



## A Case Study of the Length Conceptions of Fifth Grade Students

**Dilşad GÜVEN AKDENİZ<sup>1</sup>, Ziya ARGÜN<sup>2</sup>**

<sup>1</sup> Bayburt University, Bayburt, dilsadgvn@gmail.com, <http://orcid.org/0000-0001-7387-5770>

<sup>2</sup> Gazi University, Ankara, ziya@gazi.edu.tr, <http://orcid.org/0000-0001-8101-7215>

Received : 08.03.2019

Accepted : 22.10.2019

Doi: 10.17522/balikesirnef.537618

---

*Abstract* – The current research, as a case study based on qualitative design, aimed to investigate the conceptions of fifth grade students with regard to the length concept. The participants were two Turkish students at the 5th grades determined through criterion sampling and convenience sampling which are among purposeful sampling strategies. The data were collected through semi-structured interviews, and analysed via content analysis method. The concept of length was considered within the framework of the characteristics of the measurement concept. The findings suggest that the students had sufficient understanding in the context of direct comparison, indirect comparison, transitivity, appropriateness of unit and equal units. However, students had some difficulties in recognition of different attributes of length, unit concept, ruler and one dimensional characteristic of length concept.

*Key words:* length, measurement, primary mathematics, mathematics education

-----

Corresponding author: Dilşad GÜVEN AKDENİZ, Bayburt University, Education Faculty, Mathematics Education Department

### Summary

Measurement has emerged from the need to compare objects or situations according to various properties. Length, which is the first concept that students face in terms of spatial

measurements in educational life, is one of the basic characteristics of measurement in spatial context and is at the centre of spatial measurements (Smith et al., 2008). The concept of length is important in terms of understanding the basic ideas of measurement and higher level concepts such as area and volume (Outhred & McPhail, 2000; Outhred & Mitchelmore, 2000; Smith et al., 2008). It can be said that the characteristics related to the concept of length have been studied in limited aspects. In the present study, it is aimed to examine the length conceptions in depth within the framework of all characteristics of the measurement concept.

Length is the distance between the endpoints of a linear object; or when a nonlinear object is made linear, the distance between the endpoints is the length of the object (Argün, Arıkan, Bulut, & Halıcıoğlu, 2014). The length includes the amount of one-dimensional space between the endpoints of the object, it is a comparable or quantifiable (measurable) property of the object (Szilagyi, Clements, & Sarama, 2013). In this context, in the present study, the concept of length was examined within the framework of the characteristics of the measurement concept. The characteristics of measurement are recognition of attribute, the principle of conservation, transitivity, appropriateness of unit, equal units, unit iteration, and the relation between number and measurement.

The study is a case study based on qualitative design (Stake, 1995; Yin, 2013), investigating the length conceptions of students. It portrays the existing conceptions of students without any intervention (Stake, 1995; Yin, 2013). Participants were determined by criterion sampling and convenience sampling which are among the purposeful sampling strategies. The participants of the study were two Turkish students at the 5th grades. Data were collected through semi-structured clinical interviews. Individual interviews with each student took approximately 90-95 minutes and were recorded in camera and voice recording. The semi-structured clinical interview questions have been prepared by considering the knowledge and skills that students should have in terms of length concept from preschool to fourth grade by considering literature and local mathematics curriculum. In the context of the mentioned length measurement characteristics, the questions that were formed by using the literature were presented to 4 different experts and expert opinions were taken. The experts were asked to evaluate the appropriateness of the questions for students, their comprehensibility, suitability for the purpose and compliance with the specified measurement characteristics. The data were analysed through content analysis method. The content analysis method was used to reveal the categories of students' length conceptions.

According to the findings of the study, it can be said that the students were aware of the fact that length is one of the measurable properties of objects in the context of the characteristic of recognition. One of the students, Onur restricted the concept of length to centimeter and meter that are standard length measurement units. The other participant, Yusuf described as a dimension but could not explain exactly what the dimension was. Students are not aware of that the width and depth is a different representations of length. Students also cannot distinguish between perimeter and area conceptually as stated in the literature (Machaba, 2016; Marshall, 1997; Reinke, 1997; Tan-Sisman & Aksu, 2012). Onur's ruler grip shape affects the ability to determine the length of the objects.

It can be said that the students are aware of the additivity of length and did not focus only on the endpoints of the object while examining the length. However, this is not the case for spherical-like objects, and when it comes to representation in two dimensions, the students evaluated the lengths as settled. This might be because students cannot manipulate these lengths mentally in an easy way. Students were able to choose a unit appropriate for the length. However, they could not clearly explain what length they considered as a unit in a non-linear bottle top. It may be thought that this is due to the difficulty of mentally visualization as well as the conservation of length. In the act of repeating units in length measurement, while Onur verbally stated that the units should not overlap and there should be no spaces between them, they did not pay attention to these points while repeating the units. Therefore, it can be said that Onur could not internalize this notation.

Students could not make sense of the benchmarks and numbers on the ruler. Additionally, in the measurement action with the ruler, it was seen that they read the last number on which the object ends on the ruler and they counted the benchmarks on the ruler. Participants of the current study first demonstrated the strategy of reading the last number, but then focused on benchmark counting. The students were not aware of what the zero number in the ruler means, they started counting from one instead of zero considering that they are number of benchmarks. In addition, students were not aware that the benchmarks of any unit on the ruler can serve as a zero point in length measurement. Therefore, it can be said that the students could not recognize the ruler and they could not make sense of the measurement action performed with the ruler in the context of unit concept, repetition of units, number and measurement relationship.

## İlköğretim 5. Sınıf Öğrencilerinin Uzunluk Kavrayışlarına Dair Bir Durum Çalışması

**Dilşad GÜVEN AKDENİZ<sup>1</sup>, Ziya ARGÜN<sup>2</sup>**

<sup>1</sup> Bayburt Üniversitesi, Bayburt, dilsadgvn@gmail.com <http://orcid.org/0000-0001-7387-5770>

<sup>2</sup> Gazi Üniversitesi, Ankara, ziya@gazi.edu.tr <http://orcid.org/0000-0001-8101-7215>

Gönderme Tarihi: 08.03.2019

Kabul Tarihi: 22.10.2019

Doi: 10.17522/balikesirnef.537618

---

*Özet* – Çalışmada ilköğretim 5. sınıf (11 yaş) iki öğrencinin uzunluk kavramına dair kavrayışlarının incelenmesi amaçlanmaktadır. Nitel araştırma yöntemine sahip araştırma bir durum çalışmasıdır. Katılımcılar amaçlı örnekleme yönteminden kolay ulaşılabilir ve ölçüt örnekleme yöntemleri kullanılarak belirlenmiştir. Çalışmanın verileri yarı yapılandırılmış klinik görüşmeler yoluyla toplanmış olup, içerik analizi yöntemiyle analiz edilmiştir. Uzunluk kavramı ölçme kavramına ait karakteristikler çerçevesinde ele alınmıştır. Çalışmada elde edilen bulgulara göre, öğrencilerin nesnelere uzunlukları bakımından doğrudan ve dolaylı olarak karşılaştırdıkları, uzunluk niteliğine uygun birim seçebildikleri geçişliliğin ve eş birim kullanımına olan ihtiyacın farkında oldukları, ancak uzunluk niteliğinin farklı temsilleri olan genişlik ve kalınlığı alan veya hacim kavramından ayırt edemedikleri, cetvel kullanımını cetvelde sıfırı, diğer sayıları ve çentikleri ve uzunluk ölçme eyleminde birim kavramını anlamlandırmada güçlükler yaşadıkları görülmüştür.

*Anahtar kelimeler:* uzunluk, ölçme, ilköğretim matematik, matematik eğitimi

-----

Sorumlu yazar: Dilşad GÜVEN AKDENİZ, [dilsadgvn@gmail.com](mailto:dilsadgvn@gmail.com), Bayburt Üniversitesi

### Giriş

Ölçme, nesne veya durumları çeşitli özelliklerine göre karşılaştırma ihtiyacından ortaya çıkmıştır. Ölçme temelde bir betimlemedir ve farkların nicelendirilmesinden doğmuştur (Gravemeijer ve diğerleri, 2016). Bishop'a (1988) göre ölçme, dünyadaki tüm kültürlerde bulunan altı temel aktiviteden biridir (diğerleri sayma, yerleştirme (locating), tasarlama, oynama ve açıklamadır) ve ölçme matematiksel bilgiyi geliştirmek için gerekli ve yeterlidir. Uzunluk ise ölçme eylemine ait bir bağlam olarak nesnelere ölçülebilen başka bir ifadeyle miktarı belirlenebilen niteliklerinden biridir. Öğrencilerin eğitim hayatlarında uzamsal

bağlamda ölçme eylemine dair karşılaştıkları ilk kavram olan uzunluk, uzamsal bağlamda ölçmenin tek boyutta temel niteliklerinden biridir ve uzamsal ölçümlerin merkezinde yer almaktadır (Smith ve diğerleri, 2008). Uzunluk kavramı, ölçmenin temel fikirlerini ve alan ve hacim gibi daha üst düzeydeki kavramları anlamak ve onlara bir temel oluşturabilmek bakımından önemlidir (Outhred & McPhail, 2000; Outhred & Mitchelmore, 2000; Smith ve diğerleri, 2008). Bu noktadan hareketle çalışmada ilköğretim öğrencilerinin uzunluk kavramına dair kavrayışlarının incelenmesi amaçlanmıştır.

Literatür incelendiğinde uzunluk kavramına dair yapılan çalışmaların öğrenci başarısını inceleyen nicel çalışmalar (Boulton-Lewis, Wills, & Mutch, 1996; Bragg & Outhred, 2004; Casey, Dearing, Vasilyeva, Ganley, & Tine, 2011; Curry, Mitchelmore, & Outhred, 2006; Kamii & Clark, 1997; Kayhan & Argün, 2014); uzunluk kavramına dair öğrenci düşünme ve öğrenmesini derinlemesine inceleyen nitel çalışmalar (Feza-Piyose, 2012; Herendiné-Konya, 2015; Nührenbörger, 2001; Outhred & McPhail, 2000); farklı öğretim stratejileri ile uzunluk kavramını öğrenmede öğrenci gelişimini inceleyen çalışmalar (Barrett & Clements, 2003; Boulton-Lewis ve diğerleri, 1996; Levine, Kwon, Huttenlocher, Ratliff, & Deitz, 2009) ve öğretim programlarında uzunluk kavramı öğretimini inceleyen çalışmalar (Smith ve diğerleri, 2008; Tan-Sisman & Aksu, 2012) şeklinde sınıflandırılabilir olduğu görülmektedir.

Milli Eğitim Bakanlığı (MEB) tarafından hazırlanan Matematik Dersi Öğretim Programı (MEB, 2013; 2018) incelendiğinde uzunluk kavramına 1. sınıf seviyesinden 5. sınıfa kadar yer verildiği görülür. 3. ve 4. sınıfta çevre kavramı, 5. sınıfta uzunluk ölçülerini tanıma, dönüştürme ve çokgenlerin çevre uzunluklarını hesaplama ile uzunluk ölçme öğrenme alanı sonlandırılır (MEB, 2013). Dolayısıyla araştırmanın yapıldığı 2017-2018 öğretim yılı 5. sınıf düzeyinde bir öğrencinin uzunluk kavramına dair yeterli bilgi ve beceriye sahip olması beklenebilir. Ancak literatür incelendiğinde öğrencilerin uzunluk kavramına dair 8. sınıfa kadar devam eden yanlışlara sahip oldukları görülebilir (Hiebert, 1981; Kayhan & Argün, 2014). Bu bağlamda ölçme öğrenme alanına dair, rasyonel sayı, kesir kavramının gelişimi, oran, ondalık gibi matematiksel kavramların anlaşılması için zemin hazırlayan uzunluk ölçmenin (NCTM, 2006; Smith, van den Heuvel-Panhuizen, & Teppo, 2011) öğrencilerde beklenildiği gibi yapılandırılabilmesi için öğrencilerin uzunluk kavramına dair kavrayışlarının derinlemesine incelenmesi ve yanlış ve hatalarının altında yatan kavramsal sebeplerin ortaya çıkarılması gerekmektedir. Dolayısıyla çalışmanın amacı, ilköğretim 5. sınıf (11 yaş) öğrencilerin uzunluk kavrayışlarını incelemektir.

Yapılan çalışmalarda uzunluk kavramına dair karakteristiklerin sınırlı bir şekilde incelenmiş olduğu örneğin, öğrencilerin uzunluğun ölçülebilir bir nicelik olduğunu (Boulton-Lewis ve diğerleri, 1996; Levine ve diğerleri, 2009), cetvelin yapısını (Dietiker, Gonulates, & Smith III, 2011; Levine ve diğerleri, 2009; Solomon, Vasilyeva, Huttenlocher, & Levine, 2015), doğrusal olmayan eğrileri ölçmede yaşadıkları zorlukları (örn. Clements, Battista, Sarama, Swaminathan, & McMillen, 1997) ve uzunluğun farklı temsillerine dair kavrayışları ortaya çıkarmayı (Güven & Argün, 2018; Saraswathi, 1989) amaçladığı söylenebilir. Bu çalışmada ise uzunluk kavramına dair kavrayışın ölçme kavramına ait tüm karakteristikler çerçevesinde derinlemesine incelenmesi amaçlanmaktadır. Bu bağlamda araştırma problemi; “İlköğretim 5. sınıf öğrencilerin uzunluk kavramına dair kavrayışları nasıldır?” şeklindedir.

### **Uzunluk kavramı**

Uzunluk kavramı doğrusal bir nesnenin başlangıç ve bitiş noktaları arasındaki uzaklık; doğrusal olmayan bir nesnenin ise doğrusal hale getirildiğinde başlangıç ve bitiş noktaları arasındaki uzaklık şeklinde tanımlanabilir (Argün, Arıkan, Bulut, & Halıcıoğlu, 2014). Uzunluk kavramı nesnenin başlangıç ve bitiş noktaları arasındaki tek boyutlu uzayın miktarını içerir, nesnenin, karşılaştırılabilir veya nicelendirilebilir (ölçülebilir) bir özelliğidir (Szilagyı, Clements & Sarama, 2013). Bu bağlamda çalışmada uzunluk kavramı ölçme kavramına ait karakteristikler çerçevesinde incelenmiştir. Tablo 1’de özetlenen bu karakteristikler; niteliği tanıma, niteliklerin korunumu ilkesi, yer kaplama özelliği, geçişlilik ilkesi, birim kavramı ve birimin uygunluğu, eş birimlerin kullanımı, birimlerin yinelenmesi ve son olarak sayı ve ölçmedir.

**Tablo 1** Uzunluk Kavramına Ait Karakteristikler ve Açıklamaları

<b>Uzunluk Kavramına Ait Karakteristikler</b>	<b>Açıklama</b>
Niteliği tanıma	Uzunluk niteliğinin nesnelerin bir özelliği olduğunu bilme, nesnelere uzunluklarına göre gruplandırabilme, karşılaştırabilme ve sıralayabilme, niteliğin farklı temsillerini (en, boy, yükseklik, genişlik, derinlik, çevre, kalınlık, uzaklık vs.) tanıma (Outhred, Mitchelmore, McPhail, & Gould, 2003)
Geçişlilik ilkesi	Eğer A nesnesi B’den daha uzunsa ve B de C nesnesinden daha uzunsa o zaman A, C’den uzundur anlayışıdır.

Niteliklerin korunumu ilkesi	Herhangi bir nesne hareket ettirildiğinde veya parçalara ayrılıp tekrar birleştirildiğinde (uzunluğun toplamsal olması) büyüklüğünü korur. Uzunluk; öteleme, dönme, yansıma dönüşümleri altında korunur, uzunluk toplamsaldır, uzunluk süreklidir (Common Core State Standards for Mathematics (CCSM), 2010).
Yer kaplama özelliği	Uzunluk uzaysaldır ve tek boyutta uzayı kaplama özelliğine sahiptir. Uzunluk ölçümünde yineleyerek sayma işlemi tek boyutta gerçekleştirilir (CCSM, 2010; Lehrer, Jenkins, & Osana, 1998).
Birim kavramı ve birimin uygunluğu	Seçilen birim ölçülen nitelik için uygun olmalıdır ve amaca uygun olmalıdır (büyüklük olarak). Nesnelerin ancak aynı nitelikleri karşılaştırılabilir (Lehrer, 2003)
Eş birimlerin kullanımı	Bir ölçümde tekrarlanan birimlerin değişmemesidir. Ölçme eyleminde, yinelemede kullanılan birimler eş olmalıdır (Outhred & McPhail, 2000)
Birimlerin yinelenmesi	Birimi ardı ardına uzunluğu ölçülen nesne tükeninceye kadar kullanma, herhangi bir boşluk ve üst üste binme gerçekleşmeyecek şekilde eş birimlerin tekrarlı olarak yerleştirilmesi eylemidir (Kamii & Clark, 1997)
Sayı ve ölçme	Farklı ölçme birimleri kullanıldığında farklı sayıların aynı uzaklığı temsil etmek için kullanılabilmesi, aynı uzunluğun farklı büyüklükteki birimlerle temsil edilebilmesi, birimin uzunluğu ve ölçmede kullanılan birim sayısı arasındaki ters ilişki, toplam uzunluk (uzaklığın birikimi) . Bir nesnenin uzunluğu boyunca bir birimin yinelenmesi sayılırken, elde edilen sayının, nesnenin yinelenen birimle kaplanan kısmını- o noktadan itibaren sayılan tüm birimlerle kaplanan yer miktarını ifade etmesidir (Clements & Stephan, 2004; Stephan & Clements, 2003)

Literatürde öğrencilerin uzunluk kavramına dair yanılgılarının, genellikle cetveli tanıma, cetvelle ölçmeyi anlamlandırma ve doğru bir şekilde gerçekleştirme (Dietiker ve diğerleri, 2011; Kamii, 1995; Bragg & Outhred, 2004; Stephan & Clements, 2003; Solomon ve diğerleri, 2015), birimleri yineleme (Bragg & Outhred, 2004; Hiebert, 1981), eş birim kullanım gerekliliğini anlama (Clements & Sarama, 2009; Szilagyı ve diğerleri, 2013); uzunluğu diğer temsillerden ayırt etme (örn. çevre ve alan) (Tan-Sisman & Aksu, 2012) noktalarında yaşandığı belirtilmektedir. Ülkemizde ise ikinci sınıf öğrencilerinin standart birimlerden metreyi hem birim hem de uzunluk ölçme aracı olarak algıladığı (Yenilmez & Pargan, 2008), dördüncü ve sekizinci sınıf öğrencilerinin cetvelle yapılan ölçmede çeşitli hatalar yaptıkları (Kayhan & Argün, 2014), yedinci sınıf öğrencilerinin ise yine cetveli ve cetvelle yapılan ölçmeyi anlamlandıramadıkları, eş birim kullanımına olan ihtiyacı



anlayamadıkları ve uygun birim seçiminde güçlükler yaşadıkları ifade edilmiştir (Şişman & Aksu, 2009).

## **Yöntem**

İlköğretim öğrencilerinin uzunluk kavrayışlarını derinlemesine incelemeyi amaçlayan bu çalışma nitel desene sahip bir durum çalışmasıdır (Stake, 1995; Yin, 2013). Araştırma öğrencilerin uzunluk kavramına dair var olan kavrayışlarını hiçbir müdahale olmaksızın ortaya koymaktadır (Stake, 1995; Yin, 2013). Araştırmanın durumunu 5. sınıf düzeyinde iki öğrenci oluşturmaktadır. Analiz birimi ise öğrencilerin uzunluk kavrayışlarıdır. Öğrencilerin uzunluk kavramına dair kavrayışlarını ortaya çıkarmak amacıyla bireylerin sahip oldukları bilgilerin orijinal yapısını keşfetmek için uygun bir yöntem olan klinik görüşmeler gerçekleştirilmiştir (Clement, 2000; Steffe & Thompson, 2000).

## *Katılımcılar*

Araştırmanın katılımcıları, amaçlı örnekleme yönteminden kolay ulaşılabilir ve ölçüt örnekleme yöntemleri kullanılarak belirlenmiştir. Araştırmada gönüllük ilkesinin yanında dikkate alınan ölçüt öğrencilerin en az 5. sınıf seviyesinde olmasıdır. Sebebi ise ülkemiz ilköğretim matematik dersi öğretim programına göre uzunluk kavramının, 5. sınıfta yapılandırılmasının amaçlanmış olmasıdır (MEB, 2013; 2018). Araştırmada uzunluk kavramının tüm karakteristikleriyle birlikte incelenmesi amaçlandığından, çalışmaya gönüllü olan ve kolay ulaşılabilirlik ilkesini sağlayan 5. sınıf (11 yaş) iki erkek öğrenci çalışmanın katılımcıları olarak belirlenmiştir. Öğrenciler çalışmada Yusuf ve Onur takma isimleriyle anılacaktır. Yusuf ve Onur farklı devlet okullarına devam etmektedir. Her iki öğrenci de matematiği sevdiğini ve matematik yapmada başarılı olduğunu ifade etmiştir.

## *Verilerin Toplanması*

Çalışmanın verileri yarı yapılandırılmış klinik görüşmeler yoluyla toplanmıştır. Her bir öğrenci ile bireysel olarak gerçekleştirilen klinik görüşmeler yaklaşık olarak 90-95 dakika sürmüş ve kamera ve ses kaydına alınmıştır. Çalışmanın verilerini kamera ve ses kayıtları, öğrenci etkinlik kağıtları, öğrenciler tarafından tutulan notlar oluşturmuştur. Ses kayıtları video kayıtlarda duyulamayan konuşmaların tekrar dinlenmesi ve verilerin ayrı bir kaynakla yedeklenmesi amacıyla kullanılmıştır.

## *Klinik görüşme sorularının hazırlanması*



Yarı yapılandırılmış klinik görüşme soruları literatür ve ülkemiz matematik dersi öğretim programları dikkate alınarak okul öncesinden 4. sınıfa kadar öğrencilerin uzunluk kavramına dair sahip olmaları gereken bilgi ve beceriler uzunluk ölçme karakteristikleri bağlamında ortaya konularak hazırlanmıştır. Hazırlanan sorular 4 ayrı uzmana gösterilerek görüşleri alınmıştır. Uzmanlardan soruların öğrenci seviyesine uygunluğunu, anlaşılabilirliğini, amaca ve belirtilen ölçme karakteristiğine uygunluğunu ve yeterli veri sağlama bakımından uygunluğunu değerlendirmeleri istenmiştir. Uzman görüşleri çerçevesinde bazı soruların ifadeleri değiştirilmiş, bazı sorular çıkarılmış veya yeni sorular eklenmiştir. Yarı yapılandırılmış klinik görüşme soruları her bir karakteristik için yeterli görülen 1-7 soru arasında değişmiştir. Toplamda 29 sorudan oluşan formda, öğrencilerin uzunluk ölçme eylemlerinin aktif olarak gözlemlenmesini sağlayan durumlar oluşturulmuş ve kurdele, çöp şiş, kırık cetvel, örüntü blokları, kesir çubukları gibi gerekli materyaller ortamda hazır bulundurulmuştur. Örneklendirilecek olursa, ölçme kavramına ait birim kavramı/birimin uygunluğu karakteristiği için aşağıdaki soru sorulmuştur:

[Şekil 1'deki] Bu kurdeleyi\* verilen materyallerden hangisiyle ölçmek daha uygundur? Ölçmek için seçtiğiniz materyalin hangi parçasını kullandınız? Biriminiz nedir? Bununla nasıl ölçeceğinizi açıklayınız. Gösteriniz [Her birini tek tek incelemesi sağlanır] Kurdelenin uzunluğunu nasıl ifade edersiniz? (Curry ve diğerlerinden (2006) uyarlandı)



**Şekil 1** Seçilen Birimin Uzunluk Niteliğine Uygunluğu Sorusuna Ait Materyaller

Eş birimlerin kullanımını için sorulan beş sorudan biri ise aşağıdaki gibidir;

[Çöp şişler Şekil 2'deki gibi öğrenciye sunulur] Bu çöp şişleri kullanarak kurdelenin uzunluğunu ölçünüz. Çöp şişler kurdele ile aynı uzunlukta olacak şekilde kesilmiştir, istediğiniz kadar kullanabilirsiniz.

\* Öğrencinin bir çokgen kenarının uzunluğunun ölçülebildiğini bildiği varsayılarak bazı sorularda dikdörtgen kenarı veya üçgen kenarı da kullanılabilir. Bu, görüşme formundaki bir diğer sorudan anlaşılacaktır. Bilmiyorsa kurdele, tel veya çöp şiş ile devam edilecektir.



### Şekil 2 Eş Birim Kullanım Gerekliliğini Ölçen Soruya Ait Materyaller

O zaman kurdelenin uzunluğunu ifade ediniz. Bu ölçümde biriminiz nedir? Uzunluğu hangi birim cinsinden ifade edersiniz? [Farklı birimlerle ifade ederse, farklı birimler gösterilerek] Bu birimleri karşılaştırınız. Aralarında bir fark var mıdır? Neden?

### *Verilerin Analizi*

Verilerin analizi öğrencilerin uzunluk kavrayışlarına dair kategorileri ortaya çıkarmak amacıyla içerik analizi yöntemiyle gerçekleştirilmiştir. Video kayıtlar izlenerek gerekli yerlerde kelime kelime dökümler yapılmış ve birkaç kere izlenmiş veya okunmuştur. Öğrenci davranışları detaylı bir biçimde betimlenmiş, öğrencilerin ifadelerinde, çizim ve hareketlerinde öğrenci kavrayışlarını karakterize eden örüntüler aranmıştır. Ölçme kavramına dair belirtilen karakteristikler çerçevesinde kategoriler belirlenmiş, bir kategoriye ait her bir düşünce ve ifade birbirini etkileyen diğer kategorilerle birlikte değerlendirilmiş ve ilişkilendirilmiştir.

### *Araştırmanın Geçerlik ve Güvenilirliği*

Verilerin toplanması, araştırmacı ve öğrencinin birebir görüşme yapmasına uygun bir odada gerçekleştirilmiştir. Her bir öğrenci için bireysel yapılan görüşmeler farklı günlerde gerçekleştirilmiştir. Katılımcıların birbirini tanımaması ve iletişim içerisinde olmamaları, soruların cevaplanmasında söz konusu olabilecek herhangi bir etkilenmeyi önlemiştir. Öğrencilerden ve ailelerinden video ve ses kayıtları için izin alınmış, öğrencilerin görüşme ortamına ve kayıtlara alışabilmesi için görüşme öncesinde bir süre onlarla sohbet edilmiştir.

Veri analizinin güvenilirliği için bir matematik eğitimcisi uzmandan görüş alınmıştır. Böylece dış kontrol mekanizması olarak akran incelemesi (Lincoln & Guba, 1985) uygulanmıştır. Araştırmacılar ve uzman arasındaki korelasyon katsayısı 0,91 olarak hesaplanmıştır. Uzman görüşlerinin ışığında yapılan düzeltmeye bir örnek olarak, niteliklerin korunumu ilkesi bağlamında, Yusuf'un doğrusal hale getirebildiği somut nesnelere (Şekil 10(b)) üzerinde uzaklıkların korunumunu dikkate alırken, 2 boyutta (Şekil 10(c)) toplam uzunluğu dikkate almadığına karar verilmiştir.

## Bulgular ve Yorumlar

**Niteliği tanıma.** Öğrencilerin niteliği tanıma karakteristiğine dair kavrayışlarını incelemek amacıyla bir su şişesinin sahip olduğu özellikleri saymaları istendiğinde, Yusuf ağırlığı, uzunluğu ve genişliğini ifade ederken, Onur uzunluk, ağırlık ve hacim niteliklerini saymıştır. Onur su şişesi gösterildiğinde cetveli göstererek “Bununla ölçeriz” demiştir. Ne ölçtüğü sorulduğunda ise “Santimini” şeklinde açıklamıştır. Onur’un kastettiği uzunluk niteliğidir. Onur şişenin uzunluğuna dair ölçüm sonucunu “Bu 19 santim civarında” şeklinde ifade etmiştir. Onur’un uzunluk terimini hem ölçüm sonucunda hem de ölçülen nitelik sorulduğunda ifade etmemesi dikkat çekicidir. Aynı zamanda uzunluk yerine “santimi” şeklindeki ifadesiyle Onur’un uzunluk niteliğini ölçme eylemini gerçekleştirmek için kullanılan standart bir birimle sınırlandırdığı düşünülebilir. Dolayısıyla uzunluk kavramını standart bir uzunluk ölçme birimi olan santimetreye veya standart birimlere aşırı özellediği söylenebilir. Nitekim Onur uzunluk deyince aklına “Santim, metre onun çeşitleri geliyor” demiştir. Onur’dan görüşmenin gerçekleştiği odadan bir örnek vermesi istendiğinde “Bu odanın büyüklüğü” der ve “Şu taraftan (bir kenar) ölçümü, bu taraftan (diğer kenar) ölçümü ikisini ikiyle çarparak bulabiliriz” diye ekler. Onur’un kastettiğinin odanın çevresi olduğu düşünülebilir.

Araştırmacı (A): Bu uzunluğu mu olmuş oluyor?

Onur (O): Evet.

A: Peki alan? Alan uzunluktan farklı mıdır?

O: Evet. Alan deyince büyüklüğü hacmi. Hacmi ne kadarsa o.

A: Peki hacim deyince aklına ne geliyor?

O: Onun boşluğun büyüklüğü fen dersinde görmüştük.

Görüldüğü üzere Onur alan kavramını hacim ile tanımlamaktadır. Ancak uzunluk kavramı için odanın çevresini örneklendirmiştir. Yusuf ise uzunluk kavramını “Bir nesnenin boyutudur” şeklinde tanımlamıştır. 5 yaşındaki kardeşine uzunluğu nasıl açıklayacağı sorulduğunda, kardeşinin boyut kelimesinin anlamını bilmediğini ifade etmesine rağmen yapacağı açıklama yine “Bir nesnenin uzunluğu... işte boyutu...” şeklindedir. Örnek vermesi istendiğinde ise masanın kenarını göstermiştir. Yusuf uzunluğu nesnenin bir boyutu şeklinde tanımlamaktadır. Uzunluğun birer temsili olan en, boy ve yüksekliğin üç boyutlu bir nesnenin

her bir boyutunu ifade ettiği ve uzunluğun tek boyutta söz konusu olduğu düşünüldüğünde, Yusuf'un sezgisel olarak bu durumu ifade etmeye çalıştığı düşünülebilir. Nitekim Yusuf boyut kavramının farkındadır. Eline aldığı cisimlerin 3 boyutlu olduğunu “Bunlar 3D” şeklinde ifade eder ve “Kağıdın üstündeki şekiller 3D olamaz” der. İki boyuttan hiç söz etmemekle birlikte düzlemsel bir bölgenin de tek-boyutlu olduğunu ifade etmiştir.

Niteliği tanıma doğrudan karşılaştırmayı, nicelikleri sıralamayı ve dolaylı karşılaştırmayı içermektedir (Outhred & McPhail, 2000; Outhred vd., 2003). Öğrenciler nesnelere uzunlukları bakımından doğrudan karşılaştırabilmektedir. Görüşmenin yapıldığı odada kollarının uzunluğundaki nesnelere bulmaları istendiğinde Yusuf ve Onur doğru bir karşılaştırma yapmıştır. Karşılaştırmalarda uzun, kısa kelimelerini kullanmışlardır. Dolaylı karşılaştırma durumunda taşıyamayacakları bir koltuğun gösterilen bir boşluğa sığıp sığamayacağını nasıl belirleyecekleri sorulmuştur. Öğrenciler uzunlukların ölçülerek anlaşılacağını ve bunun için başka bir nesne yardımıyla dolaylı olarak karşılaştırma yapabileceklerini ifade etmiştir. Uzunluğun öteleme ve dönme dönüşümleri sonucu değişmeyeceğinin farkındadırlar. Bununla birlikte öğrencilerin geçişlilik ilkesinin de farkında olduğu söylenebilir. Niteliği tanıma karakteristiğinin ayrıntılı incelenmesi sürecinde öğrencilere çeşitli nesnelere verilmiş ve hangilerinin uzunluğa sahip olduğunu tespit etmeleri istenmiştir (Bkz. Şekil 3).



**Şekil 3** Uzunlukları Tartışılan Nesnelere

Onur masanın üzerinde bulunan pipetin dikey konuma getirildiğinde uzunluğunun ölçülebileceğini ifade eder: “Bunun bu şekildeyken ölçeriz”. “Başka şekilde ölçülemez mi?” diye sorulduğunda “Evet öyle de ölçülebilir aslında” der. Onur’un bu düşüncesinin cetveli dikey konumda tutma eğiliminden (Bkz. Şekil 4) kaynaklı olduğu görüşmenin devamında anlaşılır. Silindirin yüksekliğini göstererek, ölçülebileceğini ancak kürenin hiçbir yerinin uzunluğunun ölçülemeyeceğini söylemiştir. Nedeni sorulduğunda “Çünkü şekli daha şey [parmaklarıyla yaylar çizer] o yüzden öbürlerinden [doğrusal nesnelere gösterir] farklı”. Silindir ve prizmanın yalnızca yüksekliklerine odaklanmıştır. Onur’un örüntü bloklarının dahi

yalnızca yüksekliğine odaklanması (çok kısa olduğu halde buna odaklanması) dikkat çekicidir (Bkz. Şekil 4).



Şekil 4 Onur Örüntü Bloğunun Uzunluğunu Ölçmektedir

Onur daha sonra Şekil 4'deki uzunluğun çok kısa olduğunu ifade ederek bloğun farklı uzunluklarına da yönelmiştir. Ancak çok kısa olduğu için ölçülemeyeceği şekilde (örn. Güven Akdeniz, 2018) yorumlarda bulunmamıştır. Cetveli tutuş şeklinden ve verdiği örneklerden dolayı Onur'a sorulur:

A: Peki uzunluğunu ölçebilmek için her şeyi bu şekilde dik tutmak zorundayız mıyız?

O: Hayır, değişik cisimlere göre.

Bunun üzerine bir kolye verilir ve Onur cetveli yine dikey bir şekilde tutarak kolyedeki boncukların çapını ölçmeye çalışır (Bkz. Şekil 5).



Şekil 5 Onur Kolyenin Uzunluğunu Ölçmektedir

Onur kolyenin başka bir uzunluğunun ölçülemeyeceğini düşünmektedir ve daha çok boncuklara odaklanarak kolyenin doğrusal hale getirilemeyeceğini ifade etmiştir. Başka bir kolye için sorulduğunda “Onlarda da aynı. Santim etmez. Milimetre ediyor onların şeyi” şeklinde cevaplamıştır. Dolayısıyla Onur santimetre ve milimetrenin hangi uzunluklar için uygun birim olduğu konusunda bilgi sahibidir. Ancak kolyenin yalnızca yüksekliğine odaklanması, cetveli hep dikey konumda tutması ve kolaylıkla doğrusal hale getirilebilecek olan kolyeyi doğrusal hale getirmemesi dikkat çekicidir. Onur'a “Cetveli illa ki bu şekilde mi tutman lazım?” şeklinde tekrar sorulduğunda “Hayır” demiştir ve başka nasıl tutulabileceği sorulduğunda cetveli yatay konuma getirmiştir. Onur ancak bu aşamadan sonra yani cetveli yatay konuma getirdikten sonra kolyeyi doğrusal hale getirmiştir. Daha sonra cetveli yatay ve

dikey tutarak iki şekilde de uzunluğu ölçebileceğini ifade etmiştir. Dolayısıyla Onur'un cetveli tutuş şeklinin uzunluğun farklı temsillerini fark etmesini etkilediği söylenebilir. Onur cetveli ancak yatay konumda tuttuğunda kolyeyi doğrusal hale getirerek ölçmesi gerektiğini düşünmüştür. Onur Şekil 6(a)'daki gibi cetveli yatay tutarak kare prizmanın bir kenar uzunluğunu ölçmüştür.



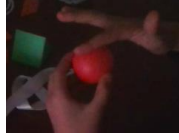
(a)

(b)

**Şekil 6** Onur Verilen Cisimlerin Uzunluklarını Ölçmektedir

Silindirik cismin taban çapını cetveli Şekil 6(b)'deki gibi tutarak ölçebileceğini gördüğü halde “Yuvarlaklarda böyle olamaz. Çünkü düz şekillerde olur genelde kare dikdörtgen gibi” diyerek silindirik cismin yalnızca yüksekliğinin uzunluğunun ölçülebileceğini ifade etmiştir. Silindirin tabanına ait yarıçap için “Ölçülemez” dediğinde “Ama ölçüyor gibisin?” sorusunu “Evet oluyor gibi yuvarlaklarda” şeklinde yanıtlayarak aslında ölçülebildiğini ifade etmiştir. Tabandaki dairenin çevresi gösterildiğinde ise onun ölçülemeyeceğini söylemiştir. Dolayısıyla Onur'un daire ya da benzeri bir cisim gördüğünde hiçbir uzunluğunun ölçülemeyeceğine dair düşüncesinin sebebinin, dairenin çevresinin ölçülemeyeceğini doğrusal olmamasına bağlaması ve bunu diğer uzunluklara aşırı genellemesi olduğu düşünülebilir. Daha sonra Onur'a bir ip yardımıyla dairenin çevresinin ölçülüp ölçülemeyeceği sorulur. Onur ölçülebileceğini ifade ederek elindeki esnek cetvelle de ölçülebileceğini söyler ve ölçer. Ancak bu ölçümde cetveli nereden başlatacağını veya başlattıktan sonra sonunun neresi olduğunu ve hangi değeri okuyacağını tam olarak kestirememiştir. Yusuf ise silindirin yüksekliğinin ve Onur'dan farklı olarak tabandaki çapının ölçülebileceğini belirtmiştir. Yusuf'un Onur gibi uzunluğu doğrusallığa aşırı özellemediği düşünülebilir ancak Yusuf da kürenin uzunluğunun ölçülemeyeceğini belirtmiştir. Sebebinin de “yuvarlak olması” şeklinde açıklamıştır. Bunun üzerine silindirin tabanı gösterilerek “Bu da yuvarlak ama ölçtük” denildiğinde Yusuf “Ama onun ki düz taban. Bununki böyle düz olamaz” demiştir (Bkz. Şekil 7).





Şekil 7 Küre Modeli

Dolayısıyla öğrencilerin kürenin yüzeyi üzerindeki bir eğrinin doğrusal hale getirilerek uzunluğunun ölçülebileceğinin farkında olmadığı sebebinin ise doğrusal olmamasına bağladığı söylenebilir. Dolayısıyla her iki öğrencinin de uzunluğu doğrusallığa aşırı özellediği düşünülebilir.

Sonraki adımda niteliği tanıma karakteristiğinin bir gereği olan *niteliğin farklı temsillerini tanıma* incelenmiştir. Öğrencilere Şekil 8’deki gibi çevreleri eşit daire ve çember modellenmiştir ve Onur “İkisi de aynı büyüklükte” demiştir. Bu şartlar altında daire ve çemberin kâğıt üzerinde yer kaplayıp kaplamadıkları sorulduğunda, her iki öğrenci de çemberin yer kaplamadığını ifade etmiştir.



Şekil 8 Daire ve Çember Modeli

Öğrencilerin niteliğin farklı temsillerini tanıyıp tanımadığını anlamak için niteliğin farklı temsillerine ait sözel ifadeler verilmiş ve içlerinden hangilerinin uzunluk olduğu, hangilerinin olmadığı sorulmuştur. Onur boy, ev ile okul arasındaki uzaklık, bahçenin çevresi, akvaryumun yüksekliği temsillerinin birer uzunluk olduğunu ifade etmiş ancak genişliğin ve derinliğin hacim olduğunu ifade etmiştir. Yusuf da boy ve ev ile okul arasındaki uzaklığın uzunluk olduğunu belirtirken, odanın genişliğinin alan olduğunu ifade etmiştir. Odanın genişliğini göstermesi istendiğinde Yusuf “İşte büyüklüğü” diyerek ellerini iki yana açmış ve “Alan oluyor” şeklinde eklemiştir.

O: Genişlik... Alan... Hacim de olabilir.

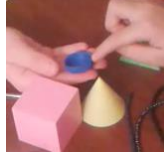
A: Genişlik deyince ne anlıyorsun?

O: Örneğin bu odanın tamamı, dışarı, atmosfer.

Dolayısıyla her iki öğrencinin de genişliğin uzunluğun bir temsili olduğunun farkında olmadığı ve alan veya hacimden genişliği ayırt edemediği söylenebilir. Onur benzer şekilde kalınlığın da uzunluğun bir temsili olduğunun farkında değildir, alan olduğunu ifade etmiştir.



Bir karo parçası üzerinde kalınlığı göstermesi istendiğinde doğru bir şekilde göstermesine rağmen alan ile karıştırmıştır. Yusuf ise bir demir paranın kalınlığının alan olduğunu ifade etmiştir. Ancak sonra uzunluk şeklinde düzeltilmiş ve şişe kapağı üzerinde doğru bir şekilde göstermiştir (Bkz. Şekil 9). Ancak kalınlığın neden bir uzunluk olduğu sorulduğunda net bir cevap verememiştir.



**Şekil 9** Yusuf'un Kalınlık Gösterimi

Öğrenciler kitaplığa konulacak kitap miktarı, akvaryumun odada işgal ettiği yer miktarı, demir paranın kağıt üzerinde kapladığı yer miktarının uzunluk olmadığının farkındadır. Yusuf tek boyutta yer kaplamanın düzlemde ya da uzayda yer kaplamadan farklı olduğunu sezebilmektedir. Örneğin yüksekliğin bir uzunluk olmasını “Yüksekliği diyor zaten içine doldurabileceğimiz değil, içinin boşluğu değil” şeklinde açıklamıştır. Ancak çevre temsili ile alanı birbirinden ayırt edememektedir. Çevrenin alan olduğunu ifade etmiş ve bir örüntü bloğunun çevresini göstermesi istendiğinde “Şu bahçe ve etrafı alan oluyor işte” diyerek yüzeyi taramıştır.

A: Ne ile ölçeriz? Nasıl ölçeriz o zaman?

Y: Metre ile işte ölçerek uzunluğunu.

A: Ama alan dedin?

Y: Hem alan bir bahçe, hem de uzunluk olarak ölçeriz ikisi de

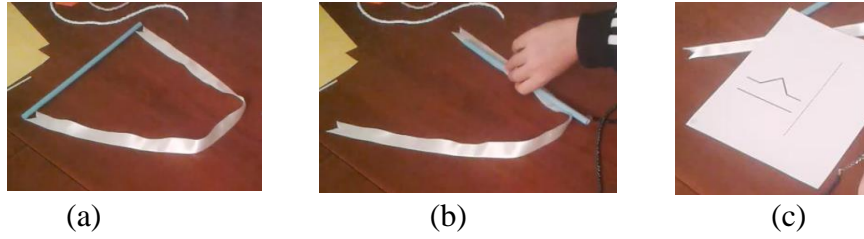
A: Çevre ne o zaman?

Y: Çevresi uzunluk.

Şeklinde açıkça ifade etmiştir ancak bir dikdörtgensel bölge çizilerek “Burası bahçemiz ise bahçemizin çevresini nasıl ölçersin?” diye sorulduğunda eliyle göstererek çevreyi ve yüzeyi tarayarak “Hem çevresini ölçersin hem de kapladığı alanı ölçersin” demiştir. Dolayısıyla Yusuf'un çevreyi alandan kavramsal olarak ayırt edemediği düşünülebilir.

**Niteliğin korunumu ilkesi.** Niteliğin korunumu ilkesi bağlamında öğrenci kavrayışları incelendiğinde, Onur daha önce sözü edildiği gibi cetveli tutma biçimini değiştirdiğinde kurdele, kolye gibi nesnelere doğrusal hale getirmeye başlamıştır. Kurdelenin uzunluğu ile

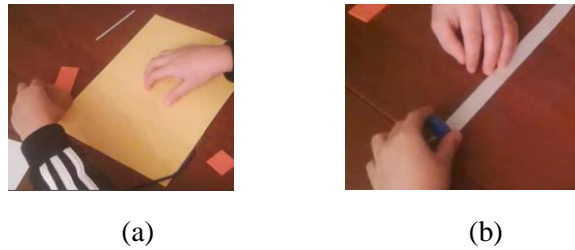
pipetin uzunluğu ölçülmek istendiğinde, Yusuf bu şekilde karşılaştırılmayacağını ifade ederek “Düz haline getireceksin” demiş ve doğrusal hale getirerek karşılaştırmıştır.



Şekil 10 Niteliklerin Korunumu İlkesi

Öğrencilere Şekil 10’daki kurdele ile pipetin uzunluklarının eşit olduğu iddiasına nasıl cevap verecekleri sorulduğunda, Şekil 10(b)’de görüldüğü gibi ölçerek uzunluklarının eşit olmadığını ifade etmişlerdir. Dolayısıyla öğrencilerin uzunluğun toplamsallığının farkında olduğu ve yalnızca başlangıç ve bitiş noktalarına odaklanmadıkları söylenebilir. Ancak iki boyutta temsil edilen iki uzunluğu karşılaştırmaları istendiğinde (Bkz. Şekil 10(c)), örneğin, Yusuf “Şu an için boyları aynı ancak bunu açarsak bu daha uzun” demiştir. Dolayısıyla öğrenci doğrusal hale getirebildiği somut nesnelere üzerinde uzaklıkların korunumunu dikkate alırken, 2 boyutta diğer uzunlukları toplam uzunluğa katmadan boylarının aynı olduğunu ifade etmiştir.

**Uygun birim seçimi.** Uygun birim seçimi noktasında öğrenciler seçtikleri birimin uzunluk niteliğini dikkate alarak ölçüm yapmışlardır. Örneğin bir örüntü bloğunu bir birim olarak aldığında Yusuf Şekil 11(a)’daki gibi bir ölçüm yapacağını belirtmiştir.



Şekil 11 Yusuf’un Örüntü Bloğu ve Şişe Kapağıyla Uzunluk Ölçümü

Öğrencilere bir kurdele ve uzunluğunu ölçmek için bir kapak verildiğinde, Yusuf kapağın çapını kullanarak ölçüm yapar ancak birim olarak neyi dikkate aldığını açıklayamamıştır. Açıkça hangi uzunluğu kullandığı sorulduğunda, “Şuradan şuraya” şeklinde çapı göstermiştir. Yusuf’tan kapağın kalınlığıyla ölçmesi istendiğinde doğru bir şekilde tutarak ölçmüştür (Bkz. Şekil 11(b)). Onur ise kapakla ölçülemeyeceğini çünkü doğrusal

olmadığını ifade etmiştir. Öğrencilerin bu cevabı niteliği tanıma davranışlarıyla tutarlıdır. Bu durum öğrencilerin uzunluk ölçümünde uzunluk niteliğine sahip birimleri dikkate aldığını gösterir.

**Eş birim kullanımı.** Eş birim kullanımı noktasında Şekil 2’deki çöp şişler verilerek, Yusuf’tan kurdelelerin uzunluğunu ölçmesi istendiğinde, kurdeleyi kaplamaya odaklanarak farklı birimleri kullanmıştır. Uzunluğu ifade etmesi istendiğinde ise, yalnızca “iki buçuk” demiştir. Dolayısıyla Yusuf’un birimleri ifade etmediği gözlemlenmiştir. Ancak Yusuf’un iki buçuk ifadesinden sezgisel olarak da olsa daha uzun olan çubuğu birim olarak ele aldığı düşünülebilir. Yusuf’a Şekil 12’deki gibi her biri birbirinden farklı nesnelere ölçüm yapılmış ve değerlendirilmesi istenmiştir.



**Şekil 12** Eş Olmayan Birimlerle Yapılan Ölçme Örneği

“Kardeşin böyle bir ölçüm yapsa onaylayacak mısınız?” diye sorulduğunda Yusuf “Hayır. Çünkü hepsi eşit boyda değil” demiştir. Kardeşine nasıl bir açıklama yapacağı sorulduğunda ise “Birimlerin uzunluğu işte... eşit olmaması. Eşit olması gerekiyor” demiştir. Dolayısıyla Yusuf’un ölçme eyleminde eş birime ihtiyacın farkında olduğu söylenebilir. Eş olmayan birimlerle karşılaştırma yapılması noktasında Onur ve Yusuf’a sorulmuştur: “Öğretmen evdeki çalışma masalarını ölçün ve sıra arkadaşınızla karşılaştırın der. Ayşe ile Ahmet ölçerler. Ayşe’nin masasının uzunluğu 3 defter uzunluğu kadarken, Ahmet’inki 9 karış uzunluğundadır. Ayşe ve Ahmet, Ahmet’in masasının daha uzun olduğuna karar verirler. Sence bu kararları doğru mudur?” sorusuna her iki öğrenci de eş birimlerle ölçülmediğini ifade ederek olumsuz yanıt vermiştir.

**Birimlerin yinelenmesi.** Birimlerin yinelenmesi eyleminde Yusuf’a bir kesir çubuğu ve bir kağıt verilerek, kesir çubuğunu yineleyerek kağıdın bir kenar uzunluğunu ölçmesi istenmiştir. Yusuf birimin bittiği noktayı kalem yardımıyla işaretleyerek (Bkz. Şekil 13) boşluk bırakmaya ve üst üste bindirmemeye özen göstermiştir.



**Şekil 13** Yusuf’un Birimleri Yineleme Eylemi (Sırasıyla kesir çubuğu ve kırık cetvelle)

Onur ise bu tekrarlı kullanımda birimler arasında boşluk bırakmamaya veya üst üste bindirmemeye çok dikkat etmemiştir. Onur'a cetveli tekrarlı kullanarak hiç bilmeyen birine kurdelenin uzunluğunu ölçmeyi öğretmek durumunda kaldığında bunu nasıl yapacağı sorulduğunda, “Örneğin böyle [Cetveli kurdele ile hizalar] ölçülür. Ama 30 santimi (cetvelin uzunluğu) tekrar olduğu yerden şey yapıyoruz. Oradan da ölçüyor.” demiştir. Onur'un cetvelin yinelemeyi ve cetvelin bittiği yerden başlamayı dolayısıyla birimleri üst üste bindirmemeyi veya aralarında boşluk bırakmamayı belirttiği söylenebilir. Ancak kendisi ölçüm yaparken buna dikkat etmemiştir. Dolayısıyla bu bilgiyi sözel olarak ifade ettiği ancak içselleştiremediği düşünülebilir.

Öğrenciler standart cetvelle ölçmeyi ve sonucu okumayı kolaylıkla gerçekleştirebilmektedir. Kırık cetvel verildiğinde (Bkz. Şekil 13) Yusuf yine kalemle işaretleyerek cetveli tekrarlı kullanmıştır. Yusuf ölçüm sonucunu 12 cm 7 mm bulmuştur ve “12'ye 7” şeklinde ifade etmiştir. 12 ve 7'nin ne olduğunu açıklaması istendiğinde milimetre için “minik çizgiler” ifadesini kullanmıştır. Yusuf'un ölçüm sonucunu ifade ederken santimetre, milimetre gibi birim ifadelerini kullanmadığı daha önce de gözlemlenmiştir.

*Birim ve ölçülen uzunluk arasındaki parça bütün ilişkisi*, birim kavramı, eş birim kullanımı ve birimlerin yinelenmesi karakteristikleri ile doğrudan ilişkilidir. Bu ilişkiye dair kavrayışı incelemek için, öğrencilere uzunluğu bilinen 6 birimlik bir tel verilmiş ve bu teli kullanarak verilen bir kurdele parçasından 9 birim uzunluğunda kurdeleyi kesmeleri istenmiştir. Yusuf öncelikle teli tutarak 6 birimlik kurdeleyi belirleyebileceğini ifade etmiştir. 9 birimlik kurdele belirlemesi gerektiği hatırlatıldığında “O zaman telin üzerinde sayılar olması gerekiyor cetveldeki gibi” demiştir. Daha sonra “Aa! Bu 6 tamam o zaman yarısı olmalı” demiş ve 6 birimlik kurdeleyi belirledikten sonra kalan 3 birimi elindeki telin yarısıyla hizalayarak 9 birimlik kurdeleyi belirlemiştir (Bkz. Şekil 14).

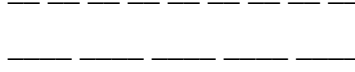


Şekil 14 Tel Yardımıyla İstenilen Uzunlukta Kurdele Elde Etme

Yusuf eş parçalama yoluyla gerekli uzunlukları elde edebilmiştir. Dolayısıyla Yusuf'un birim ve ölçülen uzunluk arasındaki parça bütün ilişkisinin farkında olduğu söylenebilir.

**Sayı ve ölçme.** Sayı ve ölçme arasındaki ilişki bakımından Yusuf ve Onur literatürde belirtildiği gibi birim sayısına dayanarak uzunluğa karar verme gibi bir eğilimin içine

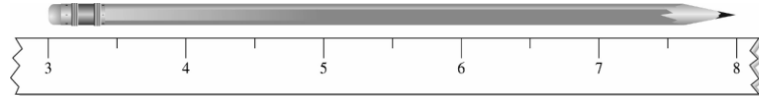
girmemişlerdir. Örneğin Clements ve Stephan (2004) tarafından sorulan Şekil 15'deki uzunlukların karşılaştırılmasına yönelik soruda, öğrencilerin genellikle birimleri sayarak, kullanılan birim sayısı fazla olan uzunluğun daha fazla olduğunu ifade ettiği gözlemlenmiştir.



**Şekil 15** İki Uzunluk

Ancak bu çalışmada Yusuf ve Onur Şekil 15'deki uzunlukların aynı olduğunu ancak ilkinde birimler kısa olduğu için daha fazla birim kullanıldığını ifade etmişlerdir. Dolayısıyla öğrenciler birimin büyüklüğü ile ölçüm sonucu arasındaki ya da ölçme eylemi için gereken birim sayısı arasındaki ters ilişkinin farkındadırlar. Bununla birlikte öğrenciler yalnızca sayma fikirlerine dayanarak ölçüme dair bir sonuca varmadığı görülebilir (Stephan & Clements, 2003).

*Cetveli tanıma* bağlamında Onur'a kırık bir cetvelle (3'ten başlayan) bir kalemin ölçüldüğü görsel verilmiştir (Bkz. Şekil 16). Kalem 3 ve 8 noktaları arasına yerleştirilmiştir. Onur'dan cetvele göre kalemin uzunluğunu söylemesi istenmiştir. Onur öncelikle çentikleri kastederek "Bunların araları bir santim oluyor" demiş ancak kalemin uzunluğunun 8 santimetre olduğunu ifade etmiştir.



**Şekil 16** Kırık Cetvel

Sonraki aşamada çentikleri numaralandırılmamış bir cetvel ve yanında hizalanmış bir kalem verilmiştir ve Onur'a kendisinin numaralandırabileceği söylenmiştir. Onur masanın üzerinde duran standart cetveli almış ve inceledikten sonra kağıt üzerinde verilen cetveli sıfırdan başlayarak numaralandırmıştır. Kalemin uzunluğu için çentiklere dair yaptığı numaralandırmaya göre doğru ancak birim bakımından hatalı bir cevap olarak "5 santim" demiştir. Oysaki standart cetvelle uzunluğun 5 santimetreden daha uzun olacağını görmüştür. Ancak Onur'un buna dikkat etmediği ya da elindeki ölçme aracı yine bir cetvel benzeri olduğundan birimini santimetre ile ifade ettiği düşünülebilir. Onur Şekil 16'daki kalemin uzunluğuna tekrar 8 cm dediğinde sorulur:

A: Cetvel kaçtan başlıyor?

O: Üçten.

A: O zaman kaç olmuş olur kalemin uzunluğu sence?

O: 6.

Nereleri saydığı sorulduğunda Onur baştan sayarak çentikleri saydığını göstermiştir. Dolayısıyla Onur öncelikli olarak cetvelde nesnenin bittiği son sayıyı okuma stratejisini sergilemiştir. Bunun üzerinde durularak cetvelin kırık olduğu hatırlatıldığında ise çentik sayma stratejisine başvurmuştur. Onur'a bir önceki örnek (5 cm cevabı) hatırlatılmış ve farkın neden kaynaklandığı sorulmuştur. Onur biraz düşündükten sonra 6 cevabını göstererek "Burada. Çünkü burada birden başlıyor" demiş ve "Sıfırdan başlaması gerekiyor burası hatalı" diye eklemiştir. Nedeni sorulduğunda ise orijinal cetveli göstererek "Bunda böyle" demiştir. Onur çentiklerin sıfırdan itibaren numaralandırılması gerektiğini fark etmiştir. Ancak nedenini açıklayamamıştır.

Yusuf kırık cetvel örneğinde 3 ile 8 noktaları arasına yerleştirilmiş kalemin uzunluğuna Onur ile benzer bir biçimde 8 cevabını vermiştir. Onur santimetre kullanılmadığında bile ölçüm sonuçlarını santimetreyle ifade ederken, Yusuf'un santimetre ve benzeri de dahil olmak üzere ölçüm sonucunu hiçbir birim kullanmadan ifade etmesi de dikkat çekicidir. Yusuf biraz düşündükten sonra karar değiştirmiş ve "Yok 5" demiştir. "Ama 3'ten başlıyor o yüzden" diye eklemiştir. Yusuf'a neyi saydığı sorulduğunda, çentikleri birden başlayarak saymaya başlamış ve 6 sonucunu elde etmiştir. Aslında Yusuf 5 cevabına 8'den 3'ü çıkararak ulaşmıştır ancak "Neleri saydın?" sorusu onu sayarak ölçmeye yönlendirmiştir ve birimler yerine çentikleri saymıştır.

Y: 1, 2, 3, 4, 5, 6. Altıdır.

A: Ama sen 5 dedin?

Y: Ama 8'den 3'ü çıkarınca 5 olmuyor mu?

A: Oluyor ama sayınca neden öyle çıktı o zaman?

Y: ... 3'ten başladığımız için mi?

A: Sence neden?

Y: ...

Sonraki aşamada Yusuf'a çentikleri numaralandırılmamış cetvel verilerek kendisinin numaralandırması istenmiştir. Yine birden itibaren numaralandırarak yazmaya başlamış ve



sonucu 6 bulmuştur. Bununla birlikte Yusuf cetveldeki birimin sabit olduğunu ve iki çentik arasındaki daha kısa uzunlukların birim olarak ele alınamayacağını ifade etmiştir. Bu kavrayışı birimin sürekliliğinin farkında olmaması ile ilgili olabilir ancak bu durum Yusuf'un uzunlukları eş parçalama eylemi ile bulmasıyla çelişecektir. Dolayısıyla bu ısrarındaki sebebin cetveli değişmez bir biçimde algılaması ve bunun kavrayışını sınırlandırması olduğu düşünülebilir. Bu kavrayış aynı uzunluğun farklı birimlerle ifade edilip edilemeyeceğiyle ilgili de olabilir. Bunun üzerine Yusuf'a belirli bir uzunluk verilerek farklı kesir çubuklarıyla yapılan ölçümler örneklendirilmiş ve Yusuf aynı uzunluğun farklı birimlerle ölçülebileceğini onaylamıştır. Bu aşamadan sonra Yusuf'un gözlemleyebileceği bir şekilde, birimleri bir kesir çubuğu yinelenerek belirlenen bir cetvel inşa edilmiş ve (1 noktasından itibaren) bir kalem çizilerek uzunluğunu cetvele göre belirlemesi istenmiştir (Bkz. Şekil 17).



**Şekil 17** Cetvel İnşası

Yusuf “2’den başlıyor” diyerek yine çentikleri saymış ve “6” demiştir. Çentiklerin üzerine sayılarını yazması istendiğinde sıfırdan değil 1’den başlatarak yazmıştır. Böylece kalem 2 ile 7 noktaları arasına yerleşmiş olur. Daha sonra Yusuf “5” diyerek eklemiştir: “7’den 2’yi çıkarıyorum 5 oluyor. Şöyle sayıyorum 1, 2, 3, 4, 5, 6 çıkıyor. Nasıl oluyor ki?” Bunun üzerine cetvelin inşasında kullanılan kesir çubuğu alınmış, cetvel üzerinde yinelenerek sayılmış ve kalemin uzunluğunun 5 birim olduğu görülmüştür. Dolayısıyla Yusuf birimlerin sayıldığını fark etmiştir. Bunun üzerine 6 bulduğunda neden hata yaptığı sorulduğunda, Yusuf’un cevabı “Çünkü onlar birim değil ben cetvelle karıştırmışım” şeklinde olmuştur. Dolayısıyla her ne kadar ölçme eyleminde birimlerle yapılan karşılaştırma Yusuf için canlandırılrsa da cetvelle ölçmeye dair yanılgılarının devam ettiği söylenebilir. Öğrencilerin cetveldeki sıfır noktasının, çentiklerin ve çentiklere yazılan sayıların ne anlama geldiğinin farkında olmadığı düşünülebilir. Bununla birlikte öğrencilerin ölçme eyleminde temel olarak belirlenen bir uzunlukla kıyaslama yapıldığının farkında olmadığı söylenebilir.

### **Sonuç ve Tartışma**

Söz konusu çalışma ile ölçmenin temel fikirlerini ve alan ve hacim gibi daha üst düzeydeki kavramları anlamak ve onlara bir temel oluşturabilmek bakımından önemli olan



uzunluk kavramına (Outhred & McPhail, 2000; Outhred & Mitchelmore, 2000; Smith ve diğerleri, 2008) dair öğrenci kavrayışları incelenmiştir. Öğrencilerin niteliği tanıma karakteristiği bağlamında uzunluğun nesnelere ölçülebilir özelliklerinden biri olduğunun farkında olduğu söylenebilir. Onur uzunluk kavramını standart bir uzunluk ölçme birimi olan santimetre ve metreye aşırı özelleştir. Yusuf ise uzunluğu boyut şeklinde tanımlamıştır ancak boyutun ne olduğunu tam olarak açıklayamamıştır. Öğrenciler uzunluk niteliğinin farklı temsilleri olan genişlik, kalınlık ve derinliğin birer uzunluk temsili olduğunun farkında değildir, sırasıyla alan ve hacim olduğunu ifade etmişlerdir. Öğrenciler aynı zamanda literatürde de belirtildiği gibi çevre ve alanı birbirinden kavramsal olarak ayırt edememektedir (Machaba, 2016; Marshall, 1997; Reinke, 1997; Tan-Sisman & Aksu, 2012). Onur'un cetveli tutuş şekli, nesnelere üzerinde uzunluğu belirleyebilmesini etkilemektedir. Niteliği tanıma karakteristiği, uzunluğa ait temsillerin nesnelere üzerinde tanınmasını ve uzunluk olduğunun farkında olunmasını gerektirir (Outhred ve diğerleri, 2003). Onur'un cetveli tutuş şekli sık tercih edilen bir tutuş olmamakla beraber, bu Onur'un görsel uzamsal algısıyla da ilgili olabilir. Bununla birlikte her ne kadar cetvelin doğru bir şekilde kullanılması kavramsal olarak anlaşıldığı anlamına gelmese de (Bragg & Outhred, 2004; Hiebert, 1984), Onur'un cetveli tutuş şekli uzunluğa dair kavrayışı hakkında bilgi verebilir.

Öğrencilerin uzunluğun toplamsal olduğunun farkında olduğu ve uzunluğu incelerken nesnenin yalnızca başlangıç ve bitiş noktalarına odaklanmadıkları söylenebilir. Ancak bu durum küre benzeri cisimler için geçerli değildir ve iki boyutta temsil söz konusu olduğunda öğrencilerin uzunlukları yerleştiği biçimiyle “Şu an eşitler ama açarsak değil” şeklinde o an gördükleri haliyle değerlendirdikleri görülmüştür. Bunun sebebi öğrencilerin bu uzunlukları zihinsel olarak kolaylıkla manipüle edememeleri olabilir. Öğrenciler uzunluk niteliğine uygun birim seçebilmektedir. Ancak doğrusal olmayan şişe kapağı gibi bir nesnede birim olarak hangi uzunluğu dikkate aldıklarını net olarak açıklayamamaktadırlar. Bunun da niteliğin korunumunda olduğu gibi zihinsel olarak görselleştirmede yaşadıkları zorluktan kaynaklandığı düşünülebilir.

Yusuf'un ölçüm sonuçlarında birimi ifade etmemeye eğilimli olduğu görülmüştür. Bunun sebebinin Yusuf'un ölçmede birim kullanımının önemi ve işlevinin farkında olmaması olduğu düşünülebilir. Ancak literatürde benzer yaş seviyelerinde ve daha ileri seviyelerde dahi öğrencilerin birimleri karışık kullanabildikleri belirtilirken (Bragg & Outhred, 2004; Şişman & Aksu, 2009), bu çalışmanın katılımcıları eş birim kullanım gerekliliğinin ve eş olmayan birimlerle yapılan ölçme sonuçlarının karşılaştırılamayacağını farkındadır.

Dolayısıyla Yusuf'un bu tutarlı olmayan davranışlarının sebebinin ölçüm sonuçlarını ifade ederken özensiz davranması olduğu düşünülebilir. Onur'un ise uzunluk niteliğinin kendisini veya standart olmayan bir cetvelle yaptığı ölçüm sonuçlarını santimetre ile ifade etmeye eğilimli olduğu görülmüştür. Dolayısıyla Onur'un cetveli ve uzunluk niteliğini santimetreye aşırı özellediği söylenebilir. Bu kavrayışın ise Onur'un ölçme eyleminde birimde esas olanın birimin uzunluğu olduğu ve özellikle santimetrenin yalnızca belirli bir uzunluğa verilen bir isim olduğunun farkında olmamasından kaynaklandığı düşünülmektedir.

Uzunluk ölçümünde birimlerin yinelenmesi eyleminde ise Onur sözel olarak birimlerin üst üste binmemesi ve aralarında boşluk olmaması gerektiğini ifade etmesine rağmen birimleri yinelerken bu noktalara dikkat etmemiştir. Dolayısıyla Onur'un bunu içselleştiremediği söylenebilir. Benzer şekilde literatürde de 9-13 yaş öğrencilerin birimleri yinelemede boşluklar bıraktıkları veya birimleri üst üste bindirdikleri görülmüştür (Hiebert, 1981). Öğrencilerden birimleri yinelemeleri istendiğinde, birimlerin neden üst üste binmemesi gerektiğinin ve birimler arasında neden boşluk kalmaması gerektiğinin gerekçelerinin öğrencilere keşfettirilmesi önemlidir.

Öğrencilerin cetvel üzerindeki çentik ve sayıları anlamlandıramadığı söylenebilir. Bununla birlikte cetvelle yapılan ölçme eyleminde nesnenin bittiği son sayıyı okuma ve çentik sayma davranışlarını sergiledikleri görülmüştür. Bu hatalar literatürde de yaygın olarak görülen hatalardır (örn. Bragg & Outhred, 2004; Hiebert, 1984; Kamii, 1995; Solomon ve diğerleri, 2015; Stephan & Clements, 2003) ve 5. sınıf öğrencilerinden (Bragg & Outhred, 2004), yedinci sınıf öğrencilerine kadar gözlemlenebilmiştir (Şişman & Aksu, 2009).

Özellikle NAEP ve TIMSS gibi uluslararası çalışmalarda, öğrencilerin yarısından fazlasının kırık bir cetvel üzerine yerleştirilmiş bir uzunluğu belirlemede hatalar yaptığı görülmüştür (Blume, Galindo, & Walcott, 2007). Solomon ve diğerleri (2015) tarafından gerçekleştirilen çalışmada öğrencilerin ilk olarak nesnenin cetvel üzerinde bitiş noktası olan son sayıyı okuma stratejisini sergilediği, çentikler üzerindeki sayılar silindiğinde ise çentik sayma stratejisine başvurdukları gözlemlenmiştir. Bu çalışmanın katılımcıları da benzer şekilde ilk olarak son sayıyı okuma stratejisini sergilemiş, ancak daha sonra çentik sayma üzerinde yoğunlaşmışlardır. Stephan ve Clements (2003) öğrencilerin temeldeki kavrayış eksikliğini cetveli ve birimlerini kavramsallaştıramamak olduğunu ifade etmiştir. Öğrenciler cetveldeki sıfır sayısının ne anlama geldiğinin farkında değildir, çentik sayısı olduğunu düşünerek cetvelle ölçmede sıfır yerine saymaya birden başlamaktadırlar. Literatürde de gözlemlenen (Dietiker ve diğerleri, 2011; Kamii, 1995) bu durum öğrencilerin uzunluğun yer kaplama özelliğinin farkında olmadığını gösterebilir. Lehrer'e (2003) göre ise öğrenciler

ölçmeyi cetvel okuma olarak gördüğü sürece sıfır noktasının uzunluğun dolayısıyla ölçmenin başladığı nokta olduğunu anlayamayacaktır. Ayrıca öğrenciler cetvel üzerindeki herhangi bir birime ait çentiğin uzunluk ölçümünde sıfır noktası olarak hizmet edebileceğinin de farkında değildir. Dolayısıyla katılımcı öğrencilerin cetveli tanımadığı ve cetvelle yapılan ölçme eylemini, birim kavramı, birimlerin yinelenmesi, sayı ve ölçme ilişkisi bağlamında anlamlandıramadığı söylenebilir.

## Öneriler

Uzunluk kavramı, öğrencilerin uzamsal bağlamda ölçme eylemine dair formal olarak karşılaştıkları ilk kavram olması ve uzamsal ölçümlerin temelini oluşturması bakımından önemlidir (Smith ve diğerleri, 2008). Dolayısıyla uzunluk kavramı öğretiminde, ölçmenin tüm karakteristikleri bağlamında uzunluğun ele alınmasının, ölçme eylemine dair kavrayışı güçlendireceği söylenebilir. Böylece öğrencilerin boyutlar değiştikçe nesnelere edindiği nitelikleri ölçme bağlamında daha kolay kavramasına yardımcı olunabilir. Çalışmada her iki öğrencinin de uzunluğu doğrusallığa aşırı özellediği görülmüştür. Bunun için uzunluk niteliğinin tanıtılması aşamasında, öğrencilere doğrusal olmayan nesnelere de uzunluğa sahip olduğunun ve uzunluklarını temsil edebilecek bir nesne yardımıyla doğrusal hallerinin elde edebileceğinin hissettirilmesi önemlidir. Ayrıca uzunluğun tanımlanmasında, uzunluğun toplamsal olması ve sürekliliğini de vurgulamak adına doğrusal olmayan nesnelere özellikle yer verilmesi önerilebilir.

Öğrenciler genişlik, kalınlık ve derinliğin birer uzunluk temsili olduğunun farkında değildir, sırasıyla alan ve hacim olduğunu ifade etmişlerdir. Bunun için öğrencilerin öncelikle uzunluk niteliğini anlamaları ve genişlik, kalınlık ve derinliğin de aslında doğrusal iki nokta arasındaki mesafe olduğunu fark etmeleri önemlidir. Diğer özellikleri (özellikle diğer uzunluklar, alan, hacim gibi) aynı iken genişlik-darlık, derinlik-sıgınlık, kalınlık-incelik bakımından zıt örnekler gösterilerek, bu örnekler arasındaki farkların ve sebeplerinin tartışılması ve öğrencilere bu farkın ilgili uzunluktan kaynaklandığının keşfettirilmesi önerilebilir (Güven Akdeniz, 2018).

Katılımcı öğrencilerin yanılgıları göz önünde bulundurulduğunda, öğrencilerin cetveli ve cetvelin inşa sürecini anlamalarının uzunluk ölçme eylemini anlamada bir temel teşkil ettiği düşünülmektedir. Öğrenciler kendi cetvellerini yaparken özellikle manipüle edilebilir birimler kullanmalarını sağlamanın, onların deneyimlerini ve fikirlerini ilişkilendirmelerine yardımcı olduğu belirtilmektedir (Clements, 1999). Böylece öğrencilerin ölçtükleri nesnelere

boyunca fiziksel olarak hareket etmeleri sağlanmış olacaktır (Barrett & Clements, 2003). Bu ise onların cetvelle ölçmenin temelinde eş birimlerin yinelenmesi eyleminin yattığını fark etmelerini sağlayabilir. Öğrencilerin cetvelde birimlerin tekrarlı kullanımının söz konusu olduğunu fark etmeleri ve çentik saymanın ölçmeye dair bir anlam ifade etmediğini anlamaları önemlidir. Bunu sağlamak için ise cetvelin inşa süreci ayrıntılı bir biçimde öğrencilere yaşatılabilir. Çentiklerin birimleri belirlemek için atılan çizgilerden ibaret olduğunun ve çentikler üzerindeki sayıların birimlerin sayısını ifade ettiğinin vurgulanması ve cetvelde sıfırın ve diğer sayıların anlamı üzerine tartışılmasının onların uzunluk kavrayışları bakımından faydalı olacağı düşünülmektedir.

### **Kaynakça**

- Argün, Z., Arıkan, A., Bulut, S., & Halıcıoğlu, S. (2014). *Temel Matematik kavramların künyesi*. Ankara: Gazi.
- Barrett, J. E., & Clements, D. H. (2003). Quantifying path length: Fourth-grade children's developing abstractions for linear measurement. *Cognition and Instruction, 21*(4), 475-520.
- Bishop, A. J. (1988). Mathematics education in its cultural context. *Educational studies in mathematics, 19*(2), 179-191.
- Blume, G. W., Galindo, E., & Walcott, C. (2007). Performance in measurement and geometry from the viewpoint of Principles and Standards for School Mathematics. *Results and interpretations of the 2003 Mathematics Assessment of the National Assessment of Educational Progress, 95-138*.
- Boulton-Lewis, G. M., Wilss, L. A., & Mutch, S. L. (1996). An analysis of young children's strategies and use of devices for length measurement. *The Journal of Mathematical Behavior, 15*(3), 329-347.
- Bragg, P., & Outhred, L. (2004). *A measure of rulers-the importance of units in a measure*. Paper presented at the 28th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education.
- Casey, B. M., Dearing, E., Vasilyeva, M., Ganley, C. M., & Tine, M. (2011). Spatial and numerical predictors of measurement performance: The moderating effects of community income and gender. *Journal of Educational Psychology, 103*(2), 296.

- Clement, J. (2000). Analysis of clinical interviews: Foundations and model viability. In R. Lesh & A. E. Kelly (Eds.), *Research design in mathematics and science education*, (pp. 308- 327). Hillsdale, NJ: Erlbaum.
- Clements, D. H. (1999). Teaching length measurement: Research challenges. *School Science and Mathematics*, 99(1), 5-11.
- Clements, D. H., Battista, M. T., Sarama, J., Swaminathan, S., & McMillen, S. (1997). Students' development of length concepts in a Logo-based unit on geometric paths. *Journal for Research in Mathematics Education*, 70-95.
- Clements, D. H., & Sarama, J. (2009). *Learning and teaching early math: The learning trajectories approach*. New York: Routledge.
- Clements, D., & Stephan, M. (2004). Measurement in PreK-2 Mathematics. In D. Clements, J. Sarama, A. M. Di-Biase (Eds.), *Engaging Young Children in Mathematics: Standards for Early Childhood Mathematics Education*, (pp. 299-321). Mahwah, New Jersey: Lawrence Erlbaum.
- Common Core State Standards for Mathematics (CCSM), (2010). Erişim adresi <http://www.turnonccmath.net>
- Curry, M., Mitchelmore, M., & Outhred, L. (2006). Development of children's understanding of length, area, and volume principles. *Proceedings of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*, 2, 377–384.
- Dietiker, L. C., Gonulates, F., & Smith, J. P. (2011). Understanding linear measure. *Teaching Children's Mathematics*, 18(4), 252-259.
- Feza-Piyose, N. (2012). Language: A cultural capital for conceptualizing mathematics knowledge. *International Electronic Journal of Mathematics Education*, 7(2), 62-79.
- Gravemeijer K., Figueiredo, N., Feijs, E., van Galen, F., Keijzer, R., & Munk, F. (2016). *Measurement and geometry in upper primary school*. Springer.
- Güven, D., & Argün, Z. (2018). Width, length, and height conceptions of students with learning disabilities. *Issues in Educational Research*, 28(1), 77-96.

- Güven Akdeniz, D. (2018). *Öğrenme güçlüğüne sahip öğrencilerin uzunluk kavramına ilişkin öğrenme yol haritaları: Öğretim deneyi*. Doktora Tezi, Gazi Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Ankara.
- Herendiné-Kónya, E. (2015). The level of understanding geometric measurement. In *CERME 9-Ninth Congress of the European Society for Research in Mathematics Education* (pp. 536-542).
- Hiebert, J. (1981). Cognitive Development and Learning Linear Measurement. *Journal for Research in Mathematics Education*, 12(3), 197-211.
- Hiebert, J. (1984). Why do some children have trouble learning measurement concepts?. *The Arithmetic Teacher*, 31(7), 19-24.
- Kamii, C., & Clark, F. B. (1997). Measurement of length: The need for a better approach to teaching. *School Science and Mathematics*, 97(3), 116-121.
- Kamii, C. (1995). *Why is the use of a ruler so hard?* Paper presented at the 17th Annual Meeting of the North American Chapter of the International Group for the Psychology of Mathematics Education, The Ohio State University, Columbus, OH.
- Kayhan, H. C., & Argün, Z. (2014). İlköğretim öğrencilerinin uzunluk ölçme aracının çalışma biçimini bilme ve kullanma durumları arasındaki ilişki. *Gazi Üniversitesi Gazi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 31(2).
- Lehrer, R. (2003). Developing understanding of measurement. *A Research Companion to Principles and Standards for School Mathematics*, 179-192.
- Lehrer, R., Jenkins, M., & Osana, H. (1998). Longitudinal study of children's reasoning about space and geometry. In R. Lehrer & D. Chazan (Eds.), *Designing learning environments for developing understanding of geometry and space*, (pp. 137-168). Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum.
- Levine, S. C., Kwon, M. K. Huttenlocher, J., Ratliff, K., & Deitz, K. (2009). Children's understanding of ruler measurement and units of measure: A training study. *Proceedings of the Annual Meeting of the Cognitive Science Society*, 31(31), 1-1.
- Lincoln, Y. S. & Guba, E. G. (1985). *Naturalistic inquiry*. Beverly Hills, CA: SAGE.



- Machaba, F. M. (2016). The concepts of area and perimeter: Insights and misconceptions of Grade 10 learners. *Pythagoras*, 37(1), 304.
- Marshall, L. (1997). *Year 7 students' understanding of the relationship between area and perimeter*. Retrieved from <http://ro.ecu.edu.au/theses/900>
- Milli Eğitim Bakanlığı (2013). *Ortaokul matematik (5-8. sınıf) dersi öğretim programı*. Ankara: MEB.
- Milli Eğitim Bakanlığı (2018). *Matematik dersi öğretim programı (İlkokul ve ortaokul 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 ve 8. Sınıflar)*. Ankara: MEB.
- National Council of Teachers of Mathematics (2006). *Curriculum focal points for prekindergarten through grade 8 mathematics: A quest for coherence*. Reston, VR: NCTM.
- Nührenbörger, M. (2001, March). Children's measurement thinking in the context of length. *Paper presented at the Annual Conference on Didactics of Mathematics, Ludwigsburg, Germany*.
- Outhred, L., & McPhail, D. (2000). A framework for teaching early measurement. In *Proceedings of the Mathematics Education Research Group of Australasia*, 23, 487-494. Fremantle, WA: MERGA.
- Outhred, L. N., & Mitchelmore, M. C. (2000). Young children's intuitive understanding of rectangular area measurement. *Journal for research in mathematics education*, 31(2), 144-167.
- Outhred, L., Mitchelmore, M., McPhail, D., & Gould, P. (2003). Count me into measurement: A program for the early elementary school. In D. H. Clements & G. Bright (Eds.), *Learning and teaching measurement: Yearbook*, (pp. 81-99). Reston: National Council of Teachers of Mathematics.
- Reinke, K. S. (1997). Area and perimeter: Preservice teachers' confusion. *School Science and Mathematics*, 97(2), 75-77.
- Saraswathi, L. S. (1989). Practices in linear measurements in rural tamil-nadu: Implications for adult education programs. *Journal of Education and Social Change*, 3(1), 29-46.



- Smith, J. P., Tan-Sisman, G., Dietiker, L., Figueras, H., Males, L., Lee, K., ... Chang, K. (2008). *Framing the analysis of written measurement curricula. In Poster presented at American Educational Research Association, 2008 annual meeting: Research on schools, neighborhoods, and communities: Toward civic responsibility*, New York.
- Smith, J. P., van den Heuvel-Panhuizen, M., & Teppo, A. R. (2011). Learning, teaching, and using measurement: introduction to the issue. *ZDM*, 46, 617–620.
- Solomon, T. L., Vasilyeva, M., Huttenlocher, J., & Levine, S. C. (2015). Minding the gap: Children's difficulty conceptualizing spatial intervals as linear measurement units. *Developmental Psychology*, 51(11), 1564.
- Stake, R. (1995). *The art of case study research*. Thousand Oaks, CA: SAGE.
- Steffe, L. P., & Thompson, P. W. (2000). Teaching experiment methodology: Underlying principles and essential elements. In A. E. Kelly & R. A. Lesh (Eds.), *Handbook of research design in mathematics and science education*, (pp. 267-306). Mahwah, New Jersey: Lawrence Erlbaum.
- Stephan, M., & Clements, D. H. (2003). Linear and area measurement in prekindergarten to grade 2. *Learning and Teaching Measurement*, 3-
- Szilágyi, J., Clements, D. H., & Sarama, J. (2013). Young children's understandings of length measurement: Evaluating a learning trajectory. *Journal for Research in Mathematics Education*, 44(3), 581-620.
- Şişman, G. T. Ş., & Aksu, M. (2009). Seventh grade students' success on the topics of area and perimeter. *Elementary Education Online*, 8(1), 243-253.
- Tan-Sisman, G., & Aksu, M. (2012). The length measurement in the turkish mathematics curriculum: Its potential to contribute to students' learning. *International Journal of Science and Mathematics Education*, 10(2), 363-385.
- Yenilmez, K., & Pargan, A. Ş. (2008). İlköğretim ikinci sınıf öğrencilerinin standart uzunluk ölçme birimine ilişkin algıları. *Ahi Evran Üniversitesi Kırşehir Eğitim Fakültesi Dergisi*, 9(2).
- Yin, R. K. (2013). *Case study research: Design and methods*. SAGE.