

Philosophies and Pedagogies of Mathematics

Boris HANDAL, Sydney Üniversitesi

This article has been published in Philosophy of Mathematics Education Journal in 2003
(Journal Editor: Paul ERNEST)

ABSTRACT The paper discusses major philosophical stances on the nature of mathematics as held by foundationalists and quasi-empiricism supporters. It is argued that the contrasting philosophical views between the two groups parallels in many respects the pedagogical debate between behaviourism and socio-constructivism. It is also argued that behaviourism has been influenced by foundationalist conceptions of mathematics while socio-constructivism has been influenced by quasi-empirical philosophies.

Matematik Pedagojisi ve Felsefesi

Çeviren: Suphi Önder BÜTÜNER

KTÜ, Fatih Eğitim Fakültesi İlköğretim Matematik Öğretmenliği Doktora Öğrencisi, Trabzon Düzköy
Çayırbağı İlköğretim Okulu Matematik Öğretmeni

ÖZ. Bu makale mutlakçılık ve yarı-deneyselcilik taraftarlarının sahip olduğu, matematiğin doğasıyla ilgili felsefi yaklaşımları tartışmaktadır. Bu iki felsefi görüş arasındaki zıtlıkların birçok yönden davranışçılık ve sosyal-yapılandırmacılık arasındaki pedagojik tartışmalara paralel olduğu düşünülmektedir. Ayrıca, davranışçılığın mutlakçı matematik görüşlerinden ve sosyal-yapılandırmacılığın yarı-deneyselci felsefelerden etkilendiği düşünülmektedir.

Giriş

Matematiksel inançlar; matematiğin doğası, öğretimi ve öğrenimi üzerine felsefik ve pedagojik yaklaşım biçimleri ışığında incelenebilir. Felsefik ve pedagojik yaklaşımlar, kimi zaman yüzlerce yıllık bir kollektif düşünüşün ürünü olan iyi-yapılandırılmış temsilleri ifade eder. Bu makro yaklaşım biçimleri, diğer küçük meselelerin tartışılabilceği bir arkaplan oluşturma kapasiteleri nedeniyle yararlıdır. Diğer yandan, her bireyin kendine has matematik öğretme ve öğrenme düşünceleri vardır. Bu düşünceler, bireylerin kendilerine özel formal veya informal gerçeklik algılarının sonucu olması nedeniyle özgündür. Hem makro hem de mikro düzeyde matematik düşünceleri, öğretim davranışını etkileyen insan inançlarını temsil etmesi nedeniyle önem arzeder.

Matematik Felsefesi

Matematik felsefesi bir disiplin olarak, matematiğin doğasının ne olduğu konusyla yüzyıllar boyunca uğraşmıştır. Bu eski tartışma bir sonuca ulaşmak yerine, her düşünürün matematiğin bir disiplin olarak sunduğu farklı yönleri hakkındaki görüşleri ile giderek evrimleşmektedir. Matematik öğretim ve öğrenimi benimsenen perspektiften etkilendiği ve toplumların ilerlemesinde merkezi bir rol oynayan matematiğin doğası, rolü ve metodolojisinin tanımlanmasının da merkezi, ideolojik ve kültürel bir konu haline gelmesi nedenleriyle, bu noktadaki felsefi tartışmalar kaçınılmazdır.

Matematik için metodolojik bir temel geliştirme girişimleri, matematiğin “tüm bilimlerin en mükemmeli”(Lakatos, 1986, p.31), “tüm bilimlerin anası”(Mura, 1995, p. 390), “tüm bilimlerin kraliçesi”(McGinnis, Randy, Shama, McDuffie, Huntley, King, & Watanabe, 1996, p. 17) ve “kendi başına bir bilim” (Mura, 1995, p. 390) gibi küstah ve maddeci etiketlerine uygun bir şekilde onu hatasız bir disiplin olarak göstermeye çalışmıştır. Başkaları da matematiğin *a priori* olduğu; yani hatasız bir girişim olduğu, metodolojisinin kusursuz biçimde ortaya konabileceği ve gelişiminin formal ve evrensel bir sistemle formüle edilebileceği dogmatik varsayımını sorgulamaya başlamışlardır. Bunun üzerine matematiğin, kusurlu, deneysel veya yarı-deneysel bir disiplin olduğu düşüncesi ortaya çıkmaya başlamıştır.

Geçen yüzyılda, matematiğin doğası filozoflar kadar eğitimciler içinde önemli bir konu olmaya başlamıştır. Bireysel eğitim felsefelerinin yaşamlarımız üzerinde belirleyici olduğu düşünülmektedir. Bireysel bir matematik felsefesi, sınıf ve okul ortamında matematiği nasıl öğrendiğimizi ve öğrettiğimizi belirlemektedir (Southwell, 1999). Eğer matematik, Platonist geleneğin savunduğu gibi orada keşfedilmeyi bekleyen ideal bir varlık olarak duruyorsa, o zaman okulların, matematiği doğrular, tanımlar ve algoritmaların sıradan bir bütünü olarak sunmaları yeterli olacaktır. Bu açıdan bakıldığında matematik, öğrencilerin hiç bir muhakeme yapmadan doğru olarak kabul etmek zorunda olduğu, değişmez bir bilgi birikimini aktarmaya benzer. Ancak, matematik eğer kültürel, yaratıcı ve deneysel bir aktiviteyse, o zaman öğrenciler benimsedikleri metodoloji, ortodoks ve klasik matematikten ne kadar farklı olursa olsun kendi matematiksel bilgilerini yapılandırma konumunda olacaklardır.

Hata-İspat yöntemi eski Yunanlarda karşımıza çıkmaktadır. Öklit (365–275 B.C) teoremler, postulatlar ve aksiyomlar sayesinde matematiksel muhakemeyi açıklamaya çalışmıştır. Yaklaşık iki bin yıldan beri, akademik çevre, ileri matematikte öklit'in muhakeme modelini kullanmıştır. Bununla birlikte, Lobatchevsky (1793–1856), öklit'in 5 postulatından beşincisinin kesin olarak yanlış olduğunu ispat ederek, öklit'in yanılmazlığına son vermiştir (Baldor, 1984). Matematikteki sonraki gelişmeler, matematiksel ispatların geleneksel yollarının diğer paradokslara öncülük ettiğini göstermiştir. Sonuç olarak bu yüzyılın başında, alternatif yanlışlanamazlık yöntemi için araştırma, popüler olmuştur. Alternatif yanlışlanamazlık yöntemi 3 paradigmanın doğmasına yol açmıştır. Bunlar; Mantıkçılar, Sembolistler ve Sezgicilerdir. Onlar, mutlakçı hareket olarak bilinmektedirler. Mantıkçılar, platonist gerçekçiliğin bir şeklidir.

Mantıkçılar, matematiği, soyut (hayali) ortamların kümesi olarak görür ki bu ortamlarda insan yaratıcılığı göz ardı edilir. Mantıkçılara göre, bütün matematiksel kavramlar, mantıksal ilkeler sayesinde çıkarılabilecek soyut özelliklere indirgenebilir. Mantıkçılar, matematiksel doğruluğun yanılmaz bir sistem olduğunu ifadeye başarısızlığı, temel matematiksel kavramları uygun şekilde tartışmadaki eksikliği örneğin: (uzay, doğru, kümeler, vs.) nedeniyle eleştirilmiştir. Ayrıca sıkı sıkıya mantığa dayalı muhakemeyi temel alıp, yaratıcılığı ve sezgileri önemsemediği için eleştirilmiştir (Goodman, 1986).

Formalistler mantığın gerekli olduğu konusunda mantıkçı görüşle hem fikirdirler ama matematiksel bilginin, önceden belirlenmiş kurallar ve formüllerle çalışan sembollerin yönetilmesi ile ortaya çıktığı ve hatasız olarak kabul edilmesi gerektiğini savunurlar. Formalizm yaratıcı düşünmeye çok az yer verdiği, aşırı miktarda tanımlar, özellikler, kurallar ve benzer yapılara bağlı olan kapsamlı matematik sistemi yaratmanın olabirliğinin düşük olması ve anlamlı çıkarım ve sezgi üzerinde matematiksel sembolizme hâkimiyeti maddeleştirmeye çalışması nedenleriyle eleştirilmiştir.

Sezgici geleneğin içinde, matematik, entelektüel bir aktivite olarak düşünülmüştür. Matematiksel kavramlar, doğal kanunlarla düzenlenmiş zihinsel yapılar olarak görülmüştür. Bu yapılar, ispatlara dayanmayan soyut nesnelere kabul edilebilir. Sezgiciliğin kurucusu Brouwer için matematiksel sonuç çıkarma öncelikli konudur ve mantıktan bağımsızdır. Brouwer için, matematiksel tümevarım önceliklidir ve mantıktan bağımsızdır. Ayrıca, sezgi ve hayal, icat sürecinde kolay ve gerekli psikolojik duruşlar olarak görülür. Sezgicilere yöneltilen temel eleştiri, matematiksel yapıların sadece zihinsel olmayıp, ayrıca sosyal yapılar olduğudur. Eleştirmenler aynı zamanda mutlak fikir özgürlüğünün matematiğin sağlamlığına zarar vereceğini düşünmektedirler. Yine sezgicilerin en büyük hatası kuramlarını formalist yöntemlerle savunmaları olmuştur (Goodman, 1986).

Bu üç gelenek matematiğin kesin, yanlışlanamaz, evrensel ve soyut olduğunu düşünürken, bu üç geleneğin karşısına matematiğin yanlışlanabilir, uygulamalı, sosyal ve bireyler tarafından inşa edildiğini ileri süren bir hareket çıkmıştır. Bu hareket yarı deneyselcilik adını taşımaktadır. Çünkü yarı deneyselcilik, matematiğin fizik gibi keşfedilmeyen şeyleri görmezden gelen bilimler kategorisine girmediğini savunmuştur. Matematik pratik deneyimlerden doğan ve beslenen ve daima büyüyen ve değişen bir insan eseridir, düzeltme ve sorgulanmaya açıktır, gerçeklik iddiaları "eleştiri ve spekülasyonla, ispat ve red mantığıyla kestirme" ye dayanır (Lakatos, 1976, p. 5). Polya'ya (1986)

göre, matematik hem gösterim hem de yaratımdır. Yaratım, tahmini içeren aklın kabul edebileceği muhakemeden oluşurken, gösterim, ispatlarla başarılabilir. Matematiksel yöntemler sonuçta mükemmel değerlerdir ve kesin olarak doğruluğu ispatlanamazlar. Matematiksel doğru kesin değildir. Zamana ve yere bağlıdır (Grabiner, 1986), (Wilder, 1986). Zamana bağlıdır çünkü bilimsel bilgi bugün için doğrudur. Teorik varsayımlar değiştiğinde ilerde yanlışlanabilir. Öklit ve Ptolomeus'un teorileri gibi. Matematiksel yöntemler yere bağımlıdır. Çünkü farklı bireyler ve farklı kültürler matematiksel bilgiyi oluşturmanın farklı yollarına sahiptirler (Ascher, 1991).

Mutlakçı yaklaşımdan yarı deneyselci yaklaşıma geçiş, matematik uygulamalarında ilginin artmasına neden olmuştur. Yukarıda görüldüğü gibi, mutlakçılar için matematik dünyası, soyut inşalardan meydana gelir ve bu durum onları matematiğin uygulamasını vurgulamaktan uzaklaştırmıştır (Robitaille & Dirks, 1982; Rogerson; 1989). Eğer pür matematiğin kendi başına bir değeri varsa bile bu matematiğin uygulamalarının ve bu uygulamaların değerinin feda edilmesiyle gösterilmemelidir.

Mutlakçıların, pür matematiği bu kadar yüceltmeleri, matematiğin, insanoğlunun yakın çevresindeki sorunlara çözüm arayışı amacıyla ortaya çıktığı gerçeğini gözardı etmektedir. Gerçekten, Öklid geometrisinin yararlarından birisi, tümdengelimci yöntemin deneysel verilerden geliştirilmiş olmasıdır (Baldor, 1984). Matematik bu yüzden zor görülen bilimlere paralel olarak ve onlara hizmet ederek gelişmiştir ve matematik büyüklüğünü bu pratik ve etkileşimli deneyimlere borçludur (Putnam, 1986). Putnam'a göre (1986) matematiğin yüceliği ne somut varlıklar dünyasının ötesine gitme yeteneğinde nede kanıtlarının güzelliğindedir; onun yüceliği çılgın insanoğlunun yeryüzünü mesken edinmesi esnasında, ona sağladığı yararlı çözümlerdeki güçtedir.

Matematik Pedagojisi Üzerine Matematik Felsefesinin Etkisi

Hersh (1979) ve Rogerson (1994), formalist ve mantıkçı paradigmanın bu yüzyıl içinde matematik eğitiminde güçlü bir etkiye sahip olduklarını tartışmışlardır ve sonuçta bu paradigmlar, matematiğin ne olduğunu öğrenmelerinde öğretmenler ve öğrencileri bir şekilde sokmuşlardır. Bu matematik akımı, notasyonlar, semboller, fonksiyonlar ve ilişkiler üzerine yapılan vurgu, tanımlayıcı geometriden ziyade analitik geometri üzerine yoğunlaşma ve eğitimdeki davranışçı bakış açısı, dünyadaki öğretmen eğitim modellerini ve matematik müfredatlarını etkilemiştir (Laurenson, 1995; Moreira&Noss, 1995; Robitaille&Dirks, 1982; Thom, 1986).

Geçen yüzyılın ikinci yarısında gelişme devam ettiğiinde, uluslar arası matematik eğitim birliği, yarı deneyselci yöntemi benimsemiştir. Başlıca reform hareketleri; Örneğin, Okul matematiği için Müfredat ve değerlendirme standartları (U.S. Curriculum and Evaluation Standarts for School Mathematics, NCTM, 1989), Matematik öğretimi için profesyonel standartlar (NCTM, 1991), Okul matematiği için değerlendirme standartları (NCTM, 1995), Okul matematiği için ilke ve standartlar (NCTM, 2000), Avustralya okullarında matematikle ilgili ulusal beyan (Australian Education Council, 1991), Matematik öğretmen ve öğrenmenin doğası ve K-12 matematiği için ilkeler (Board of Studies New South Wales, 1996), matematik bilmenin, matematik yapmak olduğu ilkesiyle hareket etmişlerdir (NTTM, 1989, p.7). Sonuçta, yarı deneyselci yaklaşımın bir yansıması ortaya çıkmıştır.

Yarı deneysel yaklaşım, matematiğin doğasıyla ilgili felsefi bir yaklaşım ve sosyal-yapılandırmacı kuram öğrenme ve öğretmenin altındaki psikolojik temellere odaklanan bir felsefe olmasına rağmen, bu ikisi çoğu yönden paralellik gösterirler.

Uzun zamandan beri, eğitimde sosyo-yapılandırmacılık ve davranışçılığın avantaj ve dezavantajları konusunda tartışmalar vardır. Matematik öğrenme ve öğretmen üzerinde davranışçılık ve sosyo-yapılandırmacılık, iki farklı görüş olarak anlatılabilir ve her ikisi matematiğin okullarda nasıl öğretilmesini etkilemektedir (Marland, 1994).

Davranışçı öğretme ve öğrenme modellerinin karşısındaki, sosyo yapılandırmacılık veya yapılandırmacılık bilginin bir bireyden diğerine transfer edilemeyeceğini iddia etmektedir. Yapılandırmacı eğitimciler için bilgi, geçmiş deneyimleriyle bir varlık olan öğrenen dikkate alınarak aktif bir şekilde oluşturulmalıdır. Sonuç olarak öğrenme, bilginin transferi sürecinden ziyade, şartlara

bağlı değişebilen ve deneysel bir süreç olarak görülür (Candy, 1991). Öğrenenler yeni durumlarla karşı karşıya kaldıklarında, sahip oldukları bilişsel şemaların karşısında bulunan benzerlik ve farklılıklara bakarlar. Zihinsel tedirginlikler şeklinde ifade edilebilen bu zıtlıklar, bilgi şemalarının yeniden yapılandırılmasıyla çözülmeyi bekleyen çatışan bilgilerin son ürünüdür (Phillip, 1995).

Yapılandırmacı yaklaşımda, öğrenme kişinin bir duruma nasıl baktığına ve ne gibi sonuçlar çıkardığına bağlıdır. Dolayısıyla insanlar kendi bilgilerini, kendi bilgi işleme yöntemlerine ve öğrenme hakkındaki kişisel inanç ve tutumlarına göre belirlerler (Biggs & Moore, 1993). Yapılandırmacılık böylelikle öğrencilerin matematiğin kişisel ve sosyal olarak yapılandırılan bilgiyle öğrenildiği öğretim stratejilerini tanımış ve onlara değer vermiş olur. Yapılandırmacı öğrenme stratejileri, matematik eğitiminde buluş yoluyla veya üretmek öğrenme gibi daha fazla muhakeme ve yansıma ağırlıklı öğrenme faaliyetleri içerir. Daha doğrusu bu aktiviteler problem çözme, grupla öğrenme, tartışmalar ve durumla öğrenmeyi kapsar (Murphy, 1997; Wood, Cobb, & Yackel, 1991).

Davranışçılık, öğrenmeye yol açacak şekilde davranışları değiştirmek üzere harici şartların öğrenciye göre ayarlanması üzerine odaklanır. Davranış temelli bir öğrenme ortamında, görevlerin tamamlanması ideal öğrenme davranışı olarak görülür ve temel becerilerin kazanılması öğrencinin temel görevlerden daha üst düzey görevlere geçmesini gerektirir. Ayrıca öğrenme, öğrencinin öğrenmesinin ödüllendirilmesi ve teşvik edilmesinin bir işlevi olarak düşünülür. Benzer şekilde, kısmi doğrular yerine tam doğru yanıtlar vurgulanır (Elliot, Kratochwill, & Travers, 1996). Özellikle İkinci Dünya Savaşı yıllarında geliştirilen doğrusal programlama kuramlarından alınan bir ilhamla, davranışçılık yaklaşımında öğrenme ve öğretme; özel olarak tasarlanmış, kesin öğrenme hedeflerinin başarılması için öğretim ortamının yönetilmesi ve optimize edilmesiyle gerçekleşmiştir.

Tablo 1. Matematik Eğitiminde Farklı Görüşler

Davranışçı Bakış açısı	Yapılandırmacı Bakış açısı	Kaynak
Davranışçılık	Yapılandırmacılık	Candy (1991)
Geleneksel	İlerleyen	O'Laughlin&Campbell (1988)
Taklitçi	Değişimci	Jackson (1986)
Temel yetenekler	Yüksek düzey düşünme	Schmidt&Kennedy (1990)
İçerik	Süreç	Schmidt&Kennedy (1990)
Pozitivist	Rölâivist	Laurenson (1995)
Konu merkezli	Öğrenci merkezli	Sosniak, Ethington&Varelas (1991)
Yöntem ve gerçeklere dayalı bilginin aktarılma (transferi) süreci	Öğrenenin bakış açısında ve karakterindeki niteliksel değişimler üzerine vurgu	Sosniak et al. (1991)
Öklitçi	Yarı deneyselci	Lerman (1983)
Mutlakçı	Yanlışlanabilir	Lerman (1983)
Teknik- Pozitivizm	Yapılandırmacılık	Taylor (1990)
Geleneksel	Geleneksel olmayan	Raymond (1997)
Bilginin birinden diğerine aktarılması (bilgi transferi)	Öğrenci- Merkezli	Perry, Howard&Tracey (1999)
Bilginin birinden diğerine aktarılması (bilgi transferi)	Yapılandırmacı	Nisbet&Warren (2000)

Buna ek olarak, davranışçılar öğrencinin duyuşsal alanını bilişsel alanından farklı olarak görmüşlerdir. Bloom Taksonomisi, öğrenmeyi bilişsel alan, duyuşsal alan ve psikomotor alan olarak sınıflandırmıştır (Krathwohl, Bloom & Masia, 1964). Duyguları ve hisleri, davranışın gerekçeleri olan hayal yapıları olarak kategorize etmişlerdir. Sonuç olarak, eğitimde genel anlamda duyuşsal konular ihmal edilmesine rağmen, davranışçılar belirgin duygu ve tutumların davranışı etkileyebildiğini

varsaymaktadırlar (McLeod, 1992). Öğrencilerin ve öğretmenlerin zihinleri, tutum ve davranışların rasgele meydana geldiği ve hatta birbiriyle ilişkisiz olduğu "kara-kutular" veya makineler (Shavelson & Stern, 1981) olarak görülmektedir (Nespor, 1987).

Davranışçılık, 20. yüzyılda öğretmen eğitimi programlarında ve sınıf öğretimi programlarında yaygın olmuş olan yöntem-ürün merkezli ve öğretmen merkezli bir öğretim modelini benimsemiştir (Marland, 1994). Matematik eğitimindeki davranışçı öğretim tarzı, bir kavramı anlamadan ziyade öğrencilerin hatırlamaları için tekrar yapmaya dönük, formüllerin ezberlenmesi, bir tek yolla problem çözümü ve kural ve ilkelere bağlı olmayı benimseyen uygulamalara dayanmaktadır. Öğretme bu yüzden hedeflerin belirlenmesi ve bu hedeflere ulaşmak için yolların bulunmasından ibarettir ve öğretimde durumla öğrenmeye çok az değer verilir (Leder, 1994). Prosedürler ve formüller üzerindeki bu aşırı vurgu geleneksel formalist ve mantıkçı düşünceleri andırmaktadır.

Ancak şunu da belirtmekte yarar vardır ki, matematik eğitim literatürü daha çok davranışçı ve yapılandırmacı hareketler arasındaki diyalog etrafında dönmekle birlikte, aralarındaki farklar eğitimciler ve reform belgeleri tarafından, başka eğitim terimleri kullanarak açıklanmıştır. Bu terimler temel olarak bazı gerçeklerin öğretilmesiyle bağımsız düşünmeye yardım eden öğretimi birbirinden ayırmaktadır. Şunu belirtmek gerekir ki, diğer pek çok kuramsal model gibi bu gösterimlerde gerçekliği çok basite indirgemekte ve birçok eğitimsel değişkeni göz ardı etmektedir. Şekil 1 bu tartışmalarda kullanılan değişik terimleri göstermektedir.

Özet

Bu makale mutlakçılık ve yarı-deneyselcilik taraftarlarının, matematiğin doğası hakkındaki tartışmalarını ve yapılandırmacılar ve davranışçıların öğrenme ve öğretmenin doğası hakkındaki tartışmalarını ele almaktadır. Mutlakçılık, geçen yüzyılın ilk yarısında çok gözde olan mantıkçılık, formalizm ve sezgicilik hareketleriyle temsil edilmektedir. Bu felsefi ve psikolojik yaklaşımlar, makro düşünceler biçiminde davranarak öğrenciler, öğretmenler, okullar ve genel eğitim sisteminin matematiğin ne olduğu, nasıl öğretilmesi ve öğrenilmesi gerektiği noktasındaki düşüncelerini etkilemiştir. Benzer şekilde, eğitim süreçlerinin mutlakçı ve davranışçı fikirlerden büyük ölçüde etkilenmiş olduğu düşünülmektedir. Sonuç olarak, birçok öğretmen, matematiği kişisel deneyimden kopuk ve bir kurallar ve prosedürler dünyasına sağlam bir biçimde oturtulmuş bir disiplin olarak algılamaktadır. Bu tür bir görüş, sınıf ortamına tercüme edildiğinde, yakın bir zamanda gerçekleşmiş olan yapılandırmacı reform ilkeleriyle hiç ilgisi olmayan bir öğretime yol açacaktır.

Kaynaklar

- Ascher, M. (1991). *Ethnomathematics: a multicultural view of mathematical idea*. California: Brooks/Cole Publishing Company.
- Australian Education Council (1991). *A national statement on mathematics for Australian schools*. Melbourne: Curriculum Corporation.
- Baldor, J.A. (1984). *Geometria Plana y del Espacio*. Madrid: Codice.
- Biggs, J., & Moore, P. (1993). *The process of learning*. Sydney: Prentice Hall.
- Board of Studies NSW. (1996). *Stage 5 support document for Advanced, Intermediate and Standard Courses*. Sydney: BOS.
- Candy, P. C. (1991). Understanding the individual nature of learning. In *Self-direction for lifelong learning: A comprehensive guide to theory and practice*. (pp. 249-278). San Francisco: Jossey-Bass.
- Cockcroft, W.H. (Chair) (1982). *Mathematics Counts*. HMSO: London.
- Elliot, S.N., Kratochwill, J., & Travers, J.F. (1996). *Educational psychology: Effective teaching, effective learning*. Dubuque: Brown and Benchmark Publishers.
- Goodman, N.D. (1986). Mathematics as an objective science. In T. Tymoczko (Ed.), *New directions in the philosophy of mathematics* (pp. 79-94). Boston: Birkhauser.
- Grabiner, J.V. (1986). Is mathematical truth time-dependent? In T. Tymoczko (Ed.), *New directions in the philosophy of mathematics* (pp. 201-214). Boston: Birkhauser.
- Hersh, R. (1979). Some proposals for reviving the philosophy of mathematics. *Advances in Mathematics*, 31, 31-50.
- Jackson, P.W. (1986). *The practice of teaching*. New York: Teachers College Press.
- Krathwohl, D.L., Bloom, B.S., & Masia, B.B. (1964). *Taxonomy of educational objectives: Handbook II. Affective domain*. New York: Longman.
- Lakatos, I. (1976). *Proofs and refutations: The logic of mathematics discovery*. London: Cambridge University Press.

- Lakatos, I. (1986). A Renaissance of Empiricism in the recent philosophy of mathematics? In T. Tymoczko (Ed.), *New directions in the philosophy of mathematics* (pp. 29-49). Boston: Birkhauser.
- Laurenson, D.J. (1995). Mathematics and the drift towards constructivism: Are teacher beliefs and teaching practice following the beat of the same drummer?. *NCSSMST Journal*, 1(2), 3-7.
- Leder, G.C. (1994). Research in mathematics education – constraints on construction? In G. Bell (Ed.), *Challenges in mathematics education: Constraints on construction*. Proceedings of the 17th Annual Conference of the Mathematics Education Research Group of Australasia (pp. 31-48). Lismore: MERGA.
- Lerman, S. (1983). Problem-solving or knowledge-centred; the influence of philosophy of mathematics teaching. *International Journal of Mathematics Education for Science and Technology*, 14(1), 59-66.
- Marland, P.W. (1994). Teaching: Implicit theories. In T. Husen, & T.N. Postlewaite (Editors-in-chief), *The international encyclopaedia of education* (pp. 6178-6183). New York: Pergamon.
- McGinnis, J.R., Shama, G., McDuffie, A., Huntley, M.A., King, K., & Watanabe, T. (1996). *Researching the preparation of specialized mathematics and science upper elementary/middle-level teachers: The 2nd year report*. Proceedings of the Annual Conference of the National Science Teachers Association, St. Louis, Missouri. (ERIC document ED 395 792.)
- McLeod, D.B. (1992). Research on affect in mathematics education: a reconceptualization. In D. Grows (Ed.), *Handbook of research on mathematics teaching and learning* (pp. 575-596). New York: Macmillan.
- Moreira, C., & Noss, R. (1995). Understanding teachers' attitudes to change in a Logomathematics environment. *Educational Studies in Mathematics*, 28(2), 155-176.
- Mura, R. (1995). Images of mathematics held by university teachers of mathematics education. *Educational Studies in Mathematics*, 28(4), 385-399.
- Murphy, E. (1997). *Characteristics of constructivist learning and teaching*. Universite Laval, Quebec. Available: <http://www.stemnet.nf.ca/~elmurphy/emurphy/cle3.html>.
- National Council of Teachers of Mathematics (1989). *Curriculum and evaluation Standards for school mathematics*. Reston: NCTM.
- National Council of Teachers of Mathematics (1991). *Professional standards for the teaching of mathematics*. Reston: NCTM.
- National Council of Teachers of Mathematics (1995). *Assessment standards for school mathematics*. Reston: NCTM.
- National Council of Teachers of Mathematics (2000). *Principles and standards for school mathematics*. Reston: NCTM.
- Nespor, J. (1987). The role of beliefs in the practice of teaching. *Journal of Curriculum Studies*, 19(4), 317-328.
- Nisbert, S., & Warren, E. (2000). Primary school teachers' beliefs relating to mathematics teaching and assessing mathematics and factors that influence these beliefs. *Mathematics Education Research Journal*, 13(2), 34-47.
- O'Laughlin, M., & Campbell, M.B. (1988). Teacher preparation, teacher empowerment, and reflective enquiry: A critical perspective. *Teacher Education Quarterly*, 15(4), 25-53.
- Phillip, D.C. (1995). The good, the bad, and the ugly. The many faces of constructivism. *Educational Researcher*, 24(7), 5-12.
- Perry, B., Howard, P., & Tracey, D. (1999). Head mathematics teachers' beliefs about the learning and teaching of Mathematics. *Mathematics Education Research Journal*, 11, 39-57.
- Polya, G. (1986). Induction and analogy in mathematics. In T. Tymoczko (Ed.), *New directions in the philosophy of mathematics* (pp. 99-102). Boston: Birkhauser.
- Putnam, H. (1986). What is mathematical truth? In T. Tymoczko (Ed.), *New directions in the philosophy of mathematics* (pp. 49-66). Boston: Birkhauser.
- Raymond, A.M. (1997). Inconsistency between a teacher's beliefs and practice. *Journal for Research in Mathematics Education*, 28(5), 550-576.
- Robitaille, D., & Dirks, M. (1982). Models for the mathematics curriculum. *For the Learning of Mathematics*, 2(3), 3-21.
- Rogerson, A. (1989). The human and social context for problem solving, modelling and applications. In W. Blum, M. Niss & I. Huntley (Eds.), *Modelling, applications and applied problem solving: Teaching mathematics in a real context* (pp. 49-55). England: Ellis Horwood.
- Rogerson, A. (1994). *Symbols as cultural communication – A historical and didactical perspective*. Paper presented at the 46th International Meeting of the CIEAEM, Toulouse, France.
- Schmidt, W.H., & Kennedy, M.M. (1990). *Teachers' and teacher candidates' beliefs about subject matter and about teaching responsibilities*. (ERIC document ED 320 902.)
- Shavelson, R.J., & Stern, P. (1981). Research on teachers' pedagogical thoughts, judgements, decisions, and behavior. *Review of Education Research*, 51(4), 455-498.
- Sosniak, L.A., & Ethington, C.A., & Varelas, M. (1991). Teaching mathematics without a coherent point of view: Findings from the IEA Second International Mathematics Study. *Journal of Curriculum Studies*, 23, 119-131.
- Southwell, B. (1999). The lowdown on the philosophy of mathematics education. *Reflections*, 24(1), 44-47.
- Taylor, T. (1990). Mathematical attitude development from a Vygotskian perspective. *Mathematical Education Research Journal*, 4(3), 8-23.
- Thom, R. (1986). "Modern" mathematics: An educational and philosophic error? In T. Tymoczko (Ed.), *New directions in the philosophy of mathematics* (pp. 67-78). Boston: Birkhauser.
- Wilder, R. (1986). The cultural basis of mathematics. In T. Tymoczko (Ed.), *New directions in the philosophy of mathematics* (pp. 185-200). Boston: Birkhauser.
- Wood, T., Cobb, P., & Yackel, E. (1991). Change in teaching mathematics. *American Educational Research Journal*, 28(3), 587-616.