

STOKASTİK TRENDİN LOKAL POLİNOMAL YAKLAŞIM VE ÜSTEL DÜZGÜNLEŞTİRME İLE BULUNMASINDA HATA KARELERİ ORTALAMASININ KARŞILAŞTIRILMASI

Nazan ÇAĞLAR¹, Hikmet ÇAĞLAR²

¹İstanbul Kültür Üniversitesi, İ.İ.B.F. İşletme Bölümü, Profesör Dr.

²İstanbul Kültür Üniversitesi, Fen-Edebiyat Fakültesi, Matematik-Bilgisayar Bölümü, Profesör Dr.

THE COMPARISON OF MEAN SQUARES ERROR IN THE INVENTION OF STOCHASTIC TREND BY USING THE LOCAL POLYNOMIAL APPROACH AND THE EXPONENTIAL SMOOTHING METHOD

Abstract: Exponential smoothing models are the basic method used in obtaining the stochastic trend. The local polynomial approach is also an alternative method that can be used in exponential smoothing cases.

In our study, Kernel's functions have been used in local polynomial models as the weight function. Kernel's functions have been taking extensive place especially in the scientific studies done recently in this field. In this study, it has been tried to find out the most appropriate method by comparing the mean squares error (MSE) for both the Exponential Smoothing Model and the Local Polynomial Approach. For this purpose, the appropriate stochastic trend has been found out for both of the models using the gold prices in Turkey and further the MSE values have been calculated. Moreover, the MSE values have been analyzed for α values used for exponential smoothing.

Keywords: Exponential Smoothing, Local Polynomial Approach, Kernel's Functions

STOKASTİK TRENDİN LOKAL POLİNOMAL YAKLAŞIM VE ÜSTEL DÜZGÜNLEŞTİRME İLE BULUNMASINDA HATA KARELERİ ORTALAMASININ KARŞILAŞTIRILMASI

Özet: Üstel düzgünleştirme modelleri stokastik trendin elde edilmesinde kullanılan en temel yöntemdir. Düzgünleştirme problemlerinde kullanılacak alternatif bir yöntemde Lokal Polinomal yaklaşımdır.

Bizim çalışmamızda Lokal polinomlarda ağırlık fonksiyonu olarak Kernel fonksiyonları kullanılmıştır. Özellikle son yıllarda bu alanda yapılan bilimsel çalışmalarda Kernel fonksiyonları çok geniş yer tutmaktadır. Yapılan bu çalışmada Üstel düzgünleştirme ve Lokal Polinomal yaklaşım modelleri için hata kareleri ortalaması (HKO) karşılaştırılarak en uygun yöntem belirlenmeye çalışılmıştır. Bu amaçla stokastik trend Türkiye'deki altın fiyatları kullanılarak her iki yöntem için bulunmuş ve HKO lar hesaplanmıştır. Ayrıca üstel düzgünleştirmeyi sağlayan α lar için HKO lar araştırılmıştır.

Anahtar Kelimeler : Üstel Düzgünleştirme, Lokal Polinomlar, Kernel Fonksiyonu

I. TEORİ

1.1. Üstel Düzgünleştirme Yöntemi

Üstel düzgünleştirme yöntemi teknik analizde kullanılan en temel yöntemdir. x_t Bir zaman serisi olmak üzere, üstel düzgünleştirme aşağıda verilen [1] modeli ile bulunur.

$$F_t = \alpha x_t + (1 - \alpha)F_{t-1} \quad (1)$$

Bu modelde;

- F_t : hesaplanan düzgün değer
 x_t : zaman serisi
 F_{t-1} : bir önceki döneme ait düzgün değer
 α : düzgünleştirme parametresi

Burada α nın seçimi HKO ları minimum kılacak şekilde yapılır. Bu seçim için $\alpha = 2/(N+1)$ öngörülebilir [2].

I.2 Lokal Polinomal Yaklaşım

Her hangi bir x_t zaman serisi için aşağıda verilen fonksiyonel modeli düşünelim.

$$x_t = f(t) + \varepsilon_t \quad (2)$$

Burada t bağımsız değişken, x_t ler bağımlı değişken ve ε_t hata terimidir.

Lokal polinomların β_j tahmincileri aşağıdaki toplamın minimize edilmesi ile bulunur [3] .

$$\sum_{i=1}^n \left(x_i - \sum_{j=0}^p \beta_j (t_i - t_1)^j \right)^2 K \left(\frac{t_i - t_0}{h} \right) \quad (3)$$

$\beta = (\beta_0, \beta_1, \dots, \beta_p)'$ tahmin edilecek parametrelerdir.

t_1 : 0 ile 1 arasında bir nokta ,
 K : negatif olmayan ağırlık fonksiyonu (Kernel fonksiyonu)
 h : band genişliği
 t_0 : Lokal polinom içinde herhangi bir nokta (orta nokta)

Kernel fonksiyonu olarak Tablo1 de verilen fonksiyonlar seçilebilir [4]. Bizim çalışmamızda **Epanechnikov** fonksiyonu kullanılmıştır.

$\hat{\beta}$ tahminleri aşağıdaki şekilde bulunur.

$$T = \begin{bmatrix} 1 & (t_1 - t_1) & \dots & (t_1 - t_1)^p \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ 1 & (t_n - t_1) & \dots & (t_n - t_1)^p \end{bmatrix}$$

$$X = \begin{bmatrix} x_1 \\ \dots \\ \dots \\ x_n \end{bmatrix}, \quad W = \text{diag} \left(K \left(\frac{t_i - t_0}{h} \right) \right)$$

$$\hat{\beta} = (T' W T)^{-1} T' W X \quad (4)$$

olarak bulunur.

Sonuç olarak Lokal polinomal yaklaşımda x tahmin değerleri

$$\hat{x} = \sum_{j=0}^p \hat{\beta}_j (t - t_1)^j \quad (5) \text{ dir.}$$

Tablo 1. Kernel Fonksiyonları

Kernel	K(t)
Epanechnikov	$\frac{3}{4} \left(1 - \frac{1}{5} t^2 \right) / \sqrt{5}, \quad t \leq \pi \sqrt{5}$ 0 diğer durumlar
Biweight	$\begin{cases} \frac{15}{16} (1 - t^2)^2, & t \leq \pi \\ 0 & \text{diğer durumlar} \end{cases}$
Triangular	$\begin{cases} 1 - t , & t \leq \pi \\ 0 & \text{diğer durumlar} \end{cases}$
Gaussian	$\frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}t^2}$
Rectangular	$\begin{cases} 1/2, & t \leq \pi \\ 0 & \text{diğer durumlar} \end{cases}$

II. HATA KARELERİ ORTALAMASININ KARŞILAŞTIRILMASI

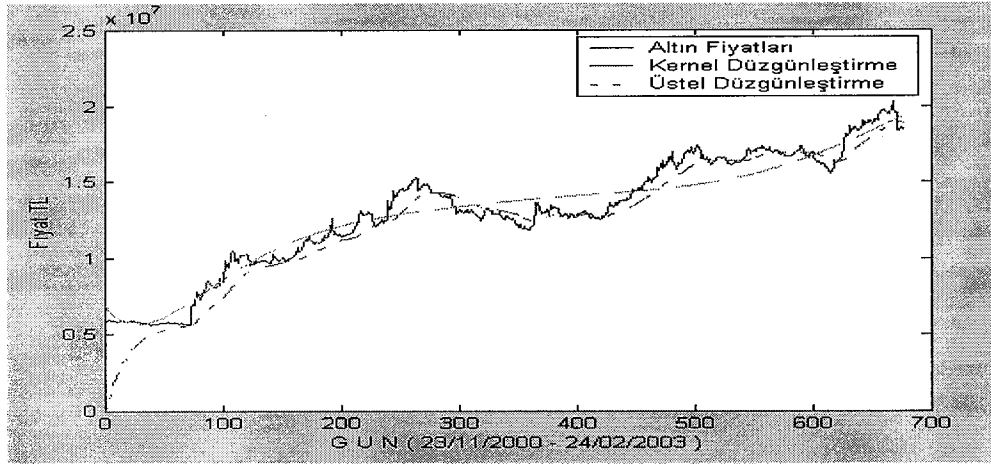
Zaman serilerinin modellenmesinde stokastik trendin bulunması önemlidir. Bu amaçla kullanılan birçok yöntem vardır. Bu çalışmada altın fiyatlarının 23-11-2000 ve 24-02-2003 tarihleri arasındaki stokastik trendinin elde edilmesinde üstel düzgünleştirme ve Lokal polinomal yaklaşım kullanılmıştır. Bu amaçla 678 günlük data kullanılmıştır [5]. Formül (5) deki $\hat{\beta}$ değerleri ve formül (1) deki F_t değerleri Matlab programı yardımıyla bulunmuştur. \hat{x} (Kernel düzgünleştirme) ve farklı α değerleri için F_t (üstel düzgünleştirme) lerin matlab çıktıları şekil2.1 ve şekil 2.2 de görülmektedir.

Ayrıca her iki yöntem için HKO değerleri aşağıdaki formül ile hesaplanarak Tablo 2 de verilmiştir

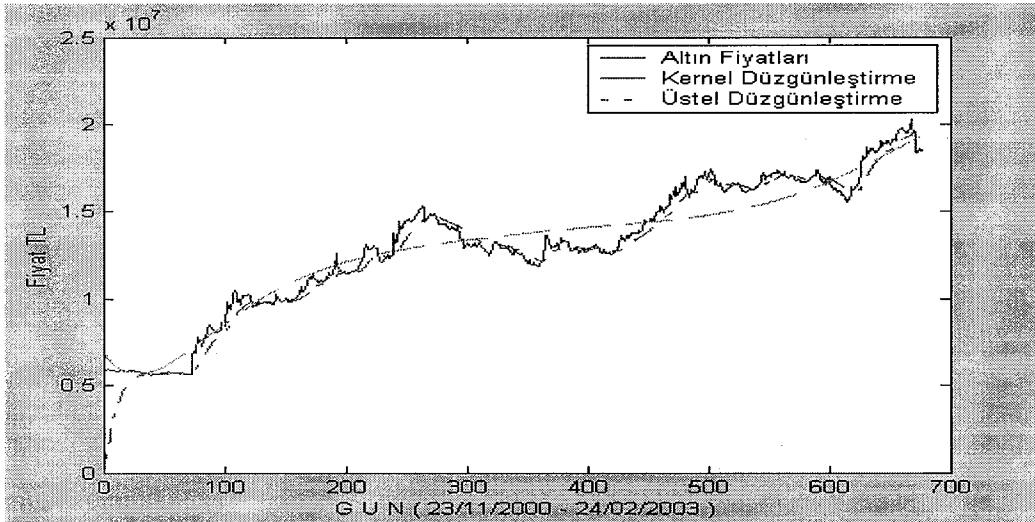
$$HKO = \frac{\sum (x_t - F_t)^2}{N} \quad (6)$$

Tablo 2. HKO Değerleri

Üstel Düzgünleştirme	$\alpha = 0.1$	$\alpha = 0.05$
		4.7204e+11
Lokal Polinomal Yaklaşım	1.0354e+12	



Şekil 2.1. Altın fiyatlarının değişim grafiği ($\alpha=0.05$ için üstel düzgünleştirme)



Şekil 2.2. Altın fiyatlarının değişim grafiği ($\alpha=0.1$ için üstel düzgünleştirme)

III. SONUÇ

Yapılan çalışmada altın verilerinin stokastik trendi üstel düzgünleştirme ve lokal polinomal yaklaşımla bulunmuştur. Şekil2.1 ve Şekil2.2 de lokal polinomal yaklaşımın optimal düzgünleştirme sağladığı görülmektedir. Tablo 2 de $\alpha = 0.05$ üstel düzgünleştirme için bulunan HKO değeri düşük olmasına rağmen,

Şekil 2.1 de görüldüğü gibi uygun düzgünleştirme sağlanamamaktadır.

Sonuç olarak, Lokal polinomal yaklaşımın stokastik trendin elde edilmesinde oldukça uygun bir yöntem olduğu görülmektedir. Diğer Kernel fonksiyonları ve farklı h adımları için çalışmalar yapılarak sonuçlar karşılaştırılabilir.

YARARLANILŞAN KAYNAKLAR

- [1] LINTON O.,MAMMEN E., NIELSEN J,TANGGAARD C. ,“Yield Curve Estimation by Kernel Smoothing Methods”, Journal of Econometrics, Nov 2001,vol 105,no:1
- [2] MAKRIDAKIS S.,WHEELWRIGHT S.C., “ Forecasting Methods And Applications “, John Wiley & Sons New York, 1978
- [3] SEIFERT B. AND GASSER T. ,“ Finite-Sample Variance of Local Polynomials : Analysis and Solutions “, Journal of
- [4] SİMONOFF J.S ,“ Smoothing Methods in Statistics “, Springer-Verlag New York, 1996
- [5] Pusula Yazılım , Donanım ve Danışmanlık Hizmetleri Ltd. Şti.
- [6] American Statistical Association, March 1996, vol 91, no:433

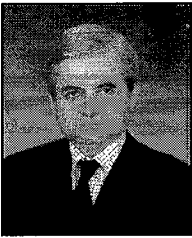


Nazan ÇAĞLAR

Kültür Üniversitesi İİBF İşletme
Bölümü
Şirinevler/İstanbul

ncaglar@iku.edu.tr

Nazan ÇAĞLAR is a professor of Business And Management at Kültür University, Her research areas include numerical analysis and statistics



Hikmet ÇAĞLAR

Kültür Fen-Edebiyat Fakültesi
Bilgisayar-Matematik Bölümü.
Şirinevler/İstanbul

scaglar@iku.edu.tr

Hikmet ÇAĞLAR is a professor of Computer and Mathematics at Kültür University His research areas include numerical analysis and statistics.