

Development of Mathematics Teachers' Moves That Support Students' Higher Order Thinking Skills through Lesson Study *

Fatma Cemre Pehlivan^a and Esra Bukova Güzel^b

^aIşıkent Education Campus, Private Işıkent Anatolian High School, İzmir/Turkey (ORCID: 0000-0002-3507-0821)

^bDokuz Eylül University, Buca Faculty of Education, İzmir/Turkey (ORCID: 0000-0001-7571-1374)

Article History: Received: 2 February 2020; Accepted: 5 June 2020; Published online: 10 December 2020

Abstract: As part of a comprehensive study that aims to develop teaching practices that trigger higher order thinking through the lesson study model, this study focuses on examining the development of teachers' moves. Following a case study design, the study examined the development of the teacher moves that two mathematics teachers did to support their students' reasoning during the lesson study. The data were based on the video recordings of the research and revision lessons that the two teachers conducted in their sixth grade mathematics classes. With a focus on the teacher moves for supporting students' reasoning, all lesson transcripts were analyzed according to the "Teacher Moves For Supporting Student Reasoning" framework (Ellis, Özgür & Reiten, 2019). To ensure consistency in coding, each transcript was first parsed into topically related sets. These sets are small episodes with a natural ending, including discussions between: the teacher and student groups, the teacher and the whole class, or the teacher and student(s). Teacher moves in each episode were coded according to the mentioned framework, which organizes 32 different pedagogical moves into four categories: eliciting, responding, facilitating, and extending. The results of the research show that the frequency of the high-potential moves used by both mathematics teachers increased throughout the year. It was also seen that the category of "Extending Student Reasoning" moves, which was used by the teachers at the lowest rate during the first cycle of the lesson study, was the most developed throughout the study. Thus, it was found that the participant teachers' instructional practices developed as evidenced by their increased use of teacher moves that trigger students' high-order thinking skills. For future studies it is recommended to introduce the analysis framework to the participant teachers at the beginning of the study and then examine the development of teacher moves with this awareness.

Keywords: Higher order thinking skills, lesson study, supporting student reasoning, teacher moves

DOI: [10.16949/turkbilmat.683535](https://doi.org/10.16949/turkbilmat.683535)


Öz: Bu çalışmada, ders imecesi modeli ile üst düzey düşünmeyi tetikleyici öğretim uygulamalarının geliştirilmesinin amaçlandığı geniş kapsamlı bir araştırmanın öğretmen eylemlerinin gelişimi ile ilgili bölümüne odaklanılmıştır. Araştırmanın verileri, iki öğretmenin araştırma ve revizyon derslerinin video kayıtlarına dayanmaktadır. Derslerin video kayıtları birbir yazıya aktarılmış ve öğretmenin eylemleri Ellis, Özgür ve Reiten'in (2019) geliştirdiği "Öğrenci Muhakemesini Destekleyen Öğretmen Eylemleri" çerçevesine göre analiz edilmiştir. Transkriptlerin analize hazır hale getirilmesi için her bir ders içerisinde öğrenci-öğretmen diyalogları belirli bölümlere ayrılmıştır. Bölümlere ayırma öğretmen-öğrenci çalışma grupları, öğretmen-sınıf tartışması ve öğretmen-öğrenci diyaloglarının belirli bir bağlam içerisinde gerçekleştiği başlangıç ve bitiş kısımlarının belirlenmesiyle yapılmıştır. Her bir bölümdeki öğretmen eylemleri öğrenci muhakemesini/düşüncesini açığa çıkarma, öğrencinin katkısına/düşüncesine karşılık verme, öğrenci muhakemesini destekleme ve öğrenci muhakemesini genişletme/geliştirme olmak üzere çerçevede dört ana grup altında yer alan 32 farklı öğretmen eylemine göre kodlanmıştır. Yapılan analizler sonucunda iki matematik öğretmenin de öğrencileri üst düzey düşünmeye teşvik etmek için kullandığı yüksek potansiyelli eylem oranlarının yıl boyunca arttığı belirlenmiştir. Birinci ders döngüsü boyunca öğretmenler tarafından en düşük oranda kullanılan "öğrenci muhakemesini genişletme" eylem kategorisinin süreç içerisinde en çok geliştiği görülmüştür. Ders imecesi ile öğrenci düşünmesine odaklanarak tasarlanan öğretim uygulamalarının, öğrencilerin üst düzey düşünme becerilerini tetikleyici öğretmen eylemlerini artırdığı görülmüştür. İlerleyen çalışmalarda ders imecesine katılacak öğretmenlere sürecin başında analiz çerçevesinin tanıtılması ve bu farkındalıkla öğretmen eylemlerindeki gelişimin incelenmesi önerilmektedir.

Anahtar Kelimeler: Ders imecesi, öğrenci sorgulamasını destekleme, öğretmen eylemleri, üst düzey düşünme becerisi

[Türkçe sürüm için tıklayınız](#)

1. Introduction

Students are expected to have higher order thinking skills to interpret events with a critical perspective and to overcome the real-life problem situations. Mathematics teachers, the practitioners of the curriculum implemented, should focus on their students learning while preparing tasks and try to improve their higher order thinking skills. Because the tasks presented to students in the learning environment can create practical

Corresponding Author: Esra Bukova Güzel  [email: esra.bukova@deu.edu.tr](mailto:esra.bukova@deu.edu.tr)

* This study is based on Fatma Cemre Pehlivan's dissertation entitled "Improving Mathematics Teachers' Instructional Practices Triggering Higher Order Thinking Skills through Lesson Study". The dissertation was directed by Professor Esra BUKOVA GÜZEL at the Institute of Educational Sciences at Dokuz Eylül University.

Citation Information: Pehlivan, F. C. & Bukova-Güzel, E. (2020). Development of mathematics teachers' moves that support students' higher order thinking skills through lesson study. *Turkish Journal of Computer and Mathematics Education*, 11(3), 774-813.

opportunities for them to learn mathematics and to inquire. Therefore, if the tasks are designed in such a way that students evaluate the existing knowledge and synthesize new knowledge instead of simply remembering, and then use it to generalize this knowledge, students are provided an opportunity for higher order thinking and inquiry. Teachers play a critical role in eliciting and supporting student inquiry in the classroom implementation process of the designed tasks. Thus, teachers should take student thinking into consideration while preparing tasks and promote higher order thinking, which is important for effective mathematics teaching.

Developing teaching practices that support student reasoning can be a challenging task for teachers; therefore, it would be beneficial for teachers to participate in professional development programs that focus on student thinking so that they can develop such practices. While designing teaching practices that support student reasoning, teachers need to be knowledgeable about what types of tasks should be used, what kinds of questions trigger higher order thinking, and how the instructional materials should be used to reach the expected learning outcomes. Therefore, it is important for teachers to be supported through appropriate professional development programs in designing mathematical tasks that will elicit students' higher order thinking skills and providing students with opportunities to engage with the processes such as reasoning, justifying and modeling. Considering all these components, the "Lesson Study Model", which increases the awareness of teachers, focuses on student reasoning, and enables the implementation of the lesson plan and then the revised lesson plan to a different group in classroom settings, is expected to contribute to this process. The "lesson study", which has been widely used in recent years, is a professional development model that aims to bring teachers together in the lesson planning process to conduct in-depth research on the subject, choose the tasks that they think will contribute the most to student learning, and elicit the best teaching practices by revising the applications through the reflections made after the implementation process (Baki, Erkan, & Demir, 2012; Bozkurt & Yetkin-Özdemir, 2016; Bradshaw & Hazell, 2017; Kanbolat, 2015; Pang, 2016). Lesson Study focuses on student thinking. In a study in which lesson plans were prepared and discussions were conducted through lesson study, Dudley (2013) states that the strategies developed to make the topics more clear and comprehensible for students (i.e., teacher questions, tools used, success criteria, self-evaluation, etc.) strengthen teachers' pedagogical knowledge and improves their teaching practices. By focusing on the skills and processes to be developed in teaching, the lesson study model has also potential to contribute to student learning

This study is part of a comprehensive study that examines the development of students' higher order thinking skills as well as the development of teacher moves that support higher order thinking. When the curricular goals of the developed countries are examined, it is seen that they all meet on the common denominator of "preparing the student for real life" (Finnish National Board of Education [FNBE], 2016; Ministry of Education, Science and Technology Korea, 2011; Ministry of Education Singapore, 2013; National Council of Teachers of Mathematics [NCTM], 2000; Ontario, 2006). However, unlike the problems in daily life, the real-life problems in classroom settings are often presented with all the necessary information being clearly formulated. According to Doğanay (2007), only a person equipped with higher order thinking skills can effectively use the solution of practical problems in real life by understanding the information he or she encounters and by processing it for possible purposes.

In the lesson plans prepared by focusing on student thinking, teachers try to create a social content to support students' conceptual development. Although the planned rich content creates opportunities to develop productive mathematical discourses, different factors also affect the implementation of the prepared activities in the classroom. No matter how much the prepared activities are designed to support higher order thinking, during the implementation, factors such as teacher, students, the environment in which the lesson is held, the duration, the materials used or the activities selected may have an impact on the level of the planned activity. Henningsen and Stein (1997) listed some factors that reduce the cognition level of the tasks planned to support higher order thinking skills: the focus is on the right answer rather than problem solving process, the activity is not prepared suitably for the student, classroom management problems, the time allocated for the activity is too much or too little. At the end of their study, they stated that although students actively participate in the activity, teachers have an important role in supporting students' participation in higher order cognitive tasks. Similarly, Leikin and Rota (2006) focused on the design of inquiry-based lessons and the teacher's structure in discussions in their study, where they examined the development of a teacher's ability to manage the discussions in inquiry-based classroom environment, and at the end of the study, they emphasized that the role of the teacher in classroom discussions was as important as the lesson design.

Although it is a necessity to design teaching practices that trigger higher order thinking, it is not sufficient for teaching to support higher order thinking. It is important to examine whether the teacher, who has an important role in this process, provides supportive opportunities during student inquiry and to determine the ways in which s/he does this. Thus, teachers' moves that support student inquiry can give an idea about the effectiveness of teaching practices that trigger higher order thinking. These teacher moves can be examined throughout the interaction between student and teacher. The quality of the student-teacher dialogues that shape the interaction process is important rather than its length. What shapes the quality is the tasks used, the questions asked and the

approaches that shape student thinking. Leikin and Rota (2006) stated that teachers should avoid telling mathematical facts, asking questions that require short sloppy answers, and giving summative answers that would prevent students from discussing their opinions. Hunter (2012), on the other hand, mentioned the importance of developing dialogues in which students will explore ideas, make assumptions, establish connections, and justify and defend their thoughts, rather than the increase in the number of student speeches in dialogues created by student-teacher interactions. Therefore, teacher moves must be of nature to meet the expectations. In other words, teachers need to develop activities that will trigger higher order thinking and also execute them effectively in the classroom environment.

This study aims to investigate the development of the moves of two mathematics teachers, who teach the sixth-grade students, in supporting student inquiry. Lesson study cycles were planned and implemented in such a way that they include implementations to trigger higher order thinking for the teaching of four different subjects during one academic year.

1.1. Lesson Study

The lesson study model is conducted in a cycle with specific steps. The cycle begins with a group of teachers coming together to set a teaching goal, and then the teachers create a lesson plan about the content they aim to teach. While the created lesson plan is implemented in a classroom by one of the teachers in the group, other teachers observe to what extent the goal is achieved. After this lesson, which is called the research lesson, teachers come together again and share their reflections and observations on the research lesson by examining the field notes and video recordings of the lesson. The purpose of this sharing is to reveal the effect of the implemented lesson plan on student learning and to revise the lesson plan if deemed necessary. The revised lesson plan is applied to a different group of students by a different teacher. Murata (2011) summarized this process as shown in Figure 1:

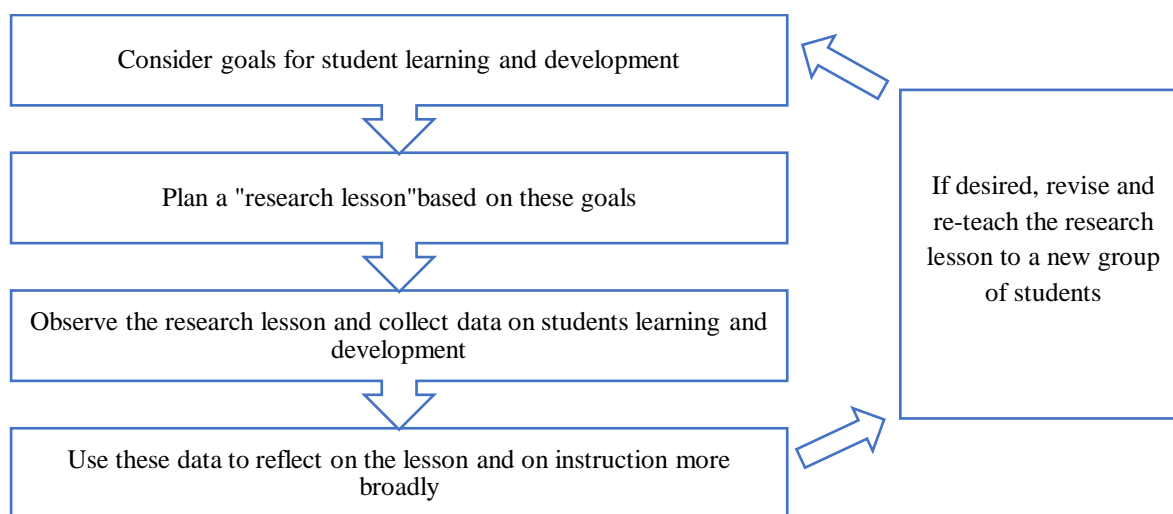


Figure 1. Lesson Study Cycle (Murata, 2011)

The lesson study focuses on the analysis of student work and evidence of student thinking, analysis of instruction is shared with videos, (Lewis, Perry, & Murata, 2006). These analyses provide evidence of the extent to which the teacher achieves the intended teaching goals. Indeed, the experiences gained in real teaching are being shared by teachers with evidence reveals the difference of the lesson study model from other professional development programs. According to Murata (2011), although there are different professional development programs that include many features of lesson study, one of the most important features that distinguish lesson study from others is the live research lesson. However, the emphasis on student learning during the lesson study process helps teachers to develop new perspectives in their classes by constantly reminding them of how important it is to understand students' thinking.

Since teaching practices that trigger higher order thinking will be designed within the scope of the study, the lesson study model is deemed suitable as it allows observing the instructional designs in a real classroom. While designing lesson plans that will support students' higher order thinking skills, the mathematics teachers were included in the design process so that they could offer different perspectives on student thinking. Thus, it was assumed that student thinking would be handled in a holistic way, and the learning at the previous and next grade levels would be analyzed better. Throughout the study, it is important that the lesson plans designed in collaboration with the teachers can be observed by all teachers involved in the process under the name of the research lesson, in order to make a detailed analysis of which kinds of teacher moves support high-order thinking

skills. Therefore, it is considered that the use of the lesson study model, which includes all the components mentioned in the study, will contribute to the purpose.

1.2. Higher Order Thinking Skills

Newmann (1988) defines higher order thinking as a thinking process that involves interpreting and analyzing, which is used to solve a problem that cannot be solved by using routine steps. Miri, David and Uri (2007) conceptualizes higher order thinking as a non-algorithmic, complex mode of thinking that often generates multiple solutions. Resnick (1987) states that, although it is difficult to make a precise definition of higher order thinking, there are certain characteristics when higher order thinking occurs. According to Resnick (1987, p.3), the main characteristics of higher order thinking are as follows:

- Higher order thinking is non-algorithmic. That is, the path of action is not fully specified in advance.
- Higher order thinking tends to be complex. The total path is not “visible” (mentally speaking) from any single vantage point.
- Higher order thinking often yields multiple solutions, each with costs and benefits, rather than unique solutions.
- Higher order thinking involves nuanced judgment and interpretation.
- Higher order thinking involves the application of multiple criteria, which sometimes conflict with one another.
- Higher order thinking often involves uncertainty. Not everything that bears on the task at hand is known.
- Higher order thinking involves self-regulation of the thinking process. We do not recognize higher order thinking in an individual when someone else “calls the plays” at every step.
- Higher order thinking involves imposing meaning, finding structure in apparent disorder.
- Higher order thinking is effortful. There is considerable mental work involved in the kinds of elaborations and judgments required.

Lewis and Smith (1993) approaches higher order thinking as an encompassing term that covers the terms of problem solving, critical thinking, creative thinking and decision-making. However, they state that higher order thinking occurs when a person takes new information and information stored in memory and interrelates and/or rearranges and extends this information to achieve a purpose or find possible answers in perplexing situations.

Some thinking skills are required while doing math tasks. The conceptual framework for this concept, which is called cognitive demand, was introduced by Stein, Smith, Henningsen and Silver (2000). Their study is a five-year project called "Quantitative Understanding: Amplifying Student Achievement and Reasoning (QUASAR)". Stein et al. (2000) defines mathematics tasks within two levels as tasks that require lower-level demands and the tasks that require higher-level demands. While memorization and the procedures without connection tasks are classified as lower-level demands, procedures with connection tasks and doing mathematics tasks are categorized as higher-level demands. They maintain that in tasks that require higher order thinking students should understand mathematical concepts at a deeper level, deal with the conceptual ideas underlying the processes to successfully complete the activity and develop meaning, establish relationships between multiple representations, monitor their own cognitive processes (self-monitoring), or make self-regulation. They also emphasized that, in addition to the tasks being appropriate for the learning goals, the level of thinking that students are engaged in while doing the tasks may bring about new opportunities for students to make new connections. Within the scope of the QUASAR project, Stein and Smith (1998) also examined how mathematics tasks were used by teachers and their reflection on classroom teaching. The data collected from the project revealed that the students who showed the highest performance in reasoning and problem solving were from the classes in which the math tasks were designed and implemented to elicit higher order thinking skills.. On the other hand, Henningsen and Stein (1997) analyzed the mathematical tasks used during the QUASAR project according to their levels of cognitive-demand and it revealed that only 58 of the 144 tasks used during the project were prepared for higher order thinking skills. However, it was found that, during the implementation process in the classroom, the tasks designed for higher order mathematical thinking could not bring the students to the desired cognitive level due to a variety of reasons. The factors that may have caused this result were identified and it was pointed out that the decrease in the level of thinking was realized in three different ways: decline from doing mathematics to procedures without connection, decline from doing mathematics into unsystematic exploration, and decline from doing mathematics to no mathematical activity. The main factors that led to a decline in the cognitive demand on students were described as: challenges become non-problems, inappropriate amounts of time allocated for the task, focus shifts to correct answer rather than focusing on problem solving, inappropriateness of the task, lack of accountability, classroom management problems.

Abdullah et al. (2017) conducted a study with 196 teachers in order to define the knowledge and practices of secondary school teachers on higher order thinking skills, and found a significant relationship between teachers' knowledge of higher order thinking and their practices requiring higher order thinking skills. It was concluded

that teachers who have knowledge about what higher order thinking skills are, are more effective in applications that require higher order thinking skills. The findings also revealed that mathematics teachers did not have in-depth knowledge in terms of evaluating higher order thinking skills and this situation may affect the implementation process of higher order thinking skills in mathematics lessons at schools. The results showed that most teachers knew in principle the cognition levels of Bloom Taxonomy, but still do not understand the differences and functions of each level in lower and upper levels.

Yang (2009) examined the way in which Teaching Research Groups (TRG), created by the school-based teaching research system that existed in China since 1952, develop lessons in schools over three lessons of a teacher. In the study conducted as a case study, the video recordings of three lessons on Pythagoras Theorem, which were taught by the same teacher in three grade-8 classes, and the video recordings of the related TRG activities formed the research data. After the implementation of the lessons, the lesson plans were revised as a result of the discussions with TRG. The differences between the cognitive level of the task related to the Pythagoras Theorem as designed by the teachers and the cognitive levels reached by the students during the implementation of the tasks in class were analyzed according to the mathematics task analysis framework developed by Stein and Smith (1998). The factors that maintain and reduce the cognitive level of the designed task were categorized under separate codes. While the teacher focused on the procedural application of the Pythagoras Theorem in the first lesson plan, the teacher focused on the justification of the proposition in the second lesson plan, and on the process of producing the proposition, justifying the proposition, and developing understanding of the visual representations of these justifications in the third lesson plan. As a result, while the cognitive level of the task designed by the teacher in the first lesson was not high, the task designed as high level in the second lesson plan declined to a lower level due to some factors arising from the teacher, but in the third lesson, the teacher was able to maintain the high level structure of the task thanks to the positive change in teaching behavior. In the study, it was concluded that the studies conducted with TRG focusing on student thinking have positively changed the teaching behaviors.

Cengiz, Klein and Grant (2011) observed the support provided by six primary school teachers to expand student thinking in mathematics teaching. The teacher moves made during the instruction were examined under the main categories of eliciting, supporting and extending in accordance with the framework of "Extending Student Thinking (EST)". In the study, it was determined that single type of instructional actions alone are not effective in extending student thinking, instead the use of a combination of different types of instructional actions has an important role in creating opportunities for extending student thinking. However, some moves were found to be effective in a context, but the same move was not effective in another. Therefore, they came to the conclusion that it is not possible to create a prescription for what actions should be done and in what order these actions should be done, and that it is necessary to conduct studies with more comprehensive theoretical frameworks due to the complex nature of extending student thinking.

Studies on higher order thinking skills served as a guide for this study. Resnick's definitions of the characteristics that emerged during the process of higher order thinking have been effective within the context of expanding teachers' knowledge of higher order thinking. Creating unique situations, enabling students to produce their own solutions for a problem situation, questioning, interpreting, making generalizations, thinking in detail and evaluating alternatives, and deciding on the best/most appropriate solutions were the points taken into consideration for teachers to trigger higher order thinking. Stein and Smith's (1998) framework has been useful in raising awareness of what students will do during the activities that require higher order thinking. The effect of having knowledge about higher order thinking on higher order thinking practices (Abdullah et al., 2017) was used as a motivation tool for teachers' preliminary studies for higher order thinking. The findings of the study conducted by Cengiz et al. (2011), that is; student thinking can be extended in different ways, there is no recipe for that, and teacher moves have an important role in extending student thinking, reveals the necessity of focusing on teacher moves that trigger higher order thinking.

1.3. Theoretical Framework

In our comprehensive study in which teaching practices that trigger higher order thinking were designed through the lesson study model, it was observed that the teacher-student dialogues were developed differently, although the activities used during the implementation of the lesson plans prepared by the mathematics teachers and external experts were the same. It has been realized that the main reason underlying this difference is the instructional actions the teacher uses. It has been observed that not only the questions of the teacher that encourage higher order thinking in the lesson plan, but also multiple moves such as affirmation, asking different opinions, asking for justification and generalization, and encouraging different ways of solution, supported students' reasoning from different angles. Hence, in this study the instructional moves of two mathematics teachers who implemented the lesson plans that aims to develop higher order thinking skills were examined according to the Teacher Moves For Supporting Student Reasoning (TMSSR) framework, which was developed specifically for mathematics instruction by Ellis, Özgür and Reiten (2019) (see Figure 2).

Eliciting Student Reasoning		Responding to Student Reasoning	
Low ← → High		Low ← → High	
Eliciting Answer	Eliciting Ideas	Correcting Student Error	Prompting Error Correction
Eliciting Facts or Procedures	Eliciting Understanding	Re-voicing	Re-Representing
Asking for Clarification	Pressing for Explanation	Encouraging Student Re-voicing	
Figuring Out Student Reasoning		Validating a Correct Answer	
Checking for Understanding			
Facilitating Student Reasoning		Extending Student Reasoning	
Low ← → High		Low ← → High	
Guiding	Cueing	Providing Guidance	Encouraging Evaluation
	Funneling	Encouraging Multiple Solution Strategies	Pressing for Precision
	Topaze Effect	Building	Topaze for Justification
Providing	Providing Information	Providing Alternative Solution Strategies	Pressing for Generalization
	Providing Procedural Explanation	Providing Conceptual Explanation	
	Providing Summary Explanation		

Figure 2. Teacher Moves for Supporting Student Reasoning (TMSSR) Framework (Ellis, Özgür & Reiten, 2019, p. 117)

This theoretical framework was developed specifically to show how teachers can support students' mathematical reasoning. In the framework of TMSSR, pedagogical moves are organized under four main categories. As can be seen in Figure 2, these categories are eliciting, responding to, facilitating, and extending student reasoning. In addition to these four categories, all pedagogical moves in the framework are categorized according to their potential for supporting student reasoning. For example, the funneling move is defined as a low-potential teacher move when facilitating student reasoning, while encouraging multiple solution strategies is defined as a high-potential move.. Within the framework of TMSSR, the eliciting moves are the ones that teachers use to elicit and understand student thinking in the most general sense. The moves to respond to student contribution often occur after moves to elicit student reasoning, and can take the form of validating student responses, correcting incomplete or incorrect reasoning or solution strategies, or encouraging students to take on these roles themselves. The moves to facilitate student reasoning are usually the ones that aim to help student develop their reasoning through the explanations and guidance provided by the teacher in the process of bringing students to the relevant understanding/thinking. These moves help students make mathematical inquiry by encouraging students to make conjectures, identify patterns, compare or classify ideas. The category of extending student reasoning provides students with the opportunity to broaden their mathematical reasoning, particularly in terms of generalizing their strategies or ideas, and developing mathematically appropriate justifications. This category is on the high end of a continuum for supporting student reasoning as all moves reflect an intention to foster more sophisticated mathematical reasoning.

One of the main reasons for the preference of the TMSSR framework in the analysis of teacher moves that support students' high-order thinking skills is that the framework includes other practices than teacher questioning and discourse that can support student reasoning, such as re-representing, figuring out student reasoning, or providing guidance. Another reason is that pedagogical moves in the framework are categorized according to their potential to support student reasoning. Coding based on low- and high-potential moves is thought to be an important opportunity to reveal which of the moves with different potential support levels develop students' higher order thinking skills more and to what extent these moves affect the structure of teacher-student dialogues.

2. Method

This study examines the teacher moves implemented in classroom through lesson plans prepared during lesson study. This study, which examines the development of instructional moves for supporting students' higher order thinking skills of two mathematics teachers who teach in the sixth grade, is an individual case study. Yin (2017) refers to two basic definitions of the case study: The case study is based on observation, not on a theory;

that is, it is empirical and concerned with in-depth study of the phenomena or situation. The case study uses triangulation of multiple data collection sources based on the relevant variables in order to understand specific phenomena and guides the analysis by supporting these data with pre-determined theoretical hypotheses. In this context, the case study design was used as the study was based on in-depth examination and observations in a real classroom environment,

In this study, in which teacher moves that support student reasoning were examined in real classroom environments where teaching practices that trigger higher order thinking were carried out, teacher-student dialogues were examined in depth, and teacher moves affecting student reasoning were analyzed according to an existing framework and the current situation was reflected in detail. While presenting the current situation, the analyses regarding which categories of moves teachers frequently use and what types of moves shape the dialogues between the teacher and students were discussed, but the generalization concern was not carried out in the tables resulting from the analysis.

2.1. Participants

While the participants of the comprehensive study were four mathematics teachers and one external expert who participated in the lesson study, because this study focuses on the development of instructional moves of two mathematics teachers that support higher order thinking, the participants of this study were restricted to the two mathematics teachers who taught in the sixth grade. When presenting the findings of the participant teachers, their real names were kept secret and the nicknames were used. The gender, educational levels and professional experience (year) of the teachers are presented in Table 1.

Table 1. Participant teachers

Teacher	Gender	Educational Level	Professional Experience
Hale	Female	U	10
Ceren	Female	M	5

U: Undergraduate, M: Master's

The participant group of mathematics teachers was trained about creating questions for higher order thinking skills within the scope of a project organized for middle school mathematics teachers six months prior to the lesson study. Although these trainings were not within the scope of a project carried out by the researchers, they lasted for two days, and after the presentations on higher order thinking skills and thinking levels of mathematical activities, teachers participated in question-writing workshops on higher order thinking skills.

2.2. Research Design

At the beginning of the comprehensive study in which teaching practices that trigger shigher order thinking skills of students were designed, the participant teachers were given a 10-hour training during two days with the following contents:

- Introduction to the lesson study model and discussion about the format of the lesson plans to be developed
- Articles about lesson study and discussion on the articles (Articles read e.g. "Logico-mathematical activity versus empirical activity: Examining a pedagogical distinction (Simon, 2003)", "Using a before-during-after model to plan effective secondary mathematics lessons (Wilburne & Peterson, 2007)", "Mathematical tasks as a framework for reflection: From research to practice (Stein & Smith, 1998)", "Modeling & Logical Mathematical Learning Activity: The Bottom of the World (Özaltun-Çelik & Bukova-Güzel, 2018)", "A Mathematics Teacher's Questioning Approaches for Revealing Students' Thinking during Lesson Study (Özaltun-Çelik & Bukova-Güzel, 2016)")
- Discussion on the article "The Mathematics Teachers' Lesson Plan Related to Teaching Radical Expressions During the Lesson Study" (Özaltun-Çelik & Bukova-Güzel, 2017) to analyze how student thinking will be handled in the planning process through a sample lesson plan

After a two-day training, the participant teachers determined the topics of the four cycle by considering the topics that are the most troublesome for them when teaching, choosing two of these topics from the first term topics, and the other two from the second term. While selecting the topics, attention was paid to have enough time to prepare the lesson plan for the next cycle, and the planning was made to be at least 8 weeks between the two cycles. Before the meetings in which the research lessons were planned, a comprehensive research was conducted by the researchers on the selected topics, aiming to find out misconceptions, teaching suggestions, instructional materials that could be used, prerequisite knowledge, and real life applications After the literature review, the articles chosen by the researcher were shared with the teachers. Hence, before starting to create a lesson plan, the participant teachers were informed about the key sub-concepts and the prerequisite knowledge that students should have. Each planning meeting started with a discussion of the shared studies and carried on

with the discussion on the lesson plans about where to pay attention in order to support students' higher order thinking skills. At the beginning of the meetings where lesson plans were created, the opinions of the participating teachers were taken by making a short summary of the relevant articles shared with the teachers before the meeting. In this way, it was ensured that all participating teachers agree on where to pay attention while creating a lesson plan. For instance, it was agreed that the first activity should be of interest to students, by illuminating the questions such as “Why do we need to learn this topic?” or “What is the utility of this subject for us?” While designing the activities, the characteristics of the age group of the students (short focus times, enjoying colorful materials that they can learn by experiencing, caring about completing the task before other groups, etc.) were taken into consideration. Transitions between activities are designed in a connected way so that students are not distracted from the lesson. The teachers made sure that the lesson plans prepared for each cycle are designed by making connections to real life. It was considered that the development of the materials specific to the activities included in the four lesson plans would attract the attention of students since they had not use this kind of activities before. While designing the activities, the connections that may not be suitable for the students due to the lack of prior knowledge were avoided (e.g. omitting prisms in an activity requiring to use the knowledge of the volume of prisms, if students lack that prerequisite knowledge). While preparing each lesson plan, questions with short answers (e.g. result-oriented, yes or no questions) were avoided as they prevent students from inquiry. Instead, the questions are based on creating a class atmosphere where students will share their reasoning with their classmates by supporting their higher order thinking. The series of the activities in lesson plans are designed to support students to first experience and get an idea of specifics of the situation, then reflect on their experience and make inferences step by step into other similar situations, and finally arrive at a generalization with conclusions that they can assume and infer from the activity.

2.3. Implementation Process

Lesson plans prepared for each cycle were implemented in the classroom by one of the participant teachers within the scope of the research lesson. During the implementation, other participant teachers and external expert observed the lesson. All process was recorded with a video camera. After each research lesson and revision lesson 1, participant teachers and external expert came together to help revise the lesson plans. During the debriefing meetings, the recorded lesson videos and field notes taken by the external expert were examined. In line with these analyses, necessary changes were made in the lesson plans.

The revised lesson plan was implemented by the other sixth grade mathematics teacher in her classroom, and the cycles were completed in this way. The first lesson plan prepared in each cycle was carried out within the scope of the Research Lesson, the revised lesson plan was carried out within the scope of the Revision Lesson 1 after the research lesson, and the lesson plan revised after the Revision Lesson 1 was carried out within the scope of the Revision Lesson 2. In the 2016-2017 academic year, during which the implementation process took place, there were three 6th grade classes in the private school where the research was conducted. Ceren Teacher, one of the sixth grade mathematics teachers, was the teacher of 6A and 6C classes, while Hale Teacher was the teacher of 6B class. Accordingly, since there were three sixth grade mathematics classes, one research lesson and two revision lessons were conducted in each cycle.

Lesson study cycles were planned and implemented for the instruction of four different topics in one academic year (see Table 2). Within the scope of the lesson study, all the teaching practices were collaboratively designed by the four participant teachers and the external expert with an aim to improve students' higher order thinking skills. In these lesson plans, what the students are expected to produce, how they will produce and which resources (representations, models, worksheets, manipulatives etc.) they will use while producing was planned in detail.

Table 2. Lesson study cycles conducted in one academic year

	1 st Cycle	2 nd Cycle	3 rd Cycle
Sub-Learning Domain	Operations with Natural Numbers	Ratio	Algebraic Expressions
Research Lesson	6A	6C	6C
	<i>Debriefing Meeting After Research Lesson</i>		
Revision Lesson 1	6B	6B	6A
	<i>Debriefing Meeting After Revision Lesson-1</i>		
Revision Lesson 2	6C	6A	6B

In the first lesson study cycle, a lesson plan was prepared aiming at the following learning outcome: “6.1.1.3. Performs operations to apply common factor and distributive property in natural numbers”, which belong to the sub-learning domain of “operations with natural numbers”. The research lesson of this lesson plan was conducted in the 6-A class, the revision lesson 1 in the 6-B class and revision lesson 2 in the 6-C class. In the second cycle, for the sub-learning domain of “ratio”, a lesson plan was prepared aiming at the following learning

outcomes: “6.1.6.1. Uses ratio to compare quantities and represent ratio in different ways” and “6.1.6.2. Determines the ratio of the two parts to each other or each part to the whole when a whole is divided in two parts; when one of the ratios is given in problem situations, students find the other ratio.” The research lesson of this lesson plan was conducted in the 6-C class, the revision lesson 1 in the 6-B class and the revision lesson 2 in the 6-A class. In the third cycle, for the sub-learning domain of “algebraic expressions”, a lesson plan was prepared aiming at the following learning outcome: “6.2.1.1. Expresses the rule of arithmetic sequences by letter; finds the expected term of the sequence whose rule is expressed with a letter”. The research lesson of this lesson plan was conducted in the 6-C class, the revision lesson 1 in the 6-A class and the revision lesson 2 in the 6-B class. In the fourth cycle, for the sub-learning domain of “measurement”, a lesson plan was prepared aiming at the following learning outcome: “6.3.2.7. Solves problems about the area”. In this cycle, students were expected to adapt what they learned about the areas of different geometric shapes to non-routine problem situations in the garden and solve the mathematical modeling problems given to the groups. In each class the students were divided into four groups and the groups tried to solve mathematical modeling problems according to the instructions in their task envelopes given to them. Since no specific subject was planned to be taught in this cycle, the lesson plan was not revised. The groups were dispersed in various parts of the garden in line with the tasks assigned to them. The teacher, who was responsible for the class (the practitioner of the lesson), accompanied other participant teachers and the external expert and recorded the discussions of the students on video.

2.3.1. Data Collection Tools

The data of this study consist of the data collected only through the first three cycles of the lesson study, although four cycles were planned for an academic year. Because the fourth cycle was designed for modeling problems in the garden, and since it was not specifically planned to teach a topic, the teacher, the other participating teachers, and the external expert video-recorded the group discussion of the small groups of students by following them as they worked on tasks in different parts of the garden. Since there was no guiding dialogue between the teacher and the students, the teacher moves in this cycle were not analyzed. During three lesson cycles, six lessons of Ceren Teacher and three lessons of Hale Teacher were videotaped. While in the first three cycles implemented in classroom the teacher moves were in the foreground, in the last cycle the teacher guided the groups only where it was necessary. The 720 minutes of video recordings obtained from a total of nine lessons consisting of the first three cycles constitute the data of this study.

2.4. Data Analysis

The video recordings of the research and revision lessons were written verbatim and the transcripts of the lessons were created. These transcripts were analyzed descriptively for two mathematics teachers separately according to the TMSSR framework developed by Ellis et al. (2019). The transcripts of the research lesson and two revision lessons conducted in each cycle were used in the analysis of teacher moves. In order to make the transcripts ready for analysis, student-teacher dialogues in each lesson were divided into specific sections. The segmentation was done by determining the beginning and ending parts of teacher-student work groups, teacher-whole class discussion, and teacher-student dialogues within a specific context. Within each section, teacher moves were coded according to 32 different teacher moves that fall under four main categories in the TMSSR framework, that is (a) eliciting student reasoning, (b) responding to student reasoning, (c) facilitating student reasoning, and (d) extending student reasoning. Multiple occurrences of the same type of teacher move within the same section were coded once under the relevant code. A sample excerpt showing how the dialogues between students and teachers in the classroom were made ready for analysis and how the coding was done is given in Table 3. To do this, the statements of the teacher and the students in each section were numbered as 1, 2, 3 respectively. Then the teacher moves in the lines belonging to the teacher were determined.

The codes were counted separately for two teachers, and frequency and percentage tables were created for teacher moves under four main categories. The percentages were determined both for the four main categories and according to the potential of the moves. While calculating the percentage values, the frequencies of the relevant teacher moves in a lesson were proportioned to the frequency of all teacher moves in that lesson. The calculation of the frequencies and percentage values of the moves that occur in the revision lesson 2, which was conducted within the scope of the lesson study cycle planned in the algebraic expression sub-learning domain of the 6B class, is given as an example in Table 4.

Table 3. Coding of teacher moves in a sample excerpt taken from the ratio lesson according to the TMSSR framework


#	Teacher-Student Dialogue	The Analysis of Teacher Moves According to the TMSSR Framework
1	Teacher: Think that we have the screens, which indicate that there is 30-milligram medicine per milliliter. For the ones who may have forgotten, I would like to briefly remind that milliliter is a unit of measurement for liquids. I mean, here we are talking about a kind of medicine, which is liquid. However, when we say 30 milligrams, we are talking about a medicine, which is solid. Let's state a 30-milligram medicine per milliliter mathematically. 30 milligrams per milliliter. Who would like to answer? Neris?	Providing Information Eliciting Answer
2	Neris: 30 divided by 1.	
3	Teacher: Well done (says and writes it on the board). 30, let's tell the units also.	Correcting Student Error Asking for Clarification
4	Neris: 30 milligrams, 1 milliliter. (The student says this, and the teacher writes that on the board).	
5	Teacher: First of all, I know that you can write it in this way; however, what does this stand for? I mean, "there is a 30-milligram medicine in one milliliter" ... What does this mean? This means there is a 30-milligram medicine in one milliliter of liquid. But, as you may all guess easily, one milliliter is a too little amount, so injecting one-milliliter medicine to a patient will have a very little effect. What if I want to inject 100 milliliters rather than one milliliter, how much medicine do you think I should put into the injection? Ediz?	Eliciting Answer Providing Conceptual Explanation
6	Ediz: 3000	
7	Teacher: Why?	Pressing for Explanation
8	Ediz: Between 1 ml and 100 ml, I mean, if we multiply 1 with 100, it equals 100. So if we multiply 30 with 100, it equals 3000.	
9	Teacher: Well... Can I see the others who agree with Ediz? 	Encouraging Evaluation
	<i>Some students raise hands.</i>	
10	Teacher: Well... Is there anyone who thinks that Ediz's answer was not correct? Or anybody who has a different idea? (<i>Nobody raises hand</i>). Good. We can say that we used expansion again. So if you want to use the same dosage of medicine in 100 milliliters, you must put a 3000-milligram medicine into that liquid so that it is dosed correctly. Let's carry on a little bit more.	Encouraging Evaluation

Table 4. The frequency and percentages of the teacher moves in the revision lesson 2 within the scope of the lesson study cycle

	Frequency			Percentage		
	Total	LPM	HPM	Total	LPM	HPM
Eliciting	20	13	7	38,46%	25,00%	13,46%
Responding	11	8	3	21,15%	15,38%	5,77%
Facilitating	9	4	5	17,31%	7,69%	9,62%
Extending	12	5	7	23,08%	9,62%	13,46%
Total	52	30	22	100,00%	57,69%	42,31%

LPM: Low-Potential Moves

HPM: High-Potential Moves

In order to determine the distribution of the low and high-potential teacher moves performed by teachers during the lesson study and to reveal which category was used at what rate, relevant tables for all lessons were

created as shown above. The graphs created using these percentage values were used in the presentation of the findings.

2.4.1. Validity and Reliability of the Study

To ensure the validity and reliability of this qualitative study, 30% of the data obtained was examined by the researcher, a mathematics educator and another mathematics educator who was one of the researchers who formed the analysis framework and were coded independently from each other. A common decision was reached by comparing the teacher moves that were coded separately. In order to calculate the reliability of the research, the codings of the researcher and a mathematics educator were compared using the reliability formula proposed by Miles and Huberman (1994). The reliability of the coding was calculated as 87%. According to Miles and Huberman (1994), since the reliability calculations are above 70% are enough for the study to be considered as reliable, the study in question was accepted as reliable.

3. Findings

The findings of the study are given separately for Hale and Ceren Teacher, who implemented the lesson plans. In the first and second subtitles of the findings, the findings showing the development of Hale and Ceren Teacher's moves according to their potentials are presented respectively, while in the third subtitle, sample sections from the in-class student-teacher dialogues of Hale and Ceren Teacher are given.

3.1. Findings about Hale Teacher

The development of teacher moves belonging to the revision lessons conducted by Hale Teacher in the 6B class for three cycles was examined under four main categories and according to their potential. Table 5 shows the sub-learning domain of the revision lessons that Hale Teacher conducted in each cycle.

Table 5. Sub-learning domains and classes where the vertical development of Hale Teacher's moves was examined

Cycles	Sub-learning Domain	Classes Where Revision Lessons Took Place
1 st Cycle	Operations with Natural Numbers	6B
2 nd Cycle	Ratio	6B
3 rd Cycle	Algebraic Expressions	6B

3.1.1. Analysis of the Development of Hale Teacher's Moves According to Their Potential

Hale Teacher's moves within the scope of each cycle were classified according to their potential. Then the ratios of the frequencies of low and high potential moves to the frequency of all moves in the relevant cycle were determined. The development of Hale Teacher's moves according to their potential is given in Figure 3.

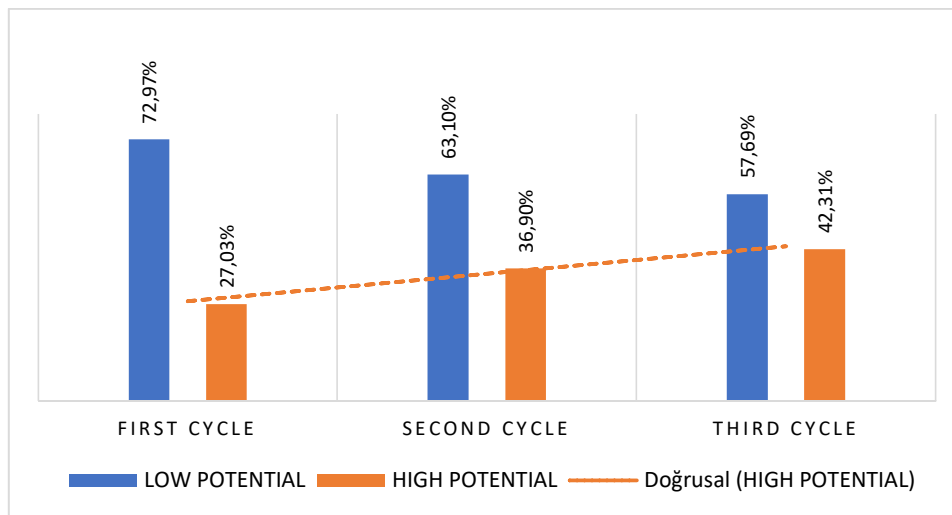


Figure 3. The development of Hale Teacher's moves in the cycles according to their potential

When Figure 3 is examined, it is seen that while the rate of low-potential moves decreases throughout the cycles, the rate of high-potential moves increases. While the difference between low and high potential teacher moves is quite high in the first lesson cycle, this difference has decreased considerably in the process. Especially the fact that the percentage of the low and high potential teacher moves in the 3rd cycle were 57.69% to 42.3%, respectively, showed that Hale Teacher started to use the high-potential moves as much as low-potential moves.

3.1.2. Analysis of Hale Teacher's Moves According to Four Main Categories

The findings regarding the analysis of Hale Teacher's moves according to the main categories of eliciting student reasoning, responding to student reasoning, facilitating student reasoning and extending student reasoning is given in Figure 4.

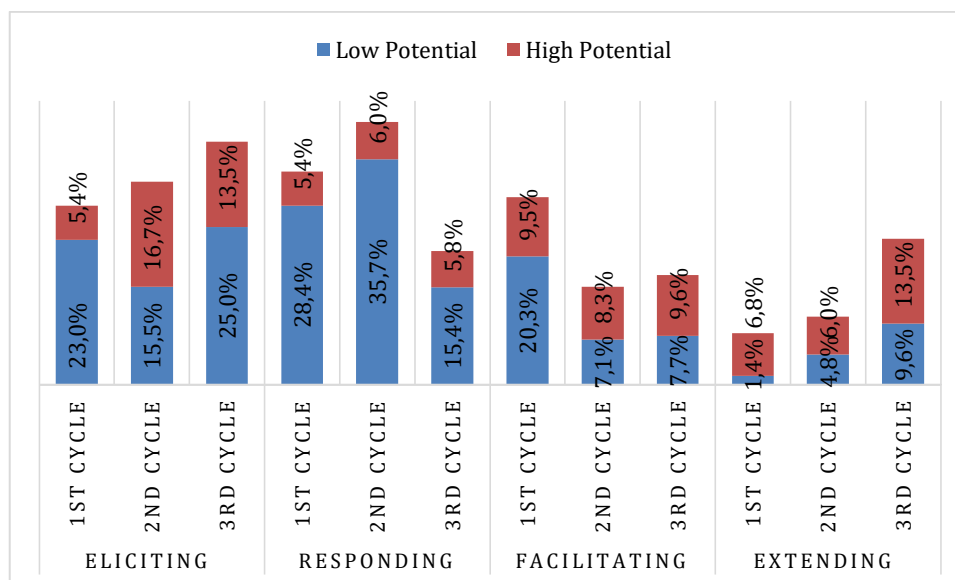


Figure 4. Analysis of Hale Teacher's moves that occur within the scope of cycles under four main categories

Figure 4 shows that Hale Teacher's moves of eliciting student reasoning and extending student reasoning increased during the three cycles. This increase was higher in the category of extending student reasoning; the sum of the low and high potential extending moves increased from 8.2% (1.4% Low-Potential Move-LPM and 6.8% High-Potential Moves-HPM) in the first cycle to 23.1% (9.6% LPM and 13.5% HPM) in the third cycle. When the potentials of the teacher moves used in extending student reasoning were examined, it was determined that the percentage of high potential moves was higher compared to the percentage of low potential moves in all three cycles. However, it was noteworthy that the percentage of high potential moves (13.5%) in the third cycle had the highest percentage among the percentages of high potential moves in other categories. In addition, in the third cycle, it was observed that the percentage of responding to student reasoning with a total of 21.2%, 15.4% of which was low and 5.8% with high potential, decreased considerably compared to the other two cycles. However, when these moves are analyzed according to their potential, it is determined that there is no significant change in the percentage of the high potential moves. When the sum of low and high potential moves in the first and second cycles were analyzed, it was seen that the most preferred category was responding to student reasoning (33.8% and 41.7%, respectively), while the percentage of this category declined dramatically in the third cycle. Considering the increase or decrease in all categories in the first and second cycles, it was found that Hale Teacher decreased the moves that support student reasoning in the second cycle, and instead preferred moves in the eliciting student reasoning, responding to student reasoning and extending student reasoning. Similarly, when the increases and decreases in all categories in the second and third cycles were examined, it was determined that Hale Teacher decreased moves in the category of responding to student reasoning in the third cycle, and instead preferred moves in the eliciting, facilitating, and extending student reasoning categories. In addition, when the moves in the eliciting student reasoning category are examined according to their potential, the percentage of high potential moves in the first cycle (5.4%) shows a significant increase in the second and third cycles, indicating that there is a rapid change in the move preferences of Hale Teacher while eliciting student reasoning.

3.2. Findings about Ceren Teacher

In the findings about Ceren Teacher, similar to the findings about Hale Teacher, the development of her teacher moves that occurred in the research lessons throughout the three cycles is presented. The development of teacher moves belonging to the research lessons conducted by Ceren Teacher in the 6A and 6C classes for three cycles was examined under four main categories and according to their potential. Table 6 shows the sub-learning domains of the research lessons that Ceren Teacher conducted in each cycle.

Table 6. Sub-learning domains and classes where the vertical development of Ceren Teacher’s moves was examined

Cycles	Sub-learning Domain	Classes Where Research Lessons Took Place
1 st Cycle	Operations with Natural Numbers	6A
2 nd Cycle	Ratio	6C
3 rd Cycle	Algebraic Expressions	6C

3.2.1. Analysis of the Development of Ceren Teacher’s Moves According to Their Potential

Ceren Teacher’ moves within the scope of each cycle were classified according to their potential. Then, the ratio of the frequencies of low and high potential moves to the frequency of all moves in the relevant cycle were determined. The analysis of the development of Ceren Teacher’s moves according to the potential of her moves within the cycles is given in Figure 5.

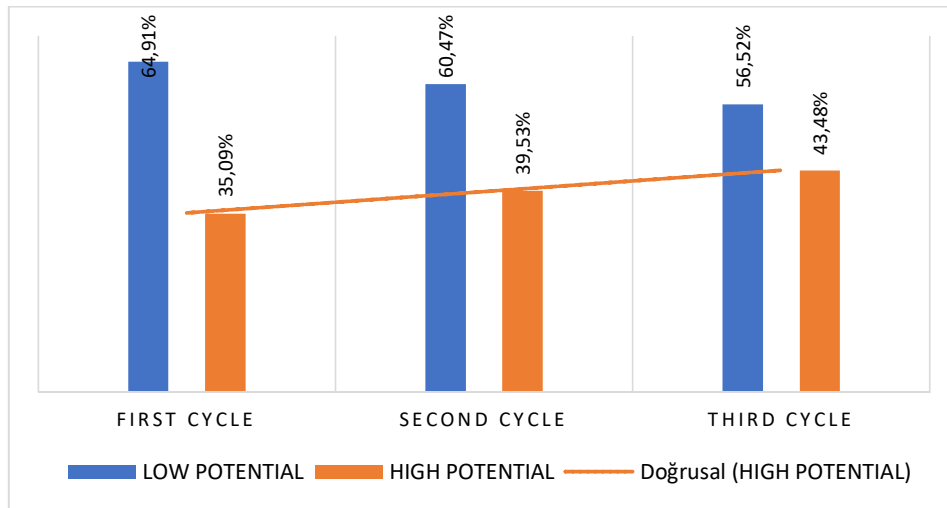


Figure 5. The development of the Ceren Teacher’s moves in the cycles according to their potential

When Figure 5 is examined, it is noteworthy that the difference between low (35.09%) and high potential (64.91%) teacher moves used in the first lesson cycle is quite high, and this difference increased considerably throughout the cycles. While the percentage of high-potential moves increased, the percentage of low-potential moves decreased, revealing that the two categories of teacher moves had gradually converged.

3.2.2. Analysis of Ceren Teacher’s Moves According to Four Main Categories

The findings regarding the analysis of Ceren Teacher's moves according to the main categories of eliciting student reasoning, responding to student reasoning, facilitating student reasoning and extending student reasoning are given in Figure 6.

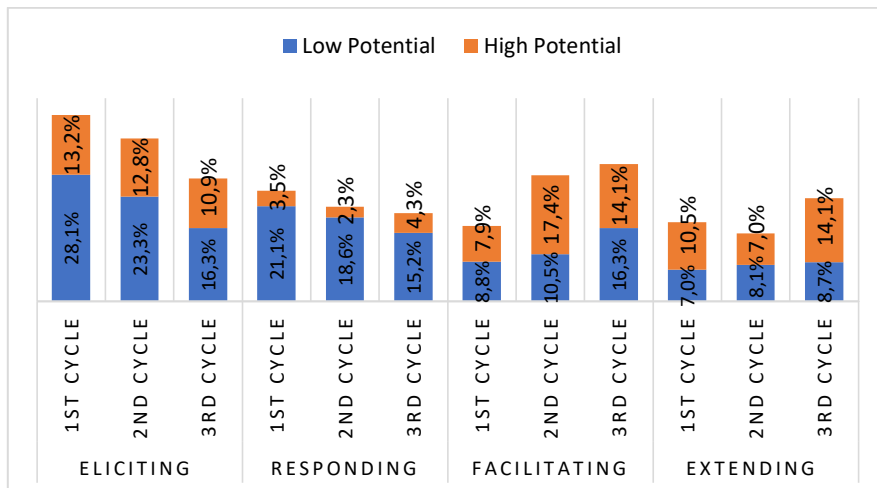


Figure 6. Analysis of Ceren Teacher's moves that occur within the scope of cycles according to four main categories

Figure 6 reveals that the most preferred move category by Ceren Teacher in the first and second cycles is eliciting student reasoning. In addition, it was found that the teacher moves under the categories of facilitating and extending student reasoning were less preferred than the other two categories in the first cycle. However, it was seen that the percentages of high potential moves (7.9% and 10.5%) used when facilitating and extending student reasoning were not low compared to low-potential moves. When the categories of teacher moves are examined by looking at the sum of the low and high potential moves within the cycles, the percentage of the facilitating student reasoning moves in the third cycle (30.4% in total, 16.3% LPM and 14.1% HPM) compared to the first cycle (16.7% in total, 8.8% LPM and 7.9% HPM) was remarkably high. When the percentages of the categories were examined throughout the three cycles, it was found that the percentage of the facilitating student reasoning and responding to student reasoning moves of Ceren Teacher decreased in each cycle, while the percentage of the facilitating student reasoning moves increased. In addition, the percentages of high potential moves used in the categories of facilitating and extending student reasoning were found to be close to the percentages of the low potential moves in the respective categories in each cycle, and even higher in some cycles. Furthermore, it was noteworthy that there was no clear transition between the categories of the teacher moves and the decline in one category affected the other three categories in different ways.

3.3. Sample Sections derived from Hale and Ceren's Student-Teacher Dialogues in the Classroom

This part presents the sample sections derived from the dialogues that occurred while Hale and Ceren Teachers had a conversation with the students. Particularly, the codings about the dialogues are presented in detail. Sample sections of the first and third lesson cycles are given in order to exemplify the development of the teacher moves preferred during the dialogues. In the presentation of the dialogues, the sign “...” indicates the parts that are not considered in the transcript of the dialogues.

3.3.1. Sample Sections of Hale Teacher

Within the scope of the first cycle, there were three activities respectively “counting money, scenario selection and area activity”, which are expected to stimulate students' higher order thinking skills, in the lesson plan of Hale Teacher's lesson about “bracketing common multiples”. In the “area activity”, the students were given rectangles with different colors and sizes. Some of the rectangles had the same length on each side and lengths of the sides were written on the cardboards using the centimeters. It is assumed that the students could create a square by combining these four rectangles in an appropriate way. The students were expected to realize the relationships between the areas of larger rectangles obtained from overlapping certain sides. In here, the aim was encouraging the students to discover that there is a different application area of the bracketing common multiples method in which they experienced in the first two activities. The dialogue in the below belongs to the teacher and students that occurred during the implementation of the area activity:

- 1 Teacher: Now I would like you to think about this. You already saw all our stuff on the side, and you have it in your hands. You can look at what you have in your hands. The operation that expresses the area of the rectangle. Do you remember how we could find the area of the rectangle?
- 2 Gülce: We multiply the long side by the short side.
- 3 Teacher: So, what should I do to find the area of the pink rectangle?
- 4 Ege: We should multiply 23 by 18. *(The teacher writes it on the board)*
- 5 Teacher: What should I do to find area of the green rectangle?
- 6 Arda: We should multiply 23 by 32. *(The teacher writes it on the board)*
- 7 Teacher: *(The teacher asks the same kind of questions for the yellow and the orange rectangle and writes the answers on the board.)* What should we do to find the total area?

8



- 9 Burçak: We did it like that. We turned the rectangle into a square and calculated the area of the square.
- 10 Teacher: Perfect... you have already gone through them and reached the result. Your friend proposed a very nice idea. Now I will write these one by one. 23 multiplied by 18. What symbol should I put between them?
- 11 Students: Addition.
- 12 Teacher: *The teacher writes the expression to calculate the total area, then asks the areas of the blue and red rectangles. Elicits answers from the students and*

writes down the answers as well as the sum. The teacher also asks the same question to find the area of the square.

- ...
- 13 Teacher: Is the sum of the blue and red here equal to the area of the square?
- 14 Students: Yes.
- 15 Teacher: And isn't it the area of the square? There it is. Let's examine operationally. Does the sum of pink and green is equal to the area of blue? Let's look at the shape.
- 16 Students: Yes.
- 17 Teacher: (*Likewise, the teacher says that the sum of yellow and orange is equal to the area of red.*) So how is this expressed operationally/mathematically?
- 18 Bader: What do you mean?
- 19 Teacher: I combined these two shapes..... Well, as I did here in the bank activity, I expressed this in a shorter operation (*the teacher shows the long form of the operation*). ... I have developed the operation mathematically from here. I ask how I did this. Here is an example. (*The teacher points out the bank activity*)
- 20 Eda Naz 18 plus 32 equals 50. Similarly, 35 plus 15 equals 50.
- 21 Teacher: (*The teacher asks the student to continue; however, because there is no direct response from the student, the teacher writes the answer.*) Well guys, I have a question for you. I wrote 23.50. Now I got 18 + 32, I got the 50 in the beginning, so it's 23. I wrote it this way. Eda told me this way. Did anything change?
- 22 Students: No.
- 23 Teacher: Nothing changed. I mean is there any difference between writing this at the beginning and writing this at the beginning? No. (*The teacher answers it on her own*).

In the coding, it was found that Hale Teacher used the following moves: “eliciting fact and procedures, validating a correct answer, guiding and providing information” as low-potential moves, while using the moves “encouraging reasoning and prompting error correction” as high-potential moves. The move “Eliciting facts and procedures” (1,3,5,7,10,12) was coded for the moves that the teacher was stating the area formula of the rectangle and determining the four operations related to this formula. Upon the students correctly expressing the operations on the areas of the rectangles with different colors, the move of approving by the teacher was coded as “validating a correct answer (10)”. The teacher moves to express the operations on the areas of the rectangles formed by joining the common sides of the rectangles of different colors and sizes were coded as the "Funneling (13,15,17)". The move of giving information that the change of the place of the multipliers does not change the result of the multiplication while expressing the area of the rectangular was coded as “providing information (23)”. In the statement in line 19, the teacher encouraged student reasoning to associate the two activities with each other. This is a high potential move according to the framework of the study. Throughout the dialogue, the teacher encouraged student reasoning by using her knowledge about the distributive property on the addition process of the multiplication existing in the expression in the common multiplier parenthesis in spite of getting the correct response from the student. The dialogue might have ended as given line 20 when the student proposed the correct answer, but it continued because the teacher chose to extend the student's reasoning using her response. In this context, although the teacher moves given in lines 19 and 21 is the same in two different contexts, the code to encourage reasoning is considered two times when determining the frequencies of the codes.

Within the scope of the third cycle, Hale Teacher presented a short video in the activity to find the general rule of a given pattern. In the video, one-storey, two-storey and three-storey houses were built step by step using toothpicks. Then, the students were asked to find out how many sticks they needed to build eleven-storey house. An activity sheet was distributed to students in order to record the data they obtained by using colored count bars to experience the pattern more systematically. Within the scope of this activity, after working within their own groups and reaching a result, the dialogue between the teacher and the whole class is as follows:

- 2 Students: 1
- 3 Teacher: (*fills in the table*) number of bars? 6. The second one?
- 4 Students: 9
- 5 Teacher: (*fills in the table*) 3rd one?
- 6 Students: 12
- 7 Teacher: (*fills in the table*) We wrote it in this way. How about the 11th step?
- 8 Students: 36
- 9 Teacher: Super. So, who wants to say the rule? So, I must apply the same rule in every line between

- the number of steps and the number of bars. I mean, if I reach 6 with the rule which I applied in this, I should reach 9 in the second step with the same rule. With the same rule, I must reach 12 in 3rd step. So, I must have a fixed rule. Arda?
- 10 Arda: I must multiply by 3 and add 3.
- 11 Teacher: Arda said that he multiplies the number of steps by 3, and then how many should I add? 3. Likewise... (*the teacher continues to fill in the table with the relevant operations*) Well, I will tell this with a general algebraic expression. It is a general rule. Which step should I follow? Remember, we have a mathematical language...
- 12 Students: N
- 13 Teacher: Well, it is "n". So, who wants to tell me the general rule for "n" step algebraically? Nehir?
- 14 Nehir: n times 3, and plus 3.
- 15 Teacher: That's right. She said right. n times three. So, what should I do with the multiples in algebraic expressions? It is good to write it in the beginning, isn't it? So, what would I call it? $3n + 3$. So, I multiplied n by three and added 3. We are done with this one. Now, (*The teacher projects the related questions onto the board.*) If I tell you how many floors or storey the building has, if I say it has 25 storey, can I find the number of bars? It's now impossible for me to do something like 25-storey house here. Or it is difficult for me to do this one by one with 50-storey small bars. But there is a practical thing that we have just reached. How can I do it? Can I find the number of bars using the number of storey?
- 16 Kivanç: 3 more than the next one.
- 17 Teacher: You say it is 3 more than the next one or 3 more than the previous one?
- 18 Kivanç: Oh, sorry. Yes, 3 more than the previous one.
- 19 Teacher: Well, if I ask the previous one. So, what will you do each time? when I say 50-storey, will you create the pattern one by one or you will find it with a more practical rule?
- 20 Eylül: I will multiply by 3 and add 3.
- 21 Teacher: Yes, she is right. Eylül said that she has reached the general rule and now you can find the number of bars no matter what I ask. So, can you find out the number of storey if you are given the total number of bars? For example, imagine that I gave 162 bars to you. Can you find out how many storey it is? Through which process can I find this? You have 162 bars; this is your material. I say, how many storey can you build with these? Do not try to do it one by one. Tell me something practical.
- 22 Ege: I would multiply by 3 and add 3.
- 23 Teacher: Well, I asked this. How many floors would you say if I gave you 162 bars?
- 24 Ege: Then I would subtract 3 and divide it by 3.
- 25 Teacher: Yes, Ege says that he would do it other way round. If you give us the number of bars, I will find out how many floors. I mean, what is the advantage of finding the general rule in the pattern? It helps me find the number of things that I cannot experience. It also helps me find the number of steps when it gives me the result. So, the rule works for two things.



In the coding, low potential moves are *eliciting answers, eliciting fact and procedures, checking for understanding, correcting student error* and *validating a correct answer*. And the high potential moves are *prompting error correction* and *providing conceptual explanation*. The move of eliciting answer (1,3,5,7,9) is coded for the teacher moves performed while requesting the general rule of the shape pattern and the number of bars used in the group work of the students. When the general rule was written and the teacher asked about what the unknown in mathematics is (11), the teacher move was coded under the category of *eliciting fact and procedures*. The teacher move (15) performed to check whether the students understand the general rule expressing the shape pattern or not is coded as *checking for understanding*. Based on the wrong answer given by the student while reaching the number of bars using the number of storey, the correction of the error by the teacher was coded as *correcting student error* (17). The teacher move (23) that the teacher performed to make the student realize the correct answer, rather than directly giving the correct answer, was coded as *prompting error correction*. The teacher moves (15, 21) upon students' algebraic expressions giving the rule of the pattern was coded as *validating a correct answer*. Instead of finding the number of bars used in each step based on the previous step, the successive moves (19, 21) that the students made to reach a general expression that gives the number of bars when asked whatever step is asked (19, 21) were coded under the category of *pressing for generalization*. The teacher move (25) explaining why it is necessary to find the general rule of the pattern was coded as *providing conceptual explanation*.

3.3.2. Sample Sections of Ceren Teacher

In the instruction process of the bracketing common multiple, students were given a large number of banknotes was distributed to the students according to the scenario and they were asked to count money. In the scenario, as the employees of a bank, the students were asked to develop a method to count the money as soon as possible. The four or five students worked together in groups and developed different methods for counting money to share these methods with the other students in the class. Ceren Teacher stucked the banknotes which represent different amounts of money to the relevant places while writing on the board to model the method that students developed by counting the same type of money. The section below shows a dialogue throughout this process:

- 1 Teacher: Wonderful. Well, does this practical method you've found work when people deposit their money in this bank?
- 2 *Some students say "yes".*
- 3 Teacher: Berkay, why does this method work? For example, imagine that I came to the bank. You work here like a bee. I paid 20 banknotes (each banknote 50 liras). What changes? I'm talking about the operation at the bottom. I came to this bank and paid 20 more banknotes (each banknote is 50 Turkish Liras).
- 4 Berk: Doesn't it increase?
- 5 Teacher: Which part?
- 6 Berk: 20 banknotes... 20 multiplied by what?
- 7 Teacher: 50 Turkish Liras.
- 8 Berk: OK, it increased.
- 9 Teacher: Which part changes in the operation? Which part here corresponds to 50 TL?
- 10 Berk: Here.
- 11 Teacher: So which part changes when I add 20 more 50 TL?
- 12 Berk: There.
- 13 Teacher: Come on and show me.
- 14 Berk: This part changes.
- 15 *The student points out the part that will change.*



- 16 Teacher: So, do you mean that I should put 20 above 50?
- 17 Berk: Yes (*nods his head*).

In the codings made for Ceren Teacher's moves included the following low potential moves: *correcting student error*, *pressing for precision*, *asking for clarification*, and high-potential moves were *encouraging reasoning* and *pressing for explanation*. The question "does this practical method you've found work when people deposit their money in this bank?" was coded as *encouraging reasoning*. After some students responded as "yes" to this question, Ceren Teacher's request from the students to express the reason why it works (3) corresponds to *pressing for explanation*. The teacher moves about asking students to express their answer clearly for the question the she asked continued in more than one line (3, 5, 9, 11, 13). The move *pressing for precision* was coded only once as it was made in the same context. The teacher move (7), which intends to correct the wrong answer given by the student, was coded as *correcting student error*. At the end of the dialogue, the student comes to the board and shows which part should be changed based on the teacher's request. The teacher identified the part to see whether the student understood it correctly (16) and this was coded as *asking for clarification*.

Ceren Teacher, in the third cycle, gave a pattern to the students as the third activity considering the objective "Students express the rule of arithmetic sequences by letter; find the expected term of the sequence whose rule is expressed in the letter". A worksheet prepared for this activity was distributed to the groups in order to encourage them to express the relationship between the number of shapes in the pattern and the number of sides. All groups filled the table on the worksheet and expressed the numerical relationship and then shared the rule they found. The following section was taken from the dialogue between Ceren Teacher and the whole class:

- 1 Teacher: Well, what is the advantage of generalizing in this way? Imagine that I tell you to draw something...you couldn't draw the heptagon, for example, it's not an easy thing...
- 2 Ediz: For example, a-hundred-sided polygon.
- 3 Teacher: Let's use what Ediz said. Let's say that it goes point by point. He says we have come to

- the 100th point. How many sides does that polygon consist of at this point?
- 4 Some Students: 102.
- 5 Teacher: Please have a discussion regarding this with your group members. How many sides does that polygon consist of? Why is that?
- 6 All students: (*Immediately tell the answer*) 102.
- 7 Teacher: Why 102? Let's ask somebody, Leyla?
- 8 Leyla: Because in any ways, since the number of sides increases 2 more each time, it becomes 102.
- 9 Teacher: So, you found a general numerical relationship between the operations. So, what is the advantage of this generalization for you? No matter which step is asked, the 100th step or 1000th step, without using any papers or pens, it allows you to add 2 and find out how many sides a polygon has.

All coding made for Ceren Teacher's moves are high potential moves: *eliciting understanding, pressing for generalization, pressing for explanation, and providing conceptual explanation*. The move *eliciting understanding* was coded for the teacher moves used for asking students about how to find a numerical relationship in the shape pattern and express it algebraically (1). The aim of the teacher was giving a shape, which was too difficult for the students to draw, and asking how many sides the shape included in that step to press the students to generalize; this moves are coded as pressing for generalization. Based on this question, the teacher did not directly accept the answer when the students gave the answer numerically and asked them reasoning about it was coded as *pressing for explanation*. At the end of the dialogue, the move of the teacher who made a conceptual explanation according to the activity (9) before moving on to the other activity, was coded as *providing conceptual explanation*.

4. Discussion and Conclusion

In this study, in which the development of teacher moves supporting students' higher order thinking skills was examined through a lesson study model, it was observed that the percentages of the teachers' high-potential moves increased throughout the cycles. It was observed that the structure of the discussions differed depending on whether the teacher moves had high or low potential. Instead of asking short-answer questions, when the students were asked the reasons for their opinions, expected to explain and asked to convince their friends who did not think like them, it was found that they took actions that required higher-order thinking skills and became more active in discussions.

It has been observed that teaching practices designed by focusing on student thinking increase the rate of high potential moves that trigger higher-order thinking skills of students. It is thought that the awareness that teachers have gained about the questions, activities and similar practices that trigger high-order thinking may also have an impact on the increase of high potential teacher moves throughout the year. Herbel- Eisenmann, Steele and Cirillo (2013) clearly expressed the effect of the experience gained in preparing lesson plans that support higher-order thinking in their study on teacher moves that occur during the use of materials designed to support effective classroom discourse in activities requiring metacognition. Furthermore, Herbel- Eisenmann et al. (2013) revealed that as teachers learn to think in detail about classroom discourses and develop lesson plans, they become more purposeful about how to implement classroom discourse practices for both productive and effective student learning. In this study, while the participant teachers were preparing the lesson plans and evaluating the plans after the implementation lessons, their focus was to trigger the higher-order thinking skills of the students. Hence, it is thought that with the awareness expressed by Herbel- Eisenmann et al. (2013), teachers acted more purposeful in their own moves and this situation supported their development. Although the participant teachers were unaware that their moves in the research and revision lessons were analyzed, it was revealed that lesson plans created by focusing on student thinking supported the development of teacher moves.

In this study, it was found that the category of "extending student reasoning", which was used the least by teachers throughout the lesson study cycles, was the most developed category in the process. However, when teacher-student dialogues in consecutive lesson cycles are examined, it is observed that there is no clear relationship between the percentages of the low-potential moves and high-potential moves; while in some cases a decrease in the percentage of teacher moves in any category may support the increase of another teacher move category, in some cases there is no clear transition between the main teacher move categories. When the data of the study were analyzed, it was seen that eliciting student reasoning and responding to student reasoning moves was mostly needed to facilitate or extend student reasoning. In the dialogues between the students and the teacher, there was no ideal ratio between low and high potential moves to reveal higher-order thinking skills. It was revealed that while in some dialogues low-potential moves predominated, in some dialogues all teacher moves were found to be high-potential moves. In other words, what determines the quality of the dialogue is not the potential of the teacher moves, but whether the chosen move guides the student to reach the information s/he needs without preventing the student from establishing new connections. Especially in the third cycle, the rapid

increase in the percentage of extending student reasoning moves of both Hale Teacher and Ceren Teacher revealed that the teacher moves cannot be evaluated independently from the subject. In the lesson plan implemented in the third lesson cycle, the students tried to find general rules expressing the number patterns given to them. Therefore, the fact that the teacher moves performed while providing the guidance needed to reach the general term had a higher rate of extending moves compared to the other lesson cycles supported this finding. In addition, when teacher moves are examined according to their potential, it was found that low-potential moves have a critical role in the emergence of high-potential moves that support and extend students reasoning. Therefore, the moves performed to elicit student reasoning are considered to be important regardless of their potential. Similar to the findings of the study, Cengiz et al. (2011) state that single-type teacher moves alone are not effective in extending student thinking, but the combined use of eliciting, facilitating and extending moves has an important role in creating opportunities to extend student thinking.

It is thought that the awareness that teachers have gained about the questions, activities and similar practices that trigger higher-order thinking may have had an impact on the lessons conducted throughout the year, apart from lesson study cycles. Leikin and Rota (2006) reached some findings that support this idea in their study in a case study design. In their study, which examined the development of a teacher in managing discussions with the whole class in an inquiry-based classroom environment, it has been observed that the change in lesson structure did not depend on the designed activities, but rather it depended on the teacher's confidence in releasing students in classroom activities as teacher realized the students' progress, and the teacher's increased expertise in managing inquiry-based lessons. In this respect, it is thought that lesson plans prepared with an approach that focuses on developing students' higher-order thinking skills increase the quality of teaching. It was argued that the teacher practitioners of the course may have reflected the awareness they have gained about higher-order thinking skills to the moves they used while conducting class discussions throughout the year.

5. Implications

Teachers' awareness that they have gained about the questions, activities, and similar practices that trigger higher-order thinking may have had their effect on the lessons implemented throughout the year, apart from the lesson study cycles. In this context, different lessons of the teachers during the year can be examined and the potential of the teacher moves in the lessons they plan independently of each other can be analyzed. Further studies can be conducted to introduce the "Teacher Moves Supporting Student Reasoning" framework to the teachers who will participate in the lesson study and the impact of designing the teaching practices with through this awareness can be investigated. In addition, the structure of the teacher moves that support student reasoning can also be examined in the lessons that teachers will individually plan and carry out following the lesson study.

It is suggested that students' activity in teacher-student dialogues should be examined more systematically throughout the lesson study, and that discussions that predominantly high-potential moves and low-potential moves occur should be examined comparatively. In addition, the effect of high-potential moves that support student reasoning on student learning and learning environment can be investigated.

Ethics Committee Approval Information: Ethics committee approval was obtained from Dokuz Eylül University, Educational Sciences Ethics Committee for the research, with the date of February 22, 2018 and protocol number 3/15-04.

Matematik Öğretmenlerinin Öğrenci Sorgulamasını Destekleyen Eylemlerinin Ders İmecesini Boyunca Gelişimi

1. Giriş

Öğrencilerin eleştirel bir bakış açısı ile olayları yorumlamaları ve günlük yaşamda karşılaştıkları problem durumlarının üstesinden gelebilmeleri için üst düzey becerilere sahip olması beklenmektedir. Öğretim programlarının uygulayıcısı olan matematik öğretmenlerinin ise matematiksel etkinlikleri hazırlarken öğrenci öğrenmelerini odağa alıp onların üst düzey düşünme becerilerini geliştirmeye çalışmaları gerekmektedir. Çünkü öğrencilere öğrenme ortamında sunulan etkinlikler matematiği öğrenmeleri ve sorgulama yapabilmeleri için önemli fırsatlar yaratabilmektedir. Dolayısıyla etkinlikler, öğrencilerin bilgiyi basit bir şekilde hatırlamaları yerine var olan bilgileri değerlendirip yeni bilgiler sentezleyecekleri ve sonrasında bu bilgileri genelleme yapmak için kullanacakları şekilde tasarlanırsa üst düzey düşünme ve sorgulama yapma için fırsat sunulmuş olur. Tasarlanan etkinliklerin sınıf içi uygulama sürecinde, öğrencinin sorgulamasını açığa çıkarmak ve desteklemek konusunda öğretmen önemli bir role sahiptir. Öğretmenlerin etkinlikleri hazırlarken öğrenci düşüncelerini dikkate almaları ve üst düzey düşünmeyi teşvik etmeleri etkili bir matematik öğretimi için de önem arz etmektedir.

Öğrenci düşüncelerini destekleyen öğretim uygulamaları geliştirmek, öğretmenler için zorlayıcı bir görev olabilmektedir. Öğretmenlerin bu tür uygulamaları geliştirebilmeleri için öğrenciyi odağa alan mesleki gelişim programlarına katılmaları faydalı olacaktır. Öğrenci sorgulamasını destekleyen öğretim uygulamalarını tasarlarlarken, hangi tür etkinliklerin kullanılması gerektiği, ne tür soruların üst düzey düşünmeyi tetiklediği, kullanılacak materyallerin planlanan öğretimin hedeflerine uygun olacak şekilde nasıl tasarlanabileceği konularında öğretmenlerin bilgi sahibi olmaları gerekmektedir. Bunun için öğretmenlerin uygun mesleki gelişim programları ile öğrencilerin üst düzey düşünme becerilerini ortaya çıkaracak, muhakeme yapma, doğrulama ve modelleme gibi süreçlerden geçmelerine olanak tanıyacak matematik etkinlikleri tasarlama önemli bir mesleki gelişim programları ile öğrencilerin üst düzey düşünme becerilerini ortaya çıkaracak, muhakeme yapma, doğrulama ve modelleme gibi süreçlerden geçmelerine olanak tanıyacak matematik etkinlikleri tasarlama önemlidir. Tüm bu bileşenler göz önüne alındığında öğretmenlerin farkındalıklarını arttıran, öğrenci düşüncelerini odağa alan, hazırlanan ders planının sınıf ortamlarında uygulanması ve sonrasında revize edilerek farklı gruplarda da uygulanmasına olanak sağlayan Ders İmecesini Modeli'nin bu sürece katkı sağlayacağı düşünülmektedir. Uluslararası alan yazında "lesson study" olarak ifade edilen ders imecesini modeli, öğretmenlerin dersi planlama süreçlerinde bir araya gelerek konu ile ilgili derinlemesine araştırma yapmalarını, öğrenci öğrenmesine en çok katkı sağlayacağını düşündükleri etkinlikleri seçmelerini ve uygulama sürecinden sonra yapılan yansımalarla uygulamaların tekrar gözden geçirilerek en iyi öğretim pratiklerini ortaya çıkarmalarını amaçlayan bir mesleki gelişim modelidir ve son yıllarda yaygın olarak kullanılmaya başlanmıştır (Baki, Erkan ve Demir, 2012; Bozkurt ve Yetkin-Özdemir, 2016; Bradshaw ve Hazell, 2017; Kanbolat, 2015; Pang, 2016). Ders imecesinin tüm süreçlerinde odakta öğrenci düşünceleri vardır. Ders imecesini yardımıyla ders planlarının hazırlandığı ve gerçekleştirilen dersler üzerinde tartışmaların yapıldığı çalışmada Dudley (2013) hedeflenen konuları öğrenciler açısından daha açık ve anlaşılır kılmak için geliştirilen stratejilerin (öğretmen soruları, kullanılan araçlar, başarı ölçütleri, öz değerlendirme vb.) öğretmenlerin pedagojik alan bilgilerini güçlendirdiğini ve uygulama bilgilerini arttırdığını ifade etmiştir. Öğretmenlerin öğrenci düşüncelerini odağa alarak gelişimlerinin hedeflendiği ders imecesini modelinin öğretimde geliştirilmek istenen beceri ve süreçlere odaklanması ile öğretmenin yanı sıra öğrencilere de çeşitli katkıları beraberinde getireceği düşünülmektedir.

Bu çalışmada üst düzey düşünmeyi tetikleyici öğretim uygulamalarının ders imecesini modeli ile geliştirilmesinin amaçlandığı hem öğrencilerin üst düzey düşünme becerilerindeki gelişimin hem de öğretmenlerin üst düzey düşünmeyi destekleyen eylemlerindeki gelişimin incelendiği geniş kapsamlı çalışmanın bir bölümüne odaklanılmıştır. Gelişen ve gelişmekte olan ülkelerin öğretim programlarının amaçları incelendiğinde hepsinin "öğrenciyi gerçek yaşama hazırlamak" ortak paydasında bulunduğu görülmektedir (National Council of Teachers of Mathematics [NCTM], 2000; Ontario, 2006; Finnish National Board of Education [FNBE], 2016; Ministry of Education Singapore, 2013; Ministry of Education, Science and Technology Korea, 2011). Ancak bilindiği üzere gerçek yaşam problemleri, sınıf ortamlarında kâğıt üzerinde öğrencilere sunulduğu gibi verileri hazır olarak sunulmuş bir şekilde karşımıza çıkmamaktadır. Doğanay'a (2007) göre ancak üst düzey düşünme becerileriyle donatılmış bir kişi, karşılaştığı bilgileri kolayca anlamlandırarak ve onu olası amaçlar doğrultusunda işleyerek yaşamda pratik sorunların çözümünde etkili bir şekilde kullanabilir.

Öğrenci düşüncelerini odağa alarak geliştirilen ders planlarında öğretmenler öğrencilerin kavramsal gelişimini desteklemek için sosyal bir içerik yaratmaya çalışırlar. Planlanan zengin içerik, üretken matematik söylemlerinin oluşması için fırsat yaratsa da hazırlanan etkinliklerin sınıf içinde uygulanması sürecinde farklı öğretmenler de etki etmektedir. Hazırlanan etkinlikler ne denli üst düzey düşünmeyi destekleyecek nitelikte tasarlanırsa tasarlanırsa uygulama esnasında öğretmen, öğrenci, dersin yapıldığı ortam, süre, kullanılan materyal ya da seçilen etkinlikler gibi sebeplerden kaynaklanan ve planlanan etkinliğin düzeyini değiştiren etmenlerle karşılaşabilmektedir. Henningsen ve Stein (1997) üst düzey düşünme becerilerini desteklemesi planlanan

etkinliklerin biliş düzeyini düşüren bazı etmenleri: odak noktasının problem çözme sürecinden ziyade doğru cevap olması, etkinliğin öğrenciye uygun hazırlanmamış olması, sınıf yönetimi problemleri, etkinliğe ayrılan sürenin çok fazla ya da az olması şeklinde sıralamıştır. Yaptıkları çalışma sonunda öğrenciler her ne kadar etkinliğe aktif olarak katılsalar da öğretmenlerin öğrencilerin üst düzey biliş düzeyindeki etkinliklere katılımını desteklemek için önemli bir role sahip olduğunu belirtmişlerdir. Benzer şekilde Leikin ve Rota (2006) bir öğretmenin sorgulama tabanlı sınıf ortamında yaptığı tartışmaları yönetme yeterliliğindeki gelişimi inceledikleri çalışmalarında sorgulama tabanlı derslerin tasarımını ve öğretmenin tartışmalardaki yapısını odağa almışlar ve çalışmanın sonucunda öğretmenin sınıfta yürütülen tartışmalardaki rolünün en az ders tasarımı kadar önemli olduğunu vurgulamışlardır.

Üst düzey düşünmeyi tetikleyen öğretim uygulamalarının tasarlanması her ne kadar bir gereklilik olsa da öğretimin üst düzey düşünmeyi destekleyecek şekilde gerçekleşmesinde yeterli olamamaktadır. Bu süreçte önemli bir role sahip olan öğretmenin öğrenci sorgulaması boyunca destekleyici fırsatlar sağlayıp sağlamadığının incelenmesi ve bunu hangi yollarla yaptığının belirlenmesi önem taşımaktadır. Böylece öğretmenlerin öğrenci sorgulamasını destekleyen eylemleri, üst düzey düşünmeyi tetikleyen öğretim uygulamalarının etkililiği hakkında da fikir verebilecektir. Öğretmenlerin bu eylemleri öğrenci-öğretmen arasındaki etkileşim boyunca incelenebilir. Etkileşim sürecini şekillendiren öğrenci-öğretmen diyaloglarının uzunluğu ya da kısalığından ziyade niteliği önemlidir. Niteliği şekillendiren ise kullanılan etkinlikler, sorular sorular ve öğrenci düşüncesini şekillendirici yaklaşımlardır. Leikin ve Rota (2006) öğretmenlerin matematiksel gerçekleri söylemekten, kısa özensiz cevap gerektiren sorular sormaktan ve öğrencilerin düşüncelerini tartışmayı engelleyecek özetleyici cevap vermekten kaçınmaları gerektiğini ifade etmiştir. Hunter (2012) ise öğrenci-öğretmen etkileşimlerinin oluşturduğu diyaloglardaki öğrenci konuşma sayılarındaki artıştan ziyade öğrencilerin fikirleri keşfedecekleri, varsayımda bulunacakları, bağlantı kuracakları ve düşüncelerini gerekçelendirip savunacakları diyaloglar geliştirilmesinin öneminden bahsetmiştir. Dolayısıyla öğretmen eylemlerinin bu beklentileri karşılayacak nitelikte olması gerekmektedir. Bir başka deyişle bir yandan üst düzey düşünmeyi tetikleyecek uygulamaları geliştirmeleri bir yandan da bunları sınıf ortamında etkili bir şekilde yürütmeleri gerekmektedir.

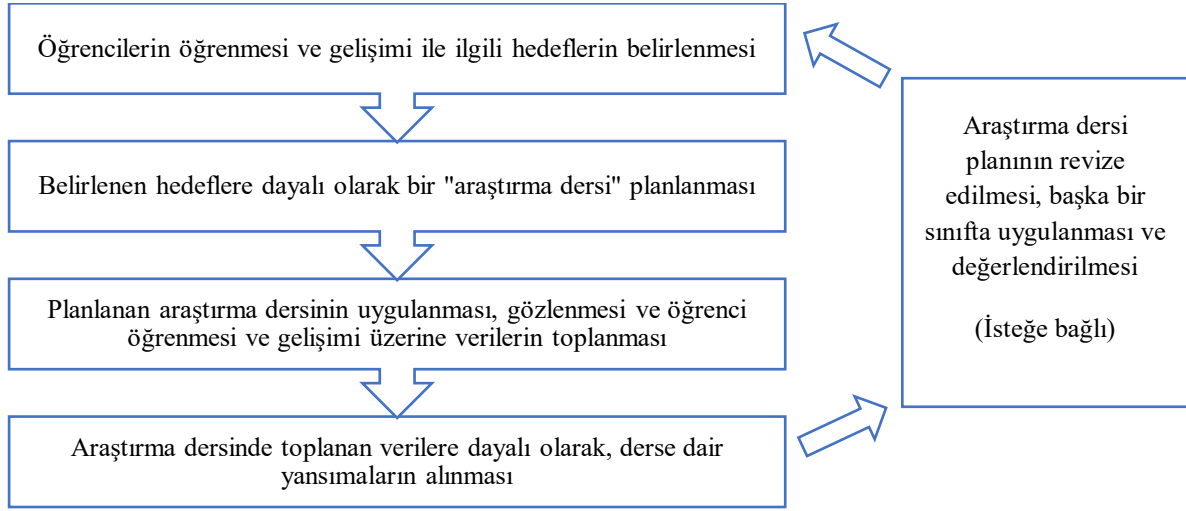
Bu çalışmanın amacı altıncı sınıflarda öğretimleri gerçekleştiren iki matematik öğretmenin öğrenci sorgulamasını destekleyen eylemlerinin gelişimini incelemektir. Ders imcesi döngüleri bir öğretim yılı içerisinde dört farklı konunun öğretimi için üst düzey düşünmeyi tetikleyecek uygulamaları içerecek şekilde planlanmış ve uygulanmıştır.

1.1. Ders İmecesi

Ders imecesi modeli belirli adımları içeren bir döngü içerisinde yürütülür. Döngü, bir grup öğretmenin bir araya gelerek öğretimle ilgili bir hedef oluşturmasıyla başlar ve ardından öğretmeyi hedefledikleri içerikle ilgili bir ders planı oluşturmaya çalışırlar. Oluşturulan ders planı, gruptaki öğretmenlerden biri tarafından bir sınıfta uygulanırken diğer öğretmenler de sınıfta bulunarak planlanan hedefe hangi ölçüde ulaşıldığını gözlemlerler.

Ders imecesinde, öğrenci çalışmalarının analizi ile öğrenci düşüncesinin kanıtları üzerine odaklanılır ve videolarla gerçek öğretime dair analizler paylaşır (Lewis, Perry ve Murata, 2006). Bu analizler öğretmenin hedeflediği öğretime hangi ölçüde ulaşabildiğine dair kanıtlar sunmaktadır ki gerçek öğretime dair edinilen deneyimlerin öğretmenler tarafından kanıt sunularak paylaşılabilir olması, ders imecesi modelinin diğer mesleki gelişim programlarından farkını ortaya koymaktadır. Murata'ya (2011) göre ders imecesinin pek çok özelliğini içeren farklı mesleki gelişim programları olsa da ders imecesini diğerlerinden ayıran en önemli özelliklerden biri canlı araştırma dersleridir. Bununla birlikte ders imecesi sürecinde öğrenci öğrenmesine vurgu yapılması, öğretmenlere sürekli olarak öğrencilerin düşüncelerini anlamının ne kadar önemli olduğunu hatırlatarak sınıflarında yeni bakış açıları geliştirmelerine yardımcı olur.

Çalışma kapsamında da üst düzey düşünmeyi tetikleyen öğretim uygulamaları tasarlanacağından gerçek sınıf ortamında öğretimlerin tasarımlarını canlı bir şekilde görmeleri için ders imecesi modelinin uygun olduğu düşünülmüştür. Öğrencilerin üst düzey düşünme becerilerini destekleyecek ders planları tasarlarken zümre matematik öğretmenlerinin sürece dahil edilmesinin öğrenci düşüncelerine dair farklı bakış açıları sunabileceği düşünülmüştür. Böylece öğrenci düşüncelerinin bütüncül bir şekilde ele alınacağı, önceki ve sonraki sınıf düzeylerindeki öğrenmelerin daha iyi analiz edileceği varsayılmıştır. Çalışma boyunca öğretmenlerle işbirlikli tasarlanan ders planlarının uygulamaya geçirilerek araştırma dersi adı altında sürece dahil olan tüm öğretmenler tarafından gözlemlenebilmesi, hangi tür öğretmen eylemlerinin üst düzey düşünme becerisine destek olduğunun ayrıntılı analizinin yapılabilmesi için önem arz etmektedir. Bu sebeple çalışmada bahsedilen tüm bileşenleri içeren ders imecesi modelinin kullanılmasının amaca katkı sağlayacağı düşünülmüştür.



Şekil 1. Ders İmecesini Döngüsü (Murata, 2011)

1.2. Üst Düzey Düşünme Becerisi

Newmann (1988) üst düzey düşünmeyi, rutin işlem basamakları kullanılarak cevaplanamayacak bir problemin çözümünde kullanılan, yorumlama yapmayı ve analiz etmeyi içeren düşünme süreci olarak tanımlamıştır. Miri, David ve Uri (2007) ise üst düzey düşünmeyi birden fazla çözüm üretebilme ile ilişkilendirilmiş algoritmik olmayan çok yönlü bir düşünme biçimi olarak kavramsallaştırmıştır. Resnick (1987) üst düzey düşünmenin kesin bir tanımının yapılmasının zor olmasına rağmen üst düzey düşünme gerçekleştiği zaman bazı özelliklerinin ortaya çıktığını belirtmiştir. Resnick'e (1987, s.3) göre üst düzey düşünmeyi niteleyen temel özellikler şu şekildedir:

- Üst düzey düşünme algoritmik/kurallı değildir. Gidiş yolu tam olarak önceden belirtilmemiştir.
- Üst düzey düşünme karmaşıktır. Zihinsel olarak bütüne giden yollar, tek bir bakış açısından görünemeyebilir.
- Üst düzey düşünme tek bir çözüm yolu yerine birden fazla çözüm yolu sağlar.
- Üst düzey düşünme ayrıntılı sorgulama ve yorumlama gerektirir.
- Üst düzey düşünme bazen birbiriyle çelişen birden fazla kriterin uygulanmasını gerektirir.
- Üst düzey düşünme genellikle belirsizlik içerir. Etkinlikle bağlantısı olan her şey bilinemeyebilir.
- Düşünme süreçlerinin öz-düzenlenmesini gerektirir.
- Üst düzey düşünme düzensizlikler içinden anlam çıkarmayı ya da örüntü bulmayı gerektirir.
- Ayrıntılandırma ve karar verme sürecinde önemli derecede zihinsel eylem ve çaba gerektirir.

Lewis ve Smith (1993) üst düzey düşünmeyi, problem çözüme, eleştirel düşünme, yaratıcı düşünme ve karar verme kavramlarını kapsayan bir terim olarak ele almışlardır. Bununla beraber üst düzey düşünmenin bireyin kafasını karıştıran durumlara olası çözüm yolları bulmak ya da bir amacı gerçekleştirmek için mevcut bilgilerle yeni edindiği bilgiler arasında ilişki kurduğu veya bilgilerini yeniden düzenleyerek genişlettiği süreç boyunca gerçekleştiğini belirtmişlerdir.

Matematik etkinlikleri yaparken bazı düşünme becerilerine ihtiyaç duyulmaktadır. Biliş düzeyi (cognitive demand) olarak adlandırılan bu kavrama dair kavramsal çerçeve Stein, Smith, Henningsen ve Silver (2000) tarafından beş yıl süren "Nicel Anlama: Öğrenci Başarısını ve Anlamasını Artırma (Quantitative Understanding: Amplifying Student Achievement and Reasoning [QUASAR])" projesine ait verilerin paylaşıldığı çalışmada tanıtılmıştır. Stein ve arkadaşları (2000) matematik etkinliklerini, gerektirdiği düşünme düzeylerine göre alt düzey düşünmeyi gerektiren etkinlikler ve üst düzey düşünmeyi gerektiren etkinlikler olarak iki düzey olarak tanımlamışlardır. Ezberleme ve ilişkilendirilmemiş işlemler, alt düzey düşünme gerektiren etkinlikler olarak sınıflandırılmışken ilişkilendirilmiş işlem ve matematik yapma etkinliklerini ise üst düzey düşünme gerektiren etkinlikler altında sınıflandırmışlardır. Üst düzey düşünmeyi gerektiren etkinliklerde öğrencilerin, matematiksel kavramları daha derin düzeyde anlamaları amacıyla işlemleri kullanma, etkinliği başarılı bir şekilde tamamlamak ve anlayış geliştirmek amacıyla işlemlerin altında yatan kavramsal fikirlerle ilgilenme, birden çok temsil arasındaki ilişkileri kurma, kendi bilişsel süreçlerini izleme ya da öz düzenleme yapma eylemlerinin gerektiğine dikkat çekmişlerdir. Aynı zamanda öğrencilere verilecek etkinliklerin öğrenme amaçlarına uygun olması kadar öğrencilerin etkinliği yaparken meşgul olduğu düşünme düzeyinin de farklı bağlantılar yapabilmeleri açısından yeni fırsatlar ortaya çıkarabileceğini vurgulamışlardır. QUASAR projesi kapsamında Stein ve Smith (1998) matematik etkinliklerinin öğretmenler tarafından nasıl kullanıldığını ve sınıf içi öğretimleri üzerine yansımalarını da incelemişlerdir. Tasarlanmış matematik öğretim programlarının uygulanmasını ve geliştirilmesini amaçlayan

projeden toplanan veriler, sorgulama ve problem çözme konularında en yüksek performansı gösteren öğrencilerin matematik etkinliklerinin üst düzey düşünme becerilerini ortaya çıkaracak şekilde kurgulandığı ve aynı çerçevede uygulandığı sınıflardan çıktığını ortaya koymuştur. Henningsen ve Stein (1997) ise QUASAR projesi süresince kullanılan matematiksel etkinlikleri biliş düzeylerine göre analiz etmişler ve proje süresince kullanılan 144 etkinliğin sadece 58 tanesinin üst düzey düşünme becerilerine yönelik hazırlanmış olduğunu ortaya koymuşlardır. Ancak sınıf içindeki uygulama sürecinde üst düzey düşünme becerilerine (higher order mathematical thinking) yönelik hazırlanmış olan etkinliklerin bazı sebeplerden dolayı öğrencileri istenilen biliş düzeyine çıkaramadığı belirlenmiştir. Bu duruma sebep olabilecek faktörler belirlenmiş ve düşünme düzeyindeki düşüşün matematik yapma düzeyinden ilişkilendirilmemiş işlem yapma düzeyine düşme, matematik yapma düzeyinden sistematik olmayan keşfetme düzeyine düşme ve matematik yapma düzeyinden sıfır matematiksel etkinlik düzeyine düşme olmak üzere üç farklı şekilde gerçekleştiği açıklanmıştır. Düşünme düzeyindeki düşüşe sebep olan genel başlıklar ise “etkinliğe ayrılan zamanın çok fazla ya da az olması, problem durumlarının ortadan kalkması ve odak noktasının problem çözme sürecinden doğru/tam cevaba kayması, etkinliğin öğrenciye uygun hazırlanmamış olması, etkinlikten sorumlu olmama ve sınıf yönetimi problemleri” olarak ortaya konmuştur.

Abdullah ve arkadaşları (2017) ortaokul öğretmenlerinin üst düzey düşünme becerileri üzerine olan bilgi ve uygulamalarını tanımlamak amacıyla 196 öğretmen ile gerçekleştirdikleri çalışmada, öğretmenlerin üst düzey düşünmeye ilişkin bilgi düzeyleri ile üst düzey düşünme becerisi gerektiren uygulama yapmaları arasında anlamlı bir ilişki bulmuşlardır. Üst düzey düşünme becerilerinin ne olduğuna dair bilgi sahibi olan öğretmenlerin üst düzey düşünme becerisi gerektiren uygulamalarda daha etkili olduğu sonucuna ulaşılmıştır. Araştırma sonuçları, matematik öğretmenlerinin üst düzey düşünme becerileri hakkında değerlendirme açısından derinlemesine bilgiye sahip olmadıklarını ve bu durumun üst düzey düşünme becerilerinin okullardaki matematik derslerinde uygulanma sürecine etki edebileceğini ortaya koymuştur. Sonuçlar, pek çok öğretmenin Bloom Taksonomisinin biliş düzeylerini prensipte biliyor olduklarını ancak hala alt ve üst düzeye yönelik her bir düzeyin farkını ve işlevini anlamıyor olduklarını göstermiştir.

Yang (2009), Çin’de 1952 yılından itibaren var olan okul tabanlı öğretimi araştırma sistemi tarafından oluşturulan öğretim araştırma gruplarının (Teaching Research Group-TRG) okullardaki dersleri hangi yolla geliştirdiğini bir öğretmenin üç dersi üzerinden incelemiştir. Durum çalışması olarak yürütülen çalışmada, 8. Sınıflara öğretim yapan bir öğretmenin üç dersinin ve ders ile ilgili TRG grubu ile birlikte yürütülen çalışmaların video kayıtları, araştırma verilerini oluşturmuştur. Uygulanan derslerden sonra TRG ile yapılan tartışmalar sonucunda ders planlarında değişiklikler yapılmıştır. Pisagor Teoremi ile ilgili oluşturulan etkinliğin öğretmen tarafından tasarlanması ve derste öğrenciler tarafından uygulanması sırasında öğrencilerin ulaştığı bilişsel düzeyler arasındaki farklar Stein ve Smith’in (1998) matematik etkinlikleri çerçevesine göre analiz edilmiştir. Tasarlanan etkinliğin bilişsel düzeyini koruyan ve düşüren etmenler ayrı kodlar altında kategorize edilmiştir. İlk dersin planında teoremin işlemsel anlamda uygulanmasına odaklanan öğretmen, ikinci dersin planında önermenin gerekçelendirilmesine ve üçüncü derste ise önermelerin üretilmesi sürecine, gerekçelendirme yollarına ve bu yolların görsel olarak anlaşılmasına odaklanmıştır. Sonuç olarak ilk derste öğretmen tarafından tasarlanan etkinliğin düşünme düzeyi üst düzey değilken, ikinci ders planında üst düzey olarak tasarlanan etkinlik öğretmenden kaynaklanan bazı sebeplerden dolayı alt düzeye düşmüş ancak üçüncü derste öğretim davranışındaki olumlu değişim sayesinde üst düzey yapısını koruyabilmiştir. Araştırmada TRG ile birlikte öğrenci düşünmesini odağa alarak yapılan çalışmaların öğretim davranışlarını olumlu yönde değiştirdiği sonucuna ulaşılmıştır.

Cengiz, Klein ve Grant (2011) altı ilkokul öğretmenin gerçekleştirdikleri matematik öğretimlerinde öğrenci düşüncesini genişletmek için sağladıkları destekleri gözlemlemiştir. Öğretmenlerin bu öğretimler sırasında yaptığı eylemler “Öğrenci Düşüncesini Genişletme” [Extending Student Thinking-EST] çerçevesine göre ortaya çıkarma (eliciting), destekleme (supporting) ve genişletme (extending) ana eylem kategorileri altında incelenmiştir. Yapılan çalışmada tek tür eylemlerin tek başına öğrenci düşüncesini genişletmek için etkili olmadığı bunun yerine eylem türlerinin birlikte kullanımının öğrenci düşüncesini genişletirken fırsat yaratmada önemli bir role sahip olduğu belirlenmiştir. Bununla birlikte bazı eylemlerin bir bağlamda etkili olduğu ancak aynı eylemin başka bir bağlam içinde etkili olmadığı görülmüştür. Dolayısıyla hangi eylemin yapılması gerektiği ve bu eylemlerin hangi sırada yapılması gerektiğine ilişkin bir reçete oluşturmanın olası olmadığı ve öğrenci düşüncesini genişletmenin karmaşık yapısı nedeniyle daha kapsamlı kuramsal çerçevelerle incelemeler yapmanın gerektiği sonucuna ulaşılmıştır.

Üst düzey düşünme becerisine ilişkin yapılan çalışmalar, bu çalışma için bir rehber görevi görmüştür. Reisman’ın üst düzey düşünmenin oluştuğu süreçte ortaya çıkan özelliklere ilişkin tanımlamaları öğretmenlerin üst düzey düşünmeye ilişkin bilgilerinin genişletilmesi anlamında etkili olmuştur. Özgün durumlar oluşturma, öğrencinin bir problem durumuna ilişkin kendi çözümlerini üretmelerini sağlama, sorgulama, yorumlama, genelleme yapma, ayrıntılı düşünüp alternatifleri değerlendirme ve en iyi/en uygun çözümlere karar verme öğretmenleri üst düzey düşünmeyi tetiklemeleri için dikkate alınan hususlar olmuştur. Stein ve Smith’in (1998)

çerçevesi üst düzey düşünme gerektiren etkinlikler boyunca öğrencilerin yapacaklarına ilişkin farkındalık sağlamak açısından faydalı olmuştur. Abdullah ve arkadaşlarının (2017) üst düzey düşünmeye ilişkin bilginin üst düzey düşünme uygulamalarına etkisi, çalışmada öğretmenlerin üst düzey düşünmeye yönelik ön çalışmaları için bir motivasyon aracı olarak kullanılmıştır. Cengiz ve arkadaşlarının (2011) öğrenci düşüncesini genişletmenin farklı yollarla olabileceği, bunu yapmanın bir reçetesinin olmadığı ve öğretmen eylemlerinin bu süreçteki önemi, bu çalışmada üst düzey düşünmeyi tetikleyen uygulamalarda öğretmen eylemlerinin önemine odaklanmanın gerekliliğini ortaya çıkarmıştır.

1.3. Kuramsal Çerçeve

Ders imecesi modeli ile üst düzey düşünmeyi tetikleyen öğretim uygulamalarının tasarlandığı geniş kapsamlı çalışmamızda her bir döngü için zümre katılımcı matematik öğretmenleri ve dış uzman bir araya gelerek oluşturdukları ders planlarının uygulanması sürecinde kullanılan etkinlikler aynı olsa da sınıf içi öğretmen-öğrenci diyaloglarının farklı şekilde geliştiği görülmüştür. Bu farklılığın altında yatan temel nedenin öğretmenin kullandığı eylemler olduğu fark edilmiştir. Öğretmenin sadece ders planında yer alan üst düzey düşünmeye teşvik eden sorularının değil aynı zamanda yaptığı onaylama, farklı düşünceleri sorma, gerekçelendirme ve genelleme isteme ve farklı çözüm yollarını teşvik etme gibi birden fazla eyleminin de öğrencilerin farklı açılardan muhakeme yapmasını desteklediği görülmüştür. Bu bağlamda bu çalışmada üst düzey düşünme becerisini geliştirmek amacıyla ders imecesi modeli ile oluşturulan 6. sınıfların ders planlarını uygulayan iki matematik öğretmenin eylemleri Ellis, Özgür ve Reiten'in (2019) sadece matematiğe özgü oluşturdukları Öğrenci Muhakemesini Destekleyen Öğretmen Eylemleri [Teacher Moves For Supporting Student Reasoning-TMSSR] çerçevesi (bkz. Şekil 2) ile incelenmiştir.

Öğrenci Muhakemesini Açığa Çıkarma		Öğrenci Katkısına Karşılık Verme	
Düşük ← → Yüksek		Düşük ← → Yüksek	
Cevap isteme	Öğrencilerin Fikirlerini Açığa Çıkarma	Öğrenci Hatasını Düzeltme	Öğrenci Hatasını Fark Ettirme
Bilinen İfade ve İşlemleri İsteme	Öğrenci Anlamasını Açığa Çıkarma	Öğrenci Düşüncesini / Yanıtını Yeniden İfade Etme	Öğrencinin Düşüncesini / Yanıtını Yeniden Temsil Etme
Açıklığa Kavuşturma	Açıklama İsteme	Diğer Öğrencilerin Düşüncesini / Yanıtını Yeniden İfade Etmeyi Teşvik Etme	
Öğrenci Düşüncesini Anlamaya Çalışma		Doğru Yanıtı Onaylama	
Öğrenci Anlamasını Yoklama			
Öğrenci Muhakemesini Destekleme		Öğrenci Muhakemesini Genişletme/Geliştirme	
Düşük ← → Yüksek		Düşük ← → Yüksek	
Yol Gösterme	Dikkat Çekme	Rehberlik Etme	Değerlendirme İsteme
	Yönlendirme	Farklı Çözüm Yollarını Teşvik Etme	Derinlemesine Düşünme İsteme
	Topaze Etkisi	Öğrenci Düşüncesi Üstüne İnşa Etme	Akıl Yürütmeyi Teşvik Etme
Bilgi/Açıklama/Yöntem Verme	Bilgi Verme	Alternatif Çözüm Yolu Verme	Gerekçelendirme İçin Topaze Etkisi
	İşlemsel Bilgi Verme/ Açıklama Yapma	Kavramsal Bilgi Verme/Açıklama Yapma	Gerekçelendirme İsteme
	Özetleyici Bilgi Verme / Açıklama Yapma		Genelleme İsteme

Şekil 2. Öğrenci Muhakemesini Destekleyen Öğretmen Eylemleri Çerçevesi (Ellis, Özgür ve Reiten, 2019, s.117)

Bu kuramsal çerçeve öğretmenlerin özellikle matematiksel sorgulama yapmayı nasıl teşvik edebileceklerini göstermek için geliştirilmiştir. TMSSR çerçevesinde pedagojik hareketler 4 ana kategori altında organize edilmiştir. Şekil 2’de görüldüğü gibi bu kategoriler öğrenci muhakemesini açığa çıkarma, öğrenci katkısına karşılık verme, öğrenci muhakemesini destekleme ve öğrenci muhakemesini genişletmedir. Dört ana kategorinin yanı sıra çerçevede yer alan tüm pedagojik eylemler, öğrenci sorgulamasını destekleme potansiyeline göre kategorize etmiştir. Örneğin öğrenci muhakemesini desteklerken yapılan yönlendirme eylemi öğrenci sorgulamasını desteklemek adına düşük potansiyelli bir eylem olarak tanımlanmışken öğrencileri farklı çözüm yollarına teşvik etme eylemi yüksek potansiyelli eylem olarak tanımlanmıştır. TMSSR çerçevesinde öğrenci muhakemesini açığa çıkarma eylemleri en genel anlamda öğretmenlerin öğrenci düşüncesini açığa çıkarmak ve anlamak için kullandığı eylemlerdir. Öğrenci katkısına karşılık verme eylemleri ise genellikle öğrenci muhakemesini açığa çıkarma eylemlerinden sonra ortaya çıkar ve öğrenci yanıtını doğrulama, yanlış ya da tam olmayan sorgulamaları ya da çözüm stratejilerini düzeltme ya da öğrencileri bu eylemleri yapmaları için cesaretlendirme şeklinde gerçekleşebilir. Öğrenci muhakemesini destekleme eylemleri genellikle öğrencileri ilgili kavrama/düşünceye ulaştırma sürecinde öğretmenin yaptığı açıklama ve yönlendirmelerle öğrencilerin sorgulamalarını geliştirmeye yardımcı olmayı hedefleyen eylemlerdir. Bu eylemler, varsayımlarda bulunma, örüntüler tanımlama, karşılaştırma ya da fikirleri sınıflandırma konusunda öğrencileri cesaretlendirerek matematiksel sorgulama yapmalarına yardımcı olur. Öğrenci muhakemesini genişletme kategorisi ise özellikle kendi düşüncelerini ya da stratejilerini genellemeleri ve matematiksel olarak uygun gerekçelendirme yapmaları açısından öğrencilerin kendi sorgulamalarını genişletme imkânı sağlar. Bu eylem kategorisi öğrenci muhakemesini eksiksiz olarak desteklemede en üst basamakta yer alır. Çünkü tüm eylemler daha karmaşık bir matematiksel muhakemeye teşvik niyeti taşır.

Bu çalışmada öğrencilerin üst düzey düşünme becerilerini destekleyen öğretmen eylemlerinin analizinde TMSSR çerçevesinin tercih edilmesinin temel nedenlerinden biri; öğretmen sorgulaması ve söyleminin ötesinde yeniden gösterme, öğrenci düşüncesini anlamaya çalışma, rehberlik etme gibi öğrencinin akıl yürütmesine teşvik edebilecek diğer uygulamaları içermesidir. Bir diğeri ise çerçevedeki pedagojik eylemlerin öğrenci sorgulamasını destekleme potansiyeline göre kategorize edilmiş olmasıdır. Düşük ve yüksek potansiyelli eylemlere göre yapılan kodlamaların, hazırlanan ders planları çerçevesinde yapılan uygulamalarda hangi potansiyeldeki eylemlerin öğrencilerin üst düzey düşünme becerilerini daha çok desteklediğini ve öğrenci-öğretmen diyaloglarının yapısını ne ölçüde değiştirdiğini ortaya koymak için önemli bir fırsat yarattığı düşünülmektedir.

2. Yöntem

Bu çalışmada, ders imecesi boyunca hazırlanan ders planlarının sınıf içi uygulamaları sürecinde yapılan öğretmen eylemleri ele alınmıştır. Altıncı sınıflarda öğretimleri gerçekleştiren iki matematik öğretmeninin öğrencilerin üst düzey düşünme becerilerini destekleyen sınıf içi eylemlerinin gelişimlerinin incelendiği bu çalışma özel durum çalışmasıdır. Yin (2017) durum çalışmasına ait iki temel tanıma değinmektedir: Durum çalışması, bir kurama değil sadece gözleme dayalıdır yani görgüldür ve ele alınan olayı ya da durumu derinlemesine incelemekle ilgilidir. Durum çalışması, kendine özgü durumları anlamak amacıyla ilgili değişkenlere dayalı olarak farklı veri toplama kaynaklarından çeşitleme yapar ve bu verileri önceden oluşturulmuş kuramsal önermelerle destekleyerek analizlerine rehberlik eder. Bu bağlamda söz konusu çalışma gerçek sınıf ortamında derinlemesine inceleme yapmaya ve gözlemlere dayalı olduğu için durum çalışması deseninden yararlanılmıştır.

Üst düzey düşünmeyi tetikleyen öğretim uygulamalarının gerçekleştirildiği gerçek sınıf ortamlarında öğrenci muhakemesini destekleyen öğretmen eylemlerinin incelendiği söz konusu çalışmada, öğretmen-öğrenci diyalogları derinlemesine incelenmiş ve öğrenci muhakemesini etkileyen öğretmen eylemleri, önceden oluşturulmuş bir çerçeveye göre analiz edilerek mevcut durum ayrıntılı bir şekilde yansıtılmaya çalışılmıştır. Mevcut durum ortaya konulurken öğretmenlerin hangi eylem kategorilerini sıklıkla kullandığına, hangi tür eylemlerin öğretmen-öğrenci arasında geçen diyalogları nasıl şekillendirdiğine dair analizler tartışılmış ancak analiz sonucu ortaya çıkan tablolarda genelleme kaygısı taşınmamıştır.

2.1. Katılımcılar

Geniş kapsamlı çalışmanın katılımcıları ders imecesine katılan dört matematik öğretmeni ve bir dış uzman iken söz konusu çalışmada öğretimi gerçekleştiren iki matematik öğretmeninin üst düzey düşünmeyi destekleyen eylemlerinin ders imecesi boyunca gelişimi incelendiğinden bu çalışmanın katılımcıları altıncı sınıflarda öğretimi gerçekleştiren iki matematik öğretmenidir. Katılımcı öğretmenlere ait bulgular sunulurken gerçek isimleri gizli tutulmuş olup kendilerine verilen takma isimler kullanılmıştır. Öğretmenlerin cinsiyetleri, öğrenim durumları ve mesleki deneyim yılları Tablo 1’de sunulmuştur.

Tablo 1. Katılımcı öğretmenler

Öğretmen	Cinsiyet	Öğrenim Durumu	Mesleki Deneyim Yılı
Hale	Bayan	L	10
Ceren	Bayan	YL	5

L: Lisans, YL: Yüksek Lisans

Bahsi geçen zümre matematik öğretmenleri, ders imecesi modelinin başlamasından altı ay önce üst düzey düşünme becerilerine yönelik sorular oluşturma ile ilgili ortaokul matematik öğretmenleri için gerçekleştirilen bir proje kapsamında eğitim almışlardır. Söz konusu eğitimler araştırmacıların gerçekleştirdiği bir proje kapsamında olmamakla birlikte iki gün boyunca sürmüş ve üst düzey düşünme becerileri, matematiksel etkinliklerin düşünme düzeyleri ile ilgili sunumların ardından öğretmenler üst düzey düşünme becerilerine yönelik soru yazma çalıştaylarına katılım sağlamışlardır.

2.2. Araştırma Tasarımı

Öğrencilerin üst düzey düşünme becerilerini tetikleyen öğretim uygulamalarının tasarlandığı kapsamlı çalışmanın başlangıcında katılımcı öğretmenlere aşağıdaki içeriklerde 2 gün boyunca 10 saat süren bir eğitim verilmiştir.

- Ders imecesi modelini tanıtmaya ve geliştirilecek ders planları için formatı tartışma
- Katılımcı öğretmenlerin makale okumaları ve bunlar üzerinde tartışma (Okunan makaleler örn. “Deneysel Etkinliğe Karşı Mantıksal Matematiksel Etkinlik: Pedagojik Bir Ayrımın İncelenmesi (Simon, 2003)”, “Etkili Ortaöğretim Matematik Derslerini Planlamak İçin Öncesi-Sırası-Sonrası Modelinin Kullanılması (Wilburne ve Peterson, 2007)”, “Matematiksel Öğrenme Etkinliklerinin Analizi (Stein ve Smith, 1998)”, “Modelleme&Mantıksal Matematiksel Öğrenme Etkinliği: Dünya’nın Dibi (Özaltun-Çelik ve Bukova-Güzel, 2018)”, “Bir Matematik Öğretmeninin Ders İmecesini Boyunca Öğrencilerin Düşüncelerini Ortaya Çıkaracak Soru Sorma Yaklaşımları” (Özaltun-Çelik ve Bukova-Güzel, 2016)
- Öğrenci düşüncelerinin planlama sürecinde nasıl ele alınacağını örnek bir ders planı üzerinden incelemek için “Matematik Öğretmenlerinin Ders İmecesini Kapsamında Köklü İfadelerin Öğretimine İlişkin Oluşturdukları Ders Planı” (Özaltun-Çelik ve Bukova-Güzel, 2017) makalesi üzerinden tartışma.

İki gün süren eğitimin ardından katılımcı öğretmenler, öğretim esnasında en çok sıkıntı yaşadığını düşündükleri konuları belirleyip bu konulardan/kazanımlardan iki tanesini ilk dönem konularından, diğer iki tanesini ise ikinci dönem konularından seçerek dört döngüye ait konulara karar vermişlerdir. Konular seçilirken bir sonraki döngüye ait ders planının hazırlanması için yeterli süre kalmasına dikkat edilmiş ve iki döngü arasında en az 8 hafta olacak şekilde planlama yapılmıştır. Araştırma derslerinin planlandığı toplantılar öncesinde araştırmacılar tarafından ilgili konulara dair kapsamlı bir araştırma yapılmış ve varsa kavram yanılgıları, konunun öğretimine ilişkin öneriler, kullanılabilecek materyaller, ilgili kavramın oluşturulması için sahip olunması gereken ön öğrenmeler ve gerçek yaşam uygulamaları ortaya çıkarılmaya çalışılmıştır. Alan yazın taraması sonrasında araştırmacı tarafından belirlenen makaleler zümre öğretmenlerinin okuması için paylaşılmıştır. Böylece ders planı oluşturmaya başlamadan önce katılımcı öğretmenlerin öğretilen konu/kavram ile ilişkili olan anahtar alt kavramlar ve öğrencide olması gereken ön öğrenmelerle ilgili bilgi sahibi olmaları sağlanmıştır. Her planlama toplantısına öncelikle, paylaşılan çalışmaların tartışılması ile başlanmış ve hazırlanacak ders planında öğrencilerin üst düzey düşünme becerisini desteklemek adına nerelere dikkat edilmesi konusunda paylaşımlar yapılmıştır. Ders planlarının oluşturulmaya çalışıldığı toplantıların başında, öğretmenlerle toplantı öncesi paylaşılmış olan ilgili makalelerin kısa bir özetini yaparak katılımcı öğretmenlerin fikirleri alınmıştır. Bu sayede tüm katılımcı öğretmenlerin ders planı oluştururken nerelere dikkat edilmesi gerektiği konusunda hem fikir olmaları sağlanmıştır. Her bir ders planlanırken ilk etkinliğin öğrencinin ilgisini çekebilecek, “Neden bu konuyu öğrenmeye ihtiyacımız var?” ya da “Bu konu ne işimize yarayacak?” sorularına cevap olabilecek nitelikte olmasına dikkat edilmiştir. Etkinlikler hazırlanırken öğrencilerin içinde bulunduğu yaş grubu özellikleri (odaklanma sürelerinin kısa olması, deneyimleyerek öğrenebilecekleri renkli materyallerden hoşlanmaları, verilen görevi diğer gruplardan önce bitirmiş olmayı önemsemeleri vb.) dikkate alınmıştır. Etkinlikler arası geçişler, öğrencileri dersten koparmayacak şekilde bağlantılı tasarlanmıştır. Her bir döngü için hazırlanan ders planları muhakkak günlük yaşamla ilişkilendirilerek tasarlanmıştır. Hazırlanan dört ders planı içinde yer alan etkinliklere özgü materyaller oluşturulmasının daha önce kullanmadıkları için öğrencilerin ilgisini çekeceği düşünülmüştür. Etkinlikler tasarlanırken öğrencilerin bilmesi gereken ön bilgi eksikliği yüzünden yapamayacağı düşünülen bağlantılardan uzak durulmuştur (Prizmaların hacim bağlantısını bilmediği için verilen etkinlikte ilerleyememesi gibi). Her bir ders planı hazırlanırken, sonuç odaklı veya cevabı evet ya da hayır gibi kısa cevaplı olmayan sorular sorulmuş ve böylece öğrenci sorgulamasına engel olmamak hedeflenmiştir. Bunun yerine sorular, öğrencilerin üst düzey düşüncelerini destekleyerek yaptıkları muhakemeyi gerçekleriyle birlikte sınıf arkadaşları ile paylaşacakları bir sınıf atmosferi yaratmak üzerine kurgulanmıştır. Ders planlarındaki ardışık etkinlikler, öğrencilerin önce duruma özgü olanları deneyimleyip bir fikir

edinmelerini, daha sonra edindikleri deneyimi adım adım benzer başka durumlara öteleyip çıkarımda bulunmalarını ve en sonunda deneyimleyemeyecekleri durumları varsayıp çıkardıkları sonuçlarla bir genellemeye ulaşmalarını destekleyecek şekilde tasarlanmıştır.

2.3. Uygulama Süreci

Her bir döngü için hazırlanan ders planları araştırma dersi kapsamında katılımcı öğretmenlerden biri tarafından sınıfta uygulanmıştır. Uygulama esnasında diğer katılımcı öğretmenler ve dış uzman dersi gözlemlemiştir. Tüm süreçler video kamera ile kaydedilmiştir. Her araştırma ve revizyon-1 dersinin ardından ders planlarının revize edilmesine yardımcı olabilmek için katılımcı öğretmenler ve dış uzman bir araya gelmiştir. Söz konusu revizyon toplantılarında kayda alınan ders videoları ve dış uzman tarafından alınan alan notları incelenmiştir. Yapılan incelemeler doğrultusunda ders planlarında gerekli görülen değişiklikler yapılmıştır.

Revize edilen ders planı 6. sınıflara derse giren diğer matematik öğretmeni tarafından kendi sınıfında uygulanmıştır ve döngüler bu şekilde tamamlanmıştır. Her bir döngüde hazırlanan ilk ders planı araştırma dersi kapsamında, araştırma dersi sonrasında revize edilen ders planı revizyon-1 dersi kapsamında, revizyon-1 dersi sonrasında revize edilen ders planı ise revizyon-2 dersi kapsamında yürütülmüştür. Uygulamaların yapıldığı 2016-2017 eğitim-öğretim yılında, araştırmanın yürütüldüğü özel okulda toplamda üç tane altıncı sınıf bulunmuştur. Altıncı sınıf derslerini yürüten matematik öğretmenlerinden biri olan Ceren Öğretmen 6A ve 6C şubelerinin öğretmeni iken Hale Öğretmen 6B şubesinin öğretmenliğini yapmıştır. Dolayısıyla öğretimin gerçekleştiği altıncı sınıflar üç şube olduğundan her döngüde 1 araştırma dersi ve 2 revizyon dersi yapılmıştır.

Ders imecesi döngüleri bir öğretim yılı içerisinde dört farklı konunun öğretimi için planlanmış (bkz. Tablo 2) ve uygulanmıştır. Ders imecesi kapsamında katılımcı 4 öğretmenin ve dış uzmanın bir araya gelerek oluşturduğu tüm öğretim uygulamaları, öğrencilerin üst düzey düşünme becerilerini geliştirmeye yönelik hazırlanmıştır. Hazırlanan ders planlarında öğrencilerden neyi üretmelerinin beklendiği, nasıl üretecekleri ve üretirken hangi kaynaklardan (temsiller, modeller, çalışma kağıtları, manipulatifler vb.) yararlanacakları ayrıntılı bir şekilde planlanmıştır.

Tablo 2. Bir öğretim yılı içerisinde gerçekleşen ders imecesi döngüleri

	I. Döngü	II. Döngü	III. Döngü
Alt Öğrenme Alanı	Doğal Sayılarla İşlemler	Oran	Cebirsel İfadeler
Araştırma Dersi	6A	6C	6C
	<i>Araştırma Dersi Sonrası Değerlendirme Toplantısı</i>		
Revizyon-1 Dersi	6B	6B	6A
	<i>Revizyon-1 Dersi Sonrası Değerlendirme Toplantısı</i>		
Revizyon-2 Dersi	6C	6A	6B

Birinci ders döngüsünde doğal sayılarla işlemler alt öğrenme alanına ait “6.1.1.3. *Doğal sayılarda ortak çarpan parantezine alma ve dağılma özelliğini uygulamaya yönelik işlemler yapar.*” kazanıma yönelik bir ders planı hazırlanmıştır. Bu ders planına ait araştırma dersi 6-A sınıfında, revizyon-1 dersi 6-B sınıfında ve revizyon-2 dersi 6-C sınıfında uygulanmıştır. İkinci ders döngüsünde oran alt öğrenme alanına ait “6.1.6.1. *Çoklukları karşılaştırmada oran kullanır ve oranı farklı biçimlerde gösterir.*” ve “6.1.6.2. *Bir bütünün iki parçaya ayrıldığı durumlarda iki parçanın birbirine veya her bir parçanın bütüne oranını belirler; problem durumlarında oranlardan biri verildiğinde diğerini bulur.*” kazanımlarına yönelik bir ders planı hazırlanmıştır. Bu ders planına ait araştırma dersi 6-C sınıfında, revizyon-1 dersi 6-B sınıfında ve revizyon-2 dersi 6-A sınıfında uygulanmıştır. Üçüncü ders döngüsünde cebirsel ifadeler alt öğrenme alanına ait “6.2.1.1. *Aritmetik dizilerin kuralını harfle ifade eder; kuralı harfle ifade edilen dizinin istenilen terimini bulur.*” kazanımına yönelik bir ders planı hazırlanmıştır. Bu ders planına ait araştırma dersi 6-C sınıfında, revizyon-1 dersi 6-A sınıfında ve revizyon-2 dersi 6-B sınıfında uygulanmıştır. Dördüncü ders döngüsünde alan ölçme alt öğrenme alanına ilişkin “6.3.2.7. *Alan ile ilgili problemleri çözer.*” kazanımına ait bir ders planı hazırlanmıştır. Bu döngüde öğrencilerden, farklı geometrik şekillerin alanlarına ilişkin öğrendiklerini bahçede rutin olmayan problem durumlarına uyarlayıp gruplara verilen matematiksel modelleme problemlerini çözmeleri beklenmiştir. Her şube dört gruba ayrılmış ve gruplar kendilerine verilen görev zarflarında bulunan yönergelere göre matematiksel modelleme problemlerini çözmeye çalışmışlardır. Bu döngüde herhangi bir konunun öğretimi planlanmadığından ders planında revizyon yapılmamıştır. Gruplar kendilerine verilen görevler doğrultusunda bahçenin çeşitli bölgelerine dağılmışlardır. Dersin uygulayıcısı olan öğretmen, diğer katılımcı zümre öğretmenleri ve dış uzman grupların yanlarında bulunarak öğrencilerin tartışmalarını video kaydına almışlardır.

2.3.1. Veri Toplama Araçları

Bu çalışmanın verilerini bir eğitim-öğretim yılında dört döngü şeklinde planlanan ders imecesinin yalnızca ilk üç döngüsünde toplanan veriler oluşturmaktadır. Çünkü dördüncü ders döngüsü bahçede modelleme problemleri için tasarlanmıştır ve herhangi bir konunun öğretimi planlanmadığından dersin uygulayıcısı olan öğretmen, diğer katılımcı zümre öğretmenleri ve dış uzman, grupların kendilerine verilen görevler doğrultusunda bahçenin çeşitli bölgelerinde çalışırken grupların yanlarında bulunarak öğrencilerin tartışmalarını video kayda almışlardır. Dersin öğretmeni ile öğrenciler arasında yönlendirici herhangi bir diyalog geçmediği için bu döngüdeki öğretmen eylemleri analiz edilmemiştir. Üç ders döngüsü boyunca Ceren Öğretmen'e ait altı, Hale Öğretmen'e ait üç ders video kaydına alınmıştır. Sınıf içinde uygulanan ilk üç döngüde öğretmen eylemleri ön planda iken son döngüde öğretmen, gruplara sadece gerekli gördüğü yerlerde rehberlik yapmıştır. İlk üç döngüden oluşan toplam dokuz dersten elde edilen 720 dakikalık video kayıtları bu çalışmanın verilerini oluşturmaktadır.

2.4. Verilerin Analizi

Araştırma ve revizyon derslerinin video kayıtları birebir yazıya aktarılarak derslerin transkriptleri oluşturulmuştur. Oluşturulan transkriptler Ellis ve arkadaşlarının (2019) geliştirdiği TMSSR çerçevesine göre iki matematik öğretmeni için ayrı ayrı betimsel olarak analiz edilmiştir. Her bir döngüde gerçekleştirilen araştırma dersi ve iki revizyon dersinin transkriptleri öğretmen eylemlerinin analizinde kullanılmıştır. Transkriptlerin analize hazır hale getirilmesi için her bir ders içerisinde öğrenci-öğretmen diyalogları belirli bölümlere ayrılmıştır. Bölümlere ayırma öğretmen-öğrenci çalışma grupları, öğretmen-sınıf tartışması ve öğretmen-öğrenci diyalogların belirli bir bağlam içerisinde gerçekleşen başlangıç ve bitiş kısımlarının belirlenmesiyle yapılmıştır. Her bir bölüm içerisinde öğretmen eylemleri (a) öğrenci muhakemesini/düşüncesini açığa çıkarma, (b) öğrencinin katkısına/düşüncesine karşılık verme, (c) öğrenci muhakemesini destekleme ve (d) öğrenci muhakemesini genişletme/geliştirme olmak üzere çerçevede dört ana grup altında yer alan 32 farklı öğretmen eylemine göre kodlanmıştır. Aynı bölüm içinde; farklı gruplardan cevap isteme, yapılan doğru yanıtları onaylama, öğrenci düşüncesini yeniden ifade etme gibi öğrenci muhakemesini aynı tür eylemle desteklemek için tekrar eden öğretmen eylemleri ilgili kodlar altında bir kez kodlanmıştır. Uygulama derslerinde öğrenci ve öğretmen arasında geçen diyalogların analize hazır hale nasıl getirildiğini ve kodlamaların nasıl yapıldığını gösteren örnek kesit Tablo 3'te verilmiştir. Bunun için her bir bölümde öğretmen ile öğrencilerin ifadeleri sırasıyla 1, 2, 3 şeklinde numaralandırılmıştır. Daha sonra öğretmene ait satırlarda yapılan eylemler belirlenmiştir.

Tablo 3. Oran dersinden alınan örnek bir kesitteki öğretmen eylemlerinin TMSSR çerçevesine göre kodlanması

Sıra No	Öğretmen-Öğrenci Söylemi	TMSSR Açısından Öğretmen Eylemi Analizi
1	Öğretmen: Kendisi der ki: her bir mililitrede 30 miligram ilaç olduğunu gösteren ekranlarımız var. Unutanlar için kısa bir hatırlatma yapayım mililitre bir sıvı ölçme birimidir. Yani burada sıvı haldeki bir ilaçtan bahsediyor. 30 miligram dediği şey ise katı bir ilaçtan bahsediyoruz. Her bir mililitrede 30 miligram ilacı yine böyle matematiksel olarak ifade edelim. Bir mililitrede 30 miligram. Kim söylemek ister? Neris?	Bilgi Verme Cevap İsteme
2	Neris: 30 bölü 1.	
3	Öğretmen: Güzel (der ve yazar). 30, yanında birimleri de söyleyelim.	Öğrenci Hatasını Düzeltilme Fikirlerin Tam İfade Edilmesini İsteme
4	Neris: 30 miligram, 1 mililitre. (Öğrenci söyler ve tahtaya yazılır.)	
5	Öğretmen: öncelikle bunu böyle yazabileceğinizi biliyorum ama acaba bu ne anlama geliyor? Yani bir mililitrede 30 miligram ilaç var ne anlama geliyor olabilir? Her bir millilitrelik sıvının içerisinde 30 miligram ilaç var demektir. İyi de hepinizin tahmin edebileceği gibi bir mililitre dediğiniz çok küçük bir miktardır. Bir mililitrelik bir ilacı hastaya enjekte etmek çok küçük bir şeye karşılık gelir. Peki ben bir mililitre değil de, aynı dozağı kullanarak yüz mililitre uygulamak istersem, buranın 100 mililitre olmasını istiyorum acaba o zaman kaç mg ilaç koymam lazım? Ediz?	Cevap İsteme Kavramsal Bilgi Verme
6	Ediz: 3000	
7	Öğretmen: Neden?	Açıklama İsteme

- 8 Ediz: 1 ml ile 100 ml arasında yani 1 mL'yi 100 ml ile çarpınca 100 ml ye eşit buluyoruz. 30 'u 100 ile çarpınca 3000 buluyoruz.
- 9 Öğretmen: Hı hı. Hem fikir olanları görebilir miyim? Değerlendirme İsteme



Öğrencilerden bazıları parmak kaldırır.

- 10 Öğretmen: Peki benim başka bir düşüncem var arkadaşım yanlış yaptı diyen var mı? Kimse parmak kaldırmaz. Değerlendirme İsteme
Güzel o zaman yine genişletmeyi kullandık. Kesinlikle o zaman bir hastaya yüz mililitre içerisinde aynı dozda ilaç kullanmak isteniyorsa, o zaman 3000 miligram ilacın bu sıvının içerisine konulması gerekiyor ki ilacın dozajını ayarlamış olsun. Bir sıkıntı yaşamasin. Peki devam ettim birazcık daha.

Yapılan kodlamalar iki öğretmen için ayrı ayrı sayılmış ve dört ana kategori altında yer alan öğretmen eylemleri için frekans ve yüzde tabloları oluşturulmuştur. Yüzde değerleri hem dört ana kategori için hem de eylemlerin potansiyeline göre belirlenmiştir. Yüzde değerleri hesaplanırken öğretmenin bir ders içinde kullandığı ilgili eylem frekansları, o ders içinde yaptığı tüm eylemlerin frekansına oranlanmıştır. 6B sınıfının cebirsel ifade alt öğrenme alanında planlanan ders döngüsü kapsamında yapılan Revizyon-2 dersinde ortaya çıkan eylem frekanslarına ve yüzde değerlerine ilişkin hesaplama Tablo 4'de örnek olarak verilmiştir.

Tablo 4. İkinci ders imecesi döngüsü kapsamındaki Revizyon-2 dersinde ortaya çıkan eylem frekans ve yüzdeleri

	Frekans			Yüzde		
	Toplam	DP	YP	Toplam	DP	YP
Açığa Çıkarma	20	13	7	38,46%	25,00%	13,46%
Karşılık Verme	11	8	3	21,15%	15,38%	5,77%
Destekleme	9	4	5	17,31%	7,69%	9,62%
Genişletme	12	5	7	23,08%	9,62%	13,46%
Toplam	52	30	22	100,00%	57,69%	42,31%

DP: Düşük Potansiyelli

YP: Yüksek Potansiyelli

Tüm derslere ait ilgili tablolar oluşturduktan sonra öğretmenlerin bir ders boyunca yaptıkları düşük ve yüksek potansiyelli eylemlerin dağılımlarını belirleyebilmek ve hangi eylem kategorisinin ne oranda kullanıldığını ortaya çıkarabilmek için bu yüzde hesapları kullanılarak oluşturulan grafikler bulguların sunumunda kullanılmıştır.

2.4.1. Araştırmanın Geçerliliği ve Güvenirliği

Nitel olan söz konusu çalışmanın geçerliğini ve güvenirlğini sağlamak için elde edilen verilerin %30'u araştırmacı, bir matematik eğitimcisi ve analiz çerçevesini oluşturan araştırmacıardan biri olan diğer bir matematik eğitimcisi tarafından incelenmiştir ve birbirlerinden bağımsız olarak kodlanmıştır. Ayrı ayrı ortaya çıkan öğretmen eylemi kodları karşılaştırılarak ortak bir karara varılmıştır. Araştırmanın güvenilirlik hesaplaması için araştırmacı ve bir matematik eğitimcisinin kodlamaları Miles ve Huberman'ın (1994) önerdiği güvenilirlik formülü kullanılarak karşılaştırılmıştır. Hesaplama sonucunda yapılan kodlamaların güvenirlliği %87 olarak hesaplanmıştır. Miles ve Huberman'a (1994) göre güvenilirlik hesaplarının %70'in üzerinde olması araştırmanın güvenilir kabul edilmesi için yeterli olduğundan söz konusu araştırma güvenilir kabul edilmiştir.

3. Bulgular

Çalışmanın bulguları ders planlarının uygulayıcısı olan Hale ve Ceren Öğretmen için ayrı ayrı verilmiştir. Bulgulara ait birinci ve ikinci alt başlıklarda sırası ile Hale ve Ceren Öğretmen'in eylemlerinin potansiyellerine göre gelişimini gösteren bulgular sunulmakta iken üçüncü alt başlıkta Hale ve Ceren Öğretmen'in sınıf içi öğrenci-öğretmen diyaloglarından örnek kesitler verilmektedir.

3.1. Hale Öğretmen'e Ait Bulgular

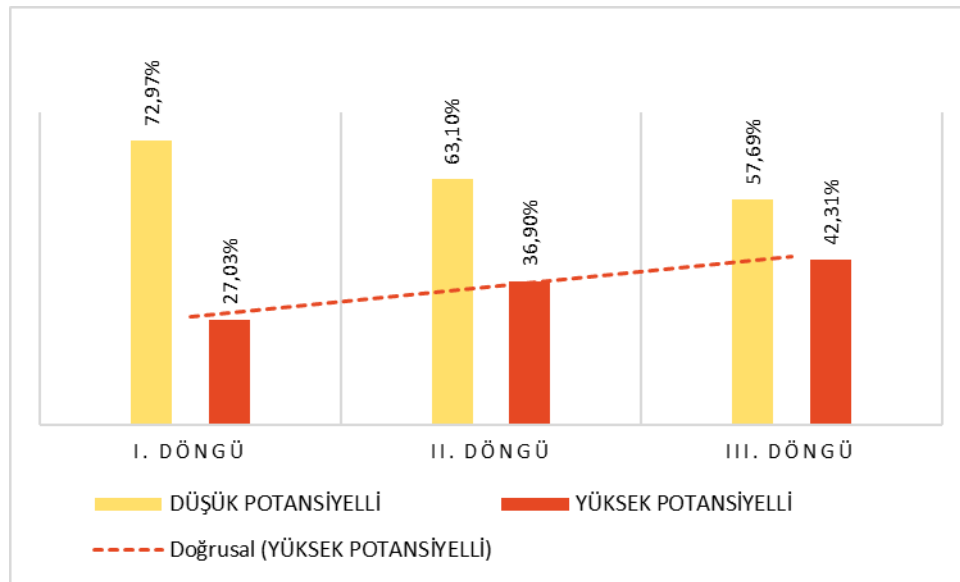
Uygulayıcı öğretmenlerden Hale Öğretmen'in 6B şubesinde üç döngü boyunca gerçekleştirmiş olduğu revizyon derslerine ait öğretmen eylemlerinin gelişimi dört ana kategori altında ve potansiyellerine göre olmak üzere iki başlık altında incelenmiştir. Hale Öğretmen'in her bir döngüde gerçekleştirdiği revizyon derslerinin hangi alt öğrenme alanında gerçekleştiği Tablo 5'te verilmiştir.

Tablo 5. Hale Öğretmen'in dikey gelişiminin incelendiği alt öğrenme alanları ve şubeleri

	Alt Öğrenme Alanı	Revizyon Dersinin Yapıldığı Sınıflar
I. Döngü	Doğal Sayılarla İşlemler	6B
II. Döngü	Oran	6B
III. Döngü	Cebirsel İfadeler	6B

3.1.1. Hale Öğretmen'in Eylemlerinin Potansiyeline Göre Gelişiminin İncelenmesi

Hale Öğretmen'in her bir döngü kapsamında yaptığı eylemler potansiyeline göre ayrılmıştır. Daha sonra düşük ve yüksek potansiyelli eylem frekanslarının ilgili döngüde gerçekleştirdiği tüm eylem frekansına olan oranları belirlenmiştir. Hale Öğretmen'in döngüler kapsamında gerçekleştirdiği eylemlerin potansiyeline göre gelişimi Şekil 3'te verilmiştir.

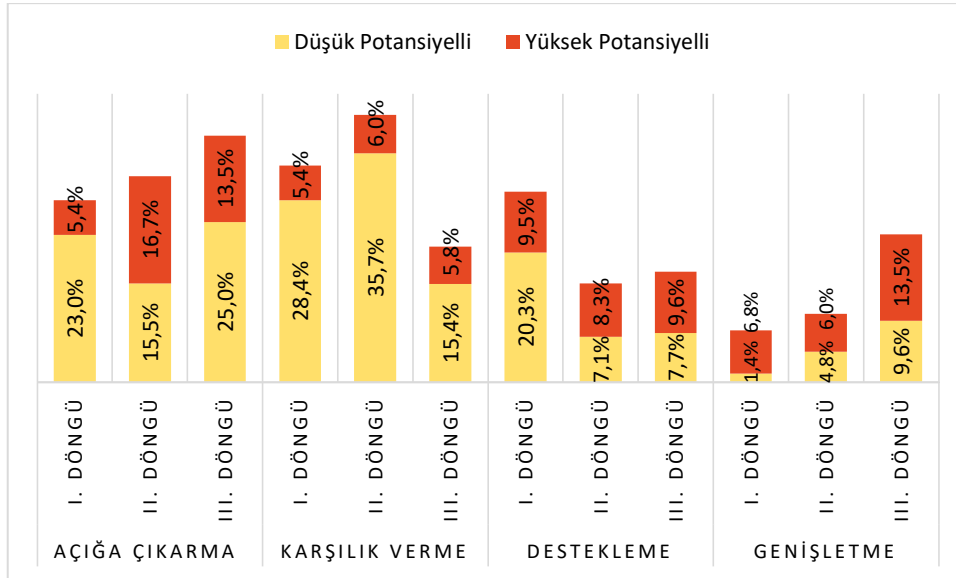


Şekil 3. Hale Öğretmen'in döngüler kapsamında yaptığı eylemlerin potansiyeline göre gelişimi

Şekil 3 incelendiğinde, Hale Öğretmen'in döngüler boyunca düşük potansiyelli eylemlerin oranı azalırken yüksek potansiyelli eylemlerin oranının arttığı görülmüştür. İlk ders döngüsünde düşük ve yüksek potansiyelli öğretmen eylemleri arasındaki fark oldukça yüksek iken süreç içerisinde bu fark oldukça azalmıştır. Özellikle III. döngüde yapılan düşük ve yüksek potansiyelli öğretmen eylemlerinin %57,69'a %42,31 olması, Hale Öğretmen'in neredeyse düşük potansiyelli eylemler kadar yüksek potansiyelli eylemleri kullanmaya başladığını göstermiştir.

3.1.2. Hale Öğretmen'in Eylemlerinin Dört Ana Kategori Altında İncelenmesi

Hale Öğretmen'in döngüler kapsamında ortaya çıkan eylemlerinin öğrenci muhakemesini açığa çıkarma, öğrenci katkısına karşılık verme, öğrenci muhakemesini destekleme ve öğrenci muhakemesini genişletme ana kategorileri altında incelenmesine ilişkin bulgular Şekil 4'te verilmiştir.



Şekil 4. Hale Öğretmen'in döngüler kapsamında yaptığı eylemlerin dört ana kategori altında potansiyellerine göre incelenmesi

Şekil 4 incelendiğinde Hale Öğretmen'in öğrenci muhakemesini açığa çıkarma ve öğrenci muhakemesini genişletme eylemlerini üç döngü boyunca arttırdığı görülmüştür. Söz konusu artış öğrenci muhakemesini genişletme kategorisinde daha yüksek oranda gerçekleşmiştir. Öğrenci muhakemesini genişletme kategorisi döngüler kapsamında yapılan düşük ve yüksek potansiyelli eylemlerin toplamına bakılarak incelendiğinde bu kategoride yer alan eylemler birinci döngüde %8,2 oranında (%1,4'ü DP ve %6,8 YP olmak üzere) kullanılmışken üçüncü döngüde bu oranın %23,1'e yükseldiği (%9,6'sı DP ve %13,5'i YP olmak üzere) görülmüştür. Öğrenci muhakemesini genişletirken kullandığı eylemlerin potansiyelleri incelendiğinde ise üç döngüde de yüksek potansiyelli eylem oranının düşük potansiyelli eylem oranına kıyasla daha fazla olduğu belirlenmiştir. Ancak üçüncü döngüdeki yüksek potansiyelli eylem oranının (%13,5) diğer kategorilerde yer alan yüksek potansiyelli eylem oranlarının arasında en yüksek yüzdeye sahip olması dikkat çekmiştir. Bunun yanı sıra üçüncü döngüde %15,4'ü düşük %5,8'i yüksek potansiyelli olmak üzere toplamda %21,2 oranında yapılan öğrenci katkısına karşılık verme eyleminin diğer iki döngüye kıyasla oldukça azaldığı görülmüşken bu eylemler potansiyellerine göre incelendiğinde yüksek potansiyelli eylem oranlarında belirgin bir değişiklik olmadığı belirlenmiştir. Birinci ve ikinci döngüde düşük ve yüksek potansiyelli eylemler toplamında bakıldığında en çok tercih edilen eylem kategorisi öğrenci muhakemesine karşılık verme (sırasıyla %33,8 ve %41,7) iken üçüncü döngüde bu eylem kategorisine ait oran oldukça azalmıştır. Birinci ve ikinci döngülerde yapılan tüm eylem kategorilerindeki artma ya da azalmalara bakıldığında Hale Öğretmen'in ikinci döngüde öğrenci muhakemesini destekleyen eylemlerini azalttığı, bunun yerine öğrenci muhakemesini açığa çıkarma, öğrenci katkısına karşılık verme ve öğrenci muhakemesini genişletme eylem kategorisindeki eylemleri daha çok tercih ettiği görülmüştür. Benzer şekilde ikinci ve üçüncü döngülerdeki tüm eylem kategorilerindeki artma ve azalmalar incelendiğinde ise Hale Öğretmen'in üçüncü döngüde öğrenci katkısına karşılık verme eylemlerini azalttığı, bunun yerine öğrenci muhakemesini açığa çıkarma, destekleme ve genişletme eylemlerini daha çok tercih ettiği belirlenmiştir. Bunun yanı sıra açığa çıkarma eylem kategorisinde yapılan eylemler potansiyellerine göre incelendiğinde ilk döngüdeki yüksek potansiyelli eylem oranının (%5,4) ikinci ve üçüncü döngülerde oldukça fazla artış göstermesi Hale Öğretmen'in öğrenci muhakemesini açığa çıkarırken kullandığı eylem tercihlerinde hızlı bir değişim yaşandığına işaret etmektedir.

3.2. Ceren Öğretmen'e Ait Bulgular

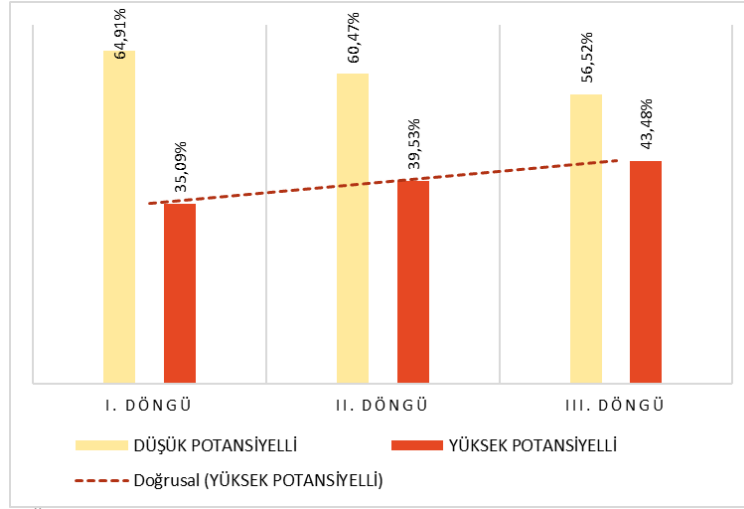
Ceren Öğretmen'e ait bulgularda, Hale Öğretmen'e benzer şekilde üç döngü kapsamındaki araştırma derslerinin gerçekleştirildiği sınıflardaki gelişim ele alınmıştır. Ceren Öğretmen'in 6A veya 6C şubesinde üç döngü boyunca gerçekleştirmiş olduğu araştırma derslerine ait öğretmen eylemlerinin gelişimi dört ana kategori altında ve potansiyellerine göre olmak üzere iki başlık altında incelenmiştir. Ceren Öğretmen'in her bir döngüde gerçekleştirdiği araştırma derslerinin hangi alt öğrenme alanında ve hangi şubede gerçekleştiği Tablo 6'te verilmiştir.

Tablo 6. Ceren Öğretmen'in dikey gelişiminin incelendiği alt öğrenme alanları ve şubeleri

	Alt Öğrenme Alanı	Araştırma Dersinin Yapıldığı Sınıflar
I. Döngü	Doğal Sayılarla İşlemler	6A
II. Döngü	Oran	6C
III. Döngü	Cebirsel İfadeler	6C

3.2.1. Ceren Öğretmen'in Eylemlerinin Potansiyeline Göre Gelişiminin İncelenmesi

Ceren Öğretmen'in her bir döngü kapsamında yaptığı eylemler potansiyeline göre ayrılmıştır. Daha sonra düşük ve yüksek potansiyelli eylem frekanslarının ilgili döngüde gerçekleştirdiği tüm eylem frekansına olan oranları belirlenmiştir. Ceren Öğretmen'in döngüler kapsamında gerçekleştirdiği eylemlerin potansiyeline göre gelişimi Şekil 5'te verilmiştir.

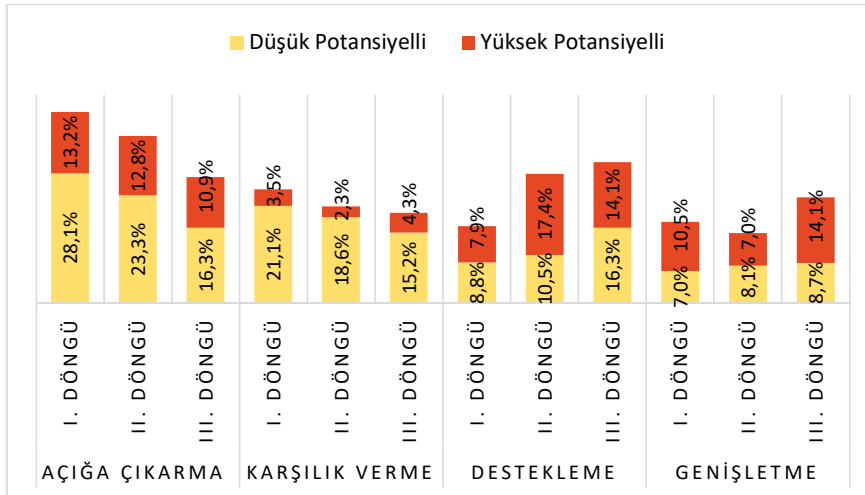


Şekil 5. Ceren Öğretmen'in döngüler kapsamında yaptığı eylemlerin potansiyeline göre gelişimi

Şekil 5 incelendiğinde birinci döngüde kullanılan düşük (%35,09) ve yüksek potansiyelli (%64,91) eylem oranları arasındaki farkın yüksek olması dikkat çekmiştir. Döngüler boyunca yüksek potansiyelli eylem oranlarının arttığı belirlenmiştir. Yüksek potansiyelli eylem oranları artarken düşük potansiyelli eylemlerin, tüm öğretmen eylemlerine olan oranının azalması iki eylem kategorisinin giderek birbirine yaklaştığını ortaya koymuştur.

3.2.2. Ceren Öğretmen'in Eylemlerinin Dört Ana Kategori Altında İncelenmesi

Ceren Öğretmen'in döngüler kapsamında ortaya çıkan eylemlerinin öğrenci muhakemesini açığa çıkarma, öğrenci katkısına karşılık verme, öğrenci muhakemesini destekleme ve öğrenci muhakemesini genişletme ana kategorileri altında incelenmesine ilişkin bulgular Şekil 6'da verilmiştir.



Şekil 6. Ceren Öğretmen'in döngüler kapsamında yaptığı eylemlerin dört ana kategori altında potansiyellerine göre incelenmesi

Şekil 6 incelendiğinde birinci ve ikinci döngülerde Ceren Öğretmen'in en çok tercih ettiği eylem kategorisinin öğrenci muhakemesini açığa çıkarma olduğu görülmüştür. Bunun yanı sıra birinci döngüde öğrenci muhakemesini destekleme ve genişletme eylem kategorilerinin diğer iki eylem kategorisine oranla daha az tercih edildiği ancak öğrenci muhakemesini desteklerken ve genişletirken kullanılan yüksek potansiyelli eylem oranlarının (%7,9 ve %10,5) düşük potansiyelli eylemlere kıyasla düşük olmadığı belirlenmiştir. Öğretmen eylemi kategorileri döngüler kapsamında yapılan düşük ve yüksek potansiyelli eylemlerin toplamına bakılarak incelendiğinde üçüncü döngüde yapılan öğrenci muhakemesini destekleme eylemine ait oranın (%16,3'ü DP ve %14,1'i YP olmak üzere toplamda %30,4) birinci döngüye kıyasla (%8,8'i DP ve %7,9'u YP olmak üzere toplamda %16,7) oldukça yükseldiği dikkat çekmiştir. Üç döngü boyunca eylem kategorilerine ait oranlar incelendiğinde Ceren Öğretmen'in öğrenci muhakemesini açığa çıkarma ve öğrenci katkısına karşılık verme kategorilerine ait eylem oranlarını her bir döngüde azalttığı bunun yerine öğrenci muhakemesini destekleme eylem kategorisini daha yüksek oranda tercih etmeye başladığı görülmüştür. Ek olarak öğrenci muhakemesini destekleme ve genişletme eylem kategorilerinde kullanılan yüksek potansiyelli eylem oranlarının her bir döngüde düşük potansiyelli eylem oranları yakın olduğu ve hatta bazı döngülerde yüksek potansiyelli eylem oranının düşük potansiyelli eylem oranından daha fazla olduğu belirlenmiştir. Bunun yanı sıra eylem kategorileri arasında belirgin bir geçiş olmaması, birindeki azalmanın diğer üç eylem kategorisine farklı şekillerde etki etmiş olması da dikkat çekmiştir.

3.3. Hale ve Ceren Öğretmen'in Sınıf İçi Öğrenci-Öğretmen Diyaloglarından Örnek Kesitler

Bu bölümde Hale ve Ceren Öğretmen'in derslerinde öğrencilerle aralarında geçen diyaloglardan alınan örnek kesitler ve bu bölümlere ilişkin yapılan kodlamalar sunulmuştur. Öğretmenlerin diyalogları yürütürken tercih ettiği eylemlerin gelişimini örneklendirebilmek için birinci ve üçüncü ders döngülerine ait örnek kesitler verilmiştir. Kesitlerde "...” transkript metnindeki diyalog içinde alınmayan kısımları göstermektedir.

3.3.1. Hale Öğretmen'e Ait Örnek Kesitler

Hale Öğretmen'in birinci döngü kapsamında yaptığı ortak çarpan parantezine alma dersine ait ders planında ortak çarpan parantezine alma konusunda öğrencilerin üst düzey düşünme becerilerini tetikleyeceği düşünülen "Para sayma, senaryo seçme ve alan etkinliği" olmak üzere üç etkinlik yer almıştır. Bu etkinliklerden sonuncusu olan alan etkinliğinde öğrencilere farklı renk ve boyutlarda dikdörtgenler verilmiştir. Dikdörtgenlerden bazılarının birer kenarı aynı uzunluktadır ve kartonların üzerinde cm cinsinden kenar uzunlukları yazılmıştır. Dört dikdörtgeni uygun bir şekilde birleştirince kare elde edilebilmektedir. Öğrencilerden belirli kenarlar çakıştırılarak elde edilen daha büyük dikdörtgenlerin alanları arasındaki ilişkileri fark etmeleri beklenmiştir. Bu sayede öğrencilerin zihinsel eylem sürecini yaşayarak ilk iki etkinlikte fark etmeye başladıkları ortak çarpan parantezine alma yönteminin farklı bir uygulama alanının olduğunu keşfetmeleri amaçlanmıştır. Alan etkinliği sırasında öğretmenle öğrenciler arasında geçen diyalog aşağıda verilmiştir.

- 1 Öğretmen: Şimdi hemen sizden sözlü olarak şunu istiyorum. Zaten yanda bizim bütün şeylerimizi görüyorsunuz ve elinizde de var. Herkes elindekine de bakabilir. Dikdörtgenin alanını ifade eden işlem. Dikdörtgenin alanını nasıl buluyorduk?
- 2 Gülce: Kısa kenarı ile uzun kenarını çarpıyoruz.
- 3 Öğretmen: Peki pembe dikdörtgenin alanını bulmak için nasıl bir işlem yapmalıyım?
- 4 Ege: 23 ile 18'i çarpmalıyız. (Öğretmen yazar)
- 5 Öğretmen: Yeşili bulmak için ne yapmalıyım?
- 6 Arda: 23 ile 32'yi çarpmalıyız. (Öğretmen yazar)
- 7 Öğretmen: (Sıra ile sarıyı turuncuyu sorar ve aldığı cevapları tahtaya yazar.) Sonra toplam alanı bulmak için nasıl bir işlem yapalım?

8



- 9 Burçak: Biz şöyle yaptık. Kare haline getirip karenin alanını hesapladık.
- 10 Öğretmen: Çok güzel siz zaten baya bunları gidip sonuca kadar ulaştımsınız. Arkadaşınız çok güzel bir fikir verdi. Ben şimdi bunları tek tek yazıyorum. Yirmi üç çarpı on sekiz. Araya hangi işareti koyacağım?
- 11 Öğrenciler: Toplama.
- 12 Öğretmen: Toplam alanı veren ifadeyi yazar. Sonra mavi ve kırmızı dikdörtgenlerin alanlarını sorar. Öğrencilerden tek tek cevaplarını alır ve yazar. Toplamını da yazar. Kareyi de

sorar.

- 13 Öğretmen: Şuradaki mavi ve kırmızılarını toplamı karenin alanı yapar mı?
14 Öğrenciler: Evet.
15 Öğretmen: Bir de karenin alanı değil mi? Kendisi var. İşlemsel olarak inceleyelim. Pembe ve yeşilin toplamı maviyi oluşturuyor mu? Şekilden bakalım.
16 Öğrenciler: Evet.
17 Öğretmen: (Aynı şekilde sarı ve turuncunun toplamının da kırmızının alanına eşit olduğunu söyler.) İşlemsel olarak bunu nasıl ifade etmiş peki matematiksel olarak?
18 Bader: Nasıl yani?
19 Öğretmen: Şekil olarak belli bu ikisini birleştirdim.....Peki burada banka etkinliğinde yaptığım gibi bunu (uzun işlemi gösterir) daha kısa bir işlemle ifade ettim. ... Burdan buraya matematiksel olarak işlemi geliştirdim. Nasıl atlattım, bunu soruyorum. Burada örneği var. (Banka etkinliğini göstererek)
20 Edanaz 18 ile 32'yi toplayınca 50 eder. 35 ile 15'i de toplayınca 50 eder.
21 Öğretmen: (Devamındaki çarpma işlemi söylemeyince onu devam ettirmesini hatırlatır ancak öğrenciden direkt yanıt gelmez kendisi yazar.) Peki çocuklar bir sorum var size. Ben 23.50 yazmıştım. Şimdi 18+32, 50'yi başa aldım, 23. Bu şekilde yazdım. Eda bana bu şekilde söyledi. Değişen bir şey oldu mu?
22 Öğrenciler: Hayır.
23 Öğretmen: Değişen bir şey olmadı. Yani bunu başa yazmamla bunu başa yazmam arasında bir fark var mı? Yok (kendi cevaplar).

Yapılan kodlamalarda Hale Öğretmen'in düşük potansiyelli eylemlerden "Bilinen İfade ve işlemleri isteme, Doğru yanıtı onaylama, Yönlendirme ve Bilgi Verme" eylemleri ortaya çıkmışken yüksek potansiyelli eylemlerden "Akıl yürütmeyi teşvik etme ve Öğrenci hatasını fark ettirme" eylemlerini kullandığı ortaya çıkmıştır. Bilinen İfade ve İşlemleri İsteme (1,3,5,7,10,12) eylemi dikdörtgenin alan formülünü ifade ederken ve ilgili dört işlemi belirlerken yapılan öğretmen eylemi için kodlanmıştır. Öğrencilerin farklı renklerdeki dikdörtgenlerin alanlarını ifade eden işlemleri doğru bir şekilde ifade etmesi üzerine öğretmenin yaptığı onaylama eylemi "Doğru yanıtı onaylama (10)" olarak kodlanmıştır. Farklı renk ve boyutlardaki dikdörtgenlerin ortak kenarlarının birleştirilmesiyle oluşan dikdörtgenlerin alanlarını veren işlemleri ifade etmeleri için öğretmenin yaptığı eylemler "Yönlendirme (13,15,17)" eylemi olarak kodlanmıştır. Dikdörtgen alanını ifade ederken çarpanların yerinin değişmesinin çarpma işleminin sonucunu değiştirmedeği bilgisini verme eylemi "bilgi verme (23)" olarak kodlanmıştır. 19 numaralı satırda yer alan ifadede ise öğretmen, iki etkinliği birbiri ile ilişkilendirmek adına öğrencileri akıl yürütmeye teşvik etmiştir. Bu eylem TMSSR çerçevesine göre yüksek potansiyelli bir eylemdir. Diyalog devam ettiğinde öğretmen öğrenciden doğru yanıt gelmesine rağmen ortak çarpan parantezine alınan bir ifadede çarpanların yerleri değişse de sonucun değişmeyeceğini kendisi söylemek yerine öğrencilerin kendilerinde var olan çarpanın toplama işlemi üzerine dağılma özelliği bilgisini kullanarak akıl yürütmeleri konusunda teşvik etmeye çalışmıştır. Diyalog öğrenci doğru yanıt verdiğinde 20 numaralı satırda sona ermiş olabilirdi ancak öğretmen öğrencinin verdiği yanıtta yola çıkarak yapılan muhakemeyi genişletmeyi tercih ettiği için devam etmiştir. Bu bağlamda 19 ve 21 numaralı satırlardaki eylem aynı olsa da iki farklı bağlam içerisinde karşımıza çıktığından bu bölümde yer alan kodların frekansları belirlenirken akıl yürütmeyi teşvik etme kodu 2 defa sayılmıştır.

Hale Öğretmen üçüncü döngü kapsamında, verilen bir örüntünün genel kuralını bulma üzerine planlanan bir etkinlikte öğrenciler kısa bir video izlemiştir. Videoda kürdanlar kullanılarak adım adım bir katlı, iki katlı, üç katlı çöpten evler yapılmıştır. Daha sonra öğrencilerden on bir katlı çöpten ev yapılabilmesi için kaç çubuğa ihtiyaçlarının olduğunu bulmaları istenmiş ve örüntüyü deneyimlemeleri için renkli sayma çubukları ve sayma çubuklarını kullanarak elde ettikleri verileri daha sistemli bir şekilde kaydedebilmeleri için ise bir etkinlik kâğıdı dağıtılmıştır. Bu etkinlik kapsamında öğrencilerin kendi gruplarıyla çalışıp bir sonuca ulaştıktan sonra öğretmen ile tüm sınıf arasında geçen diyalogdan alınan kesit aşağıda verilmektedir.

- 1 Öğretmen: Evet çocuklar. Tüm gruplar bulduğuna göre artık rahatlıkla yapabiliriz. Ne bulduk çocuklar? Birinci şekildeki çubuk sayısı kaçtı?
2 Öğrenciler: 1
3 Öğretmen: (Tabloyu doldurur) Çubuk sayısı diyorum, 6. İkincisinde?
4 Öğrenciler: 9
5 Öğretmen: (Tabloyu doldurur) üçüncüsünde?
6 Öğrenciler: 12
7 Öğretmen: (Tabloyu doldurur) Bu şekilde yazdık. Peki 11. adımda?
8 Öğrenciler: 36

- 9 Öğretmen: Süper. Peki kural olarak kim söylemek ister? Yani adım sayısı ile çubuk sayısı arasında her satırda aynı kuralı uygulamalıyım. Yani bunda uyguladığım kuralla 6'ya ulaşıyorsam aynı kuralla ikinci adımda 9'a ulaşmalıyım. Aynı kuralla 3. Adımda 12'ye ulaşmalıyım. Yani sabit bir kuralım olmalı. Arda?
- 10 Arda: 3 ile çarpıp 3 eklemeliyim.
- 11 Öğretmen: Arda dedi ki adım sayısını 3 ile çarpıyorum sonra üstüne kaç ekliyorum, 3. Aynı şekilde... (devam ederek tabloya ilgili işlemlerle doldurur.) Peki geldim yine genel bir cebirsel ifade ile bunu söyleyeceğim, genel bir kural. Kaçınıcı adımı alıyorum çocuklar genel kural için? İlk hani matematiksel bir dilimiz vardı?
- 12 Öğrenciler: N
- 13 Öğretmen: Peki n. adım için genel kuralı bana kim söylemek ister cebirsel olarak? Nehir?
- 14 Nehir: n çarpı üç artı 3.
- 15 Öğretmen: Evet doğru. Doğru söyledi. n çarpı üç. Peki çocuklar ben her zaman kat sayıyı ne yapıyordum cebirsel ifadelerde? Başa yazmam iyi oluyordu değil mi? O zaman ben buna ne derim. $3n+3$. Yani n'i üçle çarptım 3'ü ekledim. Bunu hallettik. Şimdi, (Hazırlanan soruları tahtaya yansıtır.) Binanın kaç katlı olduğunu size söylesem mesela diyeceğim ki 25 katlı, çubuk sayısını bulabilir miyim? 25 katlı bir şeyi burada uzun uzun yapmam zor. Ya da 50 katlı küçük çubuklarla bunu tek tek yapmam zor. Ama bir pratik şey var biraz önce ulaştık aslında buna. Nasıl yapabilirim. Kat sayısını kullanarak çubuk sayısını bulabilir miyim?
- 16 Kıvanç: Bir sonrakinin 3 fazlası.
- 17 Öğretmen: Bir sonrakinin 3 fazlası diyorsun. Ya da bir öncekinin 3 fazlası?
- 18 Kıvanç: Ay evet bir öncekinin 3 fazlası.
- 19 Öğretmen: Peki bir öncekini sorsam. Yani her seferinde sen ne yapacaksın, 50 katlı dediğimde sen tek tek örüntüyü mü oluşturacaksın? Yoksa pratik bir kuralla mı bulacaksın?
- 20 Eylül: 3 ile çarpıp 3 ekleyeceğim.
- 21 Öğretmen: Evet doğru söylüyor. Eylül diyor ki ben genel kuralla ulaştım artık ben size ne sorarsam sorayım çubuk sayısını bulabilirsiniz. Peki toplam çubuk sayısı verildiğinde kaç katlı olduğunu bulabilir miyim? Örneğin 162 tane çubuk verdim. Bunun kaç katlı olduğunu bulabilir miyim? Hangi işlemle bulabilirim? 162 çubuk var elinizde malzememiz bu. Diyorum ki çocuklar kaç katlı yapabilirsiniz tek tek uğraşmayın. Bana pratik bir şey söyleyin.
- 22 Ege: 3 ile çarpıp 3 ekledim.
- 23 Öğretmen: Yani ben şunu sordum. 162 katlı sormadım da, 162 çubuk versem kaç kaçı olur demiştim?
- 24 Ege: O zaman 3 çıkarıp 3'e bölerdim.
- 25 Öğretmen: Evet Ege diyor ki tersten giderim. Siz bize çubuk sayısını da verseniz kaç katlı olduğunu bulurum. Yani demek ki çocuklar benim örüntüde genel kuralı bulmam ne işime yarıyor? Kendim deneyimleyemeyeceğim şeylerin sayılarını bulmama yarıyor. Aynı zamanda bana sonucu verdiğinde benim adım sayısını bulmama yarıyor. Demek ki buldurmaya çalıştığım kural iki tane işime yarıyor.



Yapılan kodlamalarda düşük potansiyelli eylemlerden *cevap isteme, bilinen ifade ve işlemleri isteme, öğrenci anlamasını yoklama, öğrenci hatasını düzeltme, doğru yanıtı onaylama* eylemleri ortaya çıkmışken yüksek potansiyelli eylemlerden *öğrenci hatasını fark ettirme ve kavramsal bilgi verme/açıklama yapma* eylemleri ortaya çıkmıştır. Cevap isteme (1,3,5,7,9) eylemi öğrencilerin gruplarıyla çalışıp bulunduğu her bir şekilde kullanılan çubuk sayısının kaç olduğunu ve bu şekil örüntüsünün genel kuralını isterken yapılan öğretmen eylemi için kodlanmıştır. Genel kural yazılırken matematikte kullanılan bilinmeyen ne olduğunu sorduğunda (11) yapılan öğretmen eylemi ise *bilinen ifade ve işlemleri isteme* başlığı altında kodlanmıştır. Şekil örüntüsünü ifade eden genel kuralın ne işimize yaradığını öğrencilerin anlayıp anlamadığını kontrol etmek için yapılan öğretmen eylemi (15) *öğrenci anlamasını yoklama* olarak kodlanmıştır. Öğrencinin verilen şekilde bulunan kat sayısını kullanarak çubuk sayısına ulaşırken verdiği hatalı yanıt üzerine öğretmenin yanlış kendisinin düzeltmesi (17) *öğrenci hatasını düzeltme* olarak kodlanırken benzer içerikteki sorusuna bir öğrencinin yanlış yanıtı üzerine doğru yanıtı doğrudan kendisinin vermesi yerine öğrenciye fark ettirmesi için yaptığı eylem (23) *öğrenci hatasını fark ettirme* olarak kodlanmıştır. Öğrencilerin örüntünün kuralını veren cebirsel ifadeleri ifade etmeleri üzerine yapılan öğretmen eylemi (15, 21) *doğru yanıtı onaylama* şeklinde kodlanmıştır. Her bir adımda kullanılan çubuk sayılarının bir önceki adımdan yola çıkarak bulunması yerine öğrencilerin hangi adım sorulursa sorulsun gerek çubuk sayısını gerekse çubuk sayısı verildiğinde kaçınıcı adım olduğunu veren genel bir ifadeye ulaşmaları için yaptığı ardışık eylemler (19, 21) *genelleme isteme* başlığı altında bir defa kodlanmıştır. Örüntünün genel kuralının bulunmasının neden gerekli olduğunu açıklayan öğretmen eylemi (25) ise *kavramsal bilgi verme/açıklama yapma* olarak kodlanmıştır.

3.3.2. Ceren Öğretmen'e Ait Örnek Kesitler

Ortak çarpan parantezine alma konusunun öğretiminde öğrencilere para sayma etkinliği yaptırılmış ve senaryo gereği öğrencilere yüklü miktarda kâğıt para dağıtılmıştır. Bir bankanın çalışanları olarak en kısa sürede kendilerine verilen paraları saymaları için bir yöntem geliştirmeleri istenmiştir. Öğrenciler dört-beş kişilik gruplar halinde çalışıp paraları saymak için farklı yöntemler geliştirmişler ve bu yöntemleri paylaşmışlardır. Ceren Öğretmen, öğrencilerin aynı tür paraları sayarak geliştirdikleri yöntemi modellemek için tahtada yazılı olan işlemde ilgili yerlere farklı miktarları temsil eden kâğıt paraları yapıştırılmıştır. Verilen kesitte bu süreçte ortaya çıkan bir diyalog sunulmuştur.

- 1 Öğretmen: Harikayız. Peki, insanlar bu bankaya yeni paralar yatırdıklarında sizin bulduğunuz bu pratik yöntem işe yarar mı?
- 2 Bazı öğrencilerden evet cevabı gelir.
- 3 Öğretmen: Berkay, neden yarar? Mesela şöyle söyleyeyim. Ben geldim, siz çalışıyorsunuz, burada arı gibi. Bu bankaya 20 tane ellilik yatırdım. Neresi değişir bu işlemde? En alttaki işlemde bahsediyorum. Geldim bu bankaya 20 tane daha 50'lik yatırdım.
- 4 Berk: Artmaz mı?
- 5 Öğretmen: Neresi?
- 6 Berk: 20'ler. 20 tane kaç?
- 7 Öğretmen: 50 TL.
- 8 Berk: Ha 50ler arttı.
- 9 Öğretmen: İşlemde neresi değişir? Burada 50 TL'ye karşılık gelen yer neresi?
- 10 Berk: Şurası.
- 11 Öğretmen: Peki 20 tane daha 50 Tl eklediğimde neresi değişir bu işlemde?
- 12 Berk: Orası.
- 13 Öğretmen: Gel göster, hemen koş.
- 14 Berk: Burası değişir
- 15 Öğrenci eliyle neresinin değişeceğine işaret eder.



- 16 Öğretmen: Yani 50'nin üzerine mi 20 ekleyelim?
- 17 Berk: Hıhı (kafa sallar).

Ceren Öğretmen'e ait her bir eyleme yönelik yapılan kodlamalarda düşük potansiyelli eylemlerden *öğrenci hatasını düzeltme*, *fikirlerin tam olarak ifade edilmesini isteme*, *açıklığa kavuşturma* eylemleri ortaya çıkmışken yüksek potansiyelli eylemlerden *akıl yürütmeye teşvik etme* ve *açıklama isteme* eylemleri ortaya çıkmıştır. “İnsanlar bu bankaya yeni paralar yatırdıklarında sizin bulduğunuz bu pratik yöntem işe yarar mı?” sorusu (1) *akıl yürütmeye teşvik etme* olarak kodlanmıştır. Bazı öğrencilerin bu soruya “evet” şeklinde cevap vermesi üzerine Ceren Öğretmen'in neden yaradığını düşündüklerini ifade etmelerini istemesi (3) *açıklama isteme* eylemine karşılık gelmiştir. Öğrencilerin bir kısmının sorulan soru üzerine verdiği yanıtı bir öğrencinin net bir şekilde ifade etmesini istemesi eylemi birden fazla satırda (3, 5, 9, 11, 13) devam etmiş ve *fikirlerin tam olarak ifade edilmesini isteme* eylemi altında aynı bağlam içinde yapılmış olduğu için yalnız bir kez kodlanmıştır. Bu arada öğrencinin sorulan soruya verdiği yanlış cevabı düzeltten öğretmen eylemi (7) *öğrenci hatasını düzeltme* olarak kodlanmıştır. Diyalog sonunda öğrenci, bankada bulunan toplam parayı ifade eden işlemde tam olarak neresinin değişeceğini öğretmenin istemesi sonucunda gelip tahtada gösterir. Öğretmen, öğrencinin eliyle gösterdiği cevabı doğru anlayıp anlamadığını ortaya çıkarmak için işaret edilen yeri tanımlamış (16) ve bu eylemi *açıklığa kavuşturma* başlığı altında kodlanmıştır.

Ceren Öğretmen, üçüncü döngüde “Aritmetik dizilerin kuralını harfle ifade eder; kuralı harfle ifade edilen dizinin istenilen terimini bulur.” kazanımı için planlanmış olan dersin üçüncü etkinliği için öğrencilere bir şekil örüntüsü vermiştir. Gruplara örüntüdeki şekil sayısı ile kenar sayısı arasındaki ilişkiyi sayısal olarak ifade edebilmeleri için bu etkinlik için hazırlanmış bir çalışma kağıdı dağıtılmıştır. Tüm gruplar çalışma kağıdında yer alan tabloyu doldurup sayısal ilişkiyi ifade etmişler ve sonra buldukları kuralı Ceren Öğretmen ile paylaşmışlardır. Verilen kesit, bu paylaşım sonrasında Ceren Öğretmen ile tüm sınıf arasında geçen diyalogdan alınmıştır.

- 1 Öğretmen: Peki bu şekilde genelleyebilmem yani bu şekilde arada bir ilişki kurabilmem nasıl işime yarar? Diyelim ki ben size çizemeyeceğiniz çünkü yedigeni çizemediniz mesela kolay bir şey değil, diyelim ki ..

- 2 Ediz: Mesela yüzgen.
3 Öğretmen: Ediz'in dediğini alalım. Diyelim ki nokta nokta gitti. Yüzüncü şekle geldik diyor. 100. şekil kaç kenarlı bir çokgenden oluşur?
4 Bazı öğrenciler: 102.
5 Öğretmen: Bunu bütün gruplar kendi arasında bir tartışsın bakalım, Yüzüncü şekil, kaç kenarlı olur? Neden?
6 Tüm öğrenciler: (Beklemeden) 102.
7 Öğretmen: Neden 102 olur? Bir kişiden alalım. Leyla?
8 Leyla: Çünkü sürekli her şekilde, kenar sayısı 2 arttığı için 102 olur.
9 Öğretmen: Yani arasında genel sayısal bir ilişki yakaladınız. Ve bu genellemeyi yapmak size ne kazandırdı? Hiç kalem oynatmadan ister yüzüncü adımı sorsun ister, 1000. adımını sorsun, 2 ekleyip, kaç kenarlı bir çokgen olduğunu bulmanızı sağladı.

Ceren öğretmenin eylemleri için yapılan kodlamaların tamamı yüksek potansiyelli olup *öğrenci anlamasını açığa çıkarma, genelleme isteme, açıklama isteme ve kavramsal bilgi verme/açıklama yapma* olarak belirlenmiştir. *Öğrenci anlamasını açığa çıkarma eylemi*, Ceren Öğretmen'in, öğrencilerin şekil örüntüsünde sayısal bir ilişki bulmalarının ve bunu cebirsel olarak ifade etmelerinin nasıl işe yarayacağını sorması (1) için kodlanmıştır. Ceren Öğretmen'in deneyimlenemeyecek kadar yüksek bir şekil verip o adımda oluşacak şeklin kaç kenarlı olduğunu istemesi (3) eylemindeki amaç öğrenciyi genelleme yapmaya teşvik etmektir ve bu eylem *genelleme isteme* olarak kodlanmıştır. Bu soru üzerine öğrencilerin cevabı sayısal olarak vermesi üzerine öğretmenin buldukları yanıtı doğrudan kabul etmeyip nedenini öğrenmek istemesi *açıklama isteme* olarak kodlanmıştır. Diyaloğun sonunda öğretmenin diğer etkinliğe geçmeden önce etkinliğin amacı doğrultusunda kavramsal bir açıklama yapması eylemi (9) *kavramsal bilgi verme/açıklama yapma* olarak kodlanmıştır.

4. Tartışma ve Sonuç

Ders imecesi modeli ile üst düzey düşünmeyi tetikleyen öğretim uygulamalarının tasarlandığı çalışma kapsamında öğrencilerin üst düzey düşünme becerilerini destekleyen öğretmen eylemlerinin gelişiminin incelendiği bu çalışmada döngüler boyunca öğretmenlerin yüksek potansiyelli eylem oranlarının arttığı görülmüştür. Öğretmen eylemlerinin yüksek veya düşük potansiyelli olmasına göre tartışmaların yapısının farklılaştığı ve kısa cevaplı sorular sormak yerine öğrencilere düşüncelerinin nedenlerinin sorulduğu, açıklama yapmalarının beklendiği, kendisi gibi düşünmeyen arkadaşlarını ikna etmelerinin istendiği durumlar yaratıldığında öğrencilerin üst düzey gerektiren eylemler yaptığı ve tartışmalar içinde daha aktif olduğu görülmüştür.

Öğrenci düşünmesine odaklanarak tasarlanan öğretim uygulamalarının, öğrencilerin üst düzey düşünme becerilerini tetikleyici yüksek potansiyelli öğretmen eylemlerinin oranını arttırdığı görülmüştür. Yüksek potansiyelli öğretmen eylemlerinin yıl boyunca artmasında öğretmenlerin üst düzey düşünmeyi tetikleyici sorular, etkinlikler ve benzer uygulamalara ilişkin kazanmış oldukları düşünülen farkındalığın da etkisinin olabileceği düşünülmektedir. Herbel-Eisenmann, Steele ve Cirillo (2013) etkili sınıf içi söylemleri desteklemek için tasarlanan materyallerin üst biliş gerektiren etkinliklerde kullanılması sırasında ortaya çıkan öğretmen eylemlerini ele alan çalışmalarında, üst düzey düşünmeyi destekleyen ders planları hazırlama konusunda edinilen tecrübenin etkisini açık bir şekilde ifade etmişlerdir. Herbel-Eisenmann ve arkadaşları (2013), öğretmenlerin sınıf söylemleri üzerine ayrıntılı düşünüp ders planları oluşturmayı öğrendikçe hem üretken hem de etkili öğrenci öğrenmesi için sınıf içi söylem uygulamalarını nasıl gerçekleştirecekleri konusunda daha amaçlı hale geldiğini ortaya koymuştur. Söz konusu çalışmada katılımcı öğretmenlerin planları hazırlarken ve uygulama derslerinden sonra planları değerlendirirken odak noktaları öğrencilerin üst düzey düşünme becerilerini tetiklemek olmuştur. Bu durum da Herbel-Eisenmann ve arkadaşlarının (2013) kendi çalışmalarında ifade ettikleri farkındalık ile öğretmenlerin kendi eylemlerinde daha amaçlı hareket ettikleri ve bu durumun da gelişimlerini desteklediği düşünülmektedir. Her ne kadar katılımcı öğretmenlerin araştırma ve revizyon derslerindeki eylemlerinin analiz edileceğinden haberleri olmasa da öğrenci düşüncesine odaklanılarak oluşturulan ders planlarının öğretmen eylemlerindeki gelişimi desteklediği ortaya çıkmıştır.

Söz konusu çalışmada ders döngüsü boyunca öğretmenler tarafından en düşük oranda kullanılan "öğrenci muhakemesini genişletme" eylem kategorisinin süreç içerisinde en çok geliştirilen kategori olduğu görülmüştür. Bununla beraber ardışık ders döngülerindeki öğretmen-öğrenci diyalogları incelendiğinde düşük potansiyelli eylemlerle yüksek potansiyelli eylem oranları arasında belirgin bir ilişkinin olmadığı, bazı durumlarda herhangi bir kategoride yer alan eylemlerin oranlarındaki düşmenin başka bir eylem kategorisinin artmasını destekleyebileceği ele alınmışken bazı durumlarda ana eylem kategorileri arasında belirgin bir geçişin olmadığı tartışılmıştır. Yapılan çalışmanın verileri analiz edildiğinde öğrenci muhakemesini desteklemek ve genişletebilmek için çoğunlukla öğrencinin muhakemesini açığa çıkarılmasına ya da öğrenci katkısına ihtiyaç

duyulduğu görülmüştür. Öğrenci ile öğretmen arasında geçen diyaloglarda üst düzey düşünme becerisinin ortaya çıkarılması için yapılan düşük ve yüksek potansiyelli eylemler arasında ideal bir oran ortaya çıkmamıştır. Bazı diyaloglarda düşük potansiyelli eylemler çoğunlukta iken bazı diyaloglardaki tüm öğretmen eylemlerinin yüksek potansiyelli olduğu ortaya konmuştur. Yani diyalogun kalitesini belirleyen şey, öğretmenin yaptığı eylemin potansiyeli değil öğrenci düşüncesini yönetirken seçilen eylemin öğrencinin yeni bağlantıları kurmasına engel olmadan ihtiyacı olan bilgiye kendi başına ulaşmasında rehberlik edip etmemesidir. Özellikle üçüncü ders döngüsünde hem Hale Öğretmen'in hem de Ceren Öğretmen'in genişletme kategorisine ait eylem yüzdesinin hızlı bir artış göstermiş olması yapılan eylemlerin konudan bağımsız değerlendirilemeyeceğini ortaya koymuştur. Üçüncü ders döngüsünde uygulanan ders planında öğrenciler kendilerine verilen sayı örüntülerini ifade eden genel kuralları bulmaya çalışmışlardır. Dolayısıyla genel terime ulaşabilmek için ihtiyaç duyulan rehberliği sağlarken uygulayıcı öğretmenlerin yaptıkları eylemlerin, diğer ders döngülerine oranla çok daha yüksek oranda genişletme kategorisinden olması bu bulguyu desteklemiştir. Bunun yanı sıra yapılan öğretmen eylemleri potansiyeline göre incelendiğinde, öğrencilerin muhakemelerini destekleyen ve genişleten yüksek potansiyelli eylemlerin ortaya çıkabilmesi için düşük potansiyelli eylemlerin de önemli bir role sahip olduğu ortaya çıkmıştır. Dolayısıyla öğrenci muhakemesini açığa çıkarabilmek adına yapılan eylemlerin potansiyeline bakılmaksızın önem arz ettiği düşünülmektedir. Çalışmanın bulgularına benzer olarak Cengiz ve arkadaşlarının (2011) çalışmalarında tek tür eylemlerin tek başına öğrenci düşüncesini genişletmek için etkili olmadığı bunun yerine ortaya çıkarma (eliciting), destekleme (supporting) ve genişletme (extending) eylem türlerinin birlikte kullanımının öğrenci düşüncesini genişletirken fırsat yaratmada önemli bir role sahip olduğunu ifade etmişlerdir.

Öğretmenlerin üst düzey düşünmeyi tetikleyici sorular, etkinlikler ve benzer uygulamalara ilişkin kazanmış oldukları farkındalığın, ders imecesi döngüleri dışında yıl boyunca gerçekleşen derslerde de etkisini göstermiş olabileceği düşünülmektedir. Leikin ve Rota (2006) özel durum çalışması deseninde yürüttükleri çalışmalarında bu düşüncüyü destekleyen bazı bulgulara ulaşmışlardır. Bir öğretmenin sorgulama tabanlı sınıf ortamındaki tüm sınıfla arasında geçen tartışmaları yönetme yeterliliğindeki gelişiminin incelendiği çalışmada ders yapısındaki değişimin, tasarlanan etkinliklere bağlı olmadığını bunun yerine dersin uygulayıcısı öğretmenin, öğrencilerdeki gelişimi fark ettikçe onları sınıf içi etkinliklerde özgür bırakma konusunda güven duymasından ve sorgulama tabanlı dersleri yönetmedeki artan uzmanlığının öğrencilerin ilerleyişini ve aktif öğrenmelerini hızlandırmasından kaynaklandığı görülmüştür. Bu açıdan çalışmamızda öğrencilerin üst düzey düşünme becerilerini geliştirmeyi odağa alan bir yaklaşımla hazırlanmış ders planlarının öğretimin niteliğini arttırdığı düşünülmektedir. Dersin uygulayıcısı öğretmenlerin üst düzey düşünme becerisine dair kazanmış oldukları düşünülen farkındalığı yıl boyunca sınıf içi tartışmaları yönetirken kullandığı eylemlere yansıtması olabilecekları tartışılmıştır.

5. Öneriler

Öğretmenlerin üst düzey düşünmeyi tetikleyici sorular, etkinlikler ve benzer uygulamalara ilişkin kazanmış oldukları farkındalıkları, ders imecesi döngüleri dışında yıl boyunca gerçekleşen derslerde de etkisini göstermiş olabilir. Bu kapsamda gerçekleştirilecek ders imecesi modelinde öğretmenlerin yıl içerisindeki farklı dersleri de incelenebilir ve öğretmenlerin birbirlerinden bağımsız olarak planladıkları derslerdeki eylemlerinin potansiyeli de ortaya çıkarılabilir. İlerleyen çalışmalarda ders imecesine katılacak öğretmenlere sürecin en başında "Öğrenci Muhakemesini Destekleyen Öğretmen Eylemleri" çerçevesinin tanıtılmasının ve bu farkındalıkla öğretim uygulamalarının tasarlanmasının etkileri araştırılabilir. Bununla birlikte öğretmenlerin ders imecesi sonrasında tek başlarına planlayıp gerçekleştirecekleri derslerde de öğrenci muhakemesini destekleyen eylemlerinin yapısı incelenebilir.

Öğrencilerin ders imecesi boyunca öğretmen-öğrenci diyaloglarındaki aktifliğinin daha sistematik bir şekilde incelenmesi ve ağırlıklı olarak yüksek potansiyelli eylemler ile düşük potansiyelli eylemlerin ortaya çıktığı tartışmaların karşılaştırmalı ele alınması önerilmektedir. Ek olarak öğrenci muhakemesini destekleyen yüksek potansiyelli eylemlerin öğrenci öğrenmesine ve öğrenme ortamına etkisi de araştırılabilir.

Etik Kurul Onay Bilgileri: Araştırma ile ilgili Dokuz Eylül Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Etik Kurulu'ndan 22/02/2018 tarih ve 3/15-04 protokol numarası ile etik kurul uygunluk onayı alınmıştır.

Kaynaklar / References

- Abdullah, A. H., Mokhtar, M., Halim, N. D. A., Ali, D. F., Tahir, L. M., & Kohar, U. H. A. (2017). Mathematics teachers' level of knowledge and practice on the implementation of higher order thinking skills. *EURASIA Journal of Mathematics Science and Technology Education*, 13(1), 3-17.
- Baki, A., Erkan, İ. ve Demir, E. (2012, Haziran). *Ders planı etkililiğinin lesson study ile geliştirilmesi: Bir aksiyon araştırması*. X. Ulusal Fen Bilimleri ve Matematik Eğitimi Kongresi'nde sunulan bildiri, Niğde Üniversitesi, Niğde.

- Bozkurt, E. ve Yetkin-Özdemir, İ. E. (2016). Ders araştırması yürütmüş bir grup ortaokul matematik öğretmeninden yansımalar. *International Online Journal of Educational Sciences*, 8(3), 272-289.
- Bradshaw, Z., & Hazell, A. (2017). Developing problem-solving skills in mathematics: A lesson study. *International Journal for Lesson and Learning Studies*, 6(1), 32-44.
- Cengiz, N., Kline, K., & Grant, T. J. (2011). Extending students' mathematical thinking during whole-group discussions. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 14(5), 355-374.
- Doğanay, A. (2007). Üst düzey düşünme becerilerinin öğretimi. A. Doğanay (Ed.), *Öğretim ilke ve yöntemleri* içinde (ss. 284-285). Ankara: PegemA.
- Dudley, P. (2013). Teacher learning in lesson study: What interaction-level discourse analysis revealed about how teachers utilised imagination, tacit knowledge of teaching and fresh evidence of pupils learning, to develop practice knowledge and so enhance their pupils' learning. *Teaching and Teacher Education*, 34, 107-121.
- Ellis, A., Özgür, Z., & Reiten, L. (2019). Teacher moves for supporting student reasoning. *Mathematics Education Research Journal*, 31(2), 107-132.
- Finnish National Board of Education [FNBE]. (2016). *National core curriculum for basic education 2014*. Retrieved September 20, 2018 from <https://verkkokauppa.oph.fi/EN/page/product/national-core-curriculum-for-basic-education-2014/2453039>.
- Henningsen, M. A., & Stein, M. K. (1997). Mathematical tasks and student cognition: Classroom-based factors that support and inhibit high-level mathematical thinking and reasoning. *Journal for Research in Mathematics Education*, 28(5), 524-549.
- Herbel-Eisenmann, B. A., Steele, M. D., & Cirillo, M. (2013). Developing teacher discourse moves: A framework for professional development. *Mathematics Teacher Educator*, 1(2), 181-196.
- Hunter, R. (2012). Coming to 'know' mathematics through being scaffolded to 'talk and do' mathematics. *International Journal for Mathematics Teaching and Learning*, 13, 1-12.
- Kanbolat, O. (2015). *Matematik öğretmeni adaylarıyla yürütülen ders imecesinde dış uzmanların paylaşım içerikleri ve rolleri* (Yayımlanmamış doktora tezi). Karadeniz Teknik Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Trabzon.
- Leikin, R., & Rota, S. (2006). Learning through teaching: A case study on the development of a mathematics teacher's proficiency in managing an inquiry-based classroom. *Mathematics Education Research Journal*, 18(3), 44-68.
- Lewis, A., & Smith, D. (1993). Defining higher order thinking. *Theory into Practice*, 32(3), 131-137.
- Lewis, C., Perry, R., & Murata, A. (2006). How should research contribute to instructional improvement? The case of lesson study. *Educational Researcher*, 35(3), 3-14.
- Miles, M. B., & Huberman, A. M. (1994). *Qualitative data analysis: An expanded sourcebook*. (2nd ed.). California: SAGE Publications.
- Ministry of Education Singapore. (2013). Primary mathematics learning and teaching syllabus. Retrieved May 24, 2019 from http://www.dphu.org/uploads/attachements/books/books_130_0.pdf
- Ministry of Education, Science, and Technology Korea (2011). Mathematics curriculum. Seoul, Korea: Ministry of Education, Science and Technology. Retrieved September 13, 2019 from <http://timss2015.org/wpcontent/uploads/encyclopedia/downloadcenter/3.%20Country%20Chapters/Korea.%20Rep.%20of.pdf>
- Miri, B., David, B. C., & Uri, Z. (2007). Purposely teaching for the promotion of higher order thinking skills: A case of critical thinking. *Research in Science Education*, 37(4), 353-369.
- Murata, A. (2011). Introduction: Conceptual overview of lesson study. In L. C. Hart, A. Alston, & A. Murata (Eds.), *Lesson study research and practice in mathematics education* (pp. 1-12). Dordrecht, the Netherlands: Springer.
- National Council of Teachers of Mathematics [NCTM]. (2000). *Principles and standards for school mathematics*. Reston, VA: NCTM.
- Newmann, F. M. (1988). Higher order thinking in the high school curriculum. *NASSP Bulletin*, 72(508), 58-64.
- Ontario Ministry of Education. (2006). A guide to effective instruction in mathematics, kindergarten to grade 6, Vol. 2. Toronto, ON: Queen's Printer for Ontario. Retrieved November 2, 2018 from http://eworkshop.on.ca/edu/resources/guides/Guide_Math_K_6_Volume_2.pdf
- Özaltun-Çelik, A. ve Bukova-Güzel, E. (2016). Bir matematik öğretmenin ders imecesi boyunca öğrencilerin düşüncelerini ortaya çıkaracak soru sorma yaklaşımları. *Türk Bilgisayar ve Matematik Eğitimi Dergisi*, 7(2), 365-392.
- Özaltun-Çelik, A. ve Bukova-Güzel, E. (2017). Matematik öğretmenlerinin ders imecesi kapsamında köklü ifadelerin öğretimine ilişkin oluşturdukları ders planı. *Mersin Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 13(2), 561-594.
- Özaltun-Çelik, A. ve Bukova-Güzel, E. (2018). Doğrusal fonksiyonun öğrenilmesine yönelik tasarlanan modelleme etkinliği üzerine çalışan öğrencilerin nicel muhakemeleri. *Adıyaman Üniversitesi Eğitim Bilimleri Dergisi*, 8(2), 53-85.

- Pang, J. (2016). Improving mathematics instruction and supporting teacher learning in Korea through lesson study using five practices. *ZDM Mathematics Education*, 48(4), 471-483.
- Resnick, L. B. (1987). *Education and learning to think*. Washington, DC: The National Academies Press.
- Simon, M. A. (2003). Logico-mathematical activity versus empirical activity: Examining a pedagogical distinction. In N. Pateman, B. J. Dougherty, & J. Zilliox (Eds.), *Proceedings of the 27th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (Vol. 4, pp. 183–190). Honolulu, HI: PME.
- Stein, M. K., & Smith, M. S. (1998). Mathematical tasks as a framework for reflection: From research to practice. *Mathematics Teaching in the Middle School*, 3(4), 268-275.
- Stein, M. K., Smith, M. S., Henningsen, M., & Silver, E. A. (2000). *Implementing standards-based mathematics instruction: A casebook for professional development*. New York: Teachers College Press.
- Wilburne, J. M., & Peterson, W. (2007). Using a before-during-after model to plan effective secondary mathematics lessons. *Mathematics Teacher*, 101(3), 209-213.
- Yang, Y. (2009). How a Chinese teacher improved classroom teaching in teaching research group: A case study on Pythagoras theorem teaching in Shanghai. *ZDM Mathematics Education*, 41(3), 279–296.
- Yin, R. K. (2017). *Durum çalışması araştırması uygulamaları* (I. Gunbayi, Çev.). Ankara: Nobel Akademi Yayıncılık.