğitimde Nitel Araştırmalar Dergisi*, 6(3), 427–453.
- Van de Walle, J. A., Karp, K. S. and Bay-Williams, J. M. (2010). *Elementary and middle school mathematics: Teaching developmentally* (7th ed.). New Jersey: Pearson Education.
- Vermeulen, C. and Meyer, B. (2017). The equal sign: teachers' knowledge and students' misconceptions. *African Journal of Research in Mathematics, Science and Technology Education*, 21(2), 136–147.
- Warren, E. (2003). The role of arithmetic structure in the transition from arithmetic to algebra. *Mathematics Education Research Journal*, 15(2), 122–137.
- Yaman, H., Toluk, Z. ve Olkun, S. (2003). İlköğretim öğrencileri eşit işaretini nasıl algılamaktadırlar?. *Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 24, 142–151.
- Yıldırım, A. ve Şimşek, H. (2011). *Sosyal bilimlerde nitel araştırma yöntemleri*. Ankara: Seçkin Yayıncılık.
- Yıldız, A., Baltacı, S. ve Kuzu, O. (2018). The investigation of students' cognitive and metacognitive competencies according to different variables. *European Journal of Education Studies*, 4(10), 81–98

Extended Abstract

Introduction

Equality which is used in arithmetic and then in algebra, is one of the most basic mathematical concepts that contributes to the formation of mathematical and algebraic thinking. Inadequate or incorrect learning in arithmetic causes students to have many difficulties while learning algebra subjects and concepts (Behr, Erlwanger and Nichols, 1980; Kieran, 1981; Usta and Özdemir, Vermeulan and Meyer, 2017). Misconceptions developed in elementary school especially for concepts that form the basis of algebraic thinking such as equality prevent students from correctly interpreting algebra topics (Jones, Inglis, Gilmore and Dowens, 2012; Knuth, Alibali, McNeil, Weinberg and Stephens, 2005). Understanding correct mathematical meaning of the equality requires an appropriate understanding of equal sign as a mathematical symbol representing the concept of equality. Van de Walle, Karp and Bay-Williams (2010) stated that when students comprehend the relational meaning of equal sign, they can use relational thinking in problem solving process. They defined relational thinking as a process that requires using numerical relations instead of quantifying both sides of equality.

As stated by Blanton et al. (2018), this meaning of equal sign indicating a basic mathematical relationship should be developed in the pre-algebra period. Many studies conducted in this context indicate the importance of pre-algebra period for transition process from arithmetic to algebra (Akkan, Baki and Çakıroğlu, 2012; Booth, 1988; Malisani and Spagolo, 2009; Stephens, Knuth, Blanton, Isler, Gardiner and Marum, 2013). Transition from arithmetic to algebra start in sixth grade mathematics curriculum in Turkey. Primary School Mathematics Curriculum includes many important objectives in the concept of equality within the scope of pre-algebra learning of students. In this context, it is important to understand the students' pre-knowledge about concept of equality, which is one of the basic concepts of algebra, before moving from arithmetic to algebra. In this context, it is aimed to determine fifth grade students' understanding of equal sign.

Method

Case study design, one of the qualitative research designs, was employed as research method. The sample of this study is 15 middle school fifth grade students (9 female, 6 male) in a public middle school in a city in Marmara Region. A convenience sampling method was used to determine participants. The data of the study was collected through a written exam including 6 open-ended questions designed to determine how fifth grade students understand the equal sign and unstructured interviews. During the data collection process, students answered the questions in the written exam. In the second stage of the data collection process, students' responses to these questions were examined and five students who have different definitions were identified. Unstructured interviews were conducted with chosen five students in order to have more detailed information about their understanding of equal sign. Content analysis and descriptive analysis were used together to analyze data. Firstly, the data obtained from the written exam and from unstructured interview were edited, and the audio recordings were analysed. Then, results of analyses were brought together to form a data set for each student. In the content analysis process, some codes are created within the scope of the data classified on the basis of each question. In the last stage of the data analysis, the classified and coded data were described and interpreted.

Findings, Discussion and Results

Results of the study has showed that most of the students who participated in the study view equal sign as an operation symbol that leads to the result, not as a relational symbol expressing the numerical relations on both sides of the equality. Although most of the students explained the equal sign as the equality of numbers, they did not use numerical relations in equality. Few participants used numerical relations in equality. For example, most students (11 students out of 15 students) found the correct answer by stating that $8 + 4 = \square + 5$ should be 7 instead of box. However, the students found the unknown value over the total value of equation, not using the relationships between numbers. They found the total value in the equation and looked at whether the sum of numbers on both sides of the

equation were equal. However, the students used expressions in their explanations as «the answer to the question, the result, the result of the operation, the total» which defines equal sign as a symbol of the process that leads to the result. As a result of this understanding, it has been observed that some students think that the expression $\square = a + b$ is incorrect. The students stated that $\square = 3 + 5$ is written incorrectly and they claimed that it must be written as $3 + 5 = \square$. These findings are similar to those obtained in the literature (Behr, Erlwanger and Nichols, 1980; Byrd, McNeil, Chesney and Matthews, 2015; Hattikudur and Alibali, 2010; Vermeulen and Meyer, 2017).

Researchers in mathematics education state that students use relational thinking in solving algebra problems when they understand the relational meaning of equal sign in pre-algebra period (Kieran, 1981; Wan de Walle, Karp and Bay-Williams, 2010). If students do not understand or misunderstand relational meaning of equal sign, they have difficulty to learn algebra and advanced mathematics. In addition, students' misleading learning increases even more in the algebra learning process. For this reason, it is important that students understand the mathematical meaning of equal sign correctly in the pre-algebra period. The relational meaning of equal sign is emphasized in the fifth grade middle school mathematics curriculum objectives (MEB, 2018). In the curriculum, it is emphasized that “Equal sign does not always mean the result of an operation, and mathematical expressions on both sides of the equation also show the equilibrium status”. Equality expressions like $5 + 6 = 10 + 1$; $15 - 3 = 18 - 6$; $18 = 16 + 2$ are recommended. Considering these situations, the findings of the research provide important information about how students interpret the equal sign.