

**Bora Şener\*** Yıldız Teknik Üniversitesi  
İstanbul**Elif Sıla Kılıçarslan** İstanbul Gedik Üniversitesi  
İstanbul**Mehmet Fırat** Sakarya Üniversitesi  
Makine Mühendisliği Bölümü  
Sakarya**Makale Bilgisi:**

Araştırma Makalesi

Gönderilme: 26-02-2020

Kabul: 03-08-2020

\*Sorumlu Yazar: Bora Şener

Email: borasen@yildiz.edu.tr

# Dördüncü Dereceden Polinom Türü Bir Akma Fonksiyonu Kullanarak AISI 304 paslanmaz Çelik Sacın Anizotropik Davranışının Modellenmesi

*Bu çalışmada ortotropik, kuadratik olmayan, homojen polinom türü bir akma kriteri tanımlanmış ve açık zaman integrasyon yöntemi ile kriterin sac şekillendirme analizlerinde kullanılabilmesi için sonlu eleman uygulaması sunulmuştur. Uygulamanın performansı, ilk olarak AISI (304) paslanmaz çelik sacın çekme testi simülasyonlarıyla değerlendirilmiş olup, akma gerilmesi oranı ve anizotropi katsayısının yöne bağlı değişimleri tahmin edilmiştir. Ardından, dikdörtgen bir kabın derin çekme simülasyonu gerçekleştirilmiş ve hesaplanan kalınlık ve taban geometri profili ölçüm sonuçlarıyla değerlendirilmiştir. Her iki deformasyon prosesi için yapılan karşılaştırmalar, dördüncü derece polinom türü akma kriterinin AISI (304) paslanmaz çelik sacın anizotropik davranışını doğru bir şekilde tanımlayabildiğini göstermiştir.*

*Anahtar Kelimeler: Şekillendirme Sınır Diyagramı, Sac Metal Şekillendirme, Nakazima Testi, Gerinim Yayılması, Sonlu Elemanlar Yöntemi*

## GİRİŞ

Sac şekillendirme proseslerinin sonlu eleman simülasyonlarından güvenilir sonuçlar elde edebilmek için, malzeme anizotropisinin doğru bir şekilde tanımlanabilmesi gereklidir. Sac malzemelerin plastik davranışı düzlem gerilmeli ortotropik akma kriterleri ile tanımlanmaktadır. İlk anizotropik akma kriteri Hill tarafından önerilmiştir [1]. Hill48 akma fonksiyonu basit bir formülasyona sahiptir ve katsayıları açık formüllerle belirlenmektedir. Bu yüzden, kuadratik kriter literatürde genel bir kriter olarak kabul edilmektedir. Ancak, Hill48 kriteri malzemenin akma gerilmesi ve plastik gerinim oranlarının yönsel değişimlerini eş zamanlı olarak doğru tahmin edememektedir. Kriterindeki sınırlılıklar nedeniyle, Hill sonraki yıllarda, genel homojen polinomların akma fonksiyonu olarak kullanımını önermiştir [2].

Polinom türü akma fonksiyonları, ilk olarak Gotoh tarafından incelenmiştir [3]. Gotoh, akma fonksiyonu olarak dördüncü derece bir polinom önermiş ve polinomun katsayılarını belirleyebilmek için

çalışmasında dokuz denklemden oluşan bir lineer denklem sistemi oluşturmuştur. Daha sonra yazar, kriterini alüminyumla deokside edilmiş bir çelik ve bakır alaşımli sac malzemelerin anizotropik davranışlarının modellenmesinde kullanmış ve bu malzemelerin yönsel özelliklerinin değişimlerini başarılı bir şekilde tahmin etmiştir [4]. Ancak, Gotoh katsayı tanımlama prosedüründe akma yüzeyinin pozitifliğini ve konveksliğini dikkate almamıştır. Bu nedenle Gotoh'un akma kriteri sac şekillendirme analizlerinde yaygın bir şekilde kullanılmamaktadır [5]. Tong [6] dördüncü derece Hill1979 [7] akma fonksiyonunun bir parçası olarak Gotoh'un akma fonksiyonunu yeniden formüle etmiş ve fonksiyonun pozitiflik ve konvekslik koşullarını doğrulamıştır. Cazacu ve Barlat [8], Drucker'in izotropik akma kriterinin genişletilmesine dayalı altıncı dereceden bir polinom türü akma fonksiyonu (CB2001) önermişler ve kriterle kübik yüzey merkezli malzemelerin mekanik özelliklerinin düzlemsel değişimlerini tahmin etmişlerdir. Ancak CB2001 akma kriterinin katsayı tanımlama prosedürü karmaşık nonlinear

formülasyonlara dayalıdır. Hu [9-10] sırasıyla 2 boyutlu ve 3 boyutlu durumlar için iki polinom türü akma fonksiyonu önermiştir. Araştırmacı her iki kriteri alüminyum alaşımlarının ve yüksek mukavemetli çeliklerin modellenmesine uygulanmış ve malzemelerin akma gerilmesi ve plastik gerinim oranlarının düzlemsel dağılımlarını tahmin etmiştir. Konu ile ilgili yapılan çalışmalarda, konkvekslik nedeniyle polinom türü akma fonksiyonlarının sonlu eleman programlarına uygulanmasında araştırmacıların zorluklarla karşılaştıkları görülmüştür. Bu kısıtlamayı ortadan kaldırmak için, Soare [11] farklı bir katsayı tanımlama prosedürü önermiş ve kriterini başarılı bir şekilde kulaklanma tahmininde uygulamıştır.

Bu çalışmada, Soare tarafından geliştirilen dördüncü derece bir polinom akma kriterinin (Poly4) tahmin kabiliyeti değerlendirilmiştir. Kriteri değerlendirebilmek için, ilk olarak akma gerilmesi ve plastik gerinim oranlarının düzlemsel değişimleri tahmin edilmiş, ardından dikdörtgen kap derin çekme prosesinin sonlu eleman analizi gerçekleştirilmiştir. Son olarak, kriterden tahmin edilen sonuçlar deneysel sonuçlarla karşılaştırılmıştır. Çalışmada, AISI-304 paslanmaz çelik sac (t=0.8 mm) test malzemesi olarak seçilmiştir.

Bu çalışma altı bölümden oluşmaktadır: 2.bölümde kısaca dördüncü derece polinom akma kriteri tanıtılmış, 3. ve 4. bölümlerde, sırasıyla deneysel çalışmalar ve dikdörtgen kap derin çekme prosesinin sonlu eleman modeli hakkında bilgi verilmiş, 5. bölümde nümerik ve deneysel sonuçlar karşılaştırılmış ve son olarak 6. Bölümde ise çalışmadan elde edilen sonuçlar tartışılmıştır.

## DÖRDÜNCÜ DERECE DEN POLİNOM TÜRÜ AKMA KRİTERİ ve SONLU ELEMAN PROGRAMINA UYGULANMASI

### Dördüncü Derece Homojen Polinom Türü Akma Kriteri

Dördüncü derece polinom türü akma kriteri Soare tarafından geliştirilmiştir. Kriter düzlem gerilme hali için dokuz katsayıya sahiptir ve aşağıdaki formda ifade edilmektedir.

$$P_4 = a_1\sigma_x^4 + a_2\sigma_x^3\sigma_y + a_3\sigma_x^2\sigma_y^2 + a_4\sigma_x\sigma_y^3 + a_5\sigma_y^4 + (a_6\sigma_x^2 + a_7\sigma_x\sigma_y + a_8\sigma_y^2)\sigma_{xy}^2 + a_9\sigma_{xy}^4 \quad (1)$$

Soare, Gotoh'un tanımlama prosedüründe değişiklik önermiş ve akma yüzeyinin pozitifliği ve konkveksliğine dayanan bir katsayı tanımlama prosedürü geliştirmiştir. Soare'nin katsayı tanımlama programına göre, beş katsayı ( $a_1$ ,  $a_2$ ,  $a_3$ ,  $a_4$  ve  $a_5$ ) açık formüllerle belirlenmekte,  $a_6$  ve  $a_8$  katsayıları hata fonksiyonunun minimize edilmesiyle ve son olarak

katsayı  $a_7$  ise  $a_6$  ve  $a_8$  katsayılarına dayalı olarak belirlenmektedir. Ayrıca, Soare pozitif ve konkveks bir akma fonksiyonu elde edebilmek için katsayılara alt ve üst sınırlar getirmiştir.

Dokuz katsayının belirlenmesi için on bir adet deneysel verinin ( $\bar{\sigma}_0, \bar{\sigma}_{45}, \bar{\sigma}_{90}, \bar{\sigma}_b, r_0, r_{45}, r_{90}, \theta = 15^\circ$  ve  $75^\circ$  ya da  $30^\circ$  ve  $60^\circ$  için  $\bar{\sigma}_\theta$  ve  $r_\theta$ ) bilinmesi gereklidir. Bu katsayıların belirlenmesi için gerekli matematiksel ifadeler aşağıda verilmektedir:

$$a_1 = 1, a_2 = -4r_0 / (1 + r_0), a_5 = 1 / \bar{\sigma}_{90}^4 \quad (2)$$

$$a_4 = -4a_5 r_{90} / (1 + r_{90}), a_3 = (1 / \bar{\sigma}_b^4) - (a_1 + a_2 + a_4 + a_5) \quad (3)$$

$$a_6 = (k_{22}r_1 - k_{12}r_2) / (k_{11}k_{22} - k_{12}^2) \quad (4)$$

$$a_8 = (k_{22}r_2 - k_{12}r_1) / (k_{11}k_{22} - k_{12}^2) \quad (5)$$

$$a_7 = \left[ \left( 2 / \bar{\sigma}_{45} \right) / (1 + r_{45}) - 2 \left( 1 / \bar{\sigma}_b^4 \right) \right] - (a_6 + a_8) \quad (6)$$

Bu eşitliklerde  $k_{11}, k_{22}, k_{12}, r_1$  ve  $r_2$  deneysel ve tahmini değerler arasındaki farkı değerlendiren hata fonksiyonunun minimize edilmesiyle belirlenmektedir. Bu parametreler aşağıda verilmektedir:

$$k_{11} = \sum_{i=1,2} \left[ w_1^{(i)} (\alpha_6^i)^2 + w_2 (\beta_6^i)^2 \right] \quad (7)$$

$$k_{22} = \sum_{i=1,2} \left[ w_1^{(i)} (\alpha_8^i)^2 + w_2 (\beta_8^i)^2 \right] \quad (8)$$

$$k_{12} = \sum_{i=1,2} (w_1^{(i)} \alpha_6^i \alpha_8^i + w_2 \beta_6^i \beta_8^i) \quad (9)$$

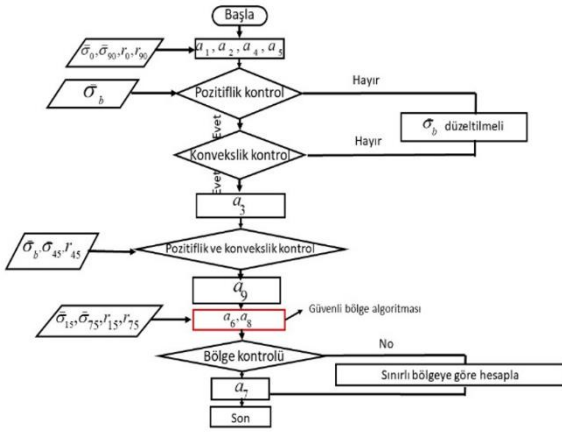
$$r_1 = \sum_{i=1,2} (w_1^{(i)} \alpha_6^i \alpha_0^i + w_1^{(i)} \beta_6^i \beta_0^i) \quad (10)$$

$$r_2 = \sum_{i=1,2} (w_1^{(i)} \alpha_8^i \alpha_0^i + w_1^{(i)} \beta_8^i \beta_0^i) \quad (11)$$

Burada  $w_1^{(i)}$   $\bar{\sigma}_\theta$  için,  $w_2^{(i)}$  ise  $r_\theta$  için ağırlık katsayılarını,  $\alpha^{(i)}$  ve  $\beta^{(i)}$  ise hata fonksiyonunun ifadesinde ortaya çıkan katsayılarıdır.  $\bar{\sigma}_\theta$  ve  $r_\theta$  ise sırasıyla haddeleme yönüne göre  $\theta$  açısındaki akma gerilmesi ve plastik gerinim oranlarını göstermektedir.  $\sigma_0$  akma gerilmesi oranlarının belirlenmesinde referans akma gerilmesi olarak kabul edilmiştir ( $\bar{\sigma}_\theta = \sigma_\theta / \sigma_0$ ). Kriterin katsayı tanımlama prosedürü hakkındaki detaylı bilgi Soare'nin çalışmasında verilmektedir [11].

Bu çalışmada, Soare'den farklı bir tanımlama prosedürü geliştirilmiş ve hata fonksiyonunun minimize edilmesinde güvenilir bölge yaklaşımı kullanılmıştır. Güvenilir bölge algoritması amaç fonksiyonunu belirgin bir şekilde azaltmakta ve

Jacobian matrisinin teklik problemiyle başa çıkabilmektedir [12]. Dördüncü derece polinom akma kriterinin akış şeması Şekil 1’de gösterilmektedir.



Şekil 1. Dördüncü derece polinom akma kriterinin akış şeması

### Kriterin Sonlu Eleman Programına Uygulanması

Dördüncü derece homojen polinom türü akma kriteri kullanıcı tanımlı altprogram aracılığıyla dinamik açık (eksplisit) sonlu eleman programı Ls-Dyna’ya [13] uygulanmıştır. Sac şekillendirme proseslerinin simulasyon modelleri sonlu eleman ayrık denklemlerinin büyük gerinim, sonlu dönme formülasyonunu zorunlu kılmaktadır ve Ls-Dyna programı eşdönme-nötralize edilmiş gerilme ve gerinim ölçümlerinin kullanımına dayanan güncellenmiş Lagrange formülasyonunu kullanmaktadır [13,14]. Bu yüzden, denge durumunun arandığı zaman adımının sonu gerilme ve gerinim artımları için referans durumudur ve deformasyon kinematığı bünye yanıtından elastik ve plastik deformasyon olarak ayrıştırılmaktadır.

Program, kullanıcı tanımlı alt programa gerinim artımlarını kullanan bünye modeliyle hesaplanmış gerilme artımını girdi ve dönme-netralize edilmiş gerinim artımını çıktı olarak sağlamaktadır. Sonlu eleman analizleri, bir sonlu eleman modelindeki her bir integrasyon noktasında plastisite denklemlerinin zaman integrasyonunu zorunlu kılmaktadır ve bu durum yerel integrasyon problemi olarak ifade edilmektedir [14,15]. Verilen gerinim artımında gerilme artımını hesaplayabilmek için artımsal gerilme-gerinim bağıntılarını tanımlayan diferansiyel denklemlerin geri adım Euler metoduyla çözülmesi gerekmektedir [16-17]. Ardından, verilen zaman adımında birikmiş plastik gerinim artımının yakınsama koşulunu tanımlayabilmek için lineer olmayan skaler bir fonksiyon kullanılmaktadır. Lineer olmayan skaler denklem ardışık yerine koymalarla iteratif olarak çözülür ve iterasyonlar sırasında toplam öteleme gerilmesi ve akma fonksiyonu güncellenir. Verilen zaman adımı için birikmiş plastik gerinim

artımının yakınsama değeri bulunduğu, zaman adımının sonundaki gerilme ve gerinim tensörleri güncellenir ve kullanıcı tanımlı alt programa geri iade edilir.

## DENEYSEL ÇALIŞMALAR

### Tek Eksenli Çekme Testi

Malzemenin farklı yönlerdeki akma gerilmeleri ve plastik gerinim oranları üç farklı yönde (hadde yönü, diyagonal yön ve dik yön) gerçekleştirilmiş tek eksenli çekme testlerinden elde edilmiştir. Testler  $0.008s^{-1}$  gerinim hızında gerçekleştirilmiştir ve tekrarlanabilirliğin sağlanabilmesi amacıyla her yön için üç kez tekrar edilmiştir.

Testler sonrasında üç yönde belirlenmiş olan akma gerilmesi ve plastik gerinim oranları Tablo 1’de verilmektedir. Testlerde, malzemenin haddeleme yönü boyunca akma gerilmesi 309.86 MPa olarak belirlenmiştir.

Tablo 1. AISI-304 malzemenin deneysel verileri

| Yönel özellikler      | 0°    | 45°   | 90°   | İki eksenli |
|-----------------------|-------|-------|-------|-------------|
| Akma gerilmesi oranı  | 1.0   | 0.947 | 0.979 | 0.9611      |
| Plastik gerinim oranı | 0.822 | 1.104 | 0.798 | -           |

Malzemenin iki eksenli akma gerilmesi Yadav’ın çalışmasından alınmıştır [18]. Dördüncü derece polinom türü akma kriterinin katsayı tanımlama prosedüründe  $15^{\circ}$  ve  $75^{\circ}$  ara açılar olarak kabul edilmiş ve aşağıdaki eşitliklerle belirlenmiştir:

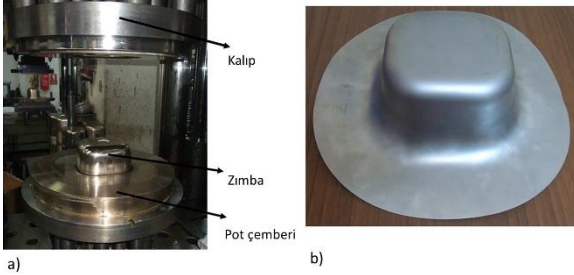
$$\sigma_{30} = (\sigma_0 + \sigma_{45}) / 2, \sigma_{15} = (\sigma_0 + \sigma_{30}) / 2 \quad (12)$$

$$\sigma_{60} = (\sigma_{30} + \sigma_{90}) / 2, \sigma_{75} = (\sigma_{60} + \sigma_{90}) / 2 \quad (13)$$

### Dikdörtgen Kap Derin Çekme Prosesi

Dördüncü dereceden polinom akma kriterinin modelleme kabiliyetini değerlendirebilmek için dikdörtgen kap derin çekme prosesi vaka çalışması olarak göz önüne alınmıştır. Deneyler 160 ton kapasiteli çift etkili bir hidrolik preste gerçekleştirilmiştir. Yağlayıcı olarak mineral yağ kullanılmış ve sac-kalıp, sac-pot çemberi ara yüzeylerine uygulanmıştır. 340 kN değerinde pot çemberi kuvveti ve 20 mm/s kalıp hızıyla deneyler gerçekleştirilmiş ve 80 mm derinliğindeki parça başarılı bir şekilde şekillendirilmiştir. Deneysel kurulum ve şekillendirilmiş parça Şekil 2’de gösterilmektedir. Testten sonra, şekillendirilmiş

parçalar haddeleme yönüne paralel, diyagonal ve dik yönlere kesilmiş ve parçanın her yöndeki kalınlık dağılımı nokta uçlu mikrometre ile ölçülmüştür. Ayrıca, deney sonrasında parçalar taratılmış ve taban profilinin geometrisi çıkartılmıştır.



Şekil 2. (a) Deneysel kurulum, b) şekillendirilmiş parça

### SONLU ELEMAN MODELİ

Dikdörgen kap derin çekme prosesi nonlinear açık (eksplisit) sonlu eleman programı Ls-Dyna'da modellenmiştir. Simetri durumu nedeniyle parçaların dörtte biri modellenmiştir.

Malzemenin pekleşme davranışı Swift izotropik pekleşme kuralı ile tanımlanmış ve pekleşme parametreleri haddeleme yönündeki çekme testi sonuçlarına eğri uydurma metoduyla belirlenmiştir ve parametreler Tablo 2'de sunulmuştur.

Tablo 2. AISI-304 malzemenin pekleşme parametreleri

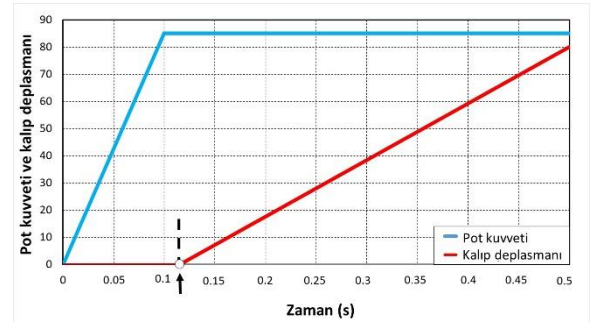
| Malzeme  | K (MPa) | $\epsilon_0$ | n     |
|----------|---------|--------------|-------|
| AISI 304 | 1349    | 0.00178      | 0.316 |

Sonlu eleman modelinde sac ve takımlar arasındaki temas tanımlamasında bir yön şekillendirme yüzey-yüzey temas algoritması kullanılmıştır. Sac-kalıp ve sac-pot çemberi arayüzlerinde mineral bir yağ kullanıldığı için modelde sürtünme katsayısı 0.05 olarak alınırken, sac-zimba arasında ise herhangi bir yağlayıcı kullanılmadığından bu bölgede 0.125 olarak alınmıştır. Deneyde kullanılan takımlar AMPCO alüminyum-bakır alaşımından imal edilmiştir ve ostenitik paslanmaz çelik sacın derin çekiminde doğal yağlayıcı olması nedeniyle iyi bir yüzey kalitesi sağlamaktadır. Bu nedenle sac-zimba arasındaki kuru koşul için sürtünme katsayısı yüksek alınmamıştır. Modelde kalıbın hareketi deplasman kontrollü olarak tanımlanmış ve dörtte bir modelleme yapıldığı için 85 kN değerinde pot çemberi kuvveti uygulanmıştır. Modelde tanımlanan pot kuvveti-zaman ve deplasman-zaman grafikleri Şekil 3'de gösterilmektedir. Şekil 3'de görüldüğü gibi  $t=0.1$  s'de pot kuvveti 85 kN değerine ulaşmaktadır ve pot

kuvvetini stabilize edebilmek ve sactaki titreşimleri azaltabilmek için kalıp hareketi 0.115s kadar ertelenmiştir.

Şekil 3. Pot kuvveti ve kalıp deplasman eğrileri

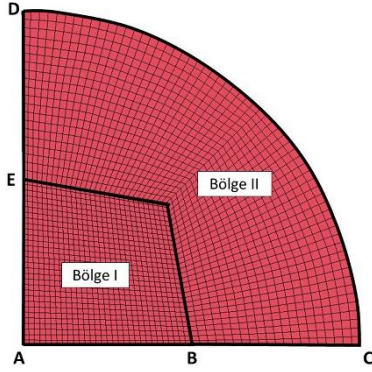
Sac, tam integrasyonlu karelik kabuk elemanlarla modellenmiş ve kalınlık boyunca beş integrasyon kullanılmıştır. Tam integrasyonlu kabuk eleman formülasyonu her bir katmanın dört köşesinde hesaplama yapabilmektedir ve formülasyon üniform olmayan gerilme dağılımını yüksek doğrulukla



hesaplayabilmektedir. Bu nedenle çalışmada sac için tam integrasyonlu kabuk eleman formülasyonu tercih edilmiştir. Çalışmada, zaman adımını ayarlayarak çözüm süresini düşürebilmek için kütle oranlama (mass scaling) faktörü kullanılmıştır. LsDyna'da kütle oranlama DT2MS parametresi ile gerçekleştirilmektedir. Kütle oranlama için uygun bir değerin seçilmesinde, modeldeki dinamik etkiler gözönüne alınmış ve kinetik enerjinin iç enerjiye oranı incelenmiştir. Bu oranın %5'i geçmediği kütle oranlama değeri sonlu eleman modelinde tercih edilmiştir (DT2MS = -8.63E-7).

Çalışmada, optimum eleman boyutunu bulabilmek için mesh hassasiyet çalışması gerçekleştirilmiştir. Bunun için parça iki bölgeye ayrılmış ve dört farklı mesh yoğunluğu göz önüne alınmıştır. Mesh hassasiyet çalışması için gerçekleştirilen analizlerde Von Mises akma kriteri (\*MAT18) kullanılmıştır. Sacın genel mesh yapısı Şekil 4'de gösterilmekte olup, mesh hassasiyet çalışmasındaki her bir duruma karşı kullanılan eleman boyutları Tablo 3'de gösterilmektedir.

Tablo 3'de verilen her bir durum için sonlu eleman analizleri gerçekleştirilmiştir. İlk iki analizde sactaki mesh yapısının kaba olması nedeniyle sac ile zimba arasında penetrasyon gözlemlenmiştir (Şekil 5) Bu yüzden 1 ve 2 nolu durumdaki eleman boyutları çalışmada gözönüne alınmamıştır.

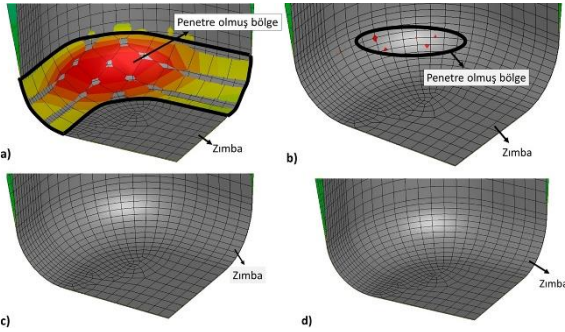


Şekil 4. Sacın genel mesh yapısı

Tablo 3. Mesh hassasiyet çalışmasında kullanılan eleman boyutları

| Durum No | Her bir doğru parçasındaki eleman sayısı |          |    |
|----------|--|----------|----|
|          | AB ve AE                                 | BC ve ED | CD |
| 1        | 10                                       | 10       | 20 |
| 2        | 20                                       | 10       | 40 |
| 3        | 30                                       | 20       | 60 |
| 4        | 40                                       | 20       | 80 |

3 ve 4 nolu durumları değerlendirebilmek için, minimum ve maksimum kalınlık değerleri gözönüne alınmış ve iki farklı mesh için elde edilen sonuçlar Tablo 4'de verilmiştir.



Şekil 5. Sonlu eleman analiz sonuçları a) Durum 1, b) Durum 2, c) Durum 3, d) Durum 4

Tablo 4. Durum 3 ve 4 için minimum ve maksimum kalınlık değerleri

| Durum No | Min. kalınlık (mm) | Mak. Kalınlık (mm) |
|----------|--------------------|--------------------|
| 3        | 0.522              | 0.867              |
| 4        | 0.520              | 0.866              |

## SONUÇLAR

Bu bölümde, akma kriterinin tahmin kabiliyetini değerlendirebilmek için kriterden tahmin edilen sonuçlar deneysel sonuçlarla karşılaştırılmıştır.

Karşılaştırmalar iki aşamada gerçekleştirilmiştir: ilk aşamada, akma gerilmesi ve plastik gerinim oranlarının açısız değişimleri, ikinci aşamada ise analizlerden tahmin edilen kalınlık dağılımları ve taban profil geometrisi dikkate alınmıştır.

## Yönel Özelliklerin Açığa Bağlı Değişimleri

Dördüncü dereceden polinom akma kriteri ile akma gerilmesi ve plastik gerinim oranlarının açısız değişimleri tahmin edilmiştir. Bu mekanik özelliklerin sac düzleminde açığa bağlı değişimleri aşağıda verilen eşitliklerle hesaplanmıştır.

$$\bar{\sigma}_\theta = \sigma_\theta / \sigma_0 = 1/f(\cos^2 \theta, \sin^2 \theta, \sin \theta \cos \theta) \quad (14)$$

$$r_\theta = \frac{[(\partial f / \partial \sigma_{12}) \sin \theta \cos \theta - (\partial f / \partial \sigma_{11}) \sin^2 \theta - (\partial f / \partial \sigma_{22}) \cos^2 \theta]}{(\partial f / \partial \sigma_{11} + \partial f / \partial \sigma_{22})} \quad (15)$$

Tablo 1'de verilen deneysel data kullanılarak Poly4 akma kriterinin katsayıları belirlenmiştir. 2.bölümde belirtildiği gibi dördüncü derece akma kriterinin  $a_6$  ve  $a_8$  katsayılarını belirleyebilmek için hata fonksiyonunun minimizasyonunda güvenilir bölge algoritması kullanılmıştır. Farklı ağırlık katsayılarıyla minimizasyon denemeleri gerçekleştirilmiş ve optimum ağırlıklar aşağıdaki gibi bulunmuştur:

$$w_1^{(1)} = w_1^{(2)} = 7, w_2^{(1)} = 0.04, w_2^{(2)} = 0.09 \quad (16)$$

Dördüncü derece polinom akma kriterinin belirlenen katsayıları Tablo 5'de verilmektedir.

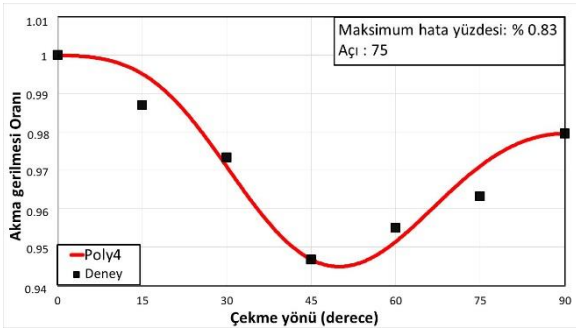
Tablo 5. Poly4 akma kriterinin katsayıları

|        |        |        |
|--------|--------|--------|
| $a_1$  | $a_2$  | $a_3$  |
| 1.000  | -1.805 | 2.818  |
| $a_4$  | $a_5$  | $a_6$  |
| -1.928 | 1.086  | 5.958  |
| $a_7$  | $a_8$  | $a_9$  |
| -5.650 | 6.811  | 11.619 |

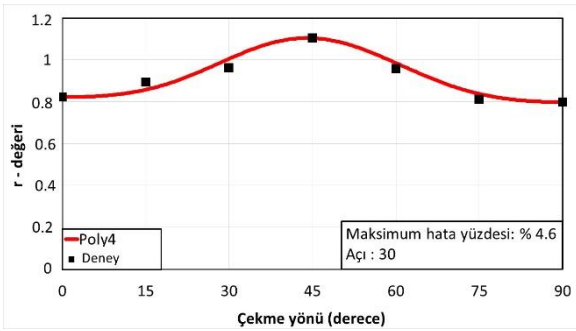
Akma kriteri katsayılarının belirlenmesinden sonra, yönel özelliklerin açısız değişimleri tahmin edilmiştir. Akma gerilmesi ve plastik gerinim oranlarının deneysel ve teorik değişimlerinin karşılaştırılması sırasıyla Şekil 6 ve Şekil 7'de gösterilmektedir.

Deneysel ve tahmini akma gerilmesi ve plastik gerinim oranlarının karşılaştırılmasından sonra, farklı kayma gerilmelerinde akma yüzeyinin kontörleri Şekil 8'de görüldüğü gibi çizilmiştir.

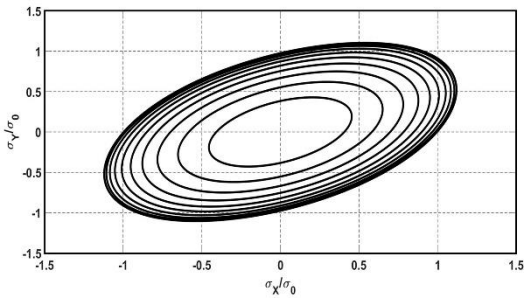
Şekil 8'de görüldüğü gibi akma yüzeyi kontörleri konvektir ve eşit iki eksenli gerilme noktasında oval bir şekle sahiptir.



Şekil 6. Deneysel ve tahmini akma gerilmesi oranlarının karşılaştırılması



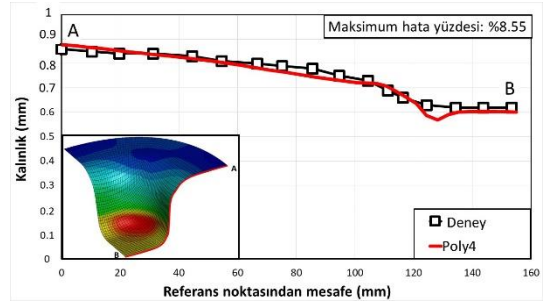
Şekil 7. Deneysel ve tahmini plastik gerinim oranlarının karşılaştırılması



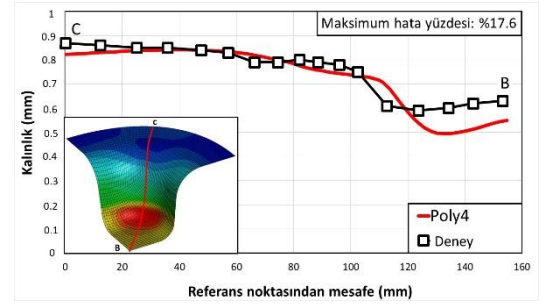
Şekil 8. Farklı kayma gerilmelerinde Poly4 akma yüzeylerinin kontörleri

### Sonlu Eleman Analiz Sonuçları

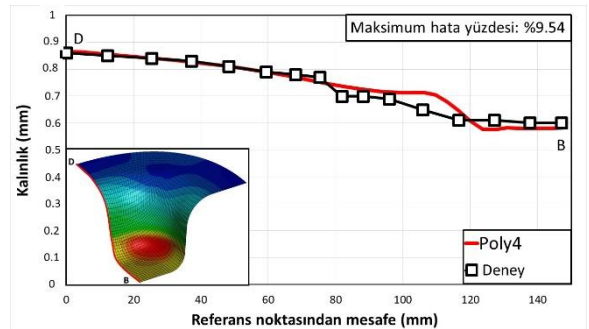
Dördüncü dereceden polinom türü akma kriteri kullanarak dikdörtgen kap derin çekme prosesinin sonlu eleman analizleri gerçekleştirilmiştir. Analizlerden tahmin edilen üç yöndeki (hadde yönüne paralel, diyagonal ve dik) kalınlık dağılımları ve parçanın taban geometrisi deneylerle karşılaştırılmış ve sonuçlar Şekil 9-12'de verilmiştir.



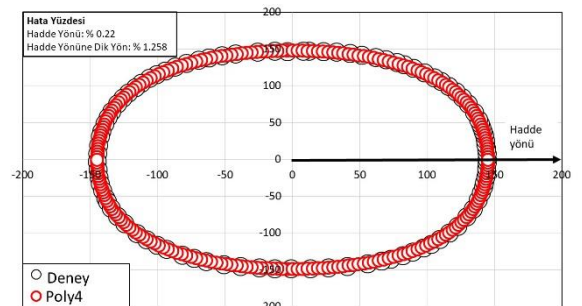
Şekil 9. Haddeleme yönündeki tahmini ve deneysel kalınlık dağılımlarının karşılaştırılması



Şekil 10. Hadde yönüne diyagonal yöndeki tahmini ve deneysel kalınlık dağılımlarının karşılaştırılması



Şekil 11. Hadde yönüne dik yöndeki tahmini ve deneysel kalınlık dağılımlarının karşılaştırılması



Şekil 12. Tahmini ve deneysel taban geometrisinin karşılaştırılması

Şekil 9-12'den üç yönde tahmin edilen kalınlık dağılımlarının ve taban geometrisinin deneysel sonuçlarla uyumlu olduğu görülmektedir.

## TARTIŞMA ve SONUÇ

Bu çalışmada dördüncü dereceden polinom türü akma kriterinin modelleme kabiliyeti değerlendirilmiştir. Kriter, kullanıcı tanımlı bir altprogram vasıtasıyla açık sonlu eleman kodu Ls-Dyna'ya uygulanmış ve AISI 304 sacının dikdörtgen kap derin çekme simülasyonu gerçekleştirilmiştir. İlk olarak, malzemenin akma gerilmesi ve plastik gerinim oranlarının düzlemsel değişimleri, ardından üç yöndeki kalınlık dağılımları ve parçanın taban geometri profili tahmin edilmiştir. Teorik ve deneysel sonuçların karşılaştırılmasından aşağıdaki sonuçlar çıkarılmıştır:

- Yönel özelliklerin değişim sonuçlarından dördüncü dereceden polinom türü akma kriterinin malzemenin akma gerilmesi ve plastik gerinim oranlarının sac düzlemindeki değişimlerini başarılı bir şekilde tanımlayabildiği anlaşılmıştır.
- Akma yüzeyi kontörlerinden, Poly4 akma yüzeyinin konveks olduğu gözlemlenmiş ve tanımlama prosedürüne göre belirlenen katsayıların konvekslik şartlarını sağladığı sonucuna varılmıştır.
- Sonlu eleman analiz sonuçlarından, parçanın üç yöndeki kalınlık dağılımının ve taban profil geometrisinin Poly4 akma kriteri ile yüksek bir doğrulukla tahmin edilebildiği görülmüştür.
- Yapılan karşılaştırmalar, Poly4 akma kriterinin AISI-304 saclarının anizotropik davranışlarını başarılı bir şekilde modelleyebildiğini göstermektedir.

## MODELLING ANISOTROPIC BEHAVIOR of AISI 304 STAINLESS STEEL SHEET USING A FOURTH-ORDER POLYNOMIAL YIELD FUNCTION

Following the description of an orthotropic, non-quadratic, homogeneous polynomial type yield criterion, its finite element (FE) implementation is presented for the purpose of sheet metal forming analysis using an explicit time integration scheme. Then the performance of the FE implementation is firstly investigated by means of tensile test simulations of AISI (304) stainless steel sheets, and directional variation of yield strength and anisotropy factors are predicted. Next, deep drawing simulations of rectangular cups are performed, and FE computed cup thickness and flange geometry are assessed with measurements. Comparisons in both deformation processes showed that a fourth-order polynomial

criterion can accurately describe the anisotropic behavior of AISI (304) stainless steel sheets.

**Keywords:** Polynomial Type Yield Function, Finite Element Simulation, Rectangular Cup Drawing, AISI-304 Steel Sheet

## TEŞEKKÜR

Yazarlar, deneylerin yapılmasındaki yardımları nedeniyle Öztiryakiler firmasına teşekkür etmektedir.

## KAYNAKÇA

1. Hill, R., "A Theory of the Yielding and Plastic Flow of Anisotropic Metals", Proc. Soc. London A, 1948, vol. 193, pp. 281-97.
2. Hill, R.; The Mathematical Theory of Plasticity, Oxford University Press Inc., New York, 1950.
3. Gotoh, M., "A Theory of Plastic Anisotropy Based on a Yield Function of Fourth Order (Plane Stress State)-I". Int. J. Mech. Sci., 1977, vol.19, pp. 505-12.
4. Gotoh, M., "A Theory of Plastic Anisotropy Based on a Yield Function of Fourth Order (Plane Stress State)-II". Int. J. Mech. Sci., 1977, vol.19, pp. 513-20.
5. Tong, W., "On the Certification of Positive and Convex Gotoh's Fourth-Order Yield Function". Numisheet 2018 Conference Series, 2018, vol. 1063, pp. 1-6.
6. Tong, W., "Generalized Fourth-Order Hill's 1979 Yield Function for Modeling Sheet Metals in Plane Stress". Acta Mech., 2016, vol. 227, pp. 2719-33.
7. Hill, R., "Theoretical Plasticity of Textured Aggregates", Math. Proc. Camb. Philos. Soc., 1979, vol. 85, pp. 179-91.
8. Cazacu, O., Barlat, F., "Generalization of Drucker's Yield Criterion in Orthotropy", Math. Mech. Solids, 2001, vol. 6, pp. 613-630.
9. Hu, W., "Characterized Behaviors and Corresponding Yield Criterion of Anisotropic Sheet Metals", Mat. Sci. Eng. A, 2003, vol. 345, pp. 139-44.
10. Hu, W., "An Orthotropic Yield Criterion in a 3-D General Stress State", Int. J. Plast., 2005, vol. 21, pp. 1771-96.
11. Soare, S., C., Yoon, J.,W., Cazacu, O., "On the Use of Homogeneous Polynomials to Develop Anisotropic Yield Functions with Applications to Sheet Forming", Int. J. Plast., 2008, vol. 24, pp. 915-44.
12. Suan, W., Yuan, Y.,X; Optimization Theory and Methods Nonlinear Programming, Springer Science Business Media, New York, 2006.
13. Hallquist, J., O.; Ls-Dyna Theory Manual. Livermore Software Technology Corporation, California, 2006.

14. Simo, J.C., Hughes, T.,J.,R.; Computational Inelasticity, Springer Verlag, New York, 1998.
15. Chaboche, J., L., Cailletaud, G., "Integration Methods for Complex Plastic Constitutive Equations", Comput. Method. Appl. Mech. Eng., 1996, vol. 133, pp. 125-55.
16. Firat, M., Kaftanoglu, B., Eser, O., "Sheet Metal Forming Analyses with an Emphasis on the Springback Deformation", J. Mater. Process. Tech., 2008, vol. 196, pp. 135-48.
17. Firat, M., "Computer Aided Analysis and Design of Sheet Metal Forming Processes: Part III: Stamping Die-Face Design", Mater. Design, 2007, vol. 28(4), pp. 1311-20.
18. Yadav, A.D.: Process Analysis and Design in Stamping and Sheet Hydroforming, Doctoral Thesis, Ohio State University, 2008.