

ÜLKE DERECELENDİRME SİSTEMİNİN MARKOV ZİNCİRİ İLE ANALİZİ

İbrahim Zeki AKYURT

İstanbul Üniversitesi, İşletme Fakültesi

Üretim Anabilim Dalı

ÖZET

Bir ülkenin kredi riski notu o ülkenin uluslararası sermaye piyasalarındaki borçlanmasının temel dayanak noktasıdır. Ülke kredi riskinin belirlenmesinin amacı; bir ülkede meydana gelen ekonomik, sosyal ve siyasal olaylar nedeni ile borç vermedeki konulan sınırların aşılması sebebiyle uğranılan kayıpların belirlenmesidir. Bu ülke kredi riski notları ise bağımsız birçok kuruluş tarafından belirlenmektedir. Çalışmada; bu kuruluşlardan biri olan “Moody’s”in verileri esas alınarak Markov zinciri oluşturulmuştur. Ülke kredi notlarının Markov zinciri analizi için gerekli olan geçiş matrisine ulaşarak, zincirin kararlı hal analizi ve ortalama ilk geçiş zamanı analiz sonuçları incelenmiştir.

Anahtar Sözcükler: Derecelendirme, Ülke Kredi Riski Notu, Markov Zinciri, Kararlı Hal Analizi

ANALYSIS OF SOVEREIGN CREDIT SYSTEM WITH MARKOV CHAINS

ABSTRACT

Credit rating of a country is essential for a country which wants to borrow from international capital markets. The aim of the assessing sovereign credit risk is defining losses for a country where too much debt is required because of economic, social and political effects. Sovereign credit ratings are assessed by several independent institutions. In this study Markov Chain is formed by using data from Moody’s. Transition matrix which is prerequisite for the Markov chain analysis of sovereign credit ratings, is formed then results of steady state analysis and mean first transition time analysis are evaluated.

Keywords: Rating, Sovereign Credit Rating, Markov Chain, Steady State Analysis

GİRİŞ

Global ekonomik sistem içerisinde, fon açığı bulunan ülkeler ekonomik işlevlerini devam ettirebilmeleri için zaman zaman yabancı fonlara ihtiyaç duyabilmektedir. Bu ülkelerin uluslararası piyasalardan yabancı fon temin edebilmeleri ise büyük ölçüde ülke kredi notlarına bağlıdır. Bu nedenle uluslararası bağımsız derecelendirme kuruluşları tarafından verilen ülke kredi riski puanları, finans kurumlarınca göz önünde bulundurulmuş ve uluslararası fon akımlarını etkileyen en önemli unsur olarak karşımıza çıkmaktadır.

Son yıllarda birçok gelişmekte olan ülkede yaşanan para krizleri uluslararası finans kuruluşlarının bu ülkelere karşı risk tutumlarındaki kaygıyı tekrar ortaya koymuştur. 1994 yılında Meksika'da yaşanan peso krizi, 1997 yılı Asya krizi, 1998 yılında Rusya'nın moratoryum ilan etmesi ve bunun birkaç yıl sonrasında 2001 yılında Arjantin'in dış borçlarını geri ödeyemeyecek duruma gelmesi ülke riskliliğinin ölçülmesi ve değerlendirilmesi hususunu tekrar gündeme taşımıştır.

Bir ülkenin kredi riskini ölçmek ve analizini yapmak oldukça güç ve uzmanlık isteyen bir iştir. Bu zorluğun büyük bir kısmı aslında, kredi riski ölçülürken onu etkileyen ekonomik, sosyal ve siyasal değişkenlerin analizinin güçlüğünden kaynaklanmaktadır. Nitekim, bu konu üzerinde daha önce gerçekleştirilen çalışmalar, ülkeler arası mevcut değişkenlere ait standart bir kriterin ortaya çıkmasını sağlayamamış ve derecelendirme sürecinin her ülke için yeniden ve kendi dinamikleri çerçevesinde ele alınması gerektiğini ortaya koymuştur.

Son zamanlarda ülke kredi riski derecelendirme süreci üzerine yapılan çalışmaların, derecelendirme sürecinde notun istikrarı (*rating stability*) ile değişikliğin zamanlaması (*rating timeliness*) arasında bir denge kurmaya yönelik olduğu gözlenmektedir. Bunun en önemli sebebi, özellikle uluslararası kurumsal yatırımcıların, yatırım kararlarında sık değişiklikler yapmak istemeyip genelde 'yatırım derecesine sahip ülkeleri tercih etmeleridir.

Bundan dolayı, ülkeler açısından kredi riski notunun bir kere düzenlenmesi yeterli değildir, o notu korumak ve yukarıya taşımak da ülkelerin kredibilitesi açısından çok önemlidir. Bu tür bir istikrar arayışı içinde, kredi derecelendirme kuruluşları 'geçici' olduklarını düşündükleri olumlu ya da olumsuz gelişmeleri ülke kredi notlarına hemen yansıtmasa da 'kalıcı' gözüyle gördükleri değişiklikleri ülkelerin derecelerine aktarmaktadırlar. Ayrıca bu kuruluşlar, geçmişte notu 'düşürülmüş' bir ülkenin notunun tekrar düzeltilmesi aşamasında çok daha fazla ihtiyatlı tavır sergileyebilmektedirler.

Bu çalışmada, Markov zincirleri kullanılarak, ülke derecelendirme sisteminin Markov zinciri ile ifade edilebilirliği gösterilmiş ve geçiş olasılıkları hesaplanmıştır. Ardından ülkelerin kesikli-zaman Markov zinciri çerçevesinde derecelendirme notu değişimi, kararlı hal analizi ile incelenmiştir. Bunun yanı sıra, ülkelerin 'yatırım seviyesine' gelebilmesinin çeşitli olasılıklar dağılımı altında ne kadar bir süre geçmesinin tahmini de ortalama ilk geçiş zamanları analizi ile çözülmüştür.

Çalışmanın birinci bölümünde özellikle ülke derecelendirme sistemi ile ilgili literatür taraması bulunmaktadır. İkinci bölümde derecelendirme kuruluşları ve derecelendirme sürecinden bahsedilmiştir. Üçüncü bölüm ise ülke derecelendirme sisteminin Markov Zinciri ile analizinden oluşmaktadır.

1. LİTERATÜR TARAMASI

Ülke kredi riski notunun belirlenmesi ve değişikliğinin (*migration*) gerçekleştirilmesi günümüzde risk yönetimi, değerlendirilmesi ve uluslararası kaynakların etkin dağılımı açısından büyük önem taşımaktadır.

Bilindiği üzere, bir ülkenin kredi notu o ülke ekonomisi üzerinde büyük bir etkiye sahiptir. Kredi notu yüksek olan ülkeler, uluslararası sermaye piyasalarından oldukça uygun koşullarda borç alabilirler. Buradaki, koşul kavramından sadece faiz, fark (*spread*) gibi maliyet unsurları anlaşılmalı aynı zamanda borçlanmanın, örneğin ihraç edilen tahvilin, vadesi ve miktarının da kredi notundan etkilendiği göz önünde bulundurulmalıdır.

Derecelendirmeyi genel anlamda, “bir ülkenin ya da bir firmanın borç ödeme kabiliyetinin çeşitli kriterlere (kalitatif ve kantitatif) dayanılarak ölçülmesi” şeklinde tanımlayabiliriz. Tanımda belirtildiği üzere, derecelendirme sadece ülkelerin borç ödeme kabiliyetleri üzerinde değil, aynı zamanda ülkelerin kredi farkları (Jarrow ve diğ., 1997) ve kredi türevlerinin fiyatlanması (Kijima ve Komoribayashi, 1998) bakımından da önem arz eden bir husustur.

Son zamanlarda çeşitli gelişmekte olan ülkelerde yaşanan temerrüt (*default*- (borçların geri ödenememesi) durumları ülke derecelendirme sistemlerinde daha ileri düzey risk tekniklerinin kullanılması gerektiğini ortaya koymuştur. Bu noktada, ülkelerin kredi notlarının belirlenmesinin yanı sıra bu notlarda yapılacak değişikliklerin modellenmesi de oldukça zor bir husus olarak karşımıza çıkmaktadır. Çünkü veri eksikliği, analizlerin gerek zaman boyutu açısından gerekse yatay kesit boyutu açısından kısa olmasını doğurmakta, bu da modellemelerde çeşitli kısıtlamaları beraberinde getirmektedir. Ülke kredi notlarındaki değişimleri modelleyebilmek için her not kategorisinde yeterli sayıda gözlem yapılabilmesi ve bunun yeterli bir süre boyunca izlenmesi, ülkelerin notları arasında geçiş olasılıklarının hesaplanması açısından oldukça önemlidir. Bu tür konular, ülke kredi notu geçişlerini açıklayan modellere olan güvenilirliği azaltmaktadır.

Bir çok önde gelen derecelendirme kuruluşu tarafından kullanılan (Carty ve Fons, 1994) ve akademik çalışmaya konu olan (Bangia ve diğ., 2002) Kesikli Çoklu-nominal Tahminleyicisi (Discrete Multinomial Estimator) gözlemlenmeyen kredi notu geçişleri için sıfır olasılığı vermektedir. Buna karşın, firmaların derecelendirmesi üzerinde yaptıkları çalışmada Lando ve Skodeberg (2002) kullandıkları sürekli tehlike risk oranı (continuous hazard rate) modellerinde kredi notu geçişlerinde gözlenmeyen durumlar için olasılığın sıfır olmadığını ortaya koymuşlardır. Yazarlar, çalışmada en üst düzey dereceye sahip şirketlerin bu nota sahipken temerrüde düşebileceklerini ortaya koymuşlar ve bunun da yaşanmış çeşitli şirket vakalarıyla pekiştirmişlerdir. Basel II de bu küçük ihtimalin gerçekleşebileceği savını destek niteliğinde %0,03 gibi küçük bir olasılıkla da olsa bu

durumun analizlerde göz önünde bulundurulmasını öngörmektedir. Diğer taraftan kredi notundaki değişim riskinin zaman süresinde sabit olduğu “homojenlik” varsayımı tahmin modelinin kurulmasını kolaylaştırırken birçok soruyu da beraberinde getirmektedir.

Ülke kredi risk notlarındaki değişimi açıklamaya çalışan araştırmalar yakın geçmişte dayanmaktadır ve çalışmaların sayısı oldukça azdır. Bu çalışmalardan birisi Wei(2003) tarafından yapılmış ve analizde zaman farklılaşmasını içeren çok-faktörlü Markov zinciri modeli kullanılmıştır. Çalışmada kullanılan ülke veri setinin az olması zaman farklılaşmasının gözlemini kolaylaştırmış ancak modeli genelleme özelliğini azaltmıştır.

Hu ve diğ. (2002) ise homojen probit analizi çerçevesinde yaşanacak kısıtlı örnek büyüklüğü probleminin üstesinden gelebilmek için, ülke borç ödeyememe (default) verilerini tahvil dereceleri ile birleştirerek analize sokmuştur. Fakat onların çalışması da örnek büyüklüğü ve tahminleyici problemini aşamamıştır.

Fuertes ve Kalotychou (2007) yaptıkları çalışmada ülke derecelendirme tahminleyicileri ve dinamikleri üzerine alternatif bir yaklaşım sunmuşlardır. Yazarlar, 1981-2004 yıllarını kapsayan, Moddy's'in kredi derecelerine dayanan ve gelişmiş-gelişmekte olan toplam 72 ülke verisinden hareketle yaptıkları analizlerinde kesikli çoklu-nominal tahminleyicisi ile sürekli tehlike oranı tahminleyicisini karşılaştırmışlar ve bu yaklaşımları tek tek ele almışlardır. Çalışmada, ülkelerin kredi notunun düşürülmesinde zaman ve diğer etkilerin yüksek olduğu ve zaman etkisinin şirket kredi notlarına göre daha fazla rol oynadığına dikkat çekilmektedir.

2. DERECELENDİRME SÜRECİ ve KURULUŞLARI

En basit tanımıyla derecelendirme, borçlunun anapara ve faiz yükümlülüklerini ödeme isteği ve kabiliyetinin zamanında ve tam olarak yerine getirilip getirilememesini ölçen bir araçtır. Başka deyişle bir ekonomik birimin kredi geçmişi ve kullandığı kredileri geri ödeme kapasitesinin saptanması için yapılan ölçme işlemidir.

Diğer kredi derecelendirmeleri gibi ülke kredi derecelendirmesi de borç alan tarafın yükümlülüklerini zamanında ve tam olarak yerine getirip getiremeyeceği konusunda yayınlayan kurumun düşüncelerini göstermektedir. Ülke kredi derecelendirmesi, geleceğe yönelik temerrüt tahminidir. Temerrüt ise faiz ve/veya anaparanın tam ve zamanında ödenmemesi veya ertelenmesi olarak tanımlanabilir (Cailleteau,2006,4).

Hükümetler genellikle uluslararası sermaye piyasalarına kabullerinin kolaylaştırılması maksadıyla kredi derecelendirmesi talep eder. Uluslararası piyasalarda derecelendirilmiş menkul kıymetler derecelendirilmemişlere oranla yatırımcılar tarafından daha fazla talep edilmektedir. Son yıllarda, ülke kredi notları, yüksek kredi riskine sahip ülkelerin uluslararası tahvil piyasalarından giderek artan oranda daha fazla borçlanmaları nedeniyle önem kazanmaktadır. Maruz olunan riske karşı yatırımcının karşı karşıya olduğu belirsizliği azaltan “ülke kredi notları”, birçok hükümetin -geçmişte gerçekleşen borç temerrütlerine bağlı olarak- uluslararası tahvil piyasasına kabulüne imkân sağlamaktadır.

Dünyada kredi derecelendirmesi konusunda otorite olarak nitelendirilebilecek belli başlı kuruluşlar vardır. Bu kuruluşlar, ülkeler, şirketler ve menkul kıymetler için bağımsız olarak belirlenmiş sayısal kredi notlarını sağlamaktadır. Bu notlar, yatırımcıların sermayenin dağılımı konusunda karar vermesini sağlamaktadır. Finans ve ekonomi çevrelerince kabul edilmiş başlıca derecelendirme kuruluşları; Moody's Investors Service, Fitch Investors Service, Standart & Poors Corporation, Canadian Bond Rating Service, Thomson Bank Vatch, Japanese Bond Rating Institute, Dominion Bond Rating Service, IBCA, Duff and Phelps Credit Rating, Japanese Credit Rating Agency, Nippon Investors Service' dir (Çalışkan, 8).

Not skalası AAA ile D arasında oluşturulmuştur. AAA notuna sahip ülkeler genellikle en büyük ve zengin ekonomilerdir. Belli başlı örnekleri, ABD, Japonya, Singapur, Yeni Zelanda vb.dir. D, temerrüde düşüldüğü durumlarda verilen en düşük notu ifade etmektedir.

Kredibilitesi yüksek ülkeler (ya da kuruluşlar) arasına girmek, "Buraya güvenle yatırım yapılabilir" vizesini almak anlamına gelmektedir. Genellikle AAA veya Aaa gibi üç tane A en güvenilir olanı, Baa ya da BBB- olanlar ise alt derecede ama güvenilebilir olanları göstermektedir (Küçükkocaoğlu,3).

Tablo 1 'de Moody's; S&P; Fitch; Duff and Phelps'in not skalaları verilmiştir.

Tablo 1: Kredi Derecelendirme Kuruluşlarının Kredi Notu Skalaları

KREDİ NOTLARI					
	Standard and Poor's	Moody's	Fitch	Duff and Phelps	
Yüksek derece	AAA	Aaa	AAA	1	Anapara ve faiz ödemelerinde çok güçlü bir kapasiteyi gösterir. Verilebilecek en yüksek nottur.
	AA	Aa	AA	2-4	Bu derece yüksek kaliteli tahvillere verilir. Ana para ve faiz ödemelerinde güçlü bir kapasiteyi belirtir.
Orta derece	A	A	A	5-7	Bu tahviller birçok lehte yatırım tutumuna sahiptir. Ancak olumsuz ekonomik değişikliklere karşı temkinli olunması gerektiğini gösterir.
	BBB	Baa	BBB	8-10	Bu nota sahip tahviller ana para ve faiz ödemelerinde uygun bir kapasiteye sahip olduğunu fakat olumsuz ekonomik koşullarda ödemelerde gecikme riskinin göz önüne alınması gerektiğini gösterir.
Spekülatif derece	BB	Ba	BB	11-13	Tahvillerin ana para ve faiz ödemelerinde sadece ılımlı bir korumaya sahip olduğunu gösterir.
	B	B	B	14	Genel olarak zayıf karakterli tahvillerdir. Geri ödemelerde riskin fazla olduğunu gösterir.
Taahhütleri karşılama riskinin çok yüksek olduğu durumlar	CCC	Caa	CCC	15	Zayıf kalitedeki ihraçlardır. Risk yüksektir.
	CC	Ca	CC	16	Oldukça yüksek risk içerdiğini gösterir.
	-	C	-	17	En düşük tahvil kalitesine verilen nottur. Yatırımcıların üstlendiği riskin çok yüksek olacağını belirtir.
	C	-	C	-	İhraç edilen tahvillerin geri ödemelerinin yapılamayacağını gösterir.
Temerrüde düşüldüğü durumlar	D	-	DDD	-	Verilebilecek en kötü nottur. Geri ödemelerin olanaksız olduğunu gösterir.
	-	-	DD	-	”
	-	-	D	-	”

Ülke kredi derecelendirme süreci, o ülkenin kredi değerliliğini etkileyebilecek birçok ekonomik, finansal, sosyal ve politik parametrenin hesaba katılması sonucu kredi notunun belirlenmesini kapsamaktadır. Kredi dereceleri hem nicel (quantitative) hem de nitel (qualitative) değerlendirmeler sonrasında belirlenmektedir. Nicel faktörler o ülkenin sorumluluklarını yerine getirebilme gücünü, nitel faktörler ise o ülkenin sorumluluklarını yerine getirme isteğinin göstergesidir. Elde edilen kredi notu, oranların, formüllerin, grup karşılaştırmalarının, geçmiş deneyimlerin ve yargıların sonucudur. Kredi derecelendirmesi, özünde kredi değerliliği hakkında düşünceleri ifade etmektedir. Bir ülkeye verilmiş kredi notu, o ülkenin ihraç ettiği borç kâğıtlarını elinde bulunduran bir yatırımcının karşılaşılabileceği kredi riskini yansıtmaktadır. Borçlu tarafın temerrüde düşme ihtimalini göstermektedir.

Moody's ve Standard & Poors'un derecelendirme kriterlerini belirledikleri dokümanlarda, birçok ekonomik, sosyal ve politik parametre belirtilmektedir. Bunların başlıcaları şu şekilde gösterilebilir (Beers ve Cavanaugh, 2004, 3).

1. Politik Risk:
 - a. Politik kurumların istikrarı ve meşruluğu,
 - b. Politik sürece katılım,
 - c. Liderlik başarısının düzenliliği
 - d. Ekonomik politika ve kararlarda şeffaflık
 - e. Kamu güvenliği
 - f. Jeopolitik risk
2. Gelir ve Ekonomik Yapı:
 - a. Refah, refah dağılımı ve piyasa odaklı ekonomi yapısı
 - b. Gelir adaletsizliği
 - c. Özel sektör fon kaynaklarının bol olması ve finansal sektör verimliliği
 - d. Özel sektörde rekabet ve karlılık
 - e. Korumalar ve pazar harici etkiler
 - f. İşgücü esnekliği
3. Ekonomik büyüme
 - a. Tasarruf ve yatırımların büyüklüğü ve dağılımı
 - b. Ekonomik büyüme oranları ve trendi
4. Mali Esneklik:
 - a. Genel kamu gelir-gider dengesi,
 - b. Gelir artırıcı esneklik ve verimlilik,
 - c. Harcamaların verimliliği ve harcamalar üzerine baskılar,
 - d. Raporlamaların zamanlaması, kapsamı ve şeffaflığı,
5. Genel Hükümet Borç Yükü:
 - a. Genel hükümet borcunun GSMH'ye oranı
 - b. Gelirlerin faiz ödemelerine giden kısmı,
 - c. Borcun döviz kompozisyonu ve vade profili,
 - d. Yerel sermaye piyasalarının genişliği ve derinliği,
6. Parasal Esneklik:

- a. Ekonomik döngüler içerisinde fiyat hareketleri,
 - b. Para ve kredi genişlemesi,
 - c. Döviz kuru rejimi ve parasal hedeflerin uyumluluğu,
 - d. Merkez Bankasının bağımsızlığı gibi kurumsal faktörler,
 - e. Para politikası araçlarının çeşitliliği ve etkinliği,
7. Dış Likidite:
 - a. Dış hesaplar üzerine parasal ve mali politikaların etkisi,
 - b. Cari açığın yapısı,
 - c. Sermaye hareketlerinin kompozisyonu,
 - d. Rezerve yeterliliği,
 8. Dış Borç Yükü (Kamu ve Özel Sektör) :
 - a. Brüt ve net dış borç,
 - b. Döviz kompozisyonu ve vade yapısı,
 - c. Borç servis yükü

Yukarıda sıralanan kriterlere bir ülke için önde gelen mali ve ekonomik göstergelerdir. Bu göstergelerden en çok ön plan çıkanları şunlardır (Cantor ve Packer, 1996: 39-40).

1. Kişi başına gelir: Vergilendirilebilir gelir arttıkça, borç kullanan ülkenin borcunu ödeme kapasitesi de artacaktır. Bu değişken ayrıca politik ve diğer önemli faktörler için de bir göstergedir.
2. GSMH büyüme hızı: Borç oranının GSMH' ye oranı azaldıkça borç servisi kolaylaşacaktır.
3. Enflasyon: Yüksek enflasyon kamu finansmanında yapısal bozukluklara işaret etmektedir. Ayrıca yüksek enflasyonun diğer göstergeleri bozucu etkisi söz konusudur.
4. Mali denge: Yüksek mali açık yüksek borçlanmaya sevk edecektir.
5. Cari denge: Yüksek cari açık hem kamunun hem de özel sektörün dış fonlara yüksek oranda bağıllığını göstermektedir.
6. Dış borç: Borç miktarı arttıkça borcun ödenmesinde problem çıkma ihtimali artacaktır.
7. Ekonomik kalkınma: Ekonomik gelişmede belli bir eşik seviyesine ulaşan ülkeler kriz esnasında daha az sorunla karşılaşacaklardır.
8. Ülkenin temerrüt geçmişi: Geçmişte temerrüde düşen bir ülkenin tekrar temerrüde düşme ihtimali, hiç düşmeyene oranla daha yüksek algılanacaktır.

3. MARKOV ZİNCİRİ ve UYGULAMA

Rassal değişkenlerin oluşturduğu sürecin, gelecekteki durumuna ilişkin olasılık değeri, bilinen mevcut duruma bağlı ve önceki durumların bilinmesini gerektirmeden bulunabiliyorsa bu model Markov özelliği taşımaktadır. Markov, bir stokastik süreçtir ve sürecin gelecekteki davranışı yalnızca şimdiki durumdan etkilenir; önceki durumlara bağlı değildir. Kesikli bir stokastik süreç; bu süreçte bir sonraki durum yalnızca mevcut duruma bağlıysa, daha önceki durumlarla ilişkisi yoksa Markov zinciri olarak adlandırılır.

Bu çalışmada bir ülkenin içinde bulunduğu yıldaki kredi notunun geçmişten bağımsız olduğu kabul edilmiştir bu varsayım "gelecekte alınması beklenen not sadece şimdiki nota

bağlıdır ve geçmişte alınan notlardan bağımsızdır” şeklinde yazılabilir ve bu haliyle Markov özelliği göstermektedir.

İkinci Bölümde belirtildiği gibi ülke kredi derecelendirme sistemine ait skala, kesikli değerler almaktadır yani durumlar kesiklidir ve bu haliyle de sistem “Markov zinciri”ne uymaktadır.

Markov zincirinde; iki ardışık durum arasındaki zaman; üssel dağılmışsa Sürekli-Zaman Markov Zinciri, geometrik dağılmışsa Kesikli-Zaman Markov Zinciri olarak adlandırılır (Dayar, 1994: 2). Bu çalışmada bir ülkenin kredi derecesi yani durumu içinde bulunduğu yıl için alındığından ve yıl içindeki (varsa) diğer durum değişiklikleri hesaplanmadığından bu sistem Kesikli-Zaman Markov Zinciri özelliği göstermekte ve denklem 1’deki gibi ifade edilebilmektedir.

$$P\{X_{t+1} = i_{t+1} | X_t = i_t, \dots, X_0 = i_0\} = P\{X_{t+1} = i_{t+1} | X_t = i_t\} \quad \text{Denklem 1}$$

Denklem 1’de de görüldüğü üzere, $t+1$ zamanındaki $i+t$ durumu, yalnızca t zamanındaki i durumuna bağlı olup, önceki zamanlardan bağımsızdır.

X_t sistemin i durumunda olduğu bilindiğinde; X_{t+1} , sistemin j durumunda olmasının tekadımlı geçiş olasılığı olarak adlandırılır ve denklem 2’deki gibi p_{ij} olarak gösterilir.

$$P_{ij}^{t,t+1} = P\{X_{t+1} = j | X_t = i\} = p_{ij} \quad \text{Denklem 2}$$

Tüm durumlar arası ilk geçiş olasılıklarının (tüm p_{ij}) gösterildiği matrise ise ‘Geçiş Matrisi’ denmektedir.

Herhangi bir m zamanından n zaman sonra sistemin i durumundan j durumuna geçme olasılığını hesaplayabilmek için m zamanı 0 zaman noktası kabul edilir, n zaman sonra j durumuna geçiş ise $p_{ij}(n)$ olarak gösterilir. Buradaki $p_{ij}(n)$, i durumundan j durumuna n -adımda geçiş olasılığı olarak adlandırılır ve denklem 3’deki gibi ifade edilir (Akyurt, 2010, 54).

$$P_{ij}^n = \sum_{k=0}^S P_{ik} P_{kj}^{n-1} \quad \text{Denklem 3}$$

Markov Zincirlerinde başlangıç durumu bilinmediğinde yerine başlangıç durumlarının dağılımını gösteren, başlangıç olasılık vektörü $q = [q_0, q_1, \dots, q_s]$ (initial probability vector) kullanılabilir (Taylor ve Karlin, 1984: 68). Bu vektör ve geçiş matrisi kullanılarak zincirin n -adımlı geçiş olasılıkları bulunabilir. Böylece n periyot sonra sistemdeki istenilen durumun (yüzdesel) dağılımları bulunabilir.

$$P\{X_n = j\} = \sum_{i=0}^S q_i P_{ij}^{(n)} \quad \text{Denklem 4}$$

Eğer bir Markov zincirinde tek grup varsa, bu tüm durumların birbiriyle haberleşen olduğunu gösterir. Böyle bir Markov zinciri küçültülemezdir. Pozitif tekrarlı durumlardan oluşan ve tüm durumları aperiodyk olan bir Markov zincirine “ergodik” denir (Akyurt, 2010: 55). Ergodik ve küçültülemez bir zincir, belirli bir süre sonra başlangıçtaki i durumundan bağımsız olarak π_j olasılığıyla kararlı hal alır. $\pi = [\pi_0, \pi_1, \dots, \pi_s]$

şeklinde verilen vektör, kararlı-hal dağılımı veya denge dağılımı olarak adlandırılır ve uzun dönem sonucunda sistemin kararlı hal dağılımı denklem 5 ile bulunur.

$$\pi_j = \sum_{k=1}^{k=S} \pi_k P_{kj} \quad \text{Denklem 5}$$

Fakat bu denkleme ait sonsuz sayıda sonuç elde edilebilir, kararlı-halin tek ve negatif olmayan değerlerine ulaşabilmek içinse $\pi_1, \pi_2, \dots, \pi_s = 1$ olmalıdır.

$$\sum_{j=0}^{\infty} \pi_j = 1 \quad \text{Denklem 6}$$

Küçültülemez ergodik zincirlerde bir diğer analiz ise ortalama ilk geçiş zamanlarının hesaplanabilmesidir. Zincirin geçiş olasılıkları P_{ij} ve kararlı hal olasılıkları π_j 'dir. μ_{ij} ifadesi, ortalama ilk geçiş zamanı olarak adlandırılır. Sistemin başlangıçtaki i durumundan ilk j durumuna geçişi için gerekli olan ortalama geçiş sayısını göstermektedir. Ortalama ilk geçiş zamanları denklem 7'in çözümüyle elde edilir.

$$\mu_{ij} = p_{ij} + \sum_{k \neq j} p_{ik} (1 + \mu_{kj}) \quad \text{Denklem 7}$$

Ayrıca $p_{ij} + \sum_{k \neq j} p_{ik} = 1$ olduğundan, bir önceki denklemde yerine konursa denklem 8 elde edilir.

$$\mu_{ij} = 1 + \sum_{k \neq j} p_{ik} \mu_{kj} \quad \text{Denklem 8}$$

Eğer bir durumdan tekrar kendisine dönme zamanı elde edilmek istenirse, geri dönüş zamanı denklem 9'daki gibi olacaktır (Winston, 2004: 939).

$$\mu_{ii} = \frac{1}{\pi_i} \quad \text{Denklem 9}$$

Bu analizleri yapabilmek için öncelikle geçiş matrisinin bulunması gerekmektedir. Literatürde ülke kredi derecelendirme sisteminde geçiş olasılıklarının en sık kullanılanı "cohort" metodudur (Lando ve Skodeberg, 2002: 424). Bu metoda göre i durumunda N_i adet ülke varsa ve bir yıl sonra j durumuna geçen N_{ij} kadar ülke varsa, o takdirde geçiş olasılığı denklem 10'daki gibi bulunur.

$$p_{ij} = \frac{N_{ij}}{N_i} \quad i \neq j \quad \text{Denklem 10}$$

Bu denklemin önemli bir sonucu ise i durumundan j durumuna geçiş gerçekleşmediğinde olasılığın sıfır olarak tahmin edilmesidir.

Çalışmada Moody's derecelendirme kuruluşunun 1983-2009 yılları arası toplam 108 ülkenin devlet tahvillerine ait kredi notu bilgileri ele alınmıştır (bkz. Duggar, 2010). Bu ülkeler ve derecelendirmeye başlama tarihleri aşağıda verilmiştir.

Tablo 2 Derecelendirmeye Konu Olan Ülkeler ve Derecelendirme Başlangıç Yılları

Tarih	Sayı	Ülkeler
1949-1985	14	Amerika Birleşik Devletleri, Panama, Avustralya, Yeni Zelanda, Danimarka, Kanada, Venezüella, Avusturya, Finlandiya, İsveç, Norveç, İngiltere, Japonya, İsviçre
1986	7	Arjantin, Brezilya, Almanya, İtalya, Malezya, Hollanda, Portekiz
1987	1	İrlanda
1988	5	Belçika, Çin, Fransa, Hong Kong, İspanya
1989	3	İzlanda, Lüksemburg, Tayland
1990	2	Meksika, Mikronezya
1991	0	
1992	1	Türkiye
1993	5	Kolombiya, Çek Cumhuriyeti, Filipinler, Trinidad & Tobago, Uruguay
1994	7	Barbados, Bermuda, Yunanistan, Endonezya, Malta, Pakistan, Güney Afrika
1995	2	İsrail, Polonya
1996	11	Bahreyn, Bulgaristan, Ürdün, Kazakistan, Kuveyt, Lituanya, Mauritius, Rusya, Suudi Arabistan, Slovenya, Birleşik Arap Emirlikleri
1997	12	Bahamalar, Kostarika, , Hırvatistan, Ekvator, El Salvador, Guatemala, Lübnan, Lebanon, Macao, Moldova, Umman, Romanya, Türkmenistan
1998	16	Bolivya, Kıbrıs, Dominik Cumhuriyeti, Honduras, Macaristan, Hindistan, Jamaika, Kore, Nikaragua, Papua Yeni Gine, Paraguay, Peru, Singapur, Slovakya, Tayvan, Ukrayna
1999	10	Belize, Şili, Mısır, Estonya, Fiji Adaları, İran, Letonya, Fas, Katar, Tunus
2000	0	
2001	1	Botsvana
2002	0	
2003	0	
2004	2	Bosna-Hersek, Surinam
2005	2	Moğolistan, Vietnam
2006	2	Ermenistan, Azerbaycan
2007	4	Arnavutluk, Belarus, Kamboçya, St Vincent ve Grenadinler
2008	1	Karadağ
2009	0	
Toplam		108 Ülke

(Duggar,2010)

Moody's skalasında 9 adet derece (durum) söz konusudur ve açıklamaları ile birlikte Tablo 1 'de verilmiştir. Bu dereceler, Aaa,Aa, A, Baa, Ba, B, Caa, Ca ve C' dir. Ayrıca Moody's Aa 'dan Caa 'ya kadar tüm derecelere 1 'den 3'e kadar belirteçler eklemektedir. Böylece durum sayısı artmaktadır. Uygulamada durum sayısı, Duggar (2010) ve Varna (2006) çalışmalarındaki gibi 7 adet olarak belirlenmiştir. Bu durumlar $i = 0, 1, 2, \dots, K$ şeklinde gösterilebilir. $i = 0$ en yüksek kredi notu (Aaa)'yı; $i=K=6$ ise en düşük notu (Caa' dan C' ye) simgelemektedir. Çalışmada temerrüd de $K=6$ durumunun içinde ele alınmıştır. Bu durumlar göz önüne alınarak oluşturulan Geçiş matrisi tablo 3 'deki gibi elde edilmiştir

(Duggar, 2010, 7). Tabloda derecelendirmeye konu olan 108 ülkenin, 1983-2009 yılları arası ortalama yıllık derecelendirmeler arası geçişleri görülmektedir.

TABLO 3: Derecelere Ait Geçiş Matrisi

Durum Adı	Durum	0	1	2	3	4	5	6
Aaa	0	0,9689	0,0287	0,0005	0,0012	0	0	0,0007
Aa	1	0,0531	0,927	0,0088	0,0018	0	0	0,0093
A	2	0	0,0441	0,9205	0,0284	0,003	0	0,004
Baa	3	0	0	0,0898	0,8634	0,0248	0,0081	0,0139
Ba	4	0	0	0	0,07	0,8622	0,0528	0,015
B	5	0	0	0	0	0,0564	0,8689	0,0747
Caa-C	6	0	0	0	0	0	0,2995	0,7005

Tablo 3'deki geçiş matrisi, denklem 5 ve denklem 6'ya konduğunda sekiz adet eşitlik oluşacaktır, çözümü ise kararlı hal dağılımını verecektir.

$$\pi_0 = \pi_0 p_{00} + \pi_1 p_{10} + \pi_2 p_{20} + \pi_3 p_{30} + \pi_4 p_{40} + \pi_5 p_{50} + \pi_6 p_{60},$$

$$\pi_1 = \pi_0 p_{01} + \pi_1 p_{11} + \pi_2 p_{21} + \pi_3 p_{31} + \pi_4 p_{41} + \pi_5 p_{51} + \pi_6 p_{61},$$

$$\pi_2 = \pi_0 p_{02} + \pi_1 p_{12} + \pi_2 p_{22} + \pi_3 p_{32} + \pi_4 p_{42} + \pi_5 p_{52} + \pi_6 p_{62},$$

⋮

$$\pi_6 = \pi_0 p_{06} + \pi_1 p_{16} + \pi_2 p_{26} + \pi_3 p_{36} + \pi_4 p_{46} + \pi_5 p_{56} + \pi_6 p_{66},$$

$$1 = \pi_0 + \pi_1 + \pi_2 + \pi_3 + \pi_4 + \pi_5 + \pi_6.$$

Sekiz eşitliğin çözümünden çıkan kararlı hal dağılımı tablo 4'de görülmektedir. Bu dağılım 108 ülkenin tamamını temsil etmektedir.

Tablo 4 Kararlı Hal Dağılımları

Durum	Durum Adı	Kararlı Hal Dağılımı π_i
0	Aaa	0,3216
1	Aa	0,1884
2	A	0,1025
3	Baa	0,0705
4	Ba	0,0856
5	B	0,1728
6	Caa-C	0,0586

Böylece; kararlı hal analizine göre uzun dönemde tüm ülkelerin hangi durumda olacağını yüzdesel dağılımı tespit edilmiştir. Uzun dönemde ülkelerin %32,16'sı Aaa; %18,84'si Aa; %10,25'i A; %7,05'i Baa; %8,56'sı Ba; %17,28'si B; %5,86'sı Caa-C; kredi notunda olacağı gözükmemektedir.

Tablo 5'de ise, yıllar belirli yıllar itibarıyla Moody's derecelerine ait ülkelerin yüzdesel dağılımı gözükmemektedir. Oluşturulan geçiş matrisi 2009 yılına kadarki verilerden elde

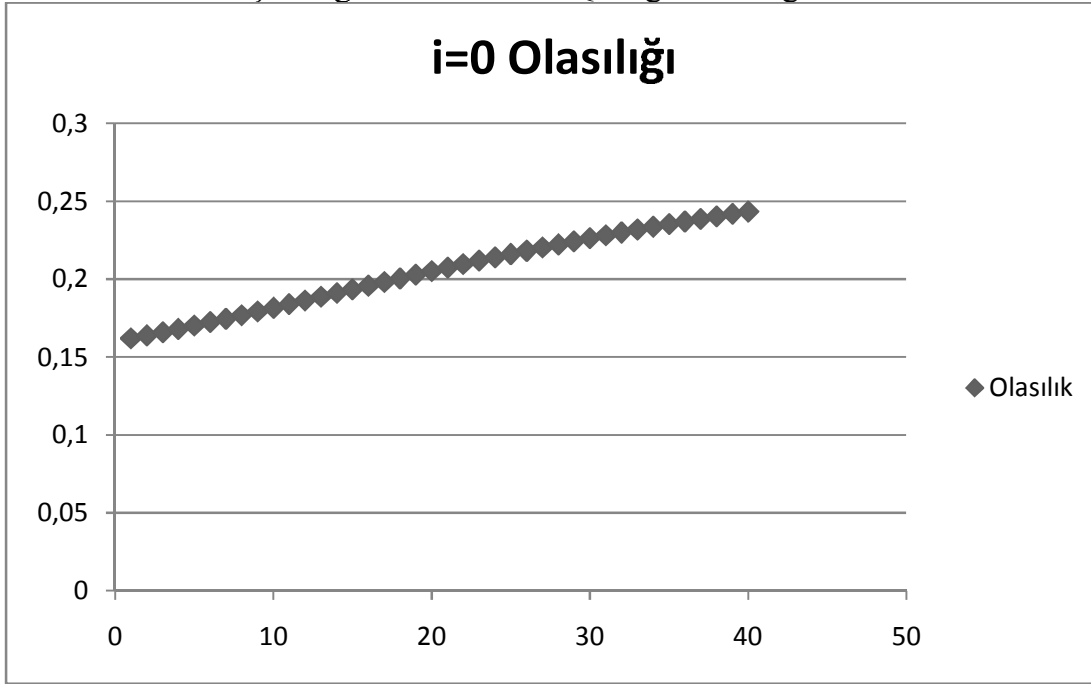
edildiğinden, tablo 5'e göre başlangıç olasılık vektörünün $q = [0,16; 0,13; 0,16; 0,17; 0,16; 0,19; 0,03]$ olduğu görülmektedir.

Tablo 5 Yıllara Göre Ülkelerin Durumlardaki Yüzdesel Dağılımı

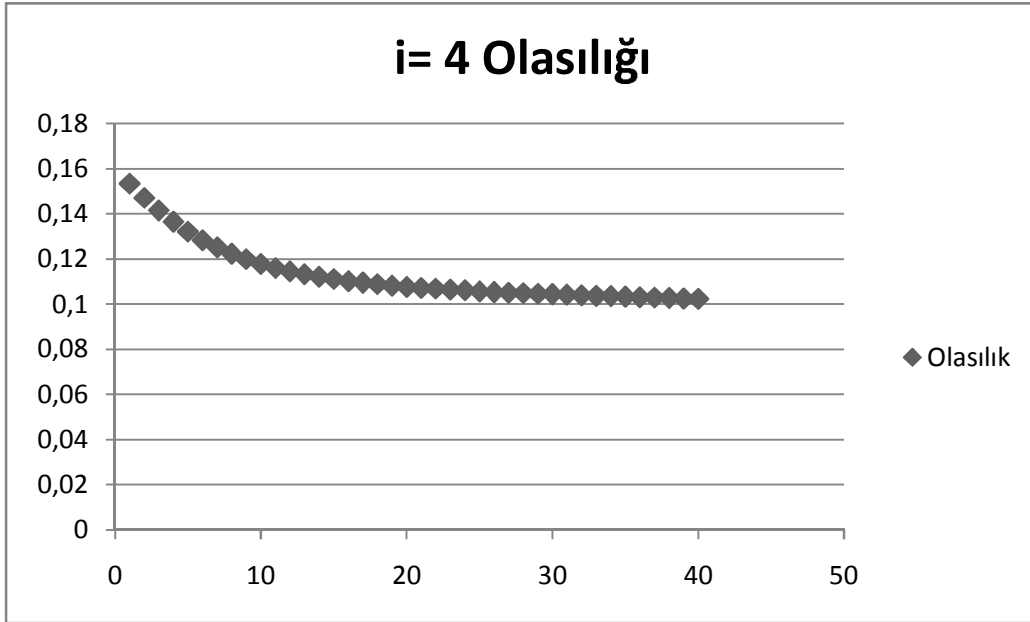
Durum adı\Yıl	1983	1990	1995	2000	2005	2009
Aaa	75%	40%	20%	14%	20%	16%
Aa	25%	30%	26%	14%	5%	13%
A	0%	17%	20%	13%	24%	16%
Baa	0%	3%	13%	21%	14%	17%
Ba	0%	7%	15%	17%	15%	16%
B	0%	3%	7%	16%	17%	19%
Caa-C	0%	0%	0%	5%	4%	3%

(Duggar, 2010, 5)

Başlangıç vektörü ile n-adım sonraki geçiş matrisinin çarpımı (Denklem 4) *n zaman* sonra istenen durumdaki ülkelerin yüzdesini verecektir. Şekil 1 ve şekil 2' de n periyot sonra $i=0$ ve $i=4$ durumları için dağılımlara ait WinQSB grafikleri görülmektedir.



Şekil 1 i=0 Durumunun Zaman Ekseninde Olasılık Dağılımı



Şekil 2 i=4 Durumunun Zaman Ekseninde Olasılık Dağılımı

Markov zincirindeki bir diğer analiz ise denklem 8'den elde edilen ortalama ilk geçiş zamanları ile Denklem 9'dan elde edilen geri dönüş zamanlarıdır ve sonuçları tablo 6'da görülmektedir.

Tablo 6 İlk Geçiş ve Geri Dönüş Zamanları

Durum Adı	Durum	0	1	2	3	4	5	6
Aaa	0	3,1092	40,3629	184,7696	209,869	241,6569	235,8348	239,4523
Aa	1	59,6118	5,3087	161,4779	188,9413	217,7908	211,4234	214,7872
A	2	119,3488	59,7371	9,7556	121,8803	181,2497	184,3019	191,3905
Baa	3	155,4289	95,8172	36,0801	14,1848	130,3806	143,4307	155,7289
Ba	4	191,8867	132,2749	72,5378	36,4577	11,6787	80,4807	106,9102
B	5	214,0395	154,4277	94,6906	58,6105	22,1528	5,7885	53,6212
Caa-C	6	217,3784	157,7666	98,0295	61,9494	25,4917	3,3389	17,0595

Tabloya göre karşılıklı aynı durumlar arası geçiş süreleri “geri dönüş zamanlarını” diğerleri ise “ilk geçiş zamanlarını” ifade etmektedir.

SONUÇ

Ülkelerin uluslararası piyasalardan yabancı fon temin edebilmeleri ve bu fonların ülkelere olan maliyetleri büyük ölçüde ülke kredi notuna bağlıdır. Bu nedenle uluslararası bağımsız derecelendirme kuruluşları tarafından verilen ülke kredi riski puanları, finans kurumlarınca göz önünde bulundurulmuş ve uluslararası fon akımlarını etkileyen en önemli unsur olarak karşımıza çıkmaktadır.

Bilindiği üzere, dünyada bankacılık sektörü ile ilgili düzenleyici ve denetleyici standartları belirlemek amacıyla oluşturulan Basel II kriterleri 2006 yılında uygulamaya geçmiştir. Türkiye'nin de bulunduğu 110 ülkenin imzalayarak benimsediği Basel II Kuralları ile birlikte bankaların yurt dışından aldığı kredilerde ülkenin, ülke riski derecesi esas alınmaktadır. Bundan dolayı, ülkelerin etkin bir finans sistemine sahip olması ve bankaların daha ucuz maliyetlerle borçlanabilmesi için ülke derecesinin yüksek olması ihtiyacı her zamankinden daha fazla önem kazanmıştır.

Bu çalışmada, Markov Zincirleri kullanılarak, ülke derecelendirme sisteminin markov Zinciri ile ifade edilebilirliği gösterilmiş, bunun yanı sıra ülkelerin kesikli-zaman Markov Zinciri çerçevesinde derecelendirme notu değişimi, kararlı hal analizi yöntemi ile incelenmiştir. Moody's' in 1983-2009 yılları arası toplam 108 ülkenin kredi notu bilgileri esas alınarak oluşturulan geçiş matrisine göre (Tablo 3) Aaa, Aa ve A gibi yüksek kredi notuna sahip ülkelerin notlarındaki değişimin düşük kredi notuna sahip ülkelere oranla daha az olduğu görülmektedir. Ayrıca, yine geçiş matrisini gösteren tabloda, yüksek kredi notuna sahip bir ülkenin notunun yükselme olasılığının düşme olasılığından daha yüksek olduğu bulunmuştur. Kararlı hal analizine göre, uzun dönemde ülkelerin %50 'sinin Aaa ve Aa derecelerine sahip olacağı tespit edilmiştir. 2009 yılında bu oran %29 kadardır. Sistemin kararlı hale gelmesi için, geçiş matrisinin etkisiyle, Aaa, Aa ve Caa-C gruplarında önümüzdeki yıllarda sayısal bir artış beklenmekte olup, A, Baa, Ba ve B derecelerinde düşüş olacağı görülmüştür.

Diğer taraftan çalışmada, bir ülkenin bulunduğu dereceden (durumdan) çıktıktan sonra tekrar bu duruma dönmesi için gerekli olan yıl sayısı geri dönüş zamanı analizleri doğrultusunda hesaplanmaya çalışılmıştır. Sonucuna göre Aaa, Aa ve B derecelerindeki ülkelerin tekrar bu duruma dönmeleri altı yıldan kısa sürmektedir.

Bununla birlikte, dereceler arası geçiş süreçlerinin yükseliş veya düşüş yönünde ne kadar süre aldığını gözlemlemek adına ilk geçiş zamanları analizi yapılmıştır. Bunun sonucuna göre bir derece yükselmek için geçen sürenin bir derece düşmek için geçen ortalama süreden daha kısa olduğu gözlenmiştir.

KAYNAKÇA

- Akyurt, İ. Z., 2010, **Ürün Stok Politikalarının Olasılıklı Talep Yapısı Altında Markov Karar Süreci İle Analizi**, Doktora Tezi, İstanbul Üniversitesi.
- Bangia, A., Diebold, F.X., Kronimus, A., Schagen, C., Schuermann, T., 2002, “*Ratings migration and the business cycle, with applications to portfolio stress testing*”, **Journal of Banking and Finance** 26, s. 445–474.
- Beers, D.T., Cavanaugh, M., 2004, **Sovereign Credit Ratings: A Primer**, Standard & Poors.
- Cailleteau, P., 2006, **A Guide to Moody’s Sovereign Ratings**, Moody’s Special Comment.
- Cantor, R., Packer, F., 1996, “*Determinants and Impact of Sovereign Credit Ratings*”, **FRBNY Economic Policy Review**, October 1996, s.37-54.
- Carty, L.V., Fons, J.S., 1994, “*Measuring changes in corporate credit quality*”, **The Journal of Fixed Income**, Vol. 4, No. 1, s. 27-41.
- Çalışkan, Ö. V., “*Kredi Derecelendirme Kuruluşları ve Risk Değerlendirme Kriterleri*”, web.sakarya.edu.tr/~adurmus/kredi_derecelendirme/4104uygulamali%20calisma.pdf, (Erişim Tarihi: 28 Eylül 2010)
- Dayar, T., 1994, **Stability and Conditioning Issues On The Numerical Solution Of Markov Chains**, Doktora Tezi, North Carolina State University.
- Duggar, E., 2010, “*Sovereign Default and Recovery Rates, 1983-2009*”, **Moody’s Investors Service**.
- Fuertes A. M., Kalotychou E., 2007, “*On sovereign credit migration: A study of alternative estimators and rating Dynamics*”, **Computational Statistics & Data Analysis** 51, 3448 – 3469.
- Hu, Y.-T., Kiesel, R., Perraudin, W., 2002, “*The estimation of transition matrices for sovereign credit ratings*”, **Journal of Banking and Finance** 26, 1383–1406.
- Jarrow, R.A., Lando, D., Turnbull, S.M., 1997, “*A Markov model for the term structure of credit risk spreads*”, **Review of Financial Studies**, Vol. 10, No. 2, s. 481-523.
- Kijima, M., Komoribayashi, K., 1998, “*A Markov chain model for valuing credit risk derivatives*”, **Journal of Derivatives**, Vol. 6, No. 1, s. 97-108.
- Küçükkoçaoğlu, G., “*Derecelendirme Kuruluşları ve Enformasyon Servisi*”, <http://www.baskent.edu.tr/~gurayk/finpaz6.doc>, (Erişim Tarihi: 23.02.2011)
- Lando, D., Skodeberg, T., 2002, “*Analyzing ratings transitions and rating drift with continuous observations*”, **Journal of Banking and Finance**, 26, 423–444.
- Taylor, H. M., Karlin S., 1984, **An Introduction To Stochastic Modeling**, Orlando, Florida, Academic Press, Inc.
- Varna, P., 2006, “*Default and Recovery Rates of Sovereign Bond Issuers, 1983-2005*”, **Moody’s Investors Service**.

Wei, J.Z., 2003, “*A multi-factor credit migration model for sovereign and corporate debts*” *Journal of International Money Finance* 22, 709–735.

Winston, Wayne L; **Operation Research : Application and Algorithms**, Canada, Thomson Brooks / Cole , Fourth Edition, 2004.